

Ejercicio 9.3. Se considera la relación de equivalencia R sobre \mathbb{Z} dada por

$$R = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : (a - b) \text{ es un múltiplo de } 2\}.$$

Al conjunto cociente lo denotaremos²⁷ por $\mathbb{Z}_2 = \{\bar{0}, \bar{1}\}$. En el podemos definir dos operaciones internas $+$ y \cdot , que vendrán dadas por las siguientes tablas:

$+$	$\bar{0}$	$\bar{1}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$
$\bar{1}$	$\bar{1}$	$\bar{0}$

y

\cdot	$\bar{0}$	$\bar{1}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$

Comprobar si $(\mathbb{Z}_2, +, \cdot)$ es un retículo o una álgebra de Boole. ■

Ejercicio 9.4. Sea D el conjunto formado por los divisores positivos del producto de los tres últimos dígitos no nulos de tu DNI con la relación de orden,

$$a \leq b \Leftrightarrow b \mid a.$$

Comprobar:

- a) Si es un conjunto ordenado.
- b) Si es un retículo.
- c) Si es un álgebra de Boole. ■

Ejercicio 9.5. Sea D el conjunto de las partes del conjunto formado por los tres últimos dígitos distintos de tu DNI con la relación de orden,

$$A \leq B \Leftrightarrow A \subseteq B.$$

Comprobar:

- a) Si es un conjunto ordenado.
- b) Si es un retículo.
- c) Si es un álgebra de Boole.
- d) Calcular el complementario del conjunto formado por los dos primeros dígitos.
- e) Calcular los átomos y sus complementos. ■

Ejercicio 9.6. Consideremos los conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $B = \{6, 7, 8, 9\}$ y definimos en $A \times B$ la relación binaria:

$$(a_1, b_1) \leq (a_2, b_2) \Leftrightarrow a_1 \leq a_2 \text{ en } A \text{ y } b_1 \leq b_2 \text{ en } B.$$

²⁷ En el capítulo 12 se generaliza el proceso de construcción, para n un entero mayor o igual 2, de los anillos conmutativos que se denotarán por \wedge_n .