Отчёт по лабораторной работе 6

дисциплина: Математическое моделирование

Савченков Д.А., НПИбд-02-18

Содержание

[Цель работы 1](#_Toc67148134)

[Задание 1](#_Toc67148135)

[Теоретическое введение 1](#_Toc67148136)

[Выполнение лабораторной работы 2](#_Toc67148137)

[Выводы 5](#_Toc67148138)

# Цель работы

Построить простейшую модель эпидемии с помощью Python.

# Задание

**Вариант 38**

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове () в момент начала эпидемии () число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) , а число здоровых людей с иммунитетом к болезни . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени .

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если
2. если

# Теоретическое введение

Предположим, что некая популяция, состоящая из N особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы:

* — восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи;
* — это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции;
* — это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая в конце концов заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

Постоянные пропорциональности:

* — коэффициент заболеваемости
* — коэффициент выздоровления

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялись однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени нет особей с иммунитетом к болезни , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей и соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: и .

# Выполнение лабораторной работы

1. Изучил начальные условия. Популяция состоит из 12700 особей. В начальный момент времени: 170 особей инфицированы; 57 здоровая особь с иммунитетом; (12700 - 170 - 57) особей, воприимчивых к болезни. Задал коэффициент заболеваемости, равный 0,1, и коэффициент выздоровления, равный 0,01.
2. Оформил начальные условия в код на Python:

a = 0.1  
b = 0.01  
  
N = 12700  
I0 = 170  
R0 = 57  
S0 = N - I0 - R0  
x0 = [S0, I0, R0]

1. Задал условия для времени: – начальный момент времени, – предельный момент времени, – шаг изменения времени.
2. Добавил в программу условия, описывающие время:

t0 = 0  
tmax = 200  
dt = 0.01  
t = np.arange(t0, tmax, dt)

1. Запрограммировал систему уравнений, соответствующую 1-ому случаю ():

def S1(x, t):  
 dx1\_0 = 0  
 dx1\_1 = - b\*x[1]  
 dx1\_2 = b\*x[1]  
 return dx1\_0, dx1\_1, dx1\_2

1. Запрограммировал систему уравнений, соответствующую 2-ому случаю ():

def S2(x, t):  
 dx2\_0 = -a\*x[0]  
 dx2\_1 = a\*x[0] - b\*x[1]  
 dx2\_2 = b\*x[1]  
 return dx2\_0, dx2\_1, dx2\_2

1. Запрограммировал решение систем уравнений:

y1 = odeint(S1, x0, t)  
y2 = odeint(S2, x0, t)

1. Описал построение графика для 1-ого случая ():

plt.plot(t, y1[:,0], label='S(t)')  
plt.plot(t, y1[:,1], label='I(t)')  
plt.plot(t, y1[:,2], label='R(t)')  
plt.title('I(0) <= I\*')  
plt.legend()

1. Описал построение графика для 2-ого случая ():

plt.plot(t, y2[:,0], label='S(t)')  
plt.plot(t, y2[:,1], label='I(t)')  
plt.plot(t, y2[:,2], label='R(t)')  
plt.title('I(0) > I\*')  
plt.legend()

1. Собрал код программы воедино и получил следующее:

import math  
import numpy as np  
from scipy.integrate import odeint  
import matplotlib.pyplot as plt  
  
a = 0.1  
b = 0.01  
  
N = 12700  
I0 = 170  
R0 = 57  
S0 = N - I0 - R0  
x0 = [S0, I0, R0]  
  
t0 = 0  
tmax = 200  
dt = 0.01  
t = np.arange(t0, tmax, dt)  
  
def S1(x, t):  
 dx1\_0 = 0  
 dx1\_1 = - b\*x[1]  
 dx1\_2 = b\*x[1]  
 return dx1\_0, dx1\_1, dx1\_2  
  
def S2(x, t):  
 dx2\_0 = -a\*x[0]  
 dx2\_1 = a\*x[0] - b\*x[1]  
 dx2\_2 = b\*x[1]  
 return dx2\_0, dx2\_1, dx2\_2  
  
y1 = odeint(S1, x0, t)  
y2 = odeint(S2, x0, t)  
  
plt.plot(t, y1[:,0], label='S(t)')  
plt.plot(t, y1[:,1], label='I(t)')  
plt.plot(t, y1[:,2], label='R(t)')  
plt.title('I(0) <= I\*')  
plt.legend()  
  
plt.plot(t, y2[:,0], label='S(t)')  
plt.plot(t, y2[:,1], label='I(t)')  
plt.plot(t, y2[:,2], label='R(t)')  
plt.title('I(0) > I\*')  
plt.legend()

1. Получил следующие динамики изменения числа людей из каждой группы (см. рис. 1 и 2):

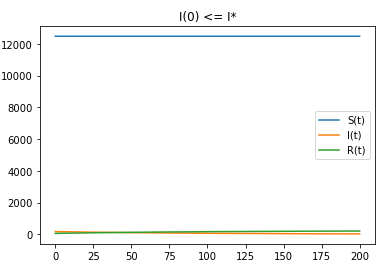


Figure 1: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп при

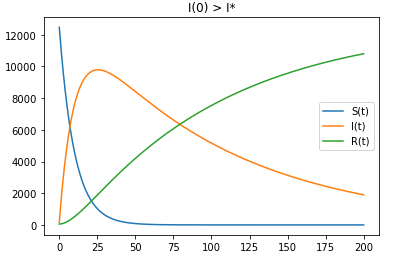


Figure 2: Динамика изменения числа людей в каждой из трех групп при

# Выводы

Построил простейшую модель эпидемии с помощью Python.

В обоих случаях люди острова смогут победить болезнь.