→ Viernes control! uwu

En la clase pasada dedujimos la ecuación de onda para el campo electrico y el campo magnético

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times E = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Ondas planas

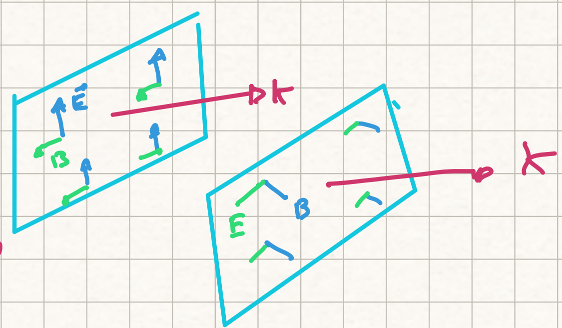
$$U(\vec{r}, t) = G(\vec{K} \cdot (\vec{r} \pm vt))$$

$\vec{K} = K_x \hat{\imath} + K_y \hat{\jmath} + K_z \hat{k}$; $\vec{K} \parallel \vec{v}$

$$E(\vec{r}, t) = \vec{f}(\vec{K} \cdot (\vec{r} \pm \vec{v} t))$$

$$B(\vec{r}, t) = \vec{g}(\vec{K} \cdot (\vec{r} \pm \vec{v} t))$$

→ $E_0 = E_{0x} \hat{\imath} + E_{0y} \hat{\jmath} + E_{0z} \hat{k}$



Ondas armónicas

→ valor máximo de la onda en un punto

$$E(\vec{r}, t) = E_0 \cos(\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

$$B(\vec{r}, t) = B_0 \cos(\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

Aplicando las leyes de Maxwell

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 = \partial_x E_x + \partial_y E_y + \partial_z E_z$$

$\frac{\partial}{\partial x} = \partial x = \partial_x (E_{0x} \cos(\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t)) + \ldots$

→ viene de $\partial x / \vec{K}\vec{r} = K_x \cdot x + K_y y + K_z z = K_x$

$$= -E_{0x} \sin(\vec{K}\vec{r} - \omega t) K_x - E_{0y} \sin(kr - \omega t) - E_{0z} \sin(kr - \omega t) = 0$$

↳ factorizamos los senos y cambiamos signos

→ es un producto punto

$$= E_{0x} K_x + E_{0y} K_y + E_{0z} K_z = \vec{K} \cdot E_0$$

$$\vec{K} \cdot \vec{E_0} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{K} \cdot E(\vec{r}, t)} = 0$$

↪ $\vec{K} \perp \vec{E}$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{K} \cdot \vec{B_0} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{K} \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0}$$

↪ $\vec{K} \perp \vec{B}$

$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

$\vec{K} \times \vec{E}_0 = \omega \vec{B}_0$

↳ hacer en casa, tarea! → tip $E = E_0 e^{i(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t)}$ → $\vec{E}(\vec{r}, t) = Re(\vec{E}_0)$

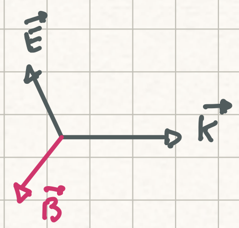
$= \vec{E}_0 (\cos(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t) + i \sin(\vec{K}\vec{r} - \omega t))$

se deduce:

$\boxed{\vec{K} \times \vec{E} = \omega B}$

↳ $\vec{B} \perp E$

↳ tenemos un triedro



como sabemos que $\vec{B} \perp \vec{E}$
$K \perp B$
$K \perp E$

podemos obtener los módulos

$K \times E$

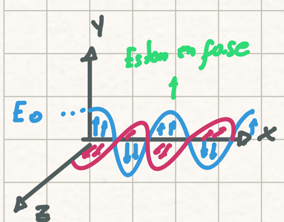
$K \cdot E = \omega B$

$E = \frac{\omega}{K} B = cB \Rightarrow \boxed{E = cB}$

↳ Si tenemos el campo E, podemos obtener la onda magnética

campo $\vec{B}$

Cómo se vería esta onda?



$E = \vec{E}_0 \cos(Kx - \omega t)\hat{j}$

$B = \frac{\vec{E}_0}{c} \cos(Kx - \omega t)\hat{k}$

Si tenemos esto podemos obtener esto → usando $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Recuerdo de 120

densidad de energía eléctrica

$U_E = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2$

densidad de energía magnética

$U_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$

densidad de energía electromagnética

$U_{EM} = U_E + U_M$

$$U_{em} = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2\right) = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0}\frac{E^2}{c^2}\right) = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0}\underbrace{\mu_0 \varepsilon_0}_{} E^2\right)$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \Rightarrow \frac{1}{c^2} = \mu_0 \varepsilon_0$$

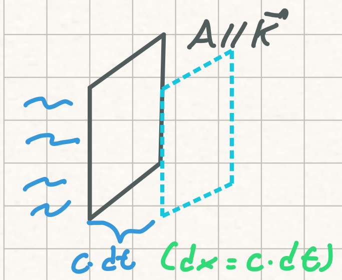
$$\boxed{U_{em} = \varepsilon_0 E^2} \text{ o } \boxed{U_{em} = \frac{B^2}{\mu_0}}$$

$$\boxed{U_{em} = \varepsilon_0 E^2 \cos^2(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t)}$$

recuerdo: $\frac{\text{Energia}}{\text{tiempo}} = \text{Potencia}$

$\frac{\text{Energia}}{\text{tiempo} \cdot \text{Area}} = \text{Intensidad}$

Para obtener cuanta energía pasa por unidad de tiempo, tomemos el área



→ Intensidad instantánea

$$S = \frac{E}{A\cdot dt} = \frac{U_{em}\cdot V}{A\cdot dt} = \frac{U_{em}\cdot A\cdot c\cdot dt}{A\cdot dt} = U_{em}\cdot c = \boxed{\varepsilon_0 E_0^2 \cdot c = S}$$

donde $I = \langle S \rangle$ ← un promedio

tenemos que

$$S = c\cdot\varepsilon_0\cdot E^2 = c\varepsilon_0 E\cdot E = c\varepsilon_0 E\cdot cB = c^2\varepsilon_0 EB = \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0}\varepsilon_0 EB = S$$

$$= \frac{cB^2}{\mu_0}$$

→ cuanta energía fluye por tiempo área y en que dirección

donde $\boxed{\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} E\times B}$ → vector de poynting

→ S indica la potencia por unidad de tiempo

$$P = \oint_V S\cdot dA$$

$$I = \langle S\rangle = \left\langle \frac{1}{\mu_0} E_0 \cos(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t) B_0 \cos(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t)\right\rangle$$

→ se calcula usando

$$= \frac{1}{\mu_0} E_0 B_0 \underbrace{\frac{1}{T}\int_0^T \cos^2(\vec{K}\cdot\vec{r} - \omega t)\, dt}_{1/2}$$

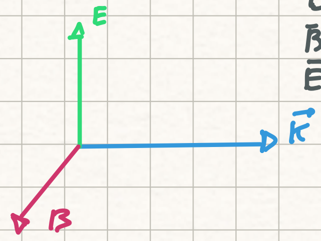
$u = kr - \omega t$

$du = -\omega dt$

$\cos^2(u) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2u))$

$\int_A^B \cos^2(u)\, du$

$$\boxed{I = \frac{1}{2\mu} E_0 B_0}$$



$\vec{E}\perp\vec{K}$
$\vec{B}\perp\vec{K}$
$\vec{E}\perp\vec{B}$

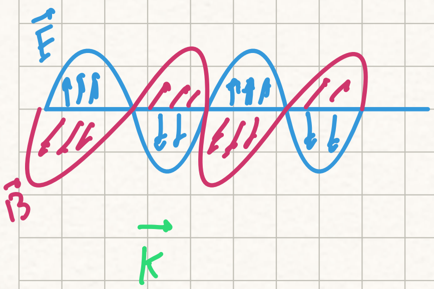
Polarización: la libertad que tienen E, B y K de rotar sin perder la ortogonalidad

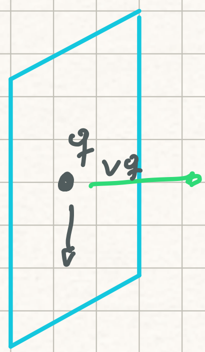
→ densidad volumétrica de momentum

$$\frac{dp}{dv} = \frac{\vec{S}}{c^2}$$

$$\vec{F} = q(E + \vec{v_q} \times \vec{B})$$

$$F = \frac{dp}{dt}$$





$$P = \frac{F}{A} = \frac{dp}{dt \cdot A}$$

↳ gerce una presión debido a la transferencia de momentum.