MÈTODES NUMÈRICS I

Grau de Matemàtiques. Curs 2016/17. Semestre de tardor

PRÀCTICA 4

L'objectiu és resoldre sistemes lineals mitjançant eliminació gaussiana i substitució endarrera.

Exercici 1 Cal fer la funció `main` i dues funcions més.

(i) Resolució de sistemes triangulars superiors

Feu una funció de capçalera

```
int resoltrisup (int n, double **A, double *b, double tol)
```

per a resoldre un sistema lineal `Ax=b`, de dimensió (`n x n`), amb `A` triangular superior (no cal comprovar que ho és).

Feu-ho per mètode de *substitució endarrera*, observant:

- Si algun element de la diagonal de `A` té valor absolut inferior que la tolerància `tol`, llavors el procés no continuarà i la funció retornarà un valor diferent de 0.
- Si el procés es pot portar a terme completament, llavors la solució es posarà en el mateix vector `b` i, a més, la funció retornarà el valor 0.

(ii) Eliminació gaussiana

Feu una funció de capçalera

```
int gauss (int n, double **A, double *b, double tol)
```

que implementi el *mètode d'eliminació gaussina (sense pivotatge)* per a un sistema lineal `Ax=b`, de dimensió (`n x n`). Cal que:

- Si no es pot portar a terme el procés perquè algun dels pivots té valor absolut menor que la tolerància `tol`, llavors la funció retornarà un valor diferent de 0.
- Si es pot completar tot el procés, llavors es retornarà el valor 0 i, a més, `A` contindrà els elements de la matriu triangular final en la part superior i els multiplicadors en la part inferior, mentre que `b` contindrà el terme independent transformat.

(iii) Programa principal

Feu una funció `main` on hi hagi la declaració de les variables (useu memòria dinàmica), la lectura de les dades, les invocacions de les funcions `gauss` i `resoltrisup` i l'escriptura, o bé del vector solució, o bé dels missatges que expliquin les dificultats trobades. També s'hi ha de fixar el valor de `tol` (per exemple, 10^{-10}).

Proveu el programa per a diversos sistemes lineals dels quals conegueu la solució per tal de comprovar que tot va correctament.

Afegiu-hi el càlcul del determinant de `A` i el del vector residu de la solució trobada `r = b-Ax` (per a poder fer això, us caldrà fer còpies de les dades inicials `A` i `b`).

Exercici 2 Feu una variació del programa anterior canviant la funció `main` de la manera següent:

- Només s'ha de llegir la dimensió `n`.
- `A` ha de ser la *matriu de Hilbert*:

$$a_{ij} = \frac{1}{i+j-1} \quad \forall i,j = 1,2,\ldots,n\ .$$

- `b` ha de ser el vector adequat per tal que la solució sigui `x` $= (1,1,\ldots,1)^T \in R^n$.
- Escriviu tant el *vector residu* de la solució trobada, `r = b-Ax`, com l'*error en cada component de la solució*: `x_i-1`.

Executeu-lo per valors creixents de `n`. Veieu alguna cosa estranya? Ho sabeu explicar?