Ecuación de onda

$$\nabla^2 u = \frac{1}{v^2}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$v_{1D}=\sqrt{\frac{T}{\lambda}}\,,\quad v_{2D}=\sqrt{\frac{T}{\sigma}}\,,\quad v_{3D}=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

Ondas periódicas

- $\vec k \parallel \vec v$
- $\vec k\cdot\hat r = 1$
- $k=\frac{2\pi}{\lambda}$
- $\vec k\cdot\vec v = \frac{2\pi}{T}=\omega$
- $f\lambda = v$
- Onda esférica

$$\vec k\cdot\vec r = \frac{2\pi r}{\lambda}$$

Ley de Lorentz

$$\vec F = q(\vec E + \vec v\times\mu_0\vec H)$$

Leyes de Maxwell

- $\oint_{S(V)} \vec E\cdot d\vec S = \frac{q_V}{\varepsilon_0}$ / $\oint_{S(V)}\vec B\cdot d\vec S=0$

$$\nabla\cdot\vec E=\frac{\rho}{\varepsilon_0}\qquad \nabla\cdot\vec B=0$$

- $\oint_{\partial S}\vec E\cdot d\vec l = -\frac{d}{dt}\left(\int_S \vec B\cdot d\vec S\right)$

$$\nabla\times\vec E = -\frac{d}{dt}\vec B$$

- $\oint_{\partial S}\vec B\cdot d\vec l=\mu_0\int_S \vec J\,d\vec S + \frac{d}{dt}\mu_0\int_S\varepsilon_0\vec E\cdot d\vec S$

$$\nabla\times\vec B=\mu_0\vec J+\mu_0\varepsilon_0\frac{d}{dt}\vec E$$

OEM

$$c=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3\cdot10^8\ m/s$$

$$\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot10^{-12}\left[\frac{C}{N\cdot m^2}\right]$$

$$\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}\left[N/A^2\right]$$

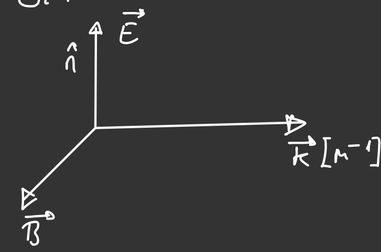
En vacío

$$\vec v = c\hat k$$

$$\vec E = E_0\hat n\, e^{i(\vec k\cdot\vec r\pm kvt)}$$

$$\vec B=\frac{1}{c}\vec k\times\vec E$$

triedro



ondas esféricas

$$\vec E = \frac{A_0}{r}\,\mathrm{sen}[kr\pm\omega t]\ \Big/\ \vec B = \frac{1}{c}\vec k\times\vec E$$

$$\vec k\parallel\vec r$$

Energía

$$\vec S = \frac{\vec E\times\vec B}{\mu_0}\ :\ \text{Poynting}\ \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

$$\langle u_{em}\rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_0E_0^2\,[J/m^3] = u_{em}$$

$$\langle S\rangle = I_{em} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_0^2\,[W/m^2] \parallel \hat k$$

- Energía en un volumen

$$U_{em}=\int_V u_{em}\,dV \Longrightarrow u_{em}V\ [J]$$

- Energía en un área

$$U = I\cdot A\cdot\Delta t\ [J]$$

Momentum

$$\vec p = \frac{1}{c^2}\vec S \Longrightarrow \langle\vec p\rangle = \frac{1}{2c}\varepsilon_0E_0^2\,\hat k = \frac{u_{em}}{c}$$

$$\vec P = \vec p\cdot V = \frac{U_{em}}{c}\hat k$$

Para cuerpos lentos los campos producen un momentum en los cuerpos:

$$\Delta p(t)\sim\cos(\vec k\cdot\vec r\pm\omega t)$$

Presión de radiación

$$P_{rad} = c(\vec{P}_f - \vec{P}_0)\cdot\hat{n} \; [N/A^2]$$

La energía absorbida por una placa de albedo "a" es:

$$U = (1-a) I \cdot A \cdot \Delta t$$

Medios lineales

$$\varepsilon = \varepsilon_0(1+\chi_e)$$

$$\mu = \mu_0(1+\chi_m)$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} = \frac{c}{n}$$

con $n = \sqrt{(1+\chi_m)(1+\chi_e)} > 1$

Se modifica λ y no la frecuencia!!

$$E_0 = \frac{c}{n} B_0 \quad / \quad \lambda f = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} \Longrightarrow \lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

Formula de Cauchy

Solo en cristales

$$n(f) = A + (Bf)^2$$

En un medio real ε es un tensor y los ejes de oscilación debido a una OEM tienen una dependencia de los otros ejes.

Filtros

$$\vec{E}_{out} = (\vec{E}_{in}\cdot\hat{f})\hat{f}$$

Ley de Malus

$$I_{out} = I_{in}\cos^2(\phi)$$

Asumiendo que la onda de I_{in} ya esta polarizada.

Ley de Malus promediada

Para ondas con direcciones aleatorias o no polarizadas.

$$I_{out} = I_{in}\frac{1}{2}$$

No importa el ángulo del filtro.

Cambio de medio

- **Ley de reflexión** $\theta_i = \theta_r$
- **Ley de Snell:**

$$n_i \operatorname{sen}(\theta_i) = n_t \operatorname{sen}(\theta_t)$$

$$n_i < n_t \Longrightarrow \theta_t < \theta_i \Longrightarrow \text{Rápido} \rightarrow \text{Lento}$$

$$n_i > n_t \Longrightarrow \theta_t > \theta_i \Longrightarrow \text{Lento} \rightarrow \text{Rapido}$$

Ondas $\hat{s}$ y $\hat{p}$

$$\hat{s} \perp \pi_{inc}, \quad \hat{p} \parallel \pi_{inc}$$

$$I_i = \frac{1}{2}\varepsilon_i v_i\left[(E^s_{0,i})^2 + (E^p_{0,i})^2\right]\cos(\theta_i)$$

$$I_i = I_i^s + I_i^p$$

$$I_r = \frac{1}{2}\varepsilon_i v_i\left[(E^s_{0,r})^2 + (E^p_{0,r})^2\right]\cos(\theta_r)$$

$$I_t = \frac{1}{2}\varepsilon_t v_t\left[(E^s_{0,t})^2 + (E^p_{0,t})^2\right]\cos(\theta_t)$$

Ecuaciones de Fresnel

$$\boxed{E^p_{0,r} = E^p_{0,i}\left(\frac{n_1\cos(\theta_t) - n_2\cos(\theta_i)}{n_1\cos(\theta_t) + n_2\cos(\theta_i)}\right)}$$

$$\boxed{E^s_{0,r} = E^s_{0,i}\left(\frac{n_1\cos(\theta_i) - n_2\cos(\theta_t)}{n_1\cos(\theta_i) + n_2\cos(\theta_t)}\right)}$$

$$\boxed{E^p_{0,t} = E^p_{0,i}\left(\frac{2n_1\cos(\theta_i)}{n_1\cos(\theta_t) + n_2\cos(\theta_i)}\right)}$$

$$\boxed{E^s_{0,t} = E^s_{0,i}\left(\frac{2n_1\cos(\theta_i)}{n_1\cos(\theta_i) + n_2\cos(\theta_t)}\right)}$$

Angulo de Brewster

$$\tan(\theta_B) = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow$$ La componente p se anula

$$R^s = \frac{I_r^s}{I_i^s}, \quad R^p = \frac{I_r^p}{I_i^p}$$

$$T^s = \frac{I_t^s}{I_i^s}, \quad T^p = \frac{I_t^p}{I_i^p}$$

$$R^s + T^s = 1 \;/\; R^p + T^p = 1$$

Interferencia

Se suponen dos fuentes y un observador lejano.

$\delta = r_2 - r_1$ dif. de camino

Caso IC	Caso ID
$r_2 - r_1 = n\lambda$	$r_2 - r_1 = (n + \frac{1}{2})\lambda$
$\Longrightarrow k\delta = 2n\pi$	$k\delta = (2n+1)\pi$
Llegan en fase	Llegan en desfase

$$\phi = k\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$$

Doble rendija

$$\tan(\theta) = \frac{y}{L} \approx \operatorname{sen}(\theta), \quad L \gg y$$

$$\delta = r_2 - r_1 = d \operatorname{sen}(\theta)$$

- IC

$$\delta = n\lambda = d\operatorname{sen}(\theta)$$

$$\Longrightarrow y_n = \frac{n\lambda L}{d}$$

Posición de IC.

- ID

$$\delta = (n + \tfrac{1}{2})\lambda = d\operatorname{sen}(\theta)$$

$$\Longrightarrow y_n = (n + \tfrac{1}{2})\frac{\lambda L}{d}$$

Posición de ID

$\Delta y = \frac{\lambda L}{d}$: ancho de dos máximos

Principio de Huygens

· Cada punto de un frente de ondas es el origen de una onda esférica.

Campo eléctrico resultante

• IC	• ID	• Caso intermedio
$2E_0$	0	$E_p = 2E_0 \cos(\frac{k\delta}{2})$

Patron de intensidad

$$I_p = 4I_0 \cos^2\left(\frac{k\delta}{2}\right)$$

$$I_p = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda L} y\right) \longrightarrow \text{Observador lejano}$$

Caso N rendijas

$$E_p = \underbrace{\vec{E_0}\left[\frac{\operatorname{sen}(N\phi/2)}{\operatorname{sen}(\phi/2)}\right]}_{\text{Amplitud}} \operatorname{sen}\left(\alpha_1 + \frac{N-1}{2}\phi\right)$$

$$\phi = k\delta = k(r_2 - r_1)$$

Patrón de intensidad

$$I_p = I_0 \left[\frac{\operatorname{sen}(N\frac{\phi}{2})}{\operatorname{sen}(\phi/2)}\right]^2$$

Los máximos se dan en $\frac{\phi}{2} = n\pi$

Los mínimos se dan en $N\frac{\phi}{2} = n\pi$

Difracción

Con "a" el ancho de la rendija

$$E_p = \left[\vec{E_0}\frac{\operatorname{sen}(\beta/2)}{\beta/2}\right] \operatorname{sen}(\alpha_1 + \beta/2)$$

$$\beta = ka\operatorname{sen}(\theta_p)$$

Patrón de intensidad

$$I_p = I_0 \left[\frac{\operatorname{sen}(\beta/2)}{\beta/2}\right]^2,$$ I_0 · intensidad previa a la ranura.

$$\beta = ka\operatorname{sen}(\theta_p) = \frac{2\pi a y_p}{\lambda L}$$

Máximos

$$\beta/2 = \frac{ka}{2} \cdot \frac{y_p}{L} = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$$

Mínimos

$$\beta/2 = \frac{ka}{2} \cdot \frac{y_p}{L} = n\pi$$

Distancia entre máximo y mínimo

$$\Delta y = y_i - y_{i-1} = \frac{\lambda L}{a}$$

La intensidad de los máximos decrece con $\frac{1}{y^2}$

Maximo central

$$\beta/2 = 0$$