

MÈTODES NUMÈRICS I

Grau de Matemàtiques. Curs 2016/17. Semestre de tardor

PRÀCTICA 7

Exercici 1 [Interpolació polinomial d'una taula de valors per diferències dividides]

(1) Feu una funció de prototipus

```
void difdiv( int n, double *x, double *f)
```

que implementi el mètode de les diferències dividides de Newton.

El vector x conté $n + 1$ abscisses diferents x_i , $i = 0 \div n$. El vector f conté:

- A l'entrada, $n + 1$ ordenades f_i , $i = 0 \div n$.
- A la sortida, les diferències dividides $f[x_0, x_1, \dots, x_i]$, $i = 0 \div n$.

Recordeu que les diferències dividides es poden calcular recurrentment:

- Per a un únic argument, són: $f[x_i] = f_i$, $i = 0 \div n$.
- Les de $k + 1$ arguments es calcuen a partir de les de k arguments:

$$f[x_i, \dots, x_{i+k}] = \frac{f[x_{i+1}, \dots, x_{i+k}] - f[x_i, \dots, x_{i+k-1}]}{x_{i+k} - x_i}, \quad \forall i \geq 0, k > 0, i + k \leq n.$$

(2) Feu una funció de prototipus

```
double horner( double z, int n, double *x, double *c)
```

que implementi el mètode de Horner per a avaluar el polinomi $p(x) = \sum_{i=0}^n c_i \prod_{j=0}^{i-1} (x - x_j)$ en el valor $x = z$. O sigui, cal fer

$$\begin{aligned} p &\leftarrow c_n, \\ p &\leftarrow p * (z - x_i) + c_i, \quad \forall i = n - 1, n - 2, \dots, 1, 0. \end{aligned}$$

(3) Feu una funció **main** que faci el següent:

- Es llegeixin $n > 0$ i la taula (x_i, f_i) , $i = 0 \div n$. Cal que $x_0 < x_1 < \dots < x_n$.
- Es calculin els coeficients del polinomi interpolador $p \in P_n$ de la taula anterior usant la funció **difdiv**. Són $c_i = f[x_0, \dots, x_i]$, $i = 0 \div n$.
- S'avalui $p(x)$ en $M + 1$ punts equidistants z_j de l'interval $[x_0, x_n]$ usant la funció **horner**, i s'escriguin els valors $z_j, p(z_j)$.

(4) Exemple: taules amb alguns temps parcials (segons) en carreres de 100, 200 i 400 metres llisos (corresponen a homes; a la referència podeu trobar dades de dones).

Dibuixeu conjuntament tots els resultats obtinguts usant *gnuplot*. Useu $M = 100$.

100 m	20 m	40 m	60 m	80 m	100 m
U. Bolt	2.88 s	4.64 s	6.31 s	7.92 s	9.58 s

200 m	50 m	100 m	150 m	200 m
U. Bolt	5.60 s	9.92 s	14.44 s	19.19 s

400 m	100 m	200 m	300 m	400 m
L. Merrit	11.14 s	21.49 s	32.30 s	44.06 s

Referència: Biomechanical Analysis of the Sprint and Hurdles Events at the 2009 IAAF World Championships in Athletics. R.Graubner and E. Nixdorf.

Exercici 2 [Interpolació polinomial d'una funció per diferències dividides]

Feu una variació del programa anterior per tal que interpoli una funció (en lloc d'una taula) en un interval $[a, b]$.

Cal poder decidir entre usar *abscisses equidistants*

$$x_i = a + ih, \quad i = 0 \div n, \quad h = (b - a)/n;$$

o *abscisses de Chebyshev*

$$x_{n-i} = a + \frac{b-a}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi(2i+1)}{2(n+1)} \right), \quad i = 0 \div n.$$

Feu-ho per a diversos valors de n , i useu *gnuplot* per a comparar les gràfiques dels polinomis interpoladors amb la gràfica de la funció.

Exemple clàssic: *fenomen de Runge*. Funció $f(x) = \frac{1}{1+25x^2}$ en l'interval $[-1, +1]$.