

## Projet : Les diagrammes de décision binaire (BDD)

Point de départ:

Soit  $\varphi$  le connecteur à trois places If-Then-Else, on sait que le système  $\{\varphi, 0, 1\}$  est complet, c'est-à-dire que (la table de valeurs de) toute formule du calcul propositionnel s'obtient par composition de la fonction  $\varphi$  avec les fonctions constantes 0 et 1.

On introduit la notion de forme  $\varphi$ -normale pour caractériser les formules écrites avec  $\{\varphi, 0, 1\}$  dans lesquelles les variables propositionnelles n'apparaissent que comme variable de test du connecteur  $\varphi$ .

On montre que toute formule du calcul propositionnel est équivalente à une formule sous forme  $\varphi$ -normale.

L'équation ci-dessous, dite expansion de Shannon, est à la base de tous les procédés récursifs utilisés :

$$F = \varphi(x, F[1/x], F[0/x])$$

Le cadre du projet est l'article de Henrik Reif Andersen (article joint)

Cet article explique le passage d'une expression booléenne (formule du calcul propositionnel) à un arbre de décision binaire, puis à un diagramme de décision binaire (BDD : Binary Decision Diagram) puis à un diagramme de décision binaire ordonné (l'ordre des variables est le même sur toutes les branches du diagramme) (OBDD) et enfin à un diagramme de décision binaire ordonné réduit (ROBDD : Reduced Ordered Binary Decision Diagram). Ici, « diagramme » doit être compris comme « graphe ».

Les passages successifs ci-dessus respectent la satisfaisabilité sémantique.

Pour un choix des variables et un ordre sur ces variables, le ROBDD associé à une expression booléenne (formule du calcul propositionnel) est unique (Canonicity Lemma).

Le travail demandé par la mise sous forme ROBDD d'une expression booléenne est récompensé par une accélération « intéressante » du calcul de la valeur (vrai ou faux) de cette expression pour une distribution de valeurs des variables.

Le projet comporte :

- lecture et compréhension de l'article de H.R. Andersen
- implémentation dans un langage de votre choix des algorithmes permettant de construire le ROBDD –canoniquement- associé à une expression booléenne donnée.

Les algorithmes sont proposés dans l'article.

- résolution d'un problème utilisant le ROBDD-package que vous aurez implémenté : des exemples sont évoqués (sections 6 et 7 de l'article) : The N-queens problem, Correctness of combinational circuits, Equivalence of circuits. etc

---

L'article de H.R. Andersen est téléchargeable à :

<http://www.itu.dk/people/hra/bdd97/.ps>

D'autres documents sur la page du Professeur Randal E. Bryant (Carnegie Mellon University)

<http://www.cs.cmu.edu/~bryant/>

Voir aussi la page de Jean Vuillemin (Professeur à l'ENS)

<http://www.di.ens.fr/~jv/HomePage/teaching.html>

---

Licence de Mathématique et Informatique

Cours de Logique : Sedki Boughattas [bougatas@logique.jussieu.fr](mailto:bougatas@logique.jussieu.fr)

## **Projet : Étude et utilisation des SAT-Solveurs**

Le problème classique NP-complet de la satisfaisabilité booléenne (SAT) a suscité beaucoup d'intérêt non seulement en logique, informatique et mathématiques mais aussi dans tous les nombreux domaines où des solutions, à ce problème auraient des applications pratiques immédiates. (jeux : problème des reines, sudoku ; emploi du temps ; problèmes d'ordonnancement ...)

- Notion de SAT-Solver
- Méthode des coupures et ses limites (Théorème de Haken).
- Etude de l'algorithme DPLL (Davis, Putnam, Logerman, Loveland)
- Conflict driven clause learning ( CDCL ) plus performant que le DPLL
- Implémentation et comparaison de ces différents SAT-Solveurs .
- Application à un problème traduisible par un ensemble de clauses

## Bibliographie

- Outils logiques  
de Ralf Treinen - 2012
- Clause Learning in SAT  
de Richard Tichy, Thomas Glase - 2006
- Pigeonhole Principle and Resolution  
de Mémanie Raemy - 2004