Отчёт по лабораторной работе 7

дисциплина: Математическое моделирование

Савченков Д.А., НПИбд-02-18

Содержание

List of Tables

List of Figures

1 Цель работы

Построить модель рекламной кампании с помощью Python.

2 Задание

Вариант 38

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

- $\frac{\partial n}{\partial t} = (0.25 + 0.000075 n(t))(N - n(t))$
- $\frac{\partial n}{\partial t} = (0.000075 + 0.25 n(t))(N - n(t))$
- $\frac{\partial n}{\partial t} = (0.25 sin(t) + 0.75 * t * n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории N = 1130, в начальный момент о товаре знает 11 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

1. Построить график распространения рекламы о салоне красоты.
2. Сравнить эффективность рекламной кампании при $\alpha_1(t) > \alpha_2(t)$ и $\alpha_1(t) < \alpha_2(t)$.
3. Определить в какой момент времени эффективность рекламы будет иметь максимально быстрый рост.
4. Построить решение, если учитывать вклад только платной рекламы.
5. Построить решение, если предположить, что информация о товаре распространятся только путем «сарафанного радио», сравнить оба решения.

3 Теоретическое введение

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что

$\frac{\partial n}{\partial t}$ — скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить;

t — время, прошедшее с начала рекламной кампании;

$n(t)$ — число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем. Это описывается следующим образом:

$$\alpha_1(t)(N - n(t))$$

N — общее число потенциальных платежеспособных покупателей

$\alpha_1(t) > 0$ — характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени).

Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной

$$\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$$

эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

4 Выполнение лабораторной работы

1. Изучил начальные условия. 11 людей знают о товаре в начальный момент времени. Максимальное количество людей, которых может заинтересовать товар, – 1130.

2. Оформил начальные условия в код на Python:

```
x0 = 11
N = 1130
```

3. Задал условия для времени: $t_0 = 0$ – начальный момент времени, $t_{max} = 12$ – предельный момент времени, $dt = 0,01$ – шаг изменения времени.

4. Добавил в программу условия, описывающие время:

```
t0 = 0
tmax = 12
dt = 0.01
t = np.arange(t0, tmax, dt)
```

5. Запрограммировал функцию, отвечающую за платную рекламу, для 1, 2 и 3 случаев:

```
def k1(t):
    g = 0.25
    return g
```

```
def k2(t):
    g = 0.000075
    return g


def k3(t):
    g = 0.25*np.sin(t)
    return g
```

6. Запрограммировал функцию, описывающую сарафанное радио, для 1, 2 и 3 случаев:

```
def p1(t):
    v = 0.000075
    return v


def p2(t):
    v = 0.25
    return v


def p3(t):
    v = 0.75*t
    return v
```

7. Запрограммировал уравнения, описывающие распространение рекламы, для 1, 2 и 3 случаев:

```
def f1(x, t):
    xd = (k1(t) + p1(t)*x)*(N - x)
    return xd


def f2(x, t):
```

```
    xd = (k2(t) + p2(t)*x)*(N - x)
    return xd

def f3(x, t):
    xd = (k3(t) + p3(t)*x)*(N - x)
    return xd
```

В 1-ом случае $\alpha_1(t) > \alpha_2(t)$, а во 2-ом – $\alpha_1(t) < \alpha_2(t)$.

8. Добавил в программу функцию, отвечающую за платную рекламу, для 4-ого задания:

```
def k4(t):
    g = 0.01
    return g
```

9. Добавил в программу функцию, описывающую сарафанное радио, для 5-ого задания:

```
def p4(t):
    v = 0.001
    return v
```

10. Запрограммировал уравнение, учитывающие вклад только платной рекламы, для 4-ого задания:

```
def f4(x, t):
    xd = k4(t)*(N - x)
    return xd
```

11. Запрограммировал уравнение, описывающее распространение информации только путем “сарафанного радио”, для 5-ого задания:

```
def f5(x, t):
    xd = (p4(t)*x)*(N - x)
    return xd
```

12. Запрограммировал решение всех уравнений:

```
x1 = odeint(f1, x0, t)
x2 = odeint(f2, x0, t)
x3 = odeint(f3, x0, t)
x4 = odeint(f4, x0, t)
x5 = odeint(f5, x0, t)
```

13. Описал построение графиков для 1, 2 и 3 случаев:

```
plt.plot(t, x1, label='Случай 1')
plt.plot(t, x2, label='Случай 2')
plt.plot(t, x3, label='Случай 3')
plt.legend()
```

14. Описал построение графиков для 4 и 5 заданий:

```
plt.plot(t, x4, label='Сарафанное радио = 0')
plt.plot(t, x5, label='Платная реклама = 0')
plt.legend()
```

15. Запрограммировал определение момента времени, в который эффективность рекламы будет иметь максимально быстрый рост:

```
t[np.argmax(x2[1:].transpose()/t[1:]) + 1]
```

16. Собрал код программы воедино и получила следующее:

```
import math
import numpy as np
```

```
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt

x0 = 11
N = 1130

t0 = 0
tmax = 12
dt = 0.01
t = np.arange(t0, tmax, dt)

def k1(t):
    g = 0.25
    return g

def k2(t):
    g = 0.000075
    return g

def k3(t):
    g = 0.25*np.sin(t)
    return g

def k4(t):
    g = 0.01
    return g

def p1(t):
    v = 0.000075
```

```
    return v

def p2(t):
    v = 0.25
    return v

def p3(t):
    v = 0.75*t
    return v

def p4(t):
    v = 0.001
    return v

def f1(x, t):
    xd = (k1(t) + p1(t)*x)*(N - x)
    return xd

def f2(x, t):
    xd = (k2(t) + p2(t)*x)*(N - x)
    return xd

def f3(x, t):
    xd = (k3(t) + p3(t)*x)*(N - x)
    return xd

def f4(x, t):
    xd = k4(t)*(N - x)
    return xd
```

```
def f5(x, t):
    xd = (p4(t)*x)*(N - x)
    return xd

x1 = odeint(f1, x0, t)
x2 = odeint(f2, x0, t)
x3 = odeint(f3, x0, t)
x4 = odeint(f4, x0, t)
x5 = odeint(f5, x0, t)

plt.plot(t, x1, label='Случай 1')
plt.plot(t, x2, label='Случай 2')
plt.plot(t, x3, label='Случай 3')
plt.legend()

plt.plot(t, x4, label='Сарафанное радио = 0')
plt.plot(t, x5, label='Платная реклама = 0')
plt.legend()

t[np.argmax(x2[1:].transpose()/t[1:]) + 1]
```

17. Получил следующие графики распространения рекламы для 1, 2 и 3 случаев (см. рис. 4.1):

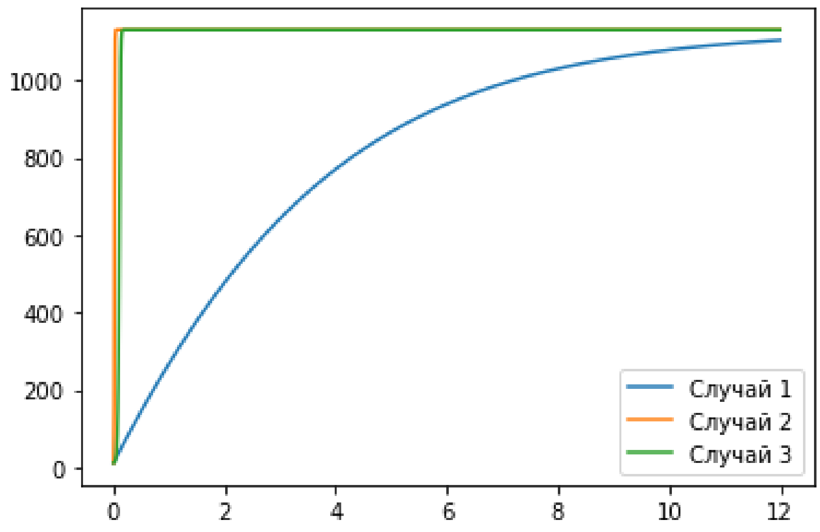

Figure 4.1: Графики распространения рекламы для 1, 2 и 3 случаев

18. Получил следующие графики для 4 и 5 заданий (см. рис. 4.2):

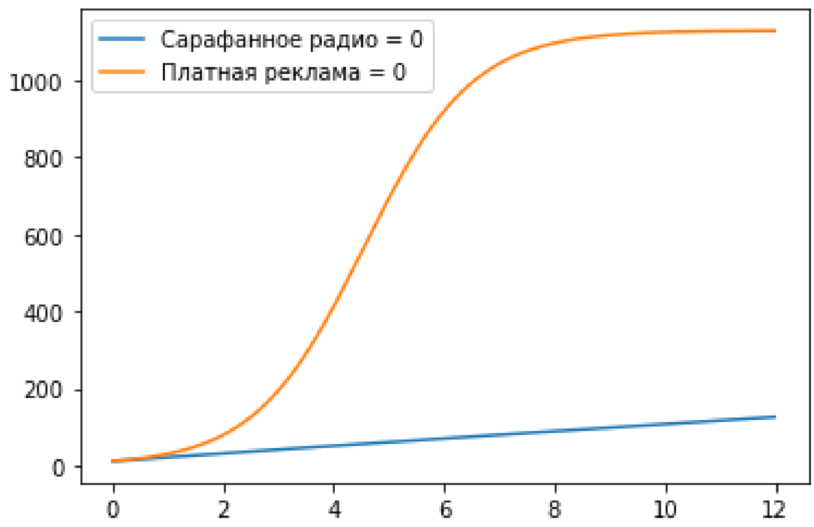

Figure 4.2: Графики распространения рекламы для 4 и 5 заданий

5 Выводы

Построил модель рекламной кампании с помощью Python.

Выяснил, что рекламная кампания для случая, когда $\alpha_1(t) < \alpha_2(t)$ (2 случай), эффективнее, чем кампания для случая, когда $\alpha_1(t) > \alpha_2(t)$ (1 случай).

Определил, что в момент времени $t = 0,1$ эффективность рекламы будет иметь максимально быстрый рост.

Выяснил, что реклама только путем "сарафанного радио" эффективнее только платной рекламы.

6 Ответы на вопросы к лабораторной работе

1. Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель)

$$\frac{\partial N}{\partial t} = rN$$

где

- N – исходная численность населения
- r – коэффициент пропорциональности, для которого $r = b - d$, где
  - b – коэффициент рождаемости
  - d – коэффициент смертности
- t – время

Модель используется в экологии для расчета изменения популяции особей животных.

2. Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение)

$$\frac{\partial P}{\partial t} = rP(1 - \frac{P}{K})$$

- r – характеризует скорость роста (размножения)
- K – поддерживающая ёмкость среды (то есть, максимально возможная численность популяции)

Исходные предположения для вывода уравнения при рассмотрении популяционной динамики выглядят следующим образом:

- скорость размножения популяции пропорциональна её текущей численности, при прочих равных условиях;
- скорость размножения популяции пропорциональна количеству доступных ресурсов, при прочих равных условиях. Таким образом, второй член уравнения отражает конкуренцию за ресурсы, которая ограничивает рост популяции.

3. На что влияет коэффициент $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$ в модели распространения рекламы

$\alpha_1(t)$ – интенсивность рекламной кампании, зависящая от затрат

$\alpha_2(t)$ – интенсивность рекламной кампании, зависящая от сарафанного радио

4. Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$

При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса (см. рис. 6.1):

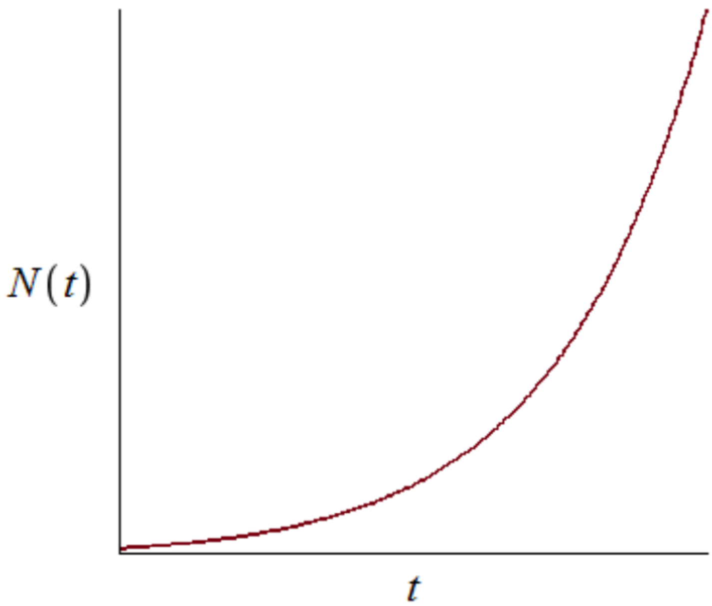

Figure 6.1: Модель типа модели Мальтуса

5. Как ведет себя рассматриваемая модель при $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$

При $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой (см. рис. 6.2):

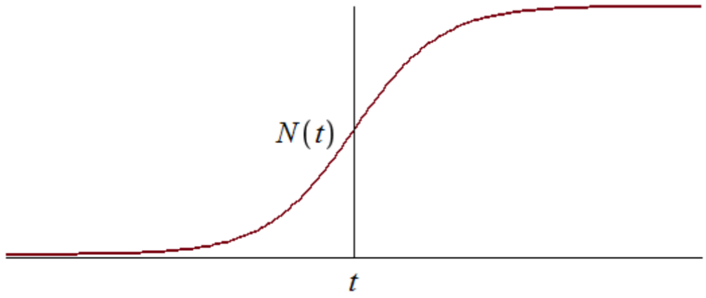

Figure 6.2: Уравнение логистической кривой