

Per determinar els valors i fer l'equació de la recta tangent comú podem fer-ho de dos mètodes.
1er.

Assignem a c un valor com podria ser 1. Així doncs $c = 1$

Ara el que podríem fer és substituir el punt $P(c, 2c) = P(1, 2)$ a la funció $f(x)$ per poder trobar el valor de a :

$$f(1) = 2 \cdot (1)^2 - (1) + a = 2$$

$$2 - 1 + a = 2$$

$$a = 1$$

Ja tenim el valor de a , ara podem trobar l'equació de la recta tangent de la funció $f(x)$ derivant la funció.

$$f(x) = 2x^2 - x + 1$$

$$f'(2x^2) = 4x$$

$$f'(-x) = -1$$

$$f'(1) = 0$$

$$f'(x) = 4x - 1$$

Substituïm amb el punt de l'eix de les abscisses:

$$f'(1) = 4 \cdot 1 - 1$$

$$f'(1) = 3 = m$$

Substituïm amb la fórmula de la recta tangent $y - y_0 = m(x - x_0)$:

$$y - 2 = 3(x - 1)$$

$$y = 3x - 1$$

Ara que ja tenim la recta tangent podem fer el mateix per trobar la recta tangent de la funció $g(x)$ i així poder trobar el valor de b i comprovar que passa per la recta tangent:

$$g(x) = 4x^2 + bx + 3$$

$$g'(4x^2) = 8x$$

$$g'(bx) = b$$

$$g'(3) = 0$$

$$g'(x) = 8x + b$$

$$g'(1) = 8 \cdot 1 + b$$

$$3 = 8 + b$$

$$b = -5$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 2 = 3(x - 1)$$

$$y = 3x - 1$$

Com podem veure tenim la mateixa equació de la recta tangent per a les dues equacions, així que podem assegurar que la recta tangent de les dues equacions al punt d'abscissa $c = 1$ és $y = 3x - 1$, i les incògnites: $a = 1$, $b = -5$, $c = 1$

2n.

Anem a resoldre el problema però en aquest cas sense donar-li per defecte un valor al punt $P(c, 2c)$.

Primer trobem la recta tangent de la funció $f(x)$ on l'eix d'abscissa és c :

$$f'(c) = 4c - 1 = m$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 2c = (4c - 1)(x - c)$$

$$y - 2c = 4cx - 4c^2 - x + c$$

$$y = 4cx - 4c^2 - x + c + 2c$$

$$y = (4c - 1)x - 4c^2 + c + 2c$$

Fem el mateix per trobar la recta tangent de la funció de $g(x)$ on l'eix d'abscissa és c :

$$g'(c) = 8c + b$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 2c = (8c + b)(x - c)$$

$$y - 2c = 8cx - 8c^2 + bx - bc$$

$$y = (8c + b)x - 8c^2 + (-b - 2)c$$

Com podeu veure el pendent de les dues rectes hauria de ser la mateixa, així que anem a igualar per poder trobar els valors de b i c :

$$8c + b = 4c - 1$$

$$4c + b = -1$$

$$b = -4c - 1$$

$$c = \frac{-b - 1}{4}$$

Ara trobem el valor de a substituint el punt P a la funció $f(x)$:

$$2c = 2c^2 - c + a$$

$$a = -2c^2 + 2c + c$$

Fem l'equació de segon grau:

$$a = 1 - \sqrt{3}$$

$$a = 1 + \sqrt{3}$$

$$I \text{ trobem els valors de } a = 1 + \sqrt{3}, a = 1 - \sqrt{3}, b = -4c - 1, c = \frac{-b - 1}{4}$$