

Th - ONDES

1-d fonction d'onde $y(x, t) = \underbrace{f(x - vt)}_{\text{d'onde}} + \underbrace{g(x + vt)}_{\text{d'onde}}$

⇒ harmonique : $f \rightarrow \sin$

$$y(x, t) = A \sin(\underbrace{kx \pm \omega t + \varphi_0}_{\text{FASE}}) = A \sin \left[k(x - vt) + \varphi_0 \right]$$

amplitude nombre d'ondes polarité phase initiale

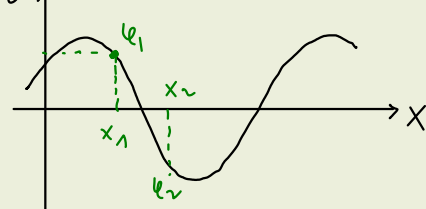
$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ \omega &= 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \end{aligned} \right\} v = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T}$$

→ Théorème de Fourier



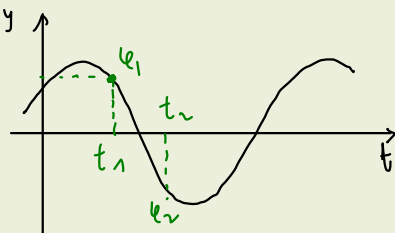
→ somme (infinie) de fonctions sinus (cosinus)

↙ elongée d'une corde, différence de pression de l'air respectueuse - la pression normale, ...



DIFFÉRENCE PHASE

$$\Delta \varphi = [kx_1 - \omega t + \varphi_0] - [kx_2 - \omega t + \varphi_0] = \underline{k \cdot \Delta x}$$



$$\Delta \varphi = \dots = \underline{k \cdot \Delta t}$$

4. Una ona harmònica està caracteritzada per la funció d'ones $y(x,t) = 0.4 \sin(25x + 50t)$, on x i y s'expressen en centímetres, i t en segons.

- Quina és la distància mínima en un instant de temps donat entre dos punts amb una diferència de fase de 50° ?
- Quina és la diferència de fase en un cert punt en un interval de temps de 0.1 segons?
- Quina és la diferència de fase en un instant de temps entre dos punts separats 20 centímetres?

a) $\Delta \varphi = k \cdot \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta \varphi}{k} = \frac{50^\circ \times \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ}}{25} = 0.035 \text{ cm}$

b) $\Delta \varphi = \omega \cdot \Delta t = 5 \text{ rad}$

c) $\Delta \varphi = k \cdot \Delta x = \frac{500 \text{ rad}}{6 \text{ rad}} \leftarrow \theta + n2\pi = 3.63 \text{ rad}$

T6) Una ona harmònica té una funció d'ones $y(x,t) = A \sin\{2\pi[(x/2) - (t/4)]\}$ on x s'expressa en cm i t en segons. Podem afirmar que la diferència de fase

- fixat el punt $\left\{ \begin{array}{l} \text{a) en un cert punt, en un interval de 3 s és de } 45^\circ \\ \text{b) en un cert punt, en un interval de 2 s és de } 180^\circ \end{array} \right.$
- en un cert instant $\left\{ \begin{array}{l} \text{c) entre 2 punts separats 4 cm és de } 90^\circ \\ \text{d) entre 2 punts separats 0.5 cm és de } 45^\circ \end{array} \right.$
- $k = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{cm}}$
- $\omega = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

a) $\Delta \varphi = \omega \cdot \Delta t = \frac{\pi}{2} \cdot 3 = \frac{3\pi}{2} \text{ rad} \times \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}} = 270^\circ$

b) $\Delta \varphi = \frac{\pi}{2} \cdot (2 \text{ s}) = \pi \text{ rad} = 180^\circ$

c) $\Delta \varphi = k \cdot \Delta x$

Eqs de la Physique s'expriment en termes EQUATIONS DIFFERENTIALS

$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad x(t)$$

→ EQUATIONS D'ONDES

$$y(x, t) = f(x \pm vt)$$

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$$

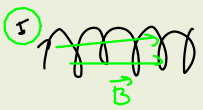
→ Comparer l'onde harmonique
la solution

ONDES ELECTROMAGNETIQUES

→ MAXWELL milieu XIX

Loi Coulomb $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$

Loi Faraday $E_{ind} = - \frac{d\phi_{magnet.}}{dt}$

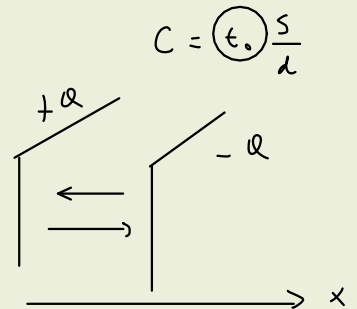


$$B = \mu_0 \frac{NI}{L}$$

unifier-les
+
corriger

LLOIS de MAXWELL

espace unit
tot depend de x
→ $\vec{E}(x), \vec{B}(x)$



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \vec{E}(x)}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}(x)}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 \vec{B}(x)}{\partial x^2} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}(x)}{\partial t^2} \end{array} \right\}$$

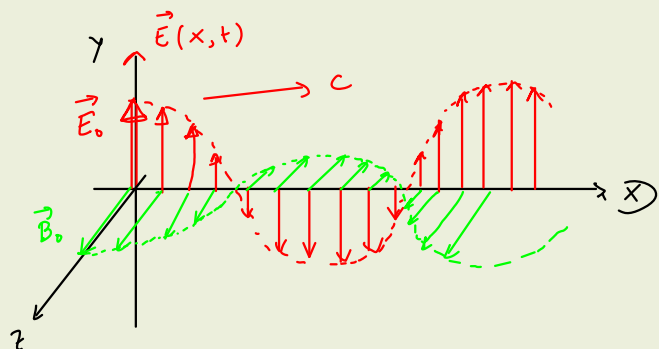
$$c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 300.000 \frac{km}{s} !!!$$

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{F}{m} \\ \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \end{array} \right\}$$

$$\vec{E}(x) = \vec{E}_0 \sin(kx \mp \omega t + \varphi)$$

↑
harmonique

⇒ Einstein : "paquets" d'énergie



7. Un camp elèctric sinusoidal, de direcció paral·lela a l'eix y , es propaga pel buit en el sentit positiu de l'eix z . La seva freqüència és de 250 MHz i té un valor màxim de 4 V/m . Determineu:

- La longitud d'ona, el període, el nombre d'ones i la freqüència angular,
- L'expressió del camp elèctric $\vec{E}(z, t)$.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$c = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = 1.2 \text{ m}$$

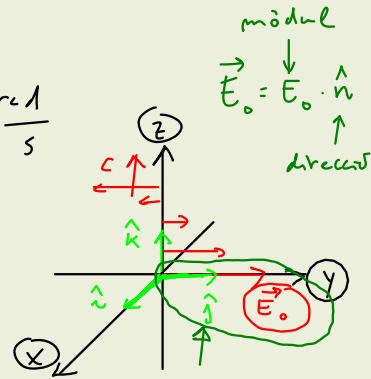
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 5.24 \text{ rad/m}$$

$$T = \frac{1}{f} = 4 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

$$\omega = 2\pi f = 1.57 \cdot 10^9 \text{ rad/s}$$

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 \sin(5.24 z - 1.57 \cdot 10^9 t + \varphi_0) \text{ N/m}$$

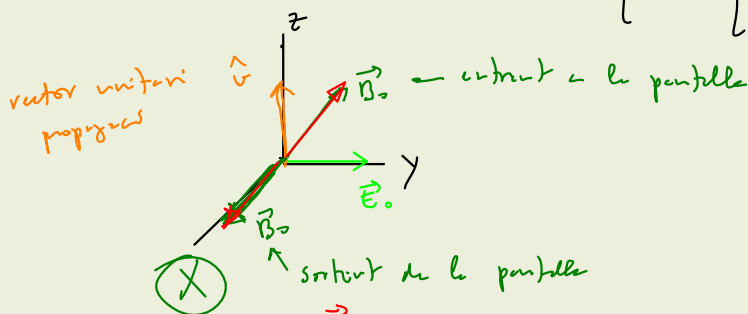
$$\vec{E}_0 \cdot \hat{j} = 4 \hat{j}$$



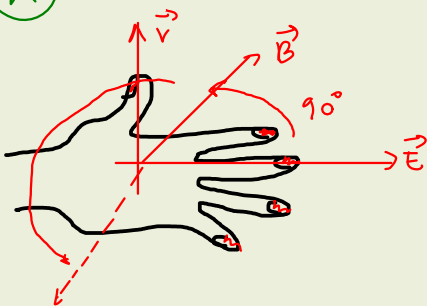
CAMP MAGNÈTIC?

$$\vec{B}(z, t) = \vec{B}_0 \cdot \sin(5.24 z - 1.57 \cdot 10^9 t + \varphi_0) \text{ T}$$

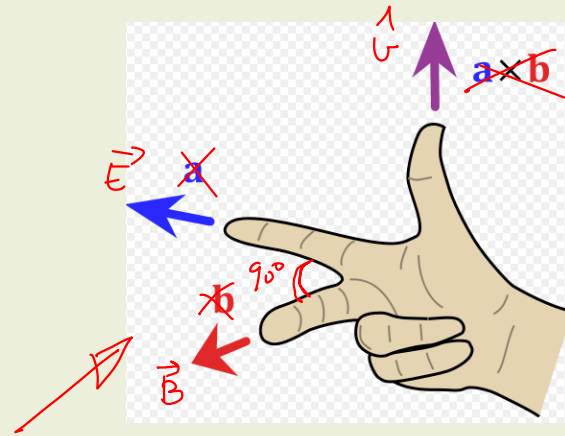
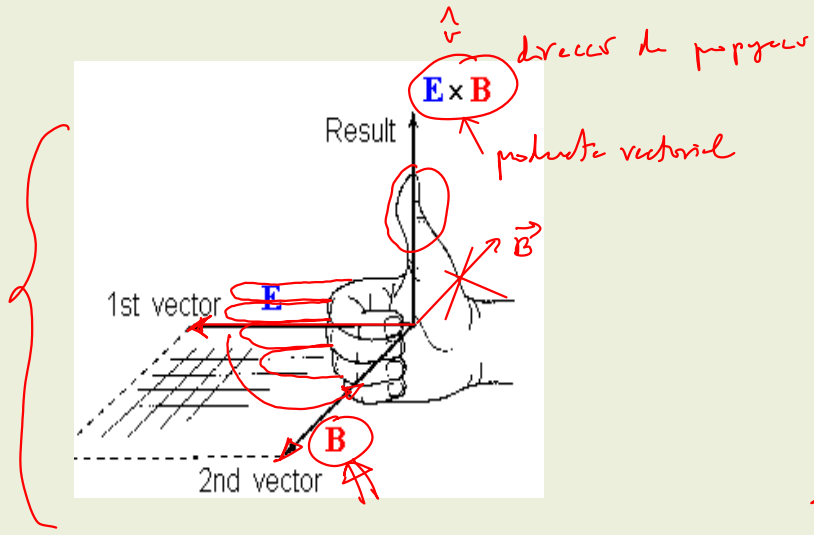
$$\vec{B}_0 = B_0 \cdot \hat{n} \quad \left\{ \begin{array}{l} B_0 = E_0 / c \\ \hat{n} \text{ quin eix: perpendicular a } \vec{E} \text{ i a la direcció de propagació} \\ \text{sentit? REGLA MÀ DRETA} \end{array} \right.$$



dit pols negatiu de propagació
esta dir negatiu \vec{E}_0 , de forma que el
tancar els ambres a \vec{B}_0 pel camí més curt

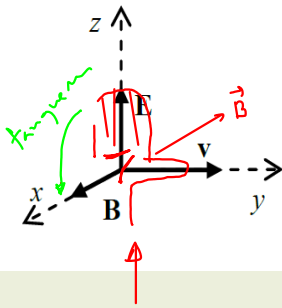


$$\vec{B}_0 = B_0 \cdot (-\hat{n}) = -\frac{E_0}{c} \hat{n} = -1.3 \cdot 10^{-8} \hat{n} \text{ T}$$

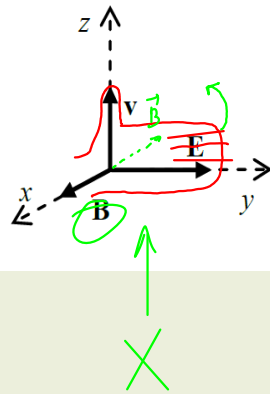


5. A les quatre figures es representen els valors instantanis en un punt de l'espai del camp elèctric \mathbf{E} i del camp magnètic \mathbf{B} d'una ona electromagnètica que es propaga amb velocitat \mathbf{v} . Quina representació és INCORRECTA?

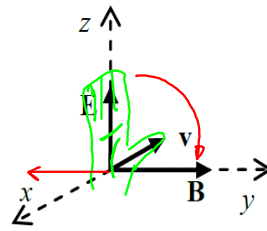
a)



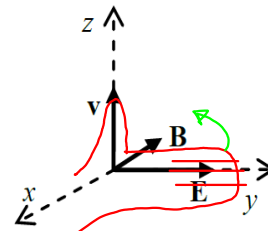
b)



c)



d)



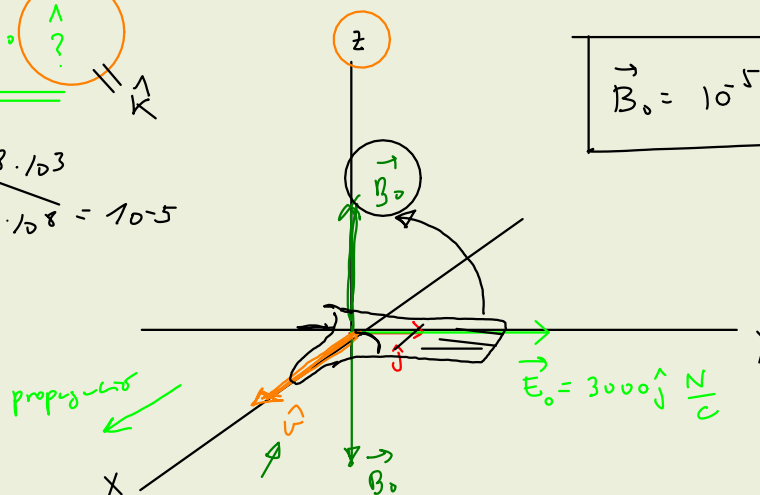
6. Una ona electromagnètica harmònica, plana i linealment polaritzada de 50 MHz de freqüència es propaga pel buit segons el sentit positiu de l'eix x . Si el vector amplitud del camp elèctric és $(3000 \text{ N/C})\mathbf{j}$, determineu:

a) El període, la longitud i el número d'ona.

→ b) L'amplitud del vector camp magnètic.

$$\vec{B}_0 = ? \cdot \hat{k}$$

$$\frac{E_0}{c} = \frac{3 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8} = 10^{-5}$$



7. Un camp elèctric sinusoïdal, de direcció paral·lela a l'eix y , es propaga pel buit en el sentit positiu de l'eix z . La seva freqüència és de 250 MHz i té un valor màxim de 4 V/m. Determineu:

c) L'expressió del camp magnètic, $\mathbf{B}(z,t)$.

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 \sin(5.24z - 1.57 \cdot 10^9 t + \varphi_0) \quad \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$\vec{E}_0 = 4 \hat{y}$

$$\vec{B}(z,t) = \vec{B}_0$$

Energia on electromagnetiques?

Densitat energia, Intensitat, Potencia

$$u = u_{elec} + u_{magnetica}$$

DENSITAT ENERGIA ELECTROSTATICA EN UN CONDENSADOR



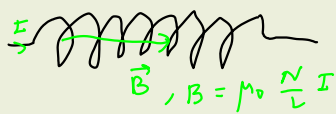
$$\left. \begin{aligned} C &= \epsilon_0 \frac{S}{d} \\ V &= E \cdot d \end{aligned} \right\} U = \frac{1}{2} C \cdot V^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{S}{d} E^2 \cdot d^2$$

$$u = \frac{U}{\text{volum}} = \frac{\frac{1}{2} \epsilon_0 S \cdot E^2 \cdot d}{S \cdot d} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

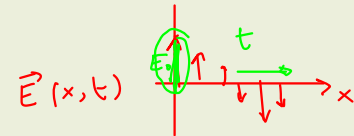
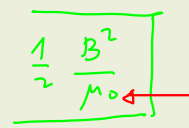


permetivitat del buit

Dens. energia magnetica bobina

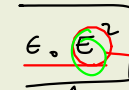


$$U = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow u_{magnetica} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0}$$



$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} = \dots = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 = \epsilon_0 E^2$$

$$B = \frac{E}{c} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$



desp de t, x

on a que va lligats x

$$u(x,t) = \epsilon_0 E^2(x,t)$$

$$u_m = \bar{u} = \langle u \rangle$$

=> VAlors mitja?

$$\langle E(x,t) \rangle \sim \langle E_0 \sin(\dots) \rangle = 0$$

$$\langle E^2(x,t) \rangle \sim \langle E_0^2 \sin^2(\dots) \rangle = \frac{1}{2} E_0^2$$

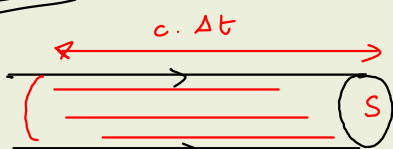
$$u_m = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2}$$

mida de l'amplitud de E

$$J/m^3$$

$$= \frac{1}{2} \frac{B_0^2}{\mu_0}$$

Intensitat



$$\frac{\text{energia}}{\text{superficie} \cdot \text{temps}} = I$$

$$I = \frac{\text{energia}}{\text{temps} \cdot \Delta t}$$

$$I = \frac{\text{energia}}{S \cdot \Delta t} = \frac{\text{volum} \cdot (\text{densitat energia})}{S \cdot \Delta t}$$

$$= \frac{S \cdot c \cdot \Delta t \cdot u}{S \cdot \Delta t} = c \cdot u_m$$

Potencia

$$P = \frac{\text{energia}}{\text{temps}} \text{ per una certa superficie}$$

$$P = I \cdot S = c \cdot u_m \cdot S = c \cdot \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 \cdot S$$

$$u_m = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2} \frac{B_0^2}{\mu_0}$$

$$I_m = c u_m$$

$$P = I \cdot S$$

7. Un camp elèctric sinusoidal, de direcció paral·lela a l'eix y , es propaga pel buit en el sentit positiu de l'eix z . La seva freqüència és de 250 MHz i té un valor màxim de 4 V/m. Determineu:

→ d) Els valors mitjans de la densitat d'energia i la intensitat de l'ona.

$$\mu_m = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 4^2 = 7 \cdot 10^{-12} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

$$I_m = c \cdot \mu_m = 3 \cdot 10^8 \cdot (7 \cdot 10^{-12}) = 0.021 \frac{\text{J}}{\text{m}^3 \cdot \text{s}} = 0.021 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

8. Una ona electromagnètica harmònica plana de 10 m de longitud d'ona es propaga pel buit en el sentit positiu de l'eix y . Se sap que el camp elèctric està orientat segons la direcció z i que la intensitat mitjana de l'ona és de 0.2 W/m^2 . Calculeu

a) Els camps elèctric i magnètic en funció del temps.

b) La potència incident en una superfície circular de radi 0.4 m perpendicular a l'eix y .

T1) El camp elèctric d'una ona electromagnètica és $\vec{E}(y, t) = E_0 \cos(ky + \omega t)(\hat{i})$. Aleshores, el camp magnètic de l'ona és:

- a) $\vec{B}(y, t) = B_0 \cos(ky + \omega t)(-\hat{j})$.
- b) $\vec{B}(y, t) = B_0 \cos(ky + \omega t)(-\hat{k})$.
- c) $\vec{B}(y, t) = B_0 \cos(ky + \omega t)(\hat{k})$.
- d) $\vec{B}(y, t) = B_0 \cos(ky + \omega t)(\hat{j})$.

T7) Quins paràmetres d'una ona electromagnètica (camp elèctric \vec{E} , camp magnètic \vec{B}) **no** són possibles?

- a) $\vec{E}_0 = 2 \text{ V/m } \hat{j}$, $\vec{B}_0 = 6.6 \times 10^{-9} \text{ T } \hat{k}$, propagant-se en el sentit negatiu de l'eix x
- b) $\vec{E}_0 = 6 \text{ V/m } (-\hat{k})$, $\vec{B}_0 = 2 \times 10^{-8} \text{ T } \hat{j}$ propagant-se en el sentit positiu de l'eix x
- c) $\vec{E}_0 = 12 \text{ V/m } (-\hat{i})$, $\vec{B}_0 = 4 \times 10^{-8} \text{ T } \hat{j}$, propagant-se en el sentit negatiu de l'eix z
- d) $\vec{E}_0 = 20 \text{ V/m } \hat{j}$, $\vec{B}_0 = 6.6 \times 10^{-8} \text{ T } (-\hat{i})$, propagant-se en el sentit positiu de l'eix z

T8) Un satèl·lit emet ones electromagnètiques linealment polaritzades amb una potència mitjana de 12 kW de tal manera que les ones emeses només arriben a una zona de la Terra que cobreix una superfície de $9 \cdot 10^6 \text{ km}^2$, on és perfectament vàlida l'aproximació d'ones planes. Quins són els valors més aproximats de les amplituds del camps elèctric i magnètic dels senyals a la superfície de la Terra?

a) 0.001 V/m i $3.3 \cdot 10^{-12} \text{ T}$

b) 0.001 V/m i $2.04 \cdot 10^{-10} \text{ T}$

c) 0.087 V/m i $2.59 \cdot 10^{-7} \text{ T}$

d) 0.087 V/m i $2.89 \cdot 10^{-10} \text{ T}$