

# Voorbereiding oefeningen les 10

Leen Van Houdt  
Sander Mergan  
Seppe Duwé  
Willem Melis  
Wouter Duyols  
Xavier Dejager

April 25, 2016

## 1 Oefening 0.5

Met een tegenvoorbeeld kunnen we aantonen dat de bewering niet waar is. We stellen dat  $x = 0$  en  $z = 0$ . Er geldt dat  $xy = 0$  en  $xz = 0$ . Hieruit volgt dat  $xy = xz$ . We weten echter dat  $y \neq z$ . De bewering geldt dus enkel als  $x = 1$ .

We kunnen de bewering dus aanvullen met “gegeven dat  $x = 1$ ”, en dit kan bewezen worden door  $x$  te vervangen door 1:  $xy = xz \Rightarrow 1.y = 1.z \Rightarrow y = z$  maar dit is uiteraard triviaal.

Ook kunnen we de bewering omdraaien: “in de Booleaanse algebra volgt uit  $y = z$  dat  $xy = xz$ ”, en dit kan bewezen worden door  $y$  te vervangen door  $z$  in de 2<sup>e</sup> vergelijking maar ook dit bewijs is triviaal.

## 2 Oefening 4.30

**Deel 1** Met de exhaustieve methode (alle gevallen nagaan in de waarheidstabel) vinden we volgende oplossing:

N	x	y	z	t	v
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

De mintermnormaalvorm wordt gevonden door te kijken naar de kolommen waar  $f = 1$  is:

$v = \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{t} + \bar{x}\bar{y}zt + \bar{x}y\bar{z}\bar{t} + \bar{x}yzt + x\bar{y}\bar{z}\bar{t} + x\bar{y}zt + xy\bar{z}\bar{t} + xyz\bar{t}$  De maxtermnormaalvorm wordt gevonden door te kijken naar de kolommen waar  $f = 0$  is:

$$v = (x + y + z + \bar{t})(x + y + \bar{z} + t)(x + \bar{y} + z + t)(x + \bar{y} + \bar{z} + \bar{t})(\bar{x} + y + z + t)(\bar{x} + y + \bar{z} + \bar{t})(\bar{x} + \bar{y} + z + \bar{t})(\bar{x} + \bar{y} + \bar{z} + t)$$

De maxtermnormaalvorm bijvoorbeeld kan gerealiseerd worden met volgend poorten-netwerk:

Insert picture of network here ...

**Deel 2** Gevraagd is de vergelijking  $v = 1$  op te lossen met de systematische methode.  $v = 1$  als  $\bar{v} = 0$ .

$\bar{v}$  kan makkelijk bekomen worden door de negatie van de maxtermnormaalvorm te nemen en deze vervolgens te vereenvoudigen met de wet van de Morgan:

$$\bar{v} = \neg((x + y + z + \bar{t})(x + y + \bar{z} + t)(x + \bar{y} + z + t)(x + \bar{y} + \bar{z} + \bar{t})(\bar{x} + y + z + t)(\bar{x} + y + \bar{z} + \bar{t})(\bar{x} + \bar{y} + z + \bar{t})(\bar{x} + \bar{y} + \bar{z} + t)) = 0$$

$\Leftrightarrow \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{t} + \bar{x}\bar{y}zt + \bar{x}y\bar{z}\bar{t} + \bar{x}yzt + x\bar{y}\bar{z}\bar{t} + x\bar{y}zt + xy\bar{z}\bar{t} + xyz\bar{t} = 0$  We beschouwen enkel  $x$  als veranderlijke en herschrijven de vergelijking:

$$x(\bar{y}\bar{z}\bar{t} + \bar{y}zt + y\bar{z}\bar{t} + yzt) + \bar{x}(\bar{y}\bar{z}\bar{t} + \bar{y}zt + y\bar{z}\bar{t} + yzt) = 0$$

Met behulp van de wet van De Morgan kunnen we aantonen dat:

$$\neg(\bar{y}\bar{z}\bar{t} + \bar{y}zt + y\bar{z}\bar{t} + yzt) = (\bar{y}\bar{z}\bar{t} + \bar{y}zt + y\bar{z}\bar{t} + yzt)$$

Stel voor de leesbaarheid  $q = (\bar{y}\bar{z}\bar{t} + \bar{y}zt + y\bar{z}t + yz\bar{t})$ , dan volgt dat  $\bar{q} = \bar{y}\bar{z}t + \bar{y}z\bar{t} + y\bar{z}\bar{t} + yzt$

De vergelijking wordt dan:

$$xq + \bar{x}\bar{q} = 0$$

De oplossing voor x is:

$$x = \bar{q} + \bar{q}\lambda = \bar{q}(1 + \lambda) = \bar{q} = \bar{y}\bar{z}t + \bar{y}z\bar{t} + y\bar{z}\bar{t} + yzt = \bar{y}(\bar{z}t + z\bar{t}) + y(\bar{z}\bar{t} + zt)$$

De voorwaarde voor oplosbaarheid is:

$$q.\bar{q} = 0$$

### 3 Oefening 4.41

1

2

3

