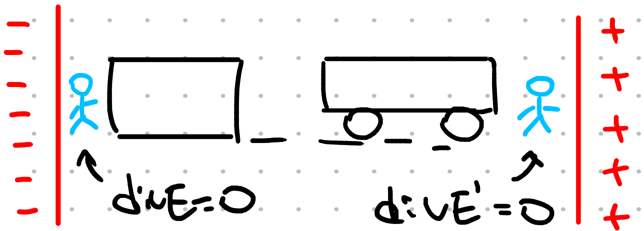
$\mathrm{div}E=0$
$\mathrm{div}B=0$
$\mathrm{rot}E=-\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t}$
$\mathrm{rot}H=1/c\frac{\partial E}{\partial t}$



$\mathrm{div}E=0$ $\mathrm{div}E'=0$
$\mathrm{div}B=0$ $\mathrm{div}B'=0$

Тогда ∃ способ: $E'\to(E,B)$
$B'\to(E,B)$ $\Rightarrow$ $E=E(E',B')$
$B\to(E',B')$
$E\to(E',B')$

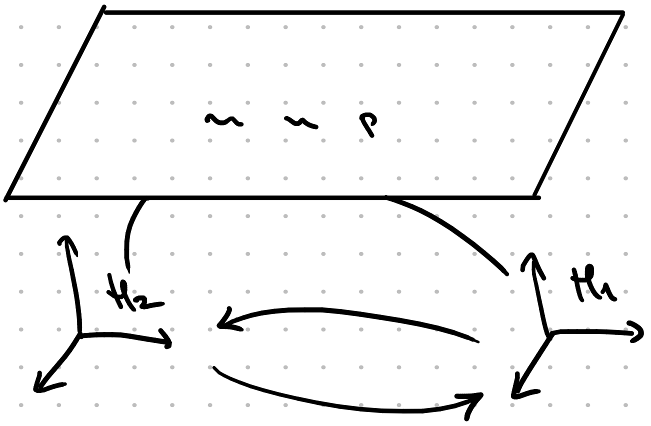
в ур-иях должна быть симметрия

Симметрия:
$\ddot{\bar{r}}=0$
$\bar{r}'=A\bar{r}$
$Am\ddot{\bar{r}}=mA\ddot{\bar{r}}'=0$

$\Rightarrow$ Преобр-я Лоренца

Р/м $g_1\circ g_2=g_3$
g_1: $\exists g_1^{-1}$: $g_1\circ g_1^{-1}=E$

Тогда это группа



Преобр-я Лоренца для [illegible] записи

$$X^{\mu}=\begin{pmatrix}ct\\x\\y\\z\end{pmatrix}\begin{matrix}x_0\\x_1\\x_2\\x_3\end{matrix}\quad;\quad X'^{\mu}=\sum_{\nu=0,1,2,3}\left(\Lambda^{\mu}{}_{\nu}\right)X^{\nu}$$

[illegible]

$$\Lambda^{\mu}{}_{\nu}=\begin{pmatrix}\Lambda^0_0 & \dots & \Lambda^0_3\\ \Lambda^1_0 & & \\ \vdots & & \end{pmatrix}$$

строки
столбец

$$X'^3=\cancel{\sum_{\nu=0,1,2,3}}\Lambda^3{}_{\nu}X^{\nu}=\Lambda^3{}_0X^0+\Lambda^3{}_1X^1+\Lambda^3{}_2X^2+\Lambda^3{}_3X^3$$

можно не писать

инвариант

$$S^2=\eta_{\mu\nu}(X^{\mu}-y^{\mu})(X^{\nu}-y^{\nu})=\eta_{00}(x^0-y^0)(x^0-y^0)+\eta_{11}(x^1-y^1)(x^1-x^1)\dots=$$
$$=(x-y)^T\eta(x-y)$$
$$=(x^0-y^0)(x^0-y^0)-(x^1-y^1)(x^1-y^1)-\dots$$

$$\eta_{\mu\nu}=\begin{pmatrix}1 & & 0\\ & -1 & \\ 0 & & \ddots -1\end{pmatrix}$$
$$\eta^{\mu\nu}=\begin{pmatrix}1 & & 0\\ & -1 & \\ 0 & & \ddots -1\end{pmatrix}$$

Матрица Минковского

Р/м т. $x^\mu = \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$; $y^\mu = \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ – время? ; в пр-ве времени относит рассм. этот интервал s^2

$$x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu \Rightarrow y'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu y^\nu$$

При таком преобр. сохр. интервал s^2.

$$\eta_{\mu\nu}(x'^\mu - y'^\mu)(x'^\nu - y'^\nu) = \eta_{\mu\nu}(x^\mu - y^\mu)(x^\nu - y^\nu)$$

Преобр. Лоренца - такие, что s^2 сохраняется

$$x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\rho x^\rho$$

$$y'^\mu = \Lambda^\mu{}_\sigma y^\sigma$$

$$\eta_{\mu\nu}(x'^\mu - y'^\mu)(x'^\nu - y'^\nu) = \eta_{\mu\nu}(x^\mu - y^\mu)(x^\nu - y^\nu)$$

$$\eta_{\mu\nu}(\Lambda^\mu{}_\rho x^\rho - \Lambda^\mu{}_\rho y^\rho)(\Lambda^\nu{}_{\rho'} x^{\rho'} - \Lambda^\nu{}_{\sigma'} y^{\sigma'}) = \eta_{\mu\nu}(x^\mu - y^\mu)(x^\nu - y^\nu)$$

исходя

$$\eta_{\mu\nu}\Lambda^\mu{}_\rho(x^\rho - y^\rho)\Lambda^\nu{}_\sigma(x^\sigma - y^\sigma) = \eta_{\mu\nu}(x-y)^\mu(x-y)^\nu$$ ← еще $\sum_\mu\sum_\nu\sum_\rho\sum_\sigma$

$$\eta_{\mu\nu}\Lambda^\mu{}_\rho\Lambda^\nu{}_\sigma\cancel{(x-y)^\rho}\cancel{(x-y)^\sigma} = \eta_{\rho\sigma}\cancel{(x-y)^\rho}\cancel{(x-y)^\sigma}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta_{\mu\nu}\Lambda^\mu{}_\rho\Lambda^\nu{}_\sigma = \eta_{\rho\sigma}}$$

т.е. $\Lambda^T\eta\Lambda = \eta$

Переходим к $\mu = 0,1;\ \nu = 0,1$

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\Lambda^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} \Lambda^0{}_0 & \Lambda^0{}_1 \\ \Lambda^1{}_0 & \Lambda^1{}_1 \end{pmatrix}$$

Р/м $\rho = 0$ $\sigma = 0$

$$\sum_{\mu=0,1}\sum_{\nu=0,1}\eta_{\mu\nu}\Lambda^\mu{}_0\Lambda^\nu{}_0 = \mu_{00}\Lambda^0{}_0\Lambda^0{}_0 + \cancel{\mu_{10}\Lambda^1{}_0\Lambda^0{}_1} + \cancel{\mu_{01}\Lambda^0{}_0\Lambda^1{}_0} + \mu_{11}\Lambda^1{}_0\Lambda^1{}_0$$

$$(\Lambda^0{}_0)^2 - (\Lambda^1{}_0)^2 = 1$$

$\rho = 0$ $\sigma = 1$

$$\eta_{\mu\nu}\Lambda^\mu{}_0\Lambda^\nu{}_1 = \eta_{00}\Lambda^0{}_0\Lambda^0{}_1 + \eta_{11}\Lambda^1{}_0\Lambda^1{}_1$$

или $\rho = 0$, $\sigma = 1$: $\Lambda^0{}_0\Lambda^0{}_1 - \Lambda^1{}_0\Lambda^1{}_1 = 0$

$\rho = 1$ $\sigma = 0$

$$\ldots = \eta_{00}\Lambda^0{}_1\Lambda^0{}_0 + \eta_{11}\Lambda^1{}_1\Lambda^1{}_0 = 0$$

то же самое

$\rho = 1$ $\sigma = 1$

$$\ldots = \eta_{00}\Lambda^0{}_1\Lambda^0{}_0 + \eta_{11}\Lambda^1{}_1\Lambda^1{}_0 = -1$$

$$\Rightarrow (\Lambda^0{}_1)^2 - (\Lambda^1{}_1)^2 = -1$$

реш:

$$\Rightarrow \begin{cases} (\Lambda^0{}_0)^2-(\Lambda^1{}_0)^2=1 \\ \Lambda^0{}_0\Lambda^0{}_1-\Lambda^1{}_0\Lambda^1{}_1=0 \\ (\Lambda^0{}_1)^2-(\Lambda^1{}_1)^2=-1 \end{cases}$$

$\longrightarrow \Lambda^0{}_0 = +\operatorname{ch}\varphi \;;\; \Lambda^1{}_0 = \overset{+1}{-}\operatorname{sh}\varphi$

$\longrightarrow \Lambda^0{}_1 = +\operatorname{ch}\psi \;;\; \Lambda^0{}_1 = \overset{+1}{-}\operatorname{sh}\psi$

$\operatorname{ch}\varphi\operatorname{sh}\psi + \operatorname{sh}\varphi\operatorname{ch}\psi = 0$

$\operatorname{sh}(\varphi-\psi)=0 \Rightarrow \underline{\varphi=\psi}$

Реш:

$$\Lambda^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} \operatorname{ch}\varphi & -\operatorname{sh}\varphi & 0 & 0 \\ -\operatorname{sh}\varphi & \operatorname{ch}\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \operatorname{ch}\varphi & -\operatorname{sh}\varphi & 0 & 0 \\ -\operatorname{sh}\varphi & \operatorname{ch}\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ct \\ vt \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{ch}\varphi\, ct - \operatorname{sh}\varphi\, vt \\ -\operatorname{sh}\varphi\, ct + \operatorname{ch}\varphi\, vt \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \# \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \operatorname{th}\varphi = \frac{v}{c} = \beta$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$\rightarrow \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & & \\ -\beta\gamma & \gamma & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{pmatrix}$$ – скорость не меняется

Можно ли обратить время (ct)?

Оставим ± у chφ и shφ, что изменилось?

$$\begin{pmatrix} \pm\operatorname{ch}\varphi & \pm\operatorname{sh}\varphi & 0 & 0 \\ \pm\operatorname{sh}\varphi & \pm\operatorname{ch}\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$ $\det = -1$

или нельзя из-за слабого взаимодействия

наруш. причинно-сл. связь и переворот. вр. оси => или нельзя

$$\eta_{\mu\nu}\Lambda^\nu{}_\rho\Lambda^\nu{}_\sigma = \eta_{\rho\sigma}$$

псевдоорт. группы $O(3,1)$

$\det\Lambda = 1$

$\Lambda^0{}_0 \geqslant 1$ ортохронная группа Лоренца $SO_+(3,1)$, $SO_\uparrow(3,1)$

время будет правильно