

## Ecuaciones de Maxwell (1831-1879)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \rightarrow \text{una fuente del campo eléctrico es la carga}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \rightarrow \text{una fuente del campo magnético es la corriente}$$

En el vacío ( $\rho = 0$  y  $\vec{J} = 0$ )

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4)$$

Aplicar  $\vec{\nabla} \times$  a (3) → rotor

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = -\vec{\nabla} \times \left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

utilizando 4

$$= -\frac{\partial}{\partial t} \left( \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

usando la siguiente identidad

$$\underbrace{\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E})}_{\downarrow} = \underbrace{\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E})}_{\downarrow} - \underbrace{\nabla^2 \vec{E}}_{\rightarrow \nabla^2 (E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k}) = (\partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2) E_x \hat{i} + \dots}$$

$\begin{matrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ (\vec{\nabla} \cdot \vec{E})\hat{i} & (\vec{\nabla} \cdot \vec{E})\hat{j} & (\vec{\nabla} \cdot \vec{E})\hat{k} \end{matrix}$

$$\vec{\nabla} \cdot (\partial_x E_x + \partial_y E_y + \partial_z E_z)$$
$$= \partial_x(\alpha)\hat{i} + \partial_y(\alpha)\hat{j} + \partial_z(\alpha)\hat{k}$$

resolviendo  $\rightarrow$  estamos en el vacío

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

ecuación de la onda

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Van juntas, si hay uno hay el otro (onda electro-magnética)  
6 ecuaciones

de lo anterior podemos obtener la velocidad

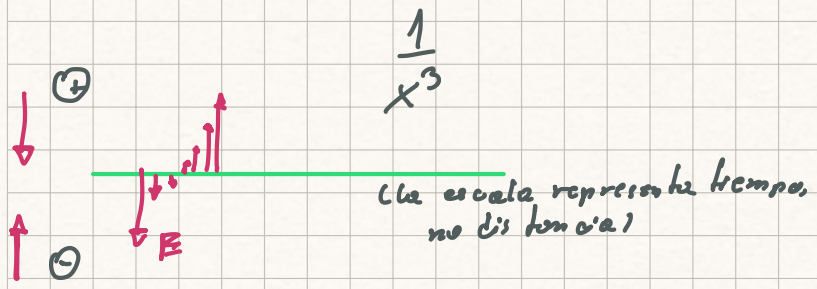
$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad c = 299.799.458 [m/s]$$

la luz es una onda

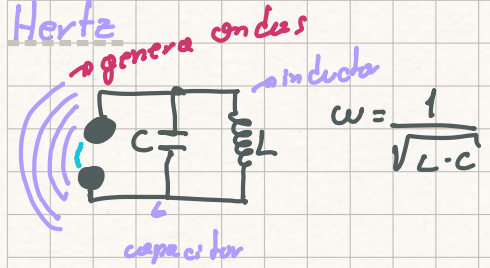
# Ondas

si tengo un dipolo y lo hago oscilar, el campo eléctrico también oscila.

no es instantánea  $\rightarrow t = \frac{x}{c}$  distancia dipolo y punto



# Hertz

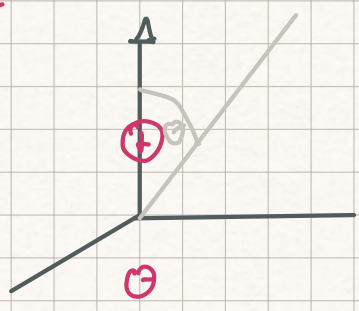
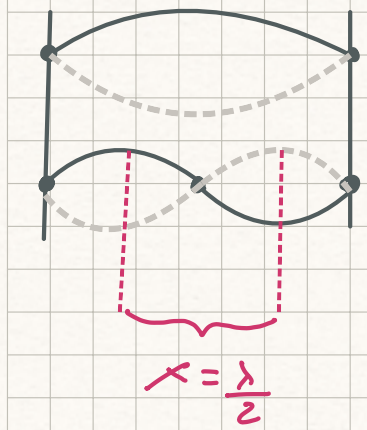


$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

Tiene  $\lambda$ , tiene  $f$ , entonces calculo  $v$

$$c = f \cdot \lambda \approx 10^8 [1/s] \cdot 3 [m]$$

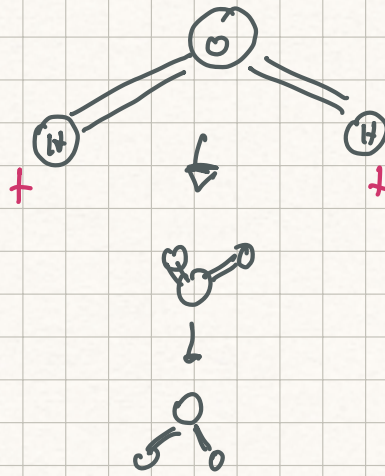
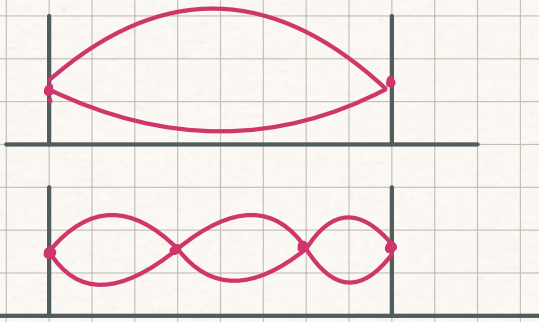
y demostré que las ondas electromagnéticas viajan a la velocidad de la luz



$$E \approx \sin(\theta)$$



## Otra aplicación: Microondas



Experimento: poner un queso y ver los antinodos

La nota: Son tridimensionales

¿Por qué no meter cucharas?

La se calienta mucho.

propagan campo eléctrico

## Tipos de ondas que se pueden generar

\* Onda plana → en cada punto de un plano las derivaciones son iguales

Ej: un laser

\* Ondas esféricas → Ej: El sol

↓

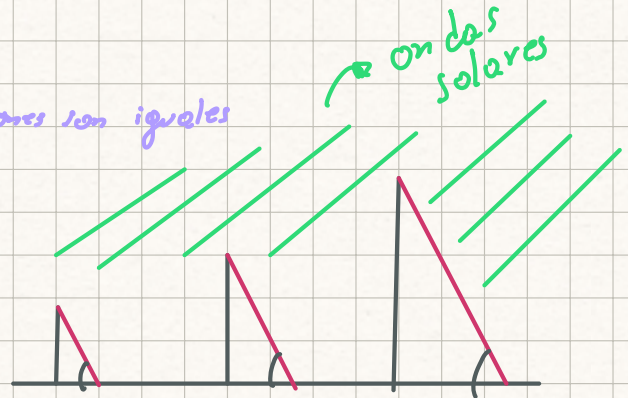
en la tierra

las vemos planas, esto tan lejos

que el ángulo es el mismo



$$E \approx \frac{1}{r}$$



\* próxima clase: próximo lunes: ondas planas.