DEPARTAMENTO DE FÍSICA

UNIVERSIDAD DE JAÉN

Relación de problemas nº 0: Cálculo vectorial.

1.- Dados los vectores: **a** = (1,2,3), **b** = (2,1,0), **c** = (1,0,0), **d** = (0,1,1), realizar las siguientes operaciones:

a) **e = a+b** b) **h = b+c** c) **k = 2b-c** d) **n = b+4c** e) **f = a+c** f) **i = b+d**

g) **l = b-2d** h) **o = -4b-2d** i) **g = a+d** j) **j = c+d** k) **m = 2c +3d** l) **p = c-d+6a**

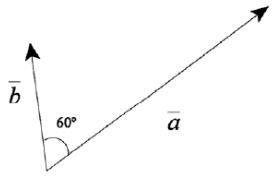
Solución: *a)* (3,3,3); *b)* (3,1,0); *c)* (3,2,0); *d)* (6,1,0); *e)* (2,2,3); *f)* (2,2,1); *g)* (2,-1,-2); *h)* (-8,-6,-2); *i)* (1,3,4); *j)* (1,1,1); *k)* (2,3,3); *l)* (7,11,17).

2.- Dados los vectores del anterior ejercicio, calcular los siguientes productos escalares:

a) **a·b** b) **b·c** c) **a·c** d) **b·d** e) **a·d** f) **c·d**

Solución: *a)* 4; *b)* 2; *c)* 1; *d)* 1; *e)* 5; *f)* 0.

3.- Calcular el producto vectorial de los vectores **a** y **b** de la figura, sabiendo que sus módulos son respectivamente: a=10 N y b=5 N.



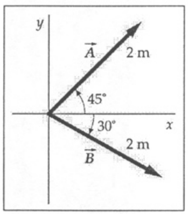
Solución: El producto vectorial de los dos vectores es un vector con dirección perpendicular a la hoja de papel, sentido saliendo de la misma y módulo $25\cdot(3)^{1/2}$ N^2.

4.- Dado los vectores **a** = 3**i** – 2**j** + 6**k** y **b** = 5**i** + **j** + 2**k**, calcular:

(a) 3**a** + **b;** (b) **a** - 4**b;** (c) **a·b;** (d) **a×b;** (e) ¿Cuál es el ángulo entre **a** y **b**?; (f) Encontrar un vector perpendicular a **a** y **b**.

Solución: *a)* 14**i**–5**j**+20**k**; *b)* -17**i**–6**j**-2**k**; *c)* 25; *d)* -10**i**+24**j**+13**k**; *e) 49.3º*; *f)* $(845)^{-1/2}$(-10**i**+24**j**+13**k**).

5.- Para los vectores de la figura, obtener: a) expresión analítica; b) módulo y ángulo que forma con el eje *x* el vector **A+B**.



Solución: *a)* **A**=1.414**i**–1.414**j** y **B**=1.732**i-j**; *b)3.173 y 7.5º*
6.- Dados los vectores $\mathbf{u}_1 = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{u}_2 = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$, $\mathbf{u}_3 = -2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$ y $\mathbf{u}_4 = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$, hallar los valores de los escalares *a, b,* y *c* de forma que $\mathbf{u}_4 = a\mathbf{u}_1 + b\mathbf{u}_2 + c\mathbf{u}_3$.

Solución: a = -2, b = 1, c = -3.

7.- Hallar la suma o resultante de los siguientes vectores desplazamientos: **U**, 10 m hacia el Noroeste; **v**, 20 m Este-30º-Norte; **w**, 35 m hacia el Sur (Fig. 1.7).

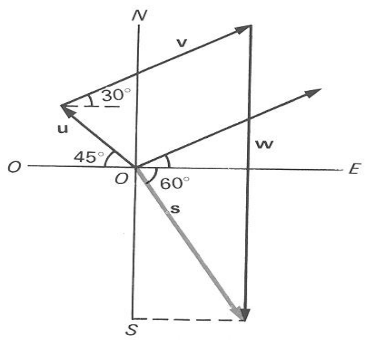


Figura 1.7. Resultante de la suma de tres vectores.

Solución: s = 20.6 m; α ≈ 60º.

8.- Dados los vectores **u** = 2**i** + 2**j** - **k** y **v** = 6**i** – 3**j** + 2**k**, calcular: (a) El ángulo que forman. (b) La proyección de **u** sobre la dirección de **v**.

Solución: (a) α ≈ 79º. (b) $p = u_n$ = 4/7.

9.- Un punto recorre una circunferencia de radio R, de modo que en cada instante el vector que une el centro de la circunferencia con el punto forma un ángulo α con el eje OX. (a) Encuentra la expresión del vector de posición del punto en función del ángulo α. (b) Calcula la derivada del vector de posición respecto del ángulo α. (c) Si el ángulo α depende del tiempo como α = ωt, calcula la derivada del vector de posición respecto del tiempo.

Solución: (a) $R\cos\alpha\,\vec{\imath} + R\,\mathrm{sen}\,\alpha\,\vec{\jmath}$; (b) $-R\,\mathrm{sen}\alpha\,\vec{\imath} + R\cos\alpha\,\vec{\jmath}$; (c) $-R\,\omega\,\mathrm{sen}(\omega t)\,\vec{\imath} + R\,\omega\cos(\omega t)\,\vec{\jmath}$

10.- Hallar el vector unitario perpendicular al plano formado por los vectores **u** = 2**i** – 6**j** - 3**k** y **v** = 4**i** + 3**j** - **k**.

Solución: (3**i** – 2**j** + 6**k**)/7