

# TH - ONES

SXX : courant AC/DC enlèvement, moteurs, --

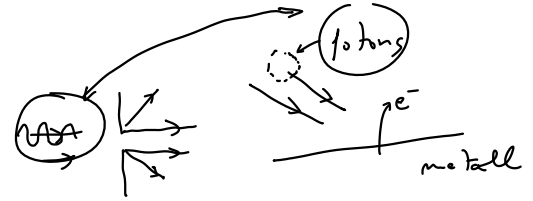
SXX : électronique

SXXI : photonique

communications : télégraph }  $e^-$   
téléphone } câbles coaxe  
→ fibre optique : photons

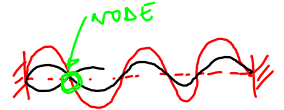
→ ordinateur quantique → "supremacie quantique"  
cryptographie quantique → photons, komarov

ones {  
- SD  
- LLUM  
} optique géométrique :  
optique ondulatoire  
optique quantique / photons



DEFINICIÓN :

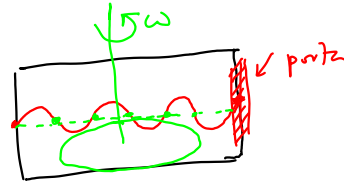
- particula
- ↑ localitzada



→ PERTURBACIÓ EXTERNA DE L'ESPAI

\* VIATJERA

\* ESTACIONÀRIES → microones

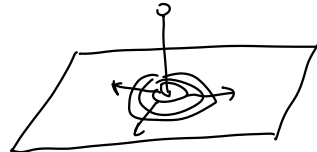


CLASSIFICACIÓ

\* Medi : \* Medi material : corda, superfície líquida, aire, ...

\* Electromagnètiques "ETER" → Einstein

\* Dimensionalitat :

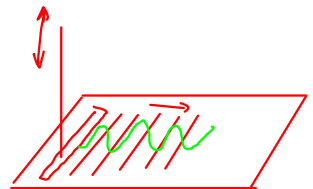


\* Generació :

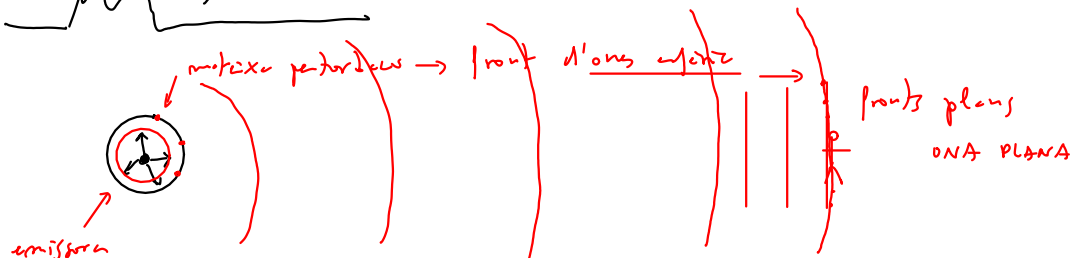
\* periòdiques {  
- Ones harmòniques  
- No harm. però periòdics



\* no periòdiques

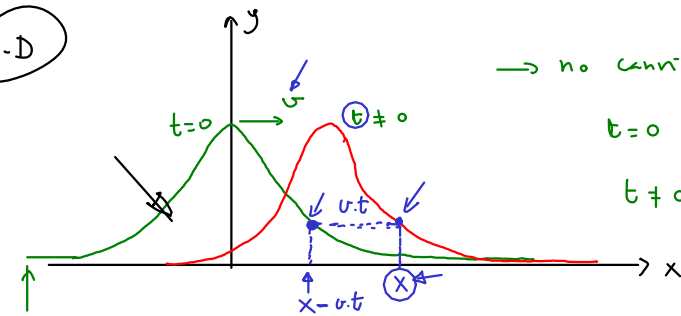


\* Front d'ones :



# DESCRIPCIÓ MATEMÀTICA

1-D



→ no canvia de forma (en 1<sup>a</sup> aproximació)

$$t=0 \quad y(x,0) = f(x)$$

$$t \neq 0 \quad y(x,t) = y(x-vt,0) = f(x-vt)$$

fotoграфия en un cert t:  $y = f(x)$

$$t' : y = f'(x)$$

$$t'' : y = f''(x)$$

1 funció per cada t  $\Rightarrow y = f(x,t)$

$\Rightarrow$  FUNCIONS DE 2 VARIABLES

$$f(x,t) = ax^2 + bt^2$$

NO és una ona

→ Formes matemàtiques oncs en 1-D (que no es deformen)

FUNCIONS D'ONA

$$y(x,t) = f(x-vt) \rightarrow \text{ve cap a la dreta, cap a l'esquerra } f(x+vt)$$

en general

$$y(x,t) = f(x-vt) + g(x+vt)$$

fórmula de D'ALEMBERT

3. Les següents funcions d'ona representen oncs en moviment:

a)  $y_1(x,t) = A \cos[k(x+34t)]$  → esquerra  $v = 34 \text{ m/s}$

b)  $y_2(x,t) = B \exp(-k(x-20t)^2)$  → dreta  $v = 20 \text{ m/s}$

c)  $y_3(x,t) = C/[D+k(x-10t)^2]$  →

on x s'expressa en metres, t en segons i A, B, C, D i k son constants amb les unitats apropiades per que y resulti en metres. Determineu la direcció de propagació i la velocitat de l'ona en cada cas.

$$y_2(x,t) = B e^{-k(x-20t)^2} = B e^{-k(-x+20t)^2}$$

$$+x + vt = -(-x - vt)$$

↑ ↑    ↑ ↑  
signs iguals → esquerra

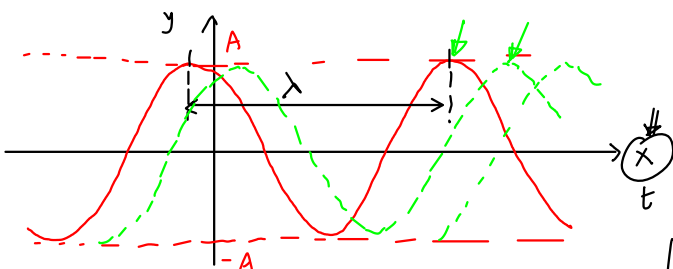
$$+x - vt \Rightarrow -(-x + vt)$$

↑ ↑    ↑ ↑  
signs diferents → dreta

## ONES HARMÒNIQUES

$$y(x,t) = f(x \mp vt)$$

f: funció sinusoidal (sin, cos)



$$y = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x + \varphi\right) \Rightarrow \text{representa l'ona harmònica en un cert instant}$$

↑  
longitud d'ona

$$y(x,t) = f(x \mp vt) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} (x \mp vt) + \varphi\right)$$

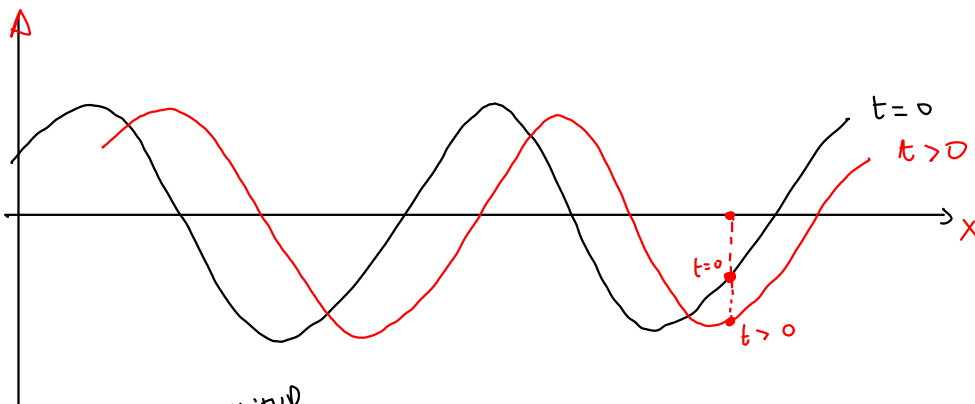
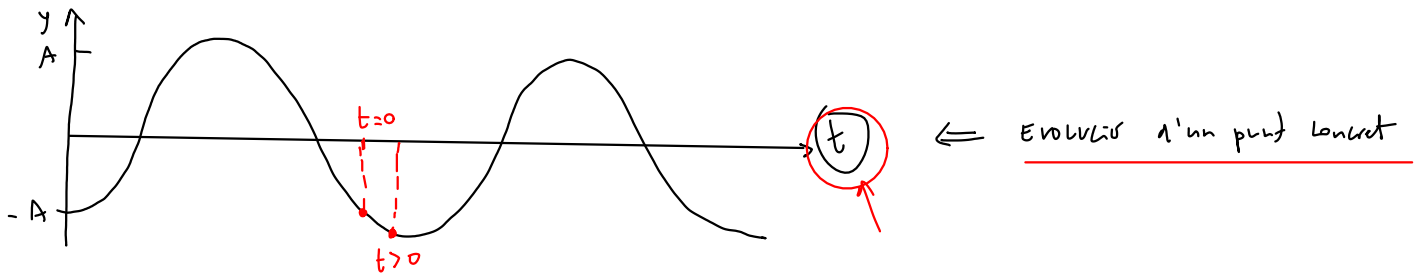
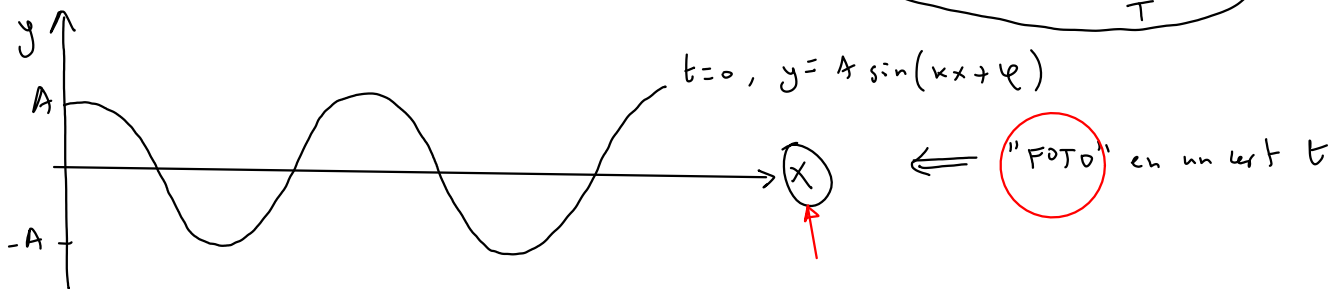
$$y(x, t) = A \sin \left( \underbrace{\frac{2\pi}{\lambda} x}_{\substack{\uparrow \\ k, \text{'nombre d'ondes'}}} + \underbrace{\frac{2\pi}{\lambda} v t + \varphi}_{\substack{\uparrow \\ \omega = k \cdot v \\ \text{pulsació, freqüència angular}}} \right)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi \cdot f}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T}$$

→ on s'ocupa de l'equació pel punt  $x = 0$

$$y(x, t) = A \sin(kx + k \cdot v \cdot t + \varphi) \xrightarrow{x=0} \underbrace{y(t) = A \sin(\underbrace{k \cdot v \cdot t}_{\substack{\parallel \\ \frac{2\pi}{T} = \omega}} + \varphi)}_{\text{C.A.}}$$



$$y(x, t) = A \sin \left( \underbrace{kx}_{\substack{\uparrow \\ \text{long}}} + \underbrace{\omega t + \varphi}_{\substack{\uparrow \\ \text{FASE} \\ \text{FASE INITIAL}}} \right)$$

↑  
FUNCIÓ D'ONDA

↑  
long

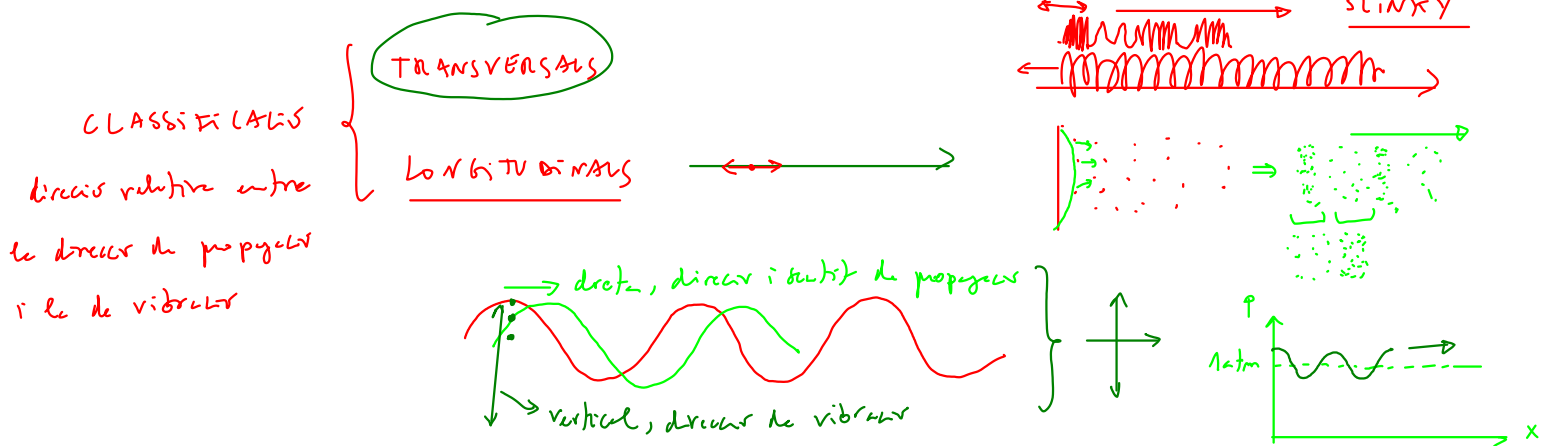
$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ \omega &= \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \end{aligned} \right\} v = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot f = \frac{\lambda}{T}$$

1. La funció d'una ona harmònica que es propaga transversalment per una corda és  $y(x,t) = (0.25 \text{ m}) \sin(50x - 1000t + \pi)$ , on  $x$  s'expressa en metres i  $t$  en segons.

- a) Quina és la velocitat de propagació, la longitud d'ona i la freqüència?  
 b) Quant val el desplaçament de la corda en un punt situat a 10 cm de l'origen de coordenades a l'instant  $t = 10 \text{ ms}$ ?

$$a) \quad \left. \begin{array}{l} k = 50 \frac{\text{rad}}{\text{m}} \\ \omega = 1000 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{array} \right\} \begin{array}{l} v = \frac{\omega}{k} = \frac{1000}{50} = 20 \text{ m/s} \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{50} = \frac{\pi}{25} \text{ m} \\ \omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{500}{\pi} \text{ Hz} \end{array}$$

$$b) \quad y(x = 0.1 \text{ m}, t = 0.01 \text{ s}) = 0.25 \sin(50 \cdot 0.1 - 1000 \cdot 0.01 + \pi) = -0.24 \text{ m}$$

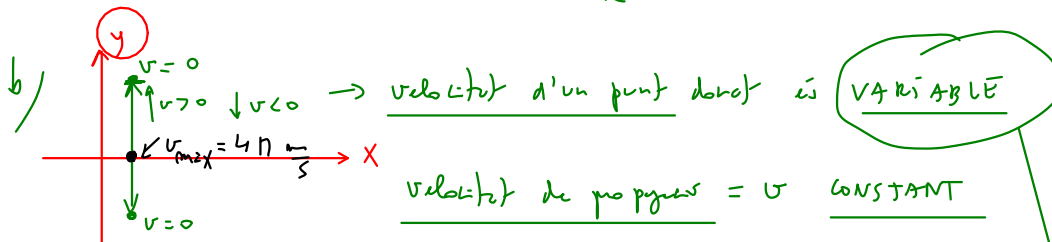


2. Una ona harmònica transversal de 4 m d'amplitud es propaga per una corda de dreta a esquerra amb una velocitat de 10 m/s. Si la longitud d'ona és de 20 m, trobeu la funció d'ona i la velocitat transversal màxima en qualsevol punt de la corda.

a)  $y(x, t) = A \sin(kx + \omega t + \varphi) = 4 \sin\left(\frac{\pi}{10}x + \pi t + \varphi\right) \text{ m}$

$\uparrow$  4 m  
 $\uparrow$   $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10} \frac{\text{rad}}{\text{m}}$

$$v = \frac{\omega}{k} \rightarrow \omega = v \cdot k = 10 \cdot \frac{\pi}{10} = \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$



partícules puntuals

- \* posició en funció de t :  $x(t)$
- \* velocitat " " :  $v(t) = \frac{dx(t)}{dt}$
- \* acceleració " " :  $a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$

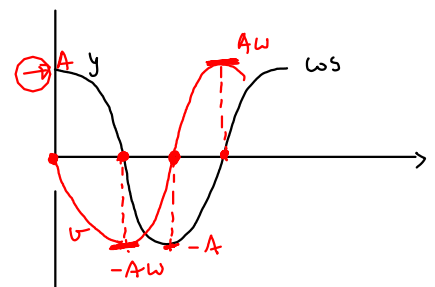
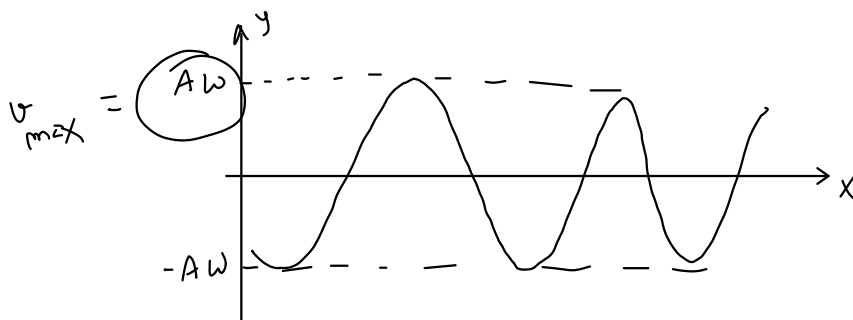
$y(t)$   
 $v_y(t)$   
 $a_y(t)$

← posició del punt  
eix y

$y(x, t) \Rightarrow y(x, t) \Rightarrow v_y = \frac{dy}{dt}$

$v_y = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} [A \cdot \sin(kx + \omega t + \varphi)] = A \cdot \cos(kx + \omega t + \varphi) \cdot (\omega) =$   
 $= \pm A\omega \cos(kx + \omega t + \varphi)$

↑ velocitat transversal del punt x



$$v_{\text{max}} = A \cdot \omega = 4 \cdot \pi = 4\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

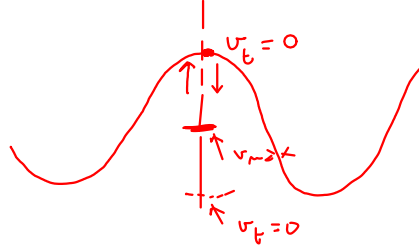
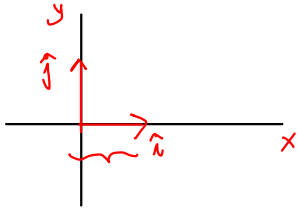
T1) Una ona transversal es propaga en un medi i provoca que l'elongació  $y$  d'un punt  $x$  satisfaci la funció d'ona  $y(x, t) = 0.191 \sin(15.708t + 1.0472x)$ . Indiqueu quant valen la velocitat de propagació de l'ona ( $v_p$ ) i la velocitat transversal ( $v_t$ ) del punt  $x$  a l'instant en què la seva elongació és màxima (les distàncies estan expressades en metres i el temps en segons).

a)  $v_p = 15\hat{i}$  m/s,  $v_t = 0$  m/s.

c)  $v_p = 15\hat{i}$  m/s,  $v_t = 3\hat{j}$  m/s.

b)  $v_p = -15\hat{i}$  m/s,  $v_t = 3\hat{j}$  m/s.

d)  $v_p = -15\hat{i}$  m/s,  $v_t = 0$  m/s.



$y(x, t) = A \sin(kx + \omega t) \longrightarrow \text{elongació màxima } y(x, t) = A \Rightarrow \sin(\quad) = \underline{1} \Rightarrow \phi = 0$

$v_t(x, t) = +A\omega \cos(kx + \omega t) \rightarrow v_t = A\omega \cdot \phi = \underline{0}$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

T2) La velocitat transversal màxima d'un punt d'una corda per la qual es propaga una ona harmònica és  $v_0$ . A l'instant  $t$ , en un punt de la corda, el desplaçament és la meitat del seu valor màxim. El mòdul de la velocitat d'aquest punt a l'instant  $t$  val

a)  $2v_0$ .

b)  $3v_0/4$ .

c)  $3^{1/2}v_0/2$ .

d)  $v_0/2$ .

↓ per una onja feta: punt, instant

$$y(x,t) = A \sin(\quad) = \frac{A}{2} \Rightarrow \sin(\quad) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos(\quad) = \sqrt{1 - \sin^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} =$$

$$v(x,t) = v_0 \cos(\quad) \stackrel{?}{=} \boxed{v_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$