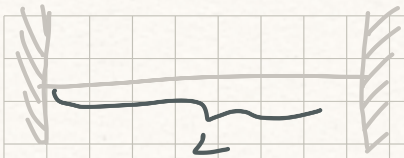


$y_1(x,t) = A\cos(Kx - \omega t)$

$y_2(x,t) = -A\cos(Kx + \omega t)$

usando: $\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$

$Y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$

$Y(x,t) = A[\cos(\overset{\alpha}{Kx} - \overset{\beta}{\omega t}) - \cos(Kx + \omega t)]$

$= 2A\sin(Kx)\cos(\omega t)$

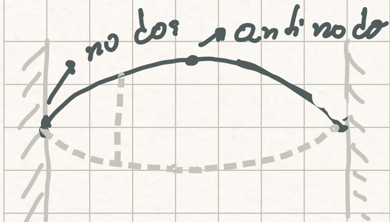
este no puede ser 0

$Y(L,t) = 0 = \underbrace{2A\sin(KL)}_{\text{este debe ser 0}}\cos(\omega t)$

$K = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\sin(KL) = 0 \Rightarrow KL = n\pi$

$\frac{2\pi}{\lambda} \cdot L = n\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}$, $n = 1, 2, 3, \dots$

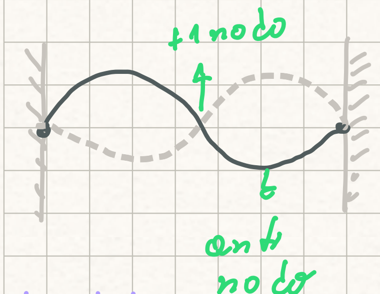


$\lambda_1 = 2L$

$L = \frac{\lambda_1}{2}$

$\lambda_1 = \frac{2v}{\lambda_1}$

Lo primer armónico



→ segundo armónico

$\lambda_2 = L$

$f_2 = \frac{v}{L}$

depende del medio

se modifica

→ depende del long

Lo es fija

$V = f \cdot \lambda$

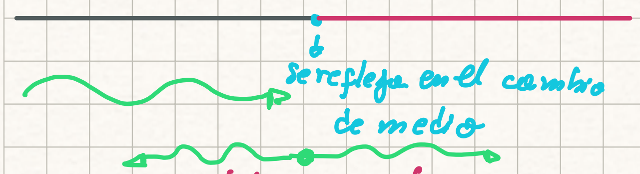
cte cte

$\sqrt{\frac{T}{\mu}}$

transición de medios

1 2

$v_1 > v_2$



$\rightarrow$ es más densa

$f_1 = f_2$

las frecuencias son iguales

$v_1 > v_2$
$\lambda_1 f_1 > \lambda_2 f_2$
$\lambda_1 > \lambda_2$

---

reposo 120 y mate 4

Campo escalar: Es una cantidad que en cada punto del espacio se le asigna un escalar

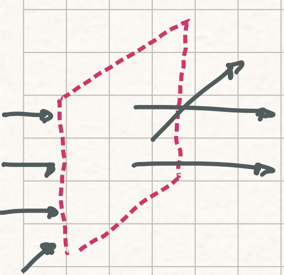
Ej: temperatura, presión.

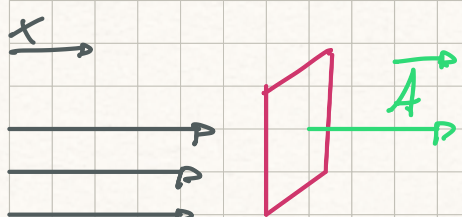
Campo vectorial: En cada punto se asigna un vector

$\vec{F}(\underbrace{x,y,z}_{\vec{r}}) = F_x(\vec{r},t)\hat{i} + F_y(\vec{r},t)\hat{j} + F_z(\vec{r},t)\hat{k}$

Ej: gravedad, campo electromagnético

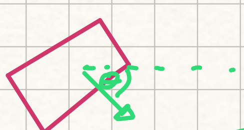
Flujo: Cantidades de vectores que entran en un área





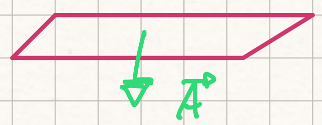
$\vec{F} = F_0\hat{i}$; $\vec{F} \parallel \vec{A}$

$\Phi = \vec{F}\cdot\vec{A} = FA \rightarrow \Phi_{max}$ → flujo

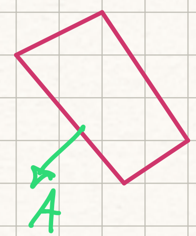


$\measuredangle(\vec{F},\vec{A}) = \theta$

$\Phi = \vec{F}\cdot\vec{A} = \vec{F}\cdot\vec{A}\cdot\cos(\theta) \rightarrow \Phi < \Phi_{max}$

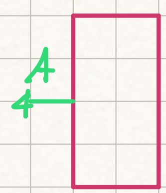


$\Phi = 0$, perpendicular



$\theta > \frac{\pi}{2}$

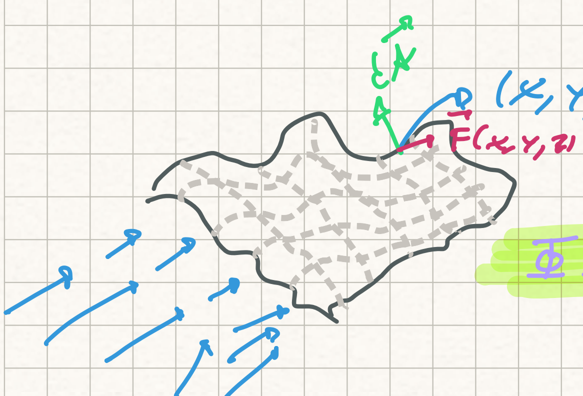
$\Phi = F\cdot A\cdot \cos(\theta) < 0$



$\Phi = -\Phi_{max} = \Phi_{min}$

Tomemos una superficie no plana y un campo no uniforme

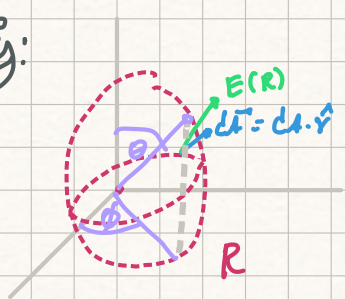
dividimos en secciones tan pequeñas que parezcan un plano



$d\Phi = \vec{F}(x,y,z)\cdot d\vec{A}$

$\Phi = \int d\Phi = \int \vec{F}(x,y,z)\cdot d\vec{A}$

Ej:



$E = \frac{E_0}{r^2}\hat{r}$

En el mismo punto

$\Phi = \int_{esfera} \vec{E}\cdot d\vec{A} = \int \frac{E_0\cdot\hat{r}}{R^2}\cdot dA\cdot\hat{r}$

$\Phi = \int \frac{E_0}{R^2}\cdot dA = \int \frac{E_0}{R^2} R^2 \sin(\theta)\, d\phi\, d\theta$

$\Phi = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{E_0}{R^2}\cdot \sin(\theta)\, d\phi\, d\theta$

$= \int_0^{\pi} 2\pi E_0 \sin\theta\, d\theta = -2\pi E_0 \cos(\theta)\Big|_0^{\pi} = -2\pi E_0(-1-1)$
$= 4\pi E_0$

Otra forma usando simetría

$$\Phi = \frac{E_0}{R^2} \int_{\text{Esfera}} dA = \frac{E_0}{R^2} \cdot 4\pi R^2 = E_0 4\pi$$

$$\operatorname{div}(\vec{F}) = \vec{\nabla} \cdot F = \frac{\partial}{\partial x} F_x + \frac{\partial}{\partial y} F_y + \frac{\partial}{\partial z} F$$

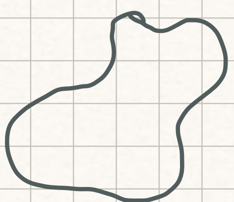
nos dice para donde se van los vectores

derivadas parciales

Teorema de gauss

→ las usaremos para escribir las ecuaciones de maxwell de forma diferencial (en 120 las vimos de forma integral)

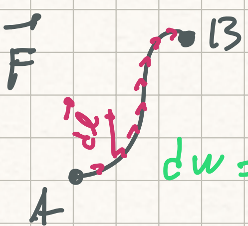
$$\int_V \vec{\nabla} \vec{F} \, dv = \oint_{\partial V} \vec{F} \cdot d\vec{a}$$



V

$F \rightarrow \vec{\nabla} F$

si somo la divergencia de cada uno de los puntos es lo mismo que si calculace el flujo total

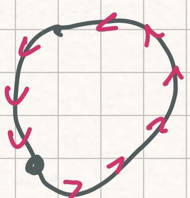


$\vec{F}$ B A

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$A = B$



si calculo la integral cerrada obtengo lo llamado "circulación".

$$W = \oint_\gamma \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

Rotor

$$\mathrm{rot}(\vec{F}) = \vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i} \begin{vmatrix} \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ F_x & F_y \end{vmatrix} - \hat{j} \begin{vmatrix} \partial/\partial x & \partial/\partial z \\ F_x & F_z \end{vmatrix} + \hat{k} \begin{vmatrix} \partial/\partial x & \partial/\partial y \\ F_x & F_z \end{vmatrix}$$

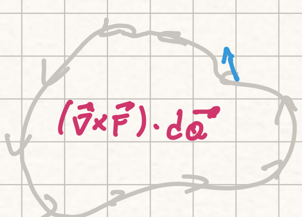
$$= i\left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right) - \hat{j}\left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z}\right) + \hat{k}\left(\frac{\partial F_x}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)$$

Lo tambien lo usaremos para las ecuaciones de maxwell

Teorema de stokes

$$\int_A \vec{\nabla} \times F\, d\vec{a} = \int_{\partial A} F \cdot dl$$

Calcular el rotor es lo mismo que haber calculado la circulación en toda el área.



$dl \cdot F$