

# **Отчёт по лабораторной работе 2**

**дисциплина: Математическое моделирование**

Савченков Д.А., НПИбд-02-18

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>15</b>

## List of Tables

# List of Figures

3.1	Положение катера и лодки в начальный момент времени . . . . .	7
3.2	Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие . . . . .	9
3.3	Траектории движения катера и лодки. 1 случай . . . . .	12
3.4	Траектории движения катера и лодки. 2 случай . . . . .	13

# 1 Цель работы

Решить задачу о погоне, построить графики с помощью Python.

## 2 Задание

**Вариант 38** На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 19 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 5.1 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Вывести дифференциальное уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями.
2. Построить траектории движения катера и лодки для двух случаев.
3. Определить точку пересечения катера и лодки.

### 3 Выполнение лабораторной работы

#### 1. Вывод дифференциального уравнения

1.1. Принимаем за  $t_0 = 0$ ,  $x_0 = 0$  – место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения,  $x_0 = 17,4$  км – место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки.

1.2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс – это точка обнаружения лодки браконьеров  $x_0$  ( $\theta = x_0 = 0$ ), а полярная ось  $r$  проходит через точку нахождения катера береговой охраны. (см. рис. 3.1)

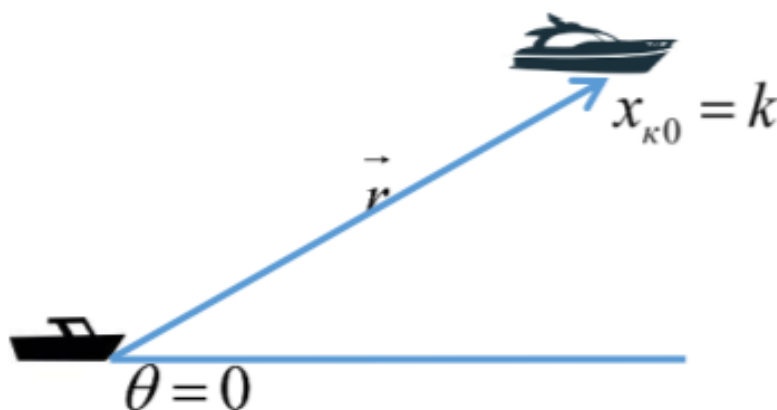


Figure 3.1: Положение катера и лодки в начальный момент времени

1.3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время были на одном расстоянии от полюса  $\theta$ , только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой

охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

1.4. Чтобы найти расстояние  $x$  (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время  $t$  катер и лодка окажутся на одном расстоянии  $x$  от полюса. За это время лодка пройдет  $x$ , а катер  $19 - x$  (или  $19 + x$ , в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $x / v$  или  $19 - x / 5,1v$  (во втором случае  $19 + x / 5,1v$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние  $x$  можно найти из следующего(-их) уравнения(-й):

$$\frac{x}{v} = \frac{19 - x}{5,1v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{19 + x}{5,1v}$$

Тогда  $x_1 = \frac{10k}{61} = \frac{190}{61}$  (км), а  $x_2 = \frac{10k}{41} = \frac{190}{41}$  (км), задачу будем решать для двух случаев.

1.5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса удаляясь от него со скоростью лодки  $v$ . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие:  $v_r$  – радиальная скорость и  $v_\tau$  – тангенциальная скорость. (см. рис. 3.2)



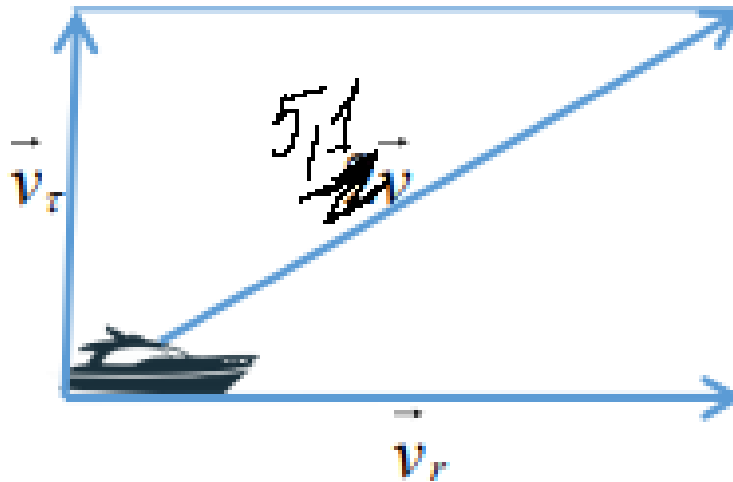


Figure 3.2: Разложение скорости катера на тангенциальную и радиальную составляющие

Радиальная скорость – это скорость, с которой катер удаляется от полюса,  $v_r = \frac{\partial r}{\partial t}$ . Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем  $v_r = \frac{\partial r}{\partial t} = v$ .

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости на радиус,  $v_t = r \frac{\partial \theta}{\partial t}$ .

Из рис. 3.2 по теореме Пифагора:  $v_t = \sqrt{26,01v^2 - v^2} = \sqrt{25,01}v$ , тогда получаем  $r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{25,01}v$ .

1.6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial r}{\partial t} = v \\ r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{25,01}v \end{cases}$$

Исключая из полученной системы производную по  $t$ , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = \sqrt{25,01}v$$

Решив это уравнение, я получу траекторию движения катера в полярных коор-

динатах. Начальные условия:

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 = \frac{10}{61}k \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_2 = \frac{10}{41}k \end{cases}$$

## 2. Построение траекторий движения катера и лодки

### 2.1. Написал программу на Python:

```
import math
import numpy as np
from scipy.integrate import odeint
import matplotlib.pyplot as plt

k = 19
fi = 3*math.pi/4

#функция, описывающая движение катера береговой охраны
def dr(r, tetha):
    dr = r/math.sqrt(25.01)
    return dr

r01 = 10/61*k #1 случай
r02 = 10/41*k #2 случай

te = np.arange(0, 2*math.pi, 0.01)

r1 = odeint(dr, r01, te)
```

```

r2 = odeint(dr, r02, te)

#функция, описывающая движение лодки браконьеров
def xt(t):
    xt = math.tan(fi)*t
    return xt

t = np.arange(0, 20, 1)

#Перевод в полярные координаты
tete = (np.tan(xt(t)/t))**-1
rr = np.sqrt(t*t + xt(t)*xt(t))

#построение траектории движения катера в полярных координатах. 1 случай
plt.polar(te, r1, 'g')
#построение траектории движения лодки в полярных координатах
plt.polar(tete, rr, 'b')

#построение траектории движения катера в полярных координатах. 2 случай
plt.polar(te, r2, 'g')
#построение траектории движения лодки в полярных координатах
plt.polar(tete, rr, 'b')

```

2.2. Получил следующие графики:(см. рис. 3.3 и 3.4)

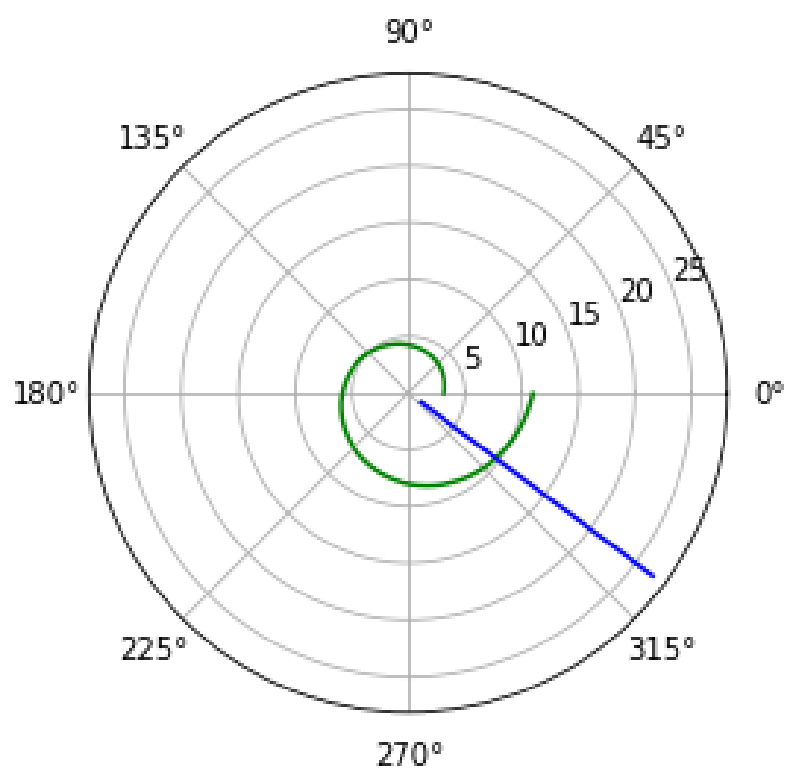


Figure 3.3: Траектории движения катера и лодки. 1 случай

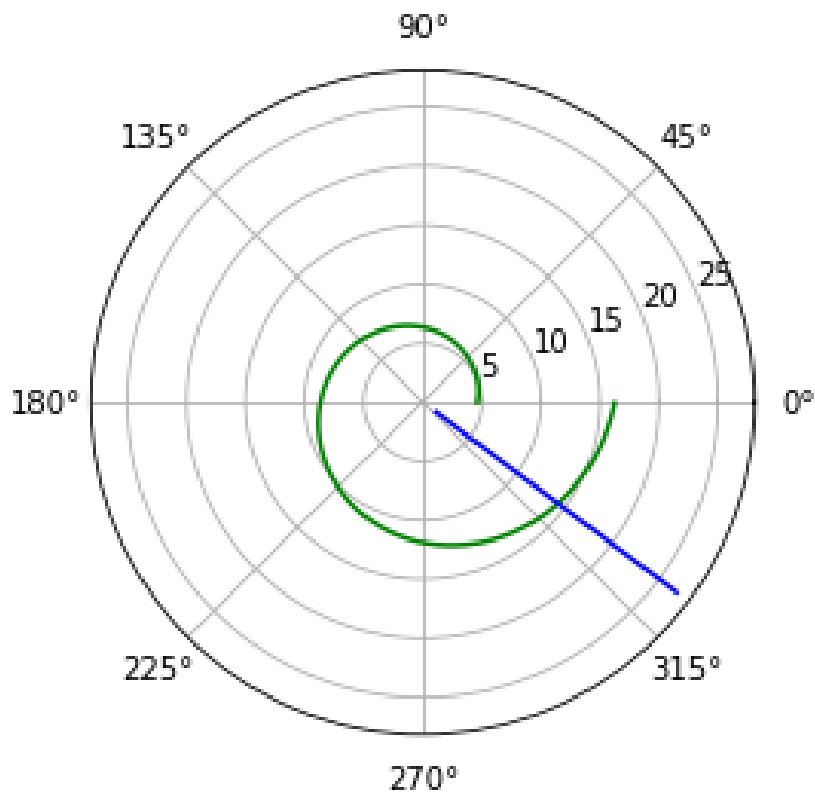


Figure 3.4: Траектории движения катера и лодки. 2 случай

### 3. Точка пересечения

3.1. Для определения точки пересечения я добавил в конце программы:

```
#для 1 случая
idx = np.argwhere(np.diff(np.sign(rr - r1))).flatten()
print (tete[-1])
print (rr[idx[-1]])
```

```
#для 2 случая
idd = np.argwhere(np.diff(np.sign(rr - r2))).flatten()
print (tete[-1])
print (rr[idd[-1]])
```

3.2. В итоге я получил, что в 1 случае точка пересечения:  $\phi = -0.6420926159343304$ ,

$r = 9.899494936611667$ , а во 2 случае:  $\theta = -0.6420926159343304$ ,  $r = 15.556349186104047$ .

## 4 Выводы

Решил задачу о погоне, построил графики с помощью Python.