EXÁMENES DE INGENIERÍA TÉCNICA

2001

1.- Razonar la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

(a) Dada una aplicación $f: X \rightarrow Y$ entre dos conjuntos arbitrarios y dados $A, B \subseteq X$ se tiene:

$$f_*(A \cup B) = f_*(A) \cup f_*(B).$$

(b) En un conjunto bien ordenado los minimales son los mínimos.

2003

A. Definir el concepto de partición de un conjunto y calcular una partición del conjunto de los números naturales que tenga más de 4 conjuntos.

2004

Sea $X = \mathbb{N}-\{0\}$ el conjunto de los número naturales menos el 0. En él se considera la relación binaria:

$$x \mathrel{R} y \text{ si y solo si } x \mid y.$$

Se pide:

(a) Demostrar que R es una relación transitiva y reflexiva. ¿Es una relación de equivalencia o de orden? Razonar la respuesta.
(b) Sea $A = (D(40) \cap X) - \{1\}$, con $D(40)$ es el conjunto de los divisores de 40. Si existen, calcular al menos dos cotas superiores e inferiores de A en X, supremo, ínfimo, máximo, mínimo, elementos maximales y minimales de A.
(c) Determinar una partición de X con al menos 3 conjuntos y de manera que uno de ellos sea el conjunto A.

2004

1.- Usar la lógica proposicional sin utilizar tablas de verdad para resolver el siguiente problema:

Para aprobar las prácticas de Álgebra I cada alumno debe asistir a clase, hacer un cuaderno de prácticas aceptable y demostrar que dicho cuaderno de prácticas había sido hecho por el alumno mediante una prueba escrita; o hacer un cuaderno de prácticas aceptable y superar el examen final.

(a) Pepito hizo un cuaderno de prácticas aceptable pero no demostró que lo hizo él en la prueba escrita. Sabiendo que Pepito superó el examen final, ¿aprobó Pepito las prácticas?
(b) Juanito asistió a clase, hizo una patata de cuaderno pero hizo bien la prueba escrita donde demostraba que él era el autor del cuaderno. Juanito también aprobó el examen final, ¿aprobará las prácticas Juanito?

2005

2.- Se considera el conjunto de las partes de $\{1, 2, 3, 4, 5\}$:

$$A = \mathrm{P}(\{1, 2, 3, 4, 5\})$$

a) Dibujar el diagrama de orden del conjunto ordenado B, formado por todos los elementos de A con cardinal par y con la relación de orden que se obtiene con la inclusión.
b) Determinar los máximos, mínimos, elementos maximales y minimales.
c) Determinar las cotas superiores e inferiores, supremo e ínfimo de B en A.

2006

9 DE SEPTIEMBRE DE 2006

1.- Un famoso adivino fue preguntado por los alumnos que aprobaría Álgebra y dio las siguientes pistas:

- Si el alumno es hombre y nació en un mes par, aprobará el examen de teoría.
- Superará las prácticas si el alumno es mujer y su DNI termina en 0, 3 o 9.
- Si su edad es superior a 20 años o nació en mes impar entonces superará las prácticas y no la teoría.

Sabiendo que un alumno aprobará Álgebra si y sólo si supera las prácticas y la teoría, ¿aprobará Pepito la asignatura de Álgebra sabiendo que hoy cumple 20 años y su DNI es 27543987?

2008

1.- Dada la forma argumentativa:

A_1: $(p \vee q) \leftrightarrow p$, A_2: $((q \wedge p) \vee (s \wedge t)) \rightarrow r$, A_3: $(q \wedge s) \rightarrow t$; $\therefore$ A: $((t \vee r) \vee s) \rightarrow p$.

a. Calcular la forma normal conjuntiva de A_3.
b. Buscar formas enunciativas lógicamente equivalentes a A que utilicen sólo las conectivas de los siguientes conjuntos:
   a. $\{\sim, \wedge, \vee\}$ b. $\{\sim, \rightarrow\}$
c. Estudiar la validez de la argumentación.

2008

2.- Consideramos la siguiente relación binaria en el conjunto $A = \{2, 3, 7, a, c\}$:

$$R = \{(2, 2), (2, 3), (3, 3), (7, 7), (7, a), (7, 2), (7, 3), (7, c), (a, a), (a, c), (a, 2), (a, 3), (c, c), (c, 3)\}$$

Se pide:
a) ¿Es una relación de orden? ¿Es A totalmente ordenado?

2009

1.- Sea $\varnothing$ el conjunto vacío y $\mathcal{P}(\varnothing)$ el conjunto de las partes del conjunto vacío. Razonar la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a. $\text{card}(\{\varnothing\}) = \text{card}(\varnothing)$.
b. $\mathcal{P}(\varnothing) \in \mathcal{P}(\mathcal{P}(\varnothing))$.
c. $\{\mathcal{P}(\varnothing)\} \subseteq \mathcal{P}(\mathcal{P}(\varnothing))$.
d. $\mathcal{P}(\varnothing) \subseteq \mathcal{P}(\mathcal{P}(\varnothing))$.

2009

2. Sean $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $A_1 = \{a, b\}$ y $B_1 = \{2, 3\}$. Definir, si existe, una aplicación biyectiva f: $A \times \mathcal{P}(B_1) \to \mathcal{P}(A_1) \times B$ y hacer todas las comprobaciones explícitamente.

2010

1. Sea A = {x, y, z}. Definimos en $\mathcal{P}(A)$ la relación binaria:

$$A_1 \, R \, A_2 \text{ si y sólo si } \text{card}(A_1) = \text{card}(A_2).$$

Se pide:

a) Estudiar las propiedades que satisface dicha relación binaria. ¿Es R una relación de orden y/o de equivalencia?
b) Si es posible, calcular el conjunto cociente $\mathcal{P}(A)/R$. ¿Define dicho conjunto una partición en $\mathcal{P}(A)$?
c) Elige un número natural positivo p y define una aplicación biyectiva entre $\mathcal{P}(A)/R$ y un $\mathbb{Z}_p$.

2010

3. Estudiar, sin usar tablas de verdad, la validez de la siguiente argumentación:

$$\mathcal{A}_1: (r \vee q) \uparrow (q \to p)$$
$$\mathcal{A}_2: (q \leftrightarrow (s \wedge (\sim p)))$$
$$\mathcal{A}_3: (r \oplus p)$$
$$\therefore \mathcal{A}: s$$

EXÁMENES DE GRADO

2012

B) [7 puntos] Sea f: $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x\,|x|$. Se pide:

i) Estudiar si f es aplicación.

ii) Razonar si f es biyectiva.

iii) Enunciar el teorema de existencia de la inversa. Calcular, si es posible, la inversa de f.

2012

1. [10 puntos]

A) Sea $X = \{\ \overline{1},\ \overline{3}\ \} \subseteq \mathbb{Z}_5$. Definir en el conjunto $\mathbb{Z}_5$ una partición con cuatro elementos $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ siendo $A_1 = X$. Comprobar que lo es.

B) Definimos en $\mathbb{Z}_5$ la relación binaria

$$x\,R\,y \Leftrightarrow \quad \text{existe } i \in \{1, 2, 3, 4\} \text{ tal que } x, y \in A_i$$

Comprobar que R es una relación de equivalencia y calcular $\mathbb{Z}_5/R$.

2013

B) Definir en $\mathbb{Z}_3$ una relación de equivalencia que verifique que el conjunto cociente tenga dos clases de equivalencia y la clase del 0 tenga un solo elemento. Comprobarlo explícitamente.

C) Demostrar que el conjunto cociente anterior es una partición de $\mathbb{Z}_3$.

2013

2. (10 puntos). Consideramos la correspondencia que tiene por conjunto inicial y final a $\mathbb{R}$, y como grafo a $G = \{(x, \frac{3x}{x-1}) \mid x \in \mathbb{R}\}$.

   a. Reducir dominio y codominio lo menos posible para que sea aplicación.
   b. Reducir dominio y codominio lo menos posible para que sea aplicación inyectiva.
   c. Reducir dominio y codominio lo menos posible para que sea aplicación sobreyectiva.

2014

2.- [14 puntos] En el conjunto de los divisores positivos de 24 definimos la siguiente relación binaria:

$$a\ R\ b \Leftrightarrow \exists c \in \mathbb{Z} \text{ tal que } a = b\,c$$

Se pide:

2.1 [5 puntos] Demostrar (de forma analítica) que es una relación de orden y dibujar su diagrama.

2014

2.- [14 puntos]

A) [8 puntos] Definir una relación de equivalencia en $\mathbb{Z}_4$ que determine una partición con dos elementos de la misma cardinalidad. Comprobarlo explícitamente.

2016

2.- [10 puntos] Sea D el conjunto de los divisores positivos de 60. En D definimos la relación binaria

$$R = \{(x,\ y) / x - y \equiv 0 \bmod 3\}$$

a) [3 puntos] Probar que R es una relación de equivalencia.
b) [2 puntos] Calcular el conjunto cociente D/R.
c) [5 puntos] Definir partición del conjunto D y calcular una partición de D con al menos cinco elementos. ¿Es posible obtener una partición de D con tres elementos?

2017

2.- [*10 puntos*] Dados los conjuntos $X = \mathrm{P}(\{a, b\} \times \{c\})$ y $B = \{0, 1, 2\}$, consideramos la aplicación:

f: $X \longrightarrow B$ definida por $f(A) = \mathrm{card}(A)$ para cada $A \in X$

a) Comprobar si f es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva.

b) Definimos la siguiente relación binaria R en X. Para $A_1, A_2 \in X$:

$$A_1 R A_2 \Leftrightarrow f(A_1) = f(A_2)$$

Comprobar que es relación de equivalencia y calcular el conjunto cociente.

2019

2.- [*20 puntos*] Sea D el conjunto de los divisores positivos de 120 y X el subconjunto cuyos elementos son los elementos de D menores o iguales a 10, consideramos en D la relación binaria dada por

$$a\ R\ b \text{ si y sólo si } b \text{ es un divisor de } a$$

Se pide:

a) Determinar, de forma analítica, que R induce en el subconjunto X una relación de orden.
b) Obtener el diagrama de Hasse del conjunto ordenado X con la relación de orden inducida por R.
c) Definir y calcular, si existen, cotas superiores e inferiores, supremo, ínfimo, máximo, mínimo y elementos maximales y minimales de X.