Universidad Técnica Federico Santa María
Departamento de Física
Física General IV

Ayudantia 1: Ondas Electromagnéticas

1er Semestre 2018

Ayudantes: Javier Ramirez, Alejandra Sepulveda, Tomas Villalobos, Pablo Muñoz, , Humberto Collado, Andrés Herrera.

Jueves 15 - Viernes 16 de Marzo.

Conceptual

Problema 1:
Si se miden los campos eléctrico y magnético en un punto del espacio donde hay una onda electromagnética, ¿es posible determinar la dirección de donde proviene la onda? Explique su respuesta.

Problema 2:
¿La polarización es una propiedad de todas las ondas electromagnéticas, o es exclusiva de la luz visible? ¿Las ondas sonoras se polarizan? ¿Cuál diferencia fundamental de las propiedades de las ondas está implicada? Explique su respuesta.

Problema 3:
Suponga que una carga puntual positiva q inicialmente se encuentra en reposo sobre el eje x, en la trayectoria de la onda electromagnética plana descrita en la sección 32.2 (Figura 1). ¿La carga se moverá después de que el frente de onda la alcance? Si no es así, ¿por qué? Si la carga se mueve, describa su movimiento en términos cualitativos. (Recuerde que $\vec{E}$ y $\vec{B}$ tienen el mismo valor en todos los puntos detrás del frente de onda).

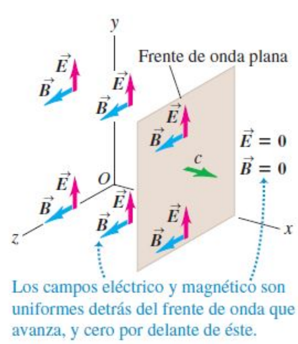

Figura 1: Referencia a sección 32.2.

Ejercicios

Si bien la velocidad de una onda electromagnética es $c = 3{,}0 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right]$ en el vació, al transportarse por cualquier otro medio, dicha velocidad disminuye según el indice de refracción n del medio, el cual en el caso del aire es $n = 1{,}00029 \approx 1$. Dado esto, se considerara para este documento que la velocidad de una onda electromagnética, tanto en la tierra como en el vació son iguales a c.

La permitividad ϵ_0 (llamada también constante dieléctrica) es una constante física que describe cómo un campo eléctrico afecta y es afectado por un medio. La permitividad del vacío es $8,85419 \times 10^{12} \left[\frac{C^2}{Nm^2}\right]$.

Ejercicio 1:
Para una onda electromagnética que se propaga en el aire, determine su frecuencia si tiene una longitud de onda de:

a) 5.0 km

b) 5.0 m

c) 5.0 mm

d) 5.0 nm

Desarrollo

Se sabe que para una onda, la velocidad se encuentra dada por la ecuación 1.

$$v = f \cdot \lambda \tag{1}$$

Luego dado que es una onda electromagnética, la cual por definición presenta una velocidad constante e igual a $c = 3{,}0 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right]$. Luego reemplazando para cada caso:

a) $f = \dfrac{3{,}0 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right]}{5{,}0 \cdot 10^3 \, [m]} = 6{,}0 \cdot 10^3 \, [Hz]$

b) $f = \dfrac{3{,}0 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right]}{5{,}0 \, [m]} = 6{,}0 \cdot 10^7 \, [Hz]$

c) $f = \dfrac{3{,}0 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right]}{5{,}0 \cdot 10^{-6} \, [m]} = 6{,}0 \cdot 10^{13} \, [Hz]$

d) $f = \dfrac{3{,}0 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right]}{5{,}0 \cdot 10^{-9} \, [m]} = 6{,}0 \cdot 10^{16} \, [Hz]$

Ejercicio 2:

El campo eléctrico de una onda electromagnética sinusoidal obedece la ecuación:

$$\vec{E} = (-375V/m) \, sen \left[(5{,}97 \times 10^{15} rad/s)t + (1{,}99 \times 10^7 rad/m) \, \hat{x} \right]$$

a) ¿Cuáles son las amplitudes de los campos eléctrico y magnético de esta onda?

b) ¿Cuáles son la frecuencia, la longitud de onda y el periodo de la onda? ¿Esta luz es visible para los humanos?

c) ¿Cuál es la rapidez de la onda?

Desarrollo

a) Al conocer la forma de una onda electromagnética, podemos determinar que $E_m ax = 375 \, [V/m]$, ademas, dado que corresponde a una onda electromagnética $v = cte = c = 3{,}0 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right]$.

$$B_{max} = \frac{E_{max}}{c} \tag{2}$$

$$B_{max} = \frac{E_{max}}{c} = \frac{375 \, [V/m]}{3{,}0 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right]} = [1{,}25 \mu T]$$

b) Al analizar la frecuencia de dicha onda oscilatoria, la cual esta dada por la ecuación 3.

$$f = \frac{w}{2\pi} \tag{3}$$

$$f = \frac{5{,}97 \cdot 10^{15} \left[\frac{rad}{s}\right]}{2\pi \, [rad]} = 9{,}5 \cdot 10^{14} \, [Hz]$$

Utilizando la ecuación 4, donde k corresponde al número de onda y conociendo que el periodo esta dado por el inverso de la frecuencia.

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \tag{4}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{1{,}99 \cdot 10^7 \left[\frac{rad}{m}\right]} = 3{,}16 \cdot 10^{-7}\,[m] = 316\,[nm]$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{9{,}5 \cdot 10^{14}\,[Hz]} = 1{,}05 \cdot 10^{-15}\,[s]$$

c) Utilizando la ecuación 1

$$v = \lambda \cdot f = 3{,}16 \cdot 10^{-7}\,[m] \cdot 9{,}5 \cdot 10^{14}\,[Hz] = 3{,}0 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right]$$

Ejercicio 3:

La estación de radio WCCO en Minneapolis transmite su señal con una frecuencia de 830 kHz. En un punto a cierta distancia del transmisor, la amplitud del campo magnético de la onda electromagnética de WCCO es de $4{,}82 \times 10^{-11}$ T. Calcule:

a) La longitud de onda

b) El número de onda

c) La frecuencia angular

d) La amplitud del campo eléctrico

Desarrollo

a) Utilizando la ecuación 1.

$$\lambda = \frac{3{,}0 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right]}{830 \cdot 10^3\,[Hz]} = 361\,[m]$$

b) El numero de onda k estará dado por la ecuación 4.

$$k = \frac{2\pi\,[rad]}{361\,[m]} = 0{,}0174 \left[\frac{rad}{m}\right]$$

c) La frecuencia angular w estará dada por la ecuación 3.

$$w = 2\pi \cdot 830 \cdot 10^3\,[Hz] = 5{,}22 \cdot 10^6 \left[\frac{rad}{s}\right]$$

d) Dado que se conoce la amplitud del campo magnético, utilizando la ecuación 2.

$$B_{max} = 3 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right] \cdot 4{,}82 \cdot 10^{-11}\,[T]$$

Ejercicio 4: Campos de una bombilla eléctrica

Una bombilla incandescente de 75 W se puede modelar en forma razonable como una esfera de 6.0 cm de diámetro. Es común que sólo el 5 % de la energía se convierta en luz visible; el resto consiste sobre todo en radiación infrarroja invisible.

a) ¿Cuál es la intensidad de la luz visible $\left(en\ W/m^2\right)$ en la superficie de la bombilla?

b) ¿Cuáles son las amplitudes de los campos eléctrico y magnético en esta superficie, para una onda sinusoidal con esta intensidad?

Desarrollo

Para el análisis del presente problema se realizaran los siguientes supuestos:

- La bombilla tiene forma esférica.

- La intensidad luminosa media es uniforme en todas direcciones.

$$I = \frac{P}{A} \tag{5}$$

$$I = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot c \cdot E_{max}^2 \tag{6}$$

a) La intensidad de la luz, se define como la potencia que recibe una superficie por unidad de área (ecuación 5). Luego, utilizando la ecuación 5, donde se conoce tanto la potencia como la superficie estudiar.La ecuación 7 representa la superficie de una esfera.

$$S_\circ = 4\pi \cdot D^2 \tag{7}$$

$$I = \frac{0{,}05(porcentaje\ visile) \cdot 75[W]}{4\pi \cdot (3 \cdot 10^{-2})^2} = 330 \left[\frac{W}{m^2}\right]$$

b) Luego despejando de la ecuación 6, la cual permite determinar la intensidad de una onda electromagnética se determina el valor de la amplitud de su campo eléctrico.

$$E_{max}\sqrt{\frac{2 \cdot I}{\epsilon_0 \cdot c}} = 500 \left[\frac{V}{m}\right]$$

A continuación, utilizando la ecuación 2.

$$B_{max} = \frac{E_{max}}{c} = 1{,}7 \cdot 10^{-6}\,[T] = 1{,}7\,[\mu T]$$

Ejercicio 5:

Una sonda espacial situada a una distancia de $2{,}0 \times 10^{10}\,[m]$ de una estrella mide la intensidad total de la radiación electromagnética de la estrella, la cual resulta ser de $5{,}0 \times 10^3\ \left[W/m^2\right]$. Si la estrella irradia de manera uniforme en todas direcciones, ¿cuál es la potencia de salida media total?

Desarrollo

Comencemos analizando la ecuación 5, para la cual es posible determinar la potencia que es emitida por la estrella ya que se conoce que estas emisiones son uniformes en todas las direcciones (la superficie se determina utilizando la ecuación 7).

$$P = I \cdot S = 2{,}5 \cdot 10^{25}\,[W]$$

Al estudiar el comportamiento de dicha potencia, es decir igualando en forma general las ecuaciones 5.

$$P = I\ cdot 4\pi \cdot r^2 \Longrightarrow I \cdot 4\pi = \frac{P}{r^2}$$

$\therefore$ La intensidad decae con el cuadrado de la distancia (Ley de Gauss)

Ejercicio 6:

Si la densidad de la luz solar directa en cierto punto sobre la superficie de la Tierra es de $0{,}78\ \left[kW/m^2\right]$, calcule:

a) La densidad de cantidad de movimiento media (cantidad de movimiento por unidad de volumen) de la luz solar.

b) La tasa de flujo media de la cantidad de movimiento de la luz solar.

Desarrollo

a) Sabiendo que la densidad de energía en un punto estará dado por la ecuación 8.

$$u_e = \frac{1}{2}\epsilon_0 \cdot E^2 \tag{8}$$

Luego, analizando un diferencial de la cantidad de movimiento :

$$\frac{dP}{dV} = \frac{S_{AV}}{c^2} = \frac{I}{c^2} = \frac{0{,}78 \cdot 10^3 \left[\frac{W}{m^2}\right]}{(3{,}0 \cdot 10^8)^2 \left[\frac{m^2}{s^2}\right]} = 8{,}7 \cdot 10^{-15} \left[\frac{kg}{m^2 s}\right]$$

b) luego, utilizando la ecuación 9 determinamos la presión ejercida por dicha energía.

$$Presion = \frac{I}{c} \tag{9}$$

Reemplazando se determina la presión como $2{,}6 \cdot 10^{-6}\,[Pa]$, el cual es un valor imperceptible para nosotros, pero no es igual a 0.