Ayudantía 1 FIS 140
S2 2021

Profesor Coordinador: Maximiliano Rivera Urrejola
Ayudantes: Patricio Valdés, Iván González, Bastián Mesías y Rodolfo Morales
Preparado por: Rodolfo Morales

Universidad Técnica Federico Santa María

8 y 9 de abril de 2021

Pregunta 1 (Pulsos, ondas transversales y ecuación de onda)

Dos pulsos gaussianos se propagan a través de una misma cuerda horizontal de longitud l, modificando su forma de acuerdo a $h(x,t) = h_1(x,t) + h_2(x,t)$, donde:

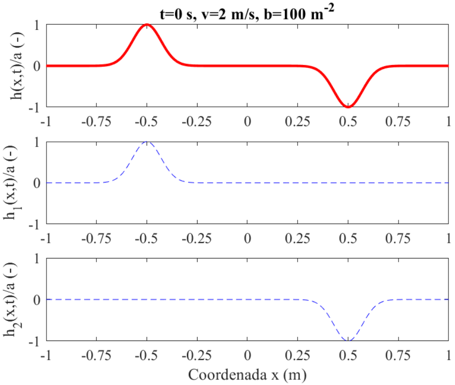
$$h_1(x,t) = ae^{-b(x-vt+l/2)^2} \quad \text{y} \quad h_2(x,t) = -ae^{-b(x+vt-l/2)^2}$$

a) Identifique la magnitud de velocidad y el sentido de la propagación de cada pulso. Indicación: pruebe bosquejando la deformación h de la cuerda para distintos instantes de tiempo e interprete los signos en el argumento de la función $h(x,t)$.

b) ¿Qué es lo que se propaga a velocidad $\vec{v}_p = \pm v\hat{x}$.?

c) Demuestre que ambos pulsos, por separado o en conjunto, son soluciones a la ecuación de onda unidimensional:$\partial_t^2 h - c^2 \partial_x^2 h = 0$.

Animación Pulsos



Pregunta 1 (a)

Identifique la magnitud de velocidad y el sentido de la propagación de cada pulso. Indicación: pruebe bosquejando la deformación h de la cuerda para distintos instantes de tiempo e interprete los signos en el argumento de la función $h(x,t)$.

Pregunta 1 (a)

Identifique la magnitud de velocidad y el sentido de la propagación de cada pulso. Indicación: pruebe bosquejando la deformación h de la cuerda para distintos instantes de tiempo e interprete los signos en el argumento de la función $h(x,t)$.

Identifica y Recuerda: La velocidad del pulso corresponde a $\vec{v}_p = (\Delta x/\Delta t)\hat{x}$.

Pregunta 1 (a)

Identifique la magnitud de velocidad y el sentido de la propagación de cada pulso. Indicación: pruebe bosquejando la deformación h de la cuerda para distintos instantes de tiempo e interprete los signos en el argumento de la función $h(x, t)$.

Identifica y Recuerda: La velocidad del pulso corresponde a $\vec{v}_p = (\Delta x / \Delta t)\hat{x}$.

Plantea: Dado que los pulsos se encuentran distribuidos, resulta conveniente evaluar $\Delta x / \Delta t$ para el punto de mayor elongación.

Pregunta 1 (a)

Identifique la magnitud de velocidad y el sentido de la propagación de cada pulso. Indicación: pruebe bosquejando la deformación h de la cuerda para distintos instantes de tiempo e interprete los signos en el argumento de la función $h(x,t)$.

Identifica y Recuerda: La velocidad del pulso corresponde a $\vec{v}_p = (\Delta x/\Delta t)\hat{x}$.

Plantea: Dado que los pulsos se encuentran distribuidos, resulta conveniente evaluar $\Delta x/\Delta t$ para el punto de mayor elongación.

Resuelve: Para h_1 el punto de mayor elongación es tal que $x - vt + l/2 = 0$ por lo que se cumple $\Delta x - v\Delta t + 0 = 0$ y consigo $\vec{v}_1 = v\hat{x}$. De manera similar, para h_2 se tiene $\vec{v}_1 = -v\hat{x}$.

Pregunta 1 (a)

Identifique la magnitud de velocidad y el sentido de la propagación de cada pulso. Indicación: pruebe bosquejando la deformación h de la cuerda para distintos instantes de tiempo e interprete los signos en el argumento de la función $h(x,t)$.

Identifica y Recuerda: La velocidad del pulso corresponde a $\vec{v}_p = (\Delta x/\Delta t)\hat{x}$.

Plantea: Dado que los pulsos se encuentran distribuidos, resulta conveniente evaluar $\Delta x/\Delta t$ para el punto de mayor elongación.

Resuelve: Para h_1 el punto de mayor elongación es tal que $x - vt + l/2 = 0$ por lo que se cumple $\Delta x - v\Delta t + 0 = 0$ y consigo $\vec{v}_1 = v\hat{x}$. De manera similar, para h_2 se tiene $\vec{v}_1 = -v\hat{x}$.

Interpreta: A partir del resultado anterior, se sigue que ambos pulsos se propagan con igual magnitud de velocidad v y sentido opuesto; h_1 se propaga hacia la derecha y h_2 hacia la izquierda.

Pregunta 1 (a)

Identifique la magnitud de velocidad y el sentido de la propagación de cada pulso. Indicación: pruebe bosquejando la deformación h de la cuerda para distintos instantes de tiempo e interprete los signos en el argumento de la función $h(x, t)$.

Identifica y Recuerda: La velocidad del pulso corresponde a $\vec{v}_p = (\Delta x/\Delta t)\hat{x}$.

Plantea: Dado que los pulsos se encuentran distribuidos, resulta conveniente evaluar $\Delta x/\Delta t$ para el punto de mayor elongación.

Resuelve: Para h_1 el punto de mayor elongación es tal que $x - vt + l/2 = 0$ por lo que se cumple $\Delta x - v\Delta t + 0 = 0$ y consigo $\vec{v}_1 = v\hat{x}$. De manera similar, para h_2 se tiene $\vec{v}_1 = -v\hat{x}$.

Interpreta: A partir del resultado anterior, se sigue que ambos pulsos se propagan con igual magnitud de velocidad v y sentido opuesto; h_1 se propaga hacia la derecha y h_2 hacia la izquierda.

Pregunta 1 (b)

¿Qué es lo que se propaga a velocidad $\vec{v}_p = \pm v\hat{x}$.?

Pregunta 1 (b)

¿Qué es lo que se propaga a velocidad $\vec{v}_p = \pm v\hat{x}$.?

La propagación del pulso a través de la cuerda origina que las partículas ubicadas en su frente pierdan la condición de equilibrio experimentando una elongación vertical, para luego retornar a su posición original.

Pregunta 1 (b)

¿Qué es lo que se propaga a velocidad $\vec{v}_p = \pm v\hat{x}$.?

La propagación del pulso a través de la cuerda origina que las partículas ubicadas en su frente pierdan la condición de equilibrio experimentando una elongación vertical, para luego retornar a su posición original.

En este proceso, el pulso otorga el momentum y la energía a las partículas que les permite salir de su posición de equilibrio.

Pregunta 1 (b)

¿Qué es lo que se propaga a velocidad $\vec{v}_p = \pm v\hat{x}$.?

La propagación del pulso a través de la cuerda origina que las partículas ubicadas en su frente pierdan la condición de equilibrio experimentando una elongación vertical, para luego retornar a su posición original.

En este proceso, el pulso otorga el momentum y la energía a las partículas que les permite salir de su posición de equilibrio.

El momentum otorgado por el pulso es local, en el sentido de que no origina un desplazamiento neto de la cuerda en una u otra dirección. Decimos entonces que lo que se propaga es energía y momentum lineal.

Pregunta 1 (c)

Demuestre que ambos pulsos, por separado o en conjunto, son soluciones a la ecuación de onda unidimensional: $\partial_t^2 h - c^2 \partial_x^2 h = 0$.

Pregunta 1 (c)

Demuestre que ambos pulsos, por separado o en conjunto, son soluciones a la ecuación de onda unidimensional: $\partial_t^2 h - c^2 \partial_x^2 h = 0$.

Identifica y Recuerda: La ecuación proporcionada corresponde a la ecuación general de una onda que se propaga en un espacio unidimensional, teniendo por solución cualquier función de la forma $f = g(x - ct) + h(x + ct)$.

Pregunta 1 (c)

Demuestre que ambos pulsos, por separado o en conjunto, son soluciones a la ecuación de onda unidimensional: $\partial_t^2 h - c^2 \partial_x^2 h = 0$.

Identifica y Recuerda: La ecuación proporcionada corresponde a la ecuación general de una onda que se propaga en un espacio unidimensional, teniendo por solución cualquier función de la forma $f = g(x - ct) + h(x + ct)$.

Plantea: Basta con calcular las derivadas y sustituir.

Pregunta 1 (c)

Demuestre que ambos pulsos, por separado o en conjunto, son soluciones a la ecuación de onda unidimensional: $\partial_t^2 h - c^2 \partial_x^2 h = 0$.

Identifica y Recuerda: La ecuación proporcionada corresponde a la ecuación general de una onda que se propaga en un espacio unidimensional, teniendo por solución cualquier función de la forma $f = g(x - ct) + h(x + ct)$.

Plantea: Basta con calcular las derivadas y sustituir.

Resuelve: Derivando respecto a la coordenada:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -2b(x - vt + l/2)ae^{-b(x-vt+l/2)^2} + 2b(x + vt - l/2)ae^{-b(x+vt-l/2)^2}$$

Pregunta 1 (c)

Demuestre que ambos pulsos, por separado o en conjunto, son soluciones a la ecuación de onda unidimensional: $\partial_t^2 h - c^2 \partial_x^2 h = 0$.

Identifica y Recuerda: La ecuación proporcionada corresponde a la ecuación general de una onda que se propaga en un espacio unidimensional, teniendo por solución cualquier función de la forma $f = g(x - ct) + h(x + ct)$.

Plantea: Basta con calcular las derivadas y sustituir.

Resuelve: Derivando respecto a la coordenada:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = -2b(x - vt + l/2)ae^{-b(x-vt+l/2)^2} + 2b(x + vt - l/2)ae^{-b(x+vt-l/2)^2}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = -2b(1 - 2b(x - vt + l/2)^2)ae^{-b(x-vt+l/2)^2} + 2b(1 - 2b(x + vt - l/2)^2)ae^{-b(x+vt-l/2)^2}$$

Pregunta 1 (c)

Resuelve: Derivando respecto al tiempo:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = 2vb(x - vt + l/2)ae^{-b(x-vt+l/2)^2} + 2vb(x + vt - l/2)ae^{-b(x+vt-l/2)^2}$$

Pregunta 1 (c)

Resuelve: Derivando respecto al tiempo:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = 2vb(x - vt + l/2)ae^{-b(x-vt+l/2)^2} + 2vb(x + vt - l/2)ae^{-b(x+vt-l/2)^2}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = -2v^2b(1 - 2b(x - vt + l/2)^2)ae^{-b(x-vt+l/2)^2} + 2v^2b(1 - 2b(x + vt - l/2)^2)ae^{-b(x+vt-l/2)^2}$$

Pregunta 1 (c)

Resuelve: Derivando respecto al tiempo:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = 2vb(x - vt + l/2)ae^{-b(x-vt+l/2)^2} + 2vb(x + vt - l/2)ae^{-b(x+vt-l/2)^2}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = -2v^2 b(1 - 2b(x - vt + l/2)^2)ae^{-b(x-vt+l/2)^2} + 2v^2 b(1 - 2b(x + vt - l/2)^2)ae^{-b(x+vt-l/2)^2}$$

Luego se demuestra lo pedido.

Pregunta 1 (c)

Resuelve: Derivando respecto al tiempo:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = 2vb(x - vt + l/2)ae^{-b(x-vt+l/2)^2} + 2vb(x + vt - l/2)ae^{-b(x+vt-l/2)^2}$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = -2v^2b(1 - 2b(x - vt + l/2)^2)ae^{-b(x-vt+l/2)^2} + 2v^2b(1 - 2b(x + vt - l/2)^2)ae^{-b(x+vt-l/2)^2}$$

Luego se demuestra lo pedido.
Interpreta: Como la ecuación es lineal, h_1 y h_2 satisfacen la ecuación de onda por separado, y consigo, tambien lo hace la suma de ambas.

Pregunta 2 (Ondas armónicas, ondas longitudinales y ecuación de onda)

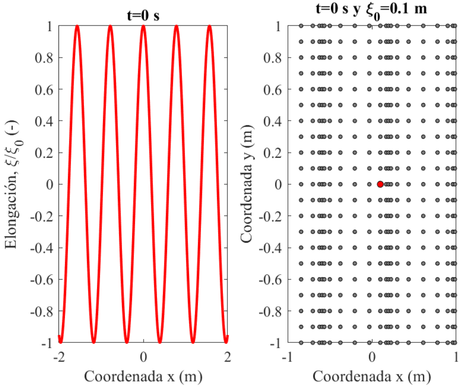
Una onda armónica se propaga a través del aire modificando la posición de sus partículas de acuerdo con $\xi = 0{,}0001\cos(8{,}01x - 2764{,}52t)$ m. Considere que el aire se encuentra a una temperatura de $20°$ a una presión de 1 atm ($\rho = 1{,}20$ kg/cm^3 $v = 343{,}21$ m/s) y que se comporta como un gas ideal.

a) Indique la amplitud, longitud y frecuencia de esta onda.

b) ¿Qué tipo de movimiento exhiben las partículas de aire?.

d) ¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda?.

Animación onda armónica



Pregunta 2 (a)

Indique la amplitud, longitud y frecuencia de esta onda.

Pregunta 2 (a)

Indique la amplitud, longitud y frecuencia de esta onda.

Identifica y Recuerda: La forma general de una onda armónica es $\varphi(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \theta_0)$ con A, k y ω la amplitud, vector de onda y frecuencia angular. Además, $k = 2\pi/\lambda$ y $\omega = 2\pi f$ con λ y f la longitud de onda y su frecuencia respectivamente.

Pregunta 2 (a)

Indique la amplitud, longitud y frecuencia de esta onda.

Identifica y Recuerda: La forma general de una onda armónica es $\varphi(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \theta_0)$ con A, k y ω la amplitud, vector de onda y frecuencia angular. Además, $k = 2\pi/\lambda$ y $\omega = 2\pi f$ con λ y f la longitud de onda y su frecuencia respectivamente.

Plantea: Basta con utilizar las relaciones anteriores para obtener lo buscado.

Pregunta 2 (a)

Indique la amplitud, longitud y frecuencia de esta onda.

Identifica y Recuerda: La forma general de una onda armónica es $\varphi(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \theta_0)$ con A, k y ω la amplitud, vector de onda y frecuencia angular. Además, $k = 2\pi/\lambda$ y $\omega = 2\pi f$ con λ y f la longitud de onda y su frecuencia respectivamente.

Plantea: Basta con utilizar las relaciones anteriores para obtener lo buscado.

Resuelve: Esto es ($\xi = 0{,}0001\cos(8{,}01x - 2764{,}52t)$):

$$A = 0{,}0001[m] \quad , \quad \lambda = 2\pi/8,01 = 0,78[m] \quad y \quad f = 2764,52/2\pi = 440[hz]$$

Pregunta 2 (a)

Indique la amplitud, longitud y frecuencia de esta onda.

Identifica y Recuerda: La forma general de una onda armónica es $\varphi(x,t) = A\cos(kx - \omega t + \theta_0)$ con A, k y ω la amplitud, vector de onda y frecuencia angular. Además, $k = 2\pi/\lambda$ y $\omega = 2\pi f$ con λ y f la longitud de onda y su frecuencia respectivamente.

Plantea: Basta con utilizar las relaciones anteriores para obtener lo buscado.

Resuelve: Esto es ($\xi = 0{,}0001\cos(8{,}01x - 2764{,}52t)$):

$$A = 0{,}0001[m] \quad , \quad \lambda = 2\pi/8,01 = 0,78[m] \quad y \quad f = 2764,52/2\pi = 440[hz]$$

Interpreta: Notese que el resultado anterior conduce a una velocidad (del sonido) de $v = \lambda f = 343{,}2$ m/s, valor consistente con lo esperado.

Pregunta 2 (b)

¿Qué tipo de movimiento exhiben las partículas de aire?.

Pregunta 2 (b)

¿Qué tipo de movimiento exhiben las partículas de aire?.

La onda de elongación se propaga en el mismo eje en que se desplazan las partículas de aire.

Pregunta 2 (b)

¿Qué tipo de movimiento exhiben las partículas de aire?.

La onda de elongación se propaga en el mismo eje en que se desplazan las partículas de aire.

Durante su propagación, las partículas se desplazan de su posición de equilibrio una distancia igual a ξ, y dado que esta última es una función cosenoidal, se sigue que las partículas siguen un movimiento armónico simple.

Pregunta 2 (b)

¿Qué tipo de movimiento exhiben las partículas de aire?.

La onda de elongación se propaga en el mismo eje en que se desplazan las partículas de aire.

Durante su propagación, las partículas se desplazan de su posición de equilibrio una distancia igual a ξ, y dado que esta última es una función cosenoidal, se sigue que las partículas siguen un movimiento armónico simple.

Observar que en el ejercicio anterior se tenía una onda transversal, en tanto que la de ahora es longitudinal.

Pregunta 2 (c)

¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda?.

Pregunta 2 (c)

¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda?.

Identifica y Recuerda: Recordamos la solución a la ecuación general de onda, para una onda unidimensional: $f = g(x - vt) + h(x + vt)$.

Pregunta 2 (c)

¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda?.

Identifica y Recuerda: Recordamos la solución a la ecuación general de onda, para una onda unidimensional: $f = g(x - vt) + h(x + vt)$.

Plantea: Basta con identificar el argumento de la onda armónica.

Pregunta 2 (c)

¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda?.

Identifica y Recuerda: Recordamos la solución a la ecuación general de onda, para una onda unidimensional: $f = g(x - vt) + h(x + vt)$.

Plantea: Basta con identificar el argumento de la onda armónica.

Resuelve: Así:

$$\xi = \xi_0 \cos(8{,}01[x - 345{,}13t]) = f(x - vt)$$

$$\rightarrow v = 345{,}13[m/s]$$

Pregunta 2 (c)

¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda?.

Identifica y Recuerda: Recordamos la solución a la ecuación general de onda, para una onda unidimensional: $f = g(x - vt) + h(x + vt)$.

Plantea: Basta con identificar el argumento de la onda armónica.

Resuelve: Así:

$$\xi = \xi_0 \cos(8,01[x - 345{,}13t]) = f(x - vt)$$

$$\rightarrow v = 345{,}13[m/s]$$

Interpreta: Observar las unidades son consistentes, además, la onda se propaga hacia la derecha.

Pregunta 3 (Ondas armónicas, ecuaciones de Maxwell y ondas electromagnéticas)

En un punto $\vec{r}_0$ del espacio se mide un campo magnético que varía en el tiempo de acuerdo a $\vec{B} = \vec{B}_0 \sin(\omega t)$.

a) Calcule las líneas de campo magnético que emanan del punto $\vec{r}_0$.

b) Utilizando las leyes de Maxwell, esboce el campo eléctrico $\vec{E}$ en torno a $\vec{r}_0$.

c) Con la información suministrada, ¿es posible calcular $\nabla \times \vec{E}$ en un punto distinto a $\vec{r}_0$?.

Pregunta 3 (a)

Calcule las líneas de campo magnético que emanan del punto $\vec{r}_0$.

Pregunta 3 (a)

Calcule las líneas de campo magnético que emanan del punto $\vec{r}_0$.

Lo solicitado equivale a calcular el flujo de campo magnético a través de un elemento pequeño de volumen centrado en $\vec{r}_0$. Lo anterior es suministrado por la Ley de Gauss del campo magnético, la cual enuncia que $\Phi_m = 0$ para cualquier superficie, dado que no existen monopolos magnéticos aislados.

Pregunta 3 (b)

Utilizando las leyes de Maxwell, esboce el campo eléctrico $\vec{E}$ en torno a $\vec{r}_0$.

Pregunta 3 (b)

Utilizando las leyes de Maxwell, esboce el campo eléctrico $\vec{E}$ en torno a $\vec{r}_0$.

Identifica y Recuerda: Para esbozar el campo requerimos de las leyes $\oint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$ y $\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -(d/dt) \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$.

Pregunta 3 (b)

Utilizando las leyes de Maxwell, esboce el campo eléctrico $\vec{E}$ en torno a $\vec{r}_0$.

Identifica y Recuerda: Para esbozar el campo requerimos de las leyes $\oint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$ y $\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -(d/dt) \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$.

Plantea: Integrando dichas ecuaciones utilizando superficies infinitesimales convenientes ... podemos interpretar sus resultados en términos de líneas de campo.

Pregunta 3 (b)

Utilizando las leyes de Maxwell, esboce el campo eléctrico $\vec{E}$ en torno a $\vec{r}_0$.

Identifica y Recuerda: Para esbozar el campo requerimos de las leyes $\oint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$ y $\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -(d/dt) \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$.

Plantea: Integrando dichas ecuaciones utilizando superficies infinitesimales convenientes ... podemos interpretar sus resultados en términos de líneas de campo.

Resuelve: La ley de Gauss nos dice no hay flujo neto proveniente del punto (asumiendo $Q_{enc} = 0$), por lo que las líneas no emergen o ingresan en el. La ley de Faraday nos dice que el campo eléctrico rota."al rededor del eje del campo magnético.

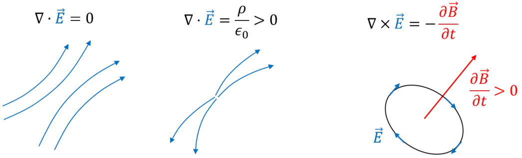


Figura: Leyes de Maxwell para el campo eléctrico en forma diferencial.

Pregunta 3 (b)

Utilizando las leyes de Maxwell, esboce el campo eléctrico $\vec{E}$ en torno a $\vec{r}_0$.

Identifica y Recuerda: Para esbozar el campo requerimos de las leyes $\oint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{S} = 0$ y $\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -(d/dt) \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$.

Plantea: Integrando dichas ecuaciones utilizando superficies infinitesimales convenientes ... podemos interpretar sus resultados en términos de líneas de campo.

Resuelve: La ley de Gauss nos dice no hay flujo neto proveniente del punto (asumiendo $Q_{enc} = 0$), por lo que las líneas no emergen o ingresan en el. La ley de Faraday nos dice que el campo eléctrico rota.ªl rededor del eje del campo magnético.

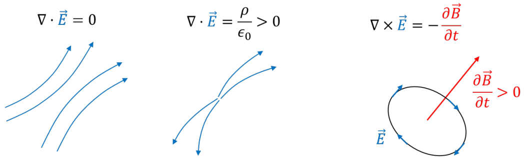


Figura: Leyes de Maxwell para el campo eléctrico en forma diferencial.

Interpreta: El resultado se puede verificar utilizando la regla de la mano derecha, teniendo en consideración el signo negativo de la Ley de Lenz.

Pregunta 3 (c)

Con la información suministrada, ¿es posible calcular $\nabla \times \vec{E}$ en un punto distinto a $\vec{r}_0$?.

Pregunta 3 (c)

Con la información suministrada, ¿es posible calcular $\nabla \times \vec{E}$ en un punto distinto a $\vec{r}_0$?.

Lo anterior no es posible, dado que solo conocemos el valor de $\vec{B}$ en $\vec{r}_0$, y este no determina sus valores en otros puntos.

Pregunta 4 (Ecuaciones de Maxwell)

Considere un solenoide de radio R muy largo, con n vueltas por unidad de longitud por el cual circula una corriente I originada por una fem continua. Concéntrico al solenoide se encuentran dos cascarones cilíndricos de longitud l, el primero de ellos de radio a y carga Q se encuentra al interior del solenoide, y el segundo de radio b y carga $-Q$ en su exterior.

a) Determine los campos eléctrico y magnético para una intensidad de corriente constante.

b) Determine el campo eléctrico inducido al desconectar la fem. Deje su resultado expresado en términos de $I(t)$ o su derivada.

c) El campo eléctrico inducido origina un torque sobre los cilindros. Determine el momento angular final adquirido por los cilindros.

d) Si inicialmente los cilindros se encuentran en reposo, ¿de dónde proviene el momentum angular?.

Pregunta 4 (Ecuaciones de Maxwell)

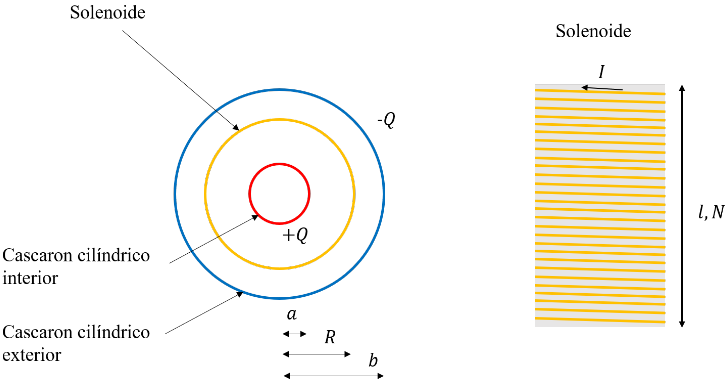


Figura: Esquema Pregunta 4.

Pregunta 4 (a)

Determine los campos eléctrico y magnético para una intensidad de corriente constante.

Pregunta 4 (a)

Determine los campos eléctrico y magnético para una intensidad de corriente constante.

Identifica y Recuerda: Podemos utilizar $\oint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{enc}/\epsilon_0$ y $\oint_{\partial S} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$, con superficies convenientes (cerrada para Ley de Gauss y abierta para Ley de Ampere).

Pregunta 4 (a)

Determine los campos eléctrico y magnético para una intensidad de corriente constante.

Identifica y Recuerda: Podemos utilizar $\oint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q_{enc}/\epsilon_0$ y $\oint_{\partial S} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$, con superficies convenientes (cerrada para Ley de Gauss y abierta para Ley de Ampere).

Plantea: Para $\vec{E}$ se puede utilizar una superficie cilíndrica concéntrica y para $\vec{B}$ se puede utilizar un circuito rectangular que pase por el interior del solenoide.

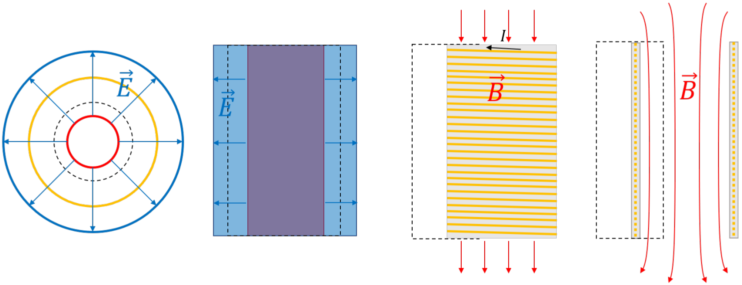


Figura: Superficies de cálculo.

Pregunta 4 (a)

Resuelve: Luego:

$$E(2\pi r l) + 0 + 0 = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \to \vec{E} = \begin{cases} \dfrac{Q}{2\pi\epsilon_0 l r}\hat{r} & \text{si } a \leq r \leq b \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Pregunta 4 (a)

Resuelve: Luego:

$$E(2\pi rl) + 0 + 0 = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \rightarrow \vec{E} = \begin{cases} \dfrac{Q}{2\pi\epsilon_0 lr}\hat{r} & \text{si } a \leq r \leq b \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

$$B(l) = \mu_0 NI \rightarrow \vec{B} = \begin{cases} -\mu_0 nI\hat{k} & \text{si } 0 \leq R \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Pregunta 4 (a)

Resuelve: Luego:

$$E(2\pi r l) + 0 + 0 = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \to \vec{E} = \begin{cases} \dfrac{Q}{2\pi\epsilon_0 l r}\hat{r} & \text{si } a \leq r \leq b \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

$$B(l) = \mu_0 N I \to \vec{B} = \begin{cases} -\mu_0 n I \hat{k} & \text{si } 0 \leq R \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

Interpreta: Se debe notar que el resultado distingue en regiones del espacio, y que los resultados son consistentes en unidad y signo.

Pregunta 4 (b)

Determine el campo eléctrico inducido al desconectar la fem. Deje su resultado expresado en términos de $I(t)$ o su derivada.

Pregunta 4 (b)

Determine el campo eléctrico inducido al desconectar la fem. Deje su resultado expresado en términos de $I(t)$ o su derivada.

Identifica y Recuerda: El campo eléctrico inducido se obtiene a partir de:

$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Pregunta 4 (b)

Determine el campo eléctrico inducido al desconectar la fem. Deje su resultado expresado en términos de $I(t)$ o su derivada.

Identifica y Recuerda: El campo eléctrico inducido se obtiene a partir de:

$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Plantea: Para obtener el campo eléctrico inducido se puede utilizar un anillo concéntrico a los cilindros.

Pregunta 4 (b)

Determine el campo eléctrico inducido al desconectar la fem. Deje su resultado expresado en términos de $I(t)$ o su derivada.

Identifica y Recuerda: El campo eléctrico inducido se obtiene a partir de:

$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Plantea: Para obtener el campo eléctrico inducido se puede utilizar un anillo concéntrico a los cilindros.

Resuelve: Siguiendo el procedimiento anterior:

$$\oint_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \rightarrow \begin{cases} E(2\pi r) = \mu_0 n(\pi r^2)\dfrac{dI}{dt} & \text{si} r \leq R \\ E(2\pi r) = \mu_0 n(\pi R^2)\dfrac{dI}{dt} & \text{si} R < r \end{cases}$$

Interpreta: Símil anterior. Notar que el campo posee dirección en $\hat{\theta}$ y el sentido dependerá del signo de $-dI/dt$.

Pregunta 4 (c)

El campo eléctrico inducido origina un torque sobre los cilindros. Determine el momento angular final adquirido por los cilindros.

Pregunta 4 (c)

El campo eléctrico inducido origina un torque sobre los cilindros. Determine el momento angular final adquirido por los cilindros.

Identifica y Recuerda: El campo eléctrico inducido es tangente a la superficie de los cilindros, por lo que origina un torque $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_e$ $(...M = rQE(r))$ sobre los cilindros, y consigo un cambio en el momentum angular dado por $d\vec{L}/dt = \vec{M}$.

Pregunta 4 (c)

El campo eléctrico inducido origina un torque sobre los cilindros. Determine el momento angular final adquirido por los cilindros.

Identifica y Recuerda: El campo eléctrico inducido es tangente a la superficie de los cilindros, por lo que origina un torque $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_e$ $(\ldots M = rQE(r))$ sobre los cilindros, y consigo un cambio en el momentum angular dado por $d\vec{L}/dt = \vec{M}$.

Plantea: Para obtener el momentum angular final, debemos calcular el torque originado sobre cada cilindro y luego integrar la ecuación de balance de momentum angular.

Pregunta 4 (c)

El campo eléctrico inducido origina un torque sobre los cilindros. Determine el momento angular final adquirido por los cilindros.

Identifica y Recuerda: El campo eléctrico inducido es tangente a la superficie de los cilindros, por lo que origina un torque $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_e$ $(...M = rQE(r))$ sobre los cilindros, y consigo un cambio en el momentum angular dado por $d\vec{L}/dt = \vec{M}$.

Plantea: Para obtener el momentum angular final, debemos calcular el torque originado sobre cada cilindro y luego integrar la ecuación de balance de momentum angular.

Resuelve: Comenzando por calcular el torque sobre cada cilindro, se tiene:

$$\vec{M}_b = -bQE(b)\hat{k} = -bQ\left(\frac{\mu_0 n R^2}{2b}\frac{dI}{dt}\right)\hat{k}$$

$$\vec{M}_a = aQE(a)\hat{k} = aQ\left(\frac{\mu_0 n a}{2}\frac{dI}{dt}\right)\hat{k}$$

Pregunta 4 (c)

Resuelve:...Luego:

$$\vec{L}_b = -\frac{\mu_0 n Q R^2}{2}\hat{k}\int_0^\infty \frac{dI}{dt}dt = \frac{\mu_0 n Q R^2 I}{2}\hat{k}$$

$$\vec{L}_a = \frac{\mu_0 n Q a^2}{2}\hat{k}\int_0^\infty \frac{dI}{dt}dt = -\frac{\mu_0 n Q a^2 I}{2}\hat{k}$$

Pregunta 4 (c)

Resuelve:...Luego:

$$\vec{L}_b = -\frac{\mu_0 n Q R^2}{2}\hat{k}\int_0^\infty \frac{dI}{dt}dt = \frac{\mu_0 n Q R^2 I}{2}\hat{k}$$

$$\vec{L}_a = \frac{\mu_0 n Q a^2}{2}\hat{k}\int_0^\infty \frac{dI}{dt}dt = -\frac{\mu_0 n Q a^2 I}{2}\hat{k}$$

Interpreta: Los resultados son consistentes en unidad y signo. Se puede verificar el sentido del momento angular a partir de la regla de la mano derecha. Notar que ambos cilindros giran en sentido opuesto, debido a que poseen cargas de signo opuesto.

Pregunta 4 (d)

Si inicialmente los cilindros se encuentran en reposo, ¿de dónde proviene el momentum angular?