

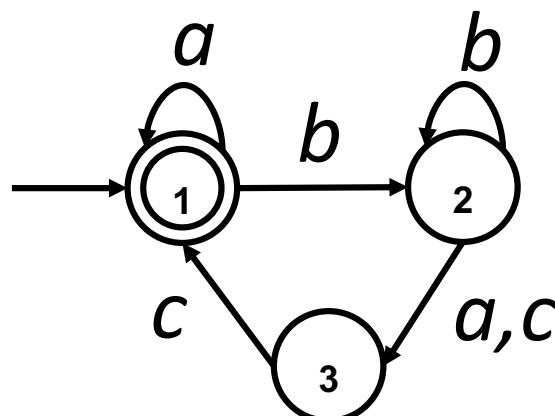
DFA → ER  
Equations linéaires

---

# DFA → ER

## équations linéaires

- ❖ Soit  $A = \langle S, \Sigma, \delta, s_0, F \rangle$  un automate fini.
- ❖  $SE(A)$  est le système d'équations de  $A$ 
  - ❖  $X_{s \in S} = \sum_{\delta(s,a) = s'} aX_{s'} + (\text{si } s \in F \text{ alors } \varepsilon \text{ sinon } \emptyset)$



$$\begin{cases} X_1 = aX_1 + bX_2 + \varepsilon \\ X_2 = bX_2 + (a + c)X_3 \\ X_3 = cX_1 \end{cases}$$

# DFA → ER

## équations linéaires

---

- ❖ Théorème :
  - ❖ Soit  $A$  un automate et  $(L_{s \in S})$  la plus petite solution associée à  $X_s$  dans  $SE(A)$ , alors  $L(A) = L_{s0}$
- ❖ Lemme
  - ❖ Soient  $A, B \subseteq \Sigma^*$  des langages.
  - ❖ Le langage  $A^*B$  est une solution de l'équation
    - ❖  $X = AX + B$  (équation du point fixe  $X = f(X)$ )
- ❖ Lemme d'Arden
  - ❖ Si  $\epsilon \notin A$  alors  $A^*B$  est la solution unique de  $X = AX + B$

# DFA → ER

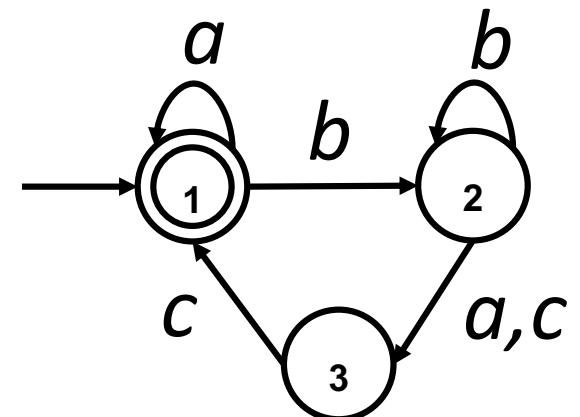
## équations linéaires

### ❖ Etape 0

- ❖  $X_1 = aX_1 + bX_2 + \varepsilon$
- ❖  $X_2 = bX_2 + (a + c) X_3$
- ❖  $X_3 = cX_1$

### ❖ Etape 1

- ❖  $X_1 = aX_1 + bX_2 + \varepsilon$
- ❖  $X_2 = bX_2 + (a + c) cX_1$  ( $X_3$  remplacée par sa valeur)
- ❖  $X_3 = cX_1$



# DFA → ER

## équations linéaires

### ❖ Etape 1

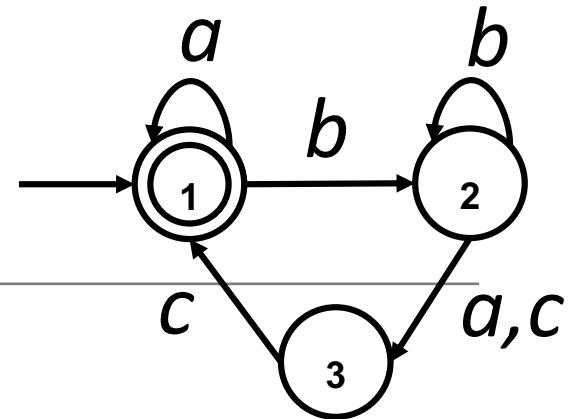
- ❖  $X_1 = aX_1 + bX_2 + \varepsilon$
- ❖  $X_2 = bX_2 + (a + c)X_1$  ( $X_3$  remplacée par sa valeur)
- ❖  $X_3 = cX_1$

### ❖ Etape 2

- ❖  $X_1 = aX_1 + bX_2 + \varepsilon$
- ❖  $X_2 = b^*(a + c)cX_1$  (Résolution de  $X_2$  par Application du lemme où  $A = b$  et  $B = (a + c)cX_1$ )
- ❖  $X_3 = cX_1$

### ❖ Etape 3

- ❖  $X_1 = aX_1 + b^*(a + c)cX_1 + \varepsilon$  ( $X_2$  remplacée par sa valeur)
- ❖  $X_2 = b^*(a + c)cX_1$
- ❖  $X_3 = cX_1$



# DFA → ER

## équations linéaires

---

### ❖ Etape 3

- ❖  $X_1 = aX_1 + b b^*(a + c)cX_1 + \varepsilon$  ( $X_2$  remplacée par sa valeur)
- ❖  $X_2 = b^*(a + c)cX_1$
- ❖  $X_3 = cX_1$

### ❖ Etape 4

- ❖  $X_1 = (a + b b^*(a + c) c)X_1 + \varepsilon$  (factorisation car distributivité)
  - ❖  $X_2 = b^*(a + c)cX_1$
  - ❖  $X_3 = cX_1$
- 
- ❖  $L(A) = X_1$  (du fait que  $X_1$  est associé à l'état initial de l'automate)

- ❖  $L(A) = (a + b b^*(a + c) c)^* . \varepsilon$
- ❖  $= (a + b b^*(a + c) c)^*$
- ❖  $= (a + b^+(a + c) c)^*$

Lemme d'Adren:

Eq:  $X = AX + B \rightarrow$  Solution  $A^*B$

# DFA → ER

équations linéaires  
Exercice

---

Trouvez l'ER de l'automate suivant:

