Cuaderno de Prácticas

MATEMÁTICAS DISCRETAS

Grado en Ingeniería Informática

CURSO 2024/25

Datos personales

Nombre y apellidos : Francisco Javier Martín - Lunas Escobar
DNI : 26268082
Grupo de teoría : A
Grupo de prácticas : 1

Archivos

In[∘]:=

```
indice={
        {"Introducción","Apartado 1","Apartado 2","Apartado 3"},
        {"Capítulo 1: El entorno de trabajo","Generalidades sobre Mathematicas","Interfaz de U
        {"Capítulo 2: Aritmética Básica. Variables y Funciones","Operaciones aritméticas eleme
            ,"Tipos de datos y números","Diferentes precisiones en el cálculo"},
        {"Capítulo 3: Polinomio. Cálculos básicos y Divisibilidad",
            "Lista y Representación y formato de una lista","La función Table" ,"Vectores y ma
        {"Capítulo 4: Programación en Mathematica",
            "Expresiones lóghicas y Representaciones gráficas","Órdenes condicionales"
            ,"Bucles y estructuras de control"},
        {"Capítulo 5: Lógica proposicional 1: Conectivas y tablas de verdad"
            ,"Formas enunciativas y conectivas","Tablas de verdad"},
        {"Capítulo 6: Lógica proposicional 2: Tautologías, contradicciones,formas normales
            , conjuntos adecuados de conectivas, equivalencias e implicaciones lógicas
                y argumentaciones"
            ,"Tautología y contradicción / Equivalencias lógicas e implicaciones lógicas",
            "Formas normales y Argumentaciones válidas","Conjuntos adecuados de conectivas"},
        {"Capítulo 7: Conjuntos y aplicaciones (Partición de un conjunto,Aplicaciones)"
            ,"Operaciones con conjuntos","Producto cartesiano","Partes de un conjunto"},
        {"Capítulo 8: Relaciones binarias y conjuntos ordenados","Relaciones binarias",
            "Relaciones de equivalencia","Relaciones de orden y Diagramas de orden o de Hasse'
};
TextGrid[indice,Frame→All,Spacings→{2,1}]
```

Out[•]=

Introducción	Apartado 1	Apartado 2	Apartado 3
Capítulo 1: El entorno de trabajo	Generalidades sobre Mathematicas	Interfaz de Usuario	
Capítulo 2: Aritmética Básica. Variables y Funciones	Operaciones aritméticas elementales	Tipos de datos y números	Diferentes precisiones en el cálculo
Capítulo 3: Polinomio. Cálculos básicos y Divisibilidad	Lista y Representación y formato de una lista	La función Table	Vectores y matrices
Capítulo 4: Programación en Mathematica	Expresiones lóghicas y Representaciones gráficas	Órdenes condicionales	Bucles y estructuras de control
Capítulo 5: Lógica proposicional 1: Conectivas y tablas de verdad	Formas enunciativas y conectivas	Tablas de verdad	
Capítulo 6: Lógica proposicional 2: Tautologías, contradicciones,formas normales , conjuntos adecuados de conectivas, equivalencias e implicaciones lógicas y argumentaciones	Tautología y contradicción / Equivalencias lógicas e implicaciones lógicas	Formas normales y Argumentaciones válidas	Conjuntos adecuados de conectivas
Capítulo 7: Conjuntos y aplicaciones (Partición de un conjunto,Aplicaciones)	Operaciones con conjuntos	Producto cartesiano	Partes de un conjunto
Capítulo 8: Relaciones binarias y conjuntos ordenados	Relaciones binarias	Relaciones de equivalencia	Relaciones de orden y Diagramas de orden o de Hasse

Práctica I

Ejercicio I . 6

Texto del ejercicio 1

Solución :

Ejercicio 2.1

Calcular con 5 y 10 cifras significativas :

a) $3\ (1+4) - 2^2 \times 5 - 5^{1/5}$

In[∘]:= $N[3(1+4)-2^2\times5-5^{1/5},10]$

Out[∘]=

```
-6.379729661
```

b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}$

In[∘]:= $N\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5},10\right]$

Out[∘]=

```
1.033333333
```

c) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{3}}$

In[∘]:= $N\left[\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{3}},10\right]$

Out[∘]=

```
1.550402942
```

i) 2^{1000}

In[∘]:= $N[2^{1000},10]$

Out[∘]=

$1.071508607 \times 10^{301}$

Práctica 2

Ejercicio 2.1

d) e^2

```
In[∘]:= N[E^2,10]
```

```
Out[∘]= 7.389056099
```

e) Ln (Cos (π/3))

```
In[∘]:= N[Log[Cos[π/3]],10]
```

```
Out[∘]= -0.6931471806
```

f) $\left| \frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\sqrt{2} \right|$

```
In[∘]:= N[Abs[1/2+1/3-√2],10]
```

```
Out[∘]= 0.5808802290
```

g) Sen(π)+Tan(π)

```
In[∘]:= N[Sin[π]+Tan[π],10]
```

```
Out[∘]= 0
```

h) ArcSin[0.5]-ArcCos[0.5]

```
In[∘]:= N[ArcSin[0.5]-ArcCos[0.5],10]
```

```
Out[∘]= -0.523599
```

Ejercicio 2.3

```
In[∘]:= x=26268082;
        y=2004;
```

a) Comprobar si x es primo

```
In[∘]:= PrimeQ[x]
```

```
Out[∘]= False
```

b) Calcular el cociente y el resto de dividir x entre y

```
In[◦]:= Quotient[x,y]

Out[◦]= 13 107
```

```
In[◦]:= Mod[x,y]

Out[◦]= 1654
```

c) Calcular una aproximación decimal con 20 cifras decimales de la raíz cuadrada de x

```
In[◦]:= N[Sqrt[x],20]

Out[◦]= 5125.2397017115209262
```

d) Calcular el entero más próximo al número (πy-ⅇ)/x

In[◦]:=

$$\text{Round}\left[\frac{\pi * y - e}{x}\right]$$

```
Out[◦]= 0
```

e) Calcular el número de Fibonacci del día del mes en que naciste

```
In[◦]:= Fibonacci[6]

Out[◦]= 8
```

Ejercicio 3.1

a) Formar una lista con todos los múltiplos de 11 positivos, menores que los dos últimos dígitos del año en que naciste

```
In[•]:=  lista = Select[Range[11,2004,11],#<2004 &]

Out[•]=
{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121, 132, 143, 154, 165, 176, 187, 198, 209,
 220, 231, 242, 253, 264, 275, 286, 297, 308, 319, 330, 341, 352, 363, 374, 385, 396,
 407, 418, 429, 440, 451, 462, 473, 484, 495, 506, 517, 528, 539, 550, 561, 572, 583,
 594, 605, 616, 627, 638, 649, 660, 671, 682, 693, 704, 715, 726, 737, 748, 759, 770,
 781, 792, 803, 814, 825, 836, 847, 858, 869, 880, 891, 902, 913, 924, 935, 946, 957,
 968, 979, 990, 1001, 1012, 1023, 1034, 1045, 1056, 1067, 1078, 1089, 1100, 1111,
 1122, 1133, 1144, 1155, 1166, 1177, 1188, 1199, 1210, 1221, 1232, 1243, 1254, 1265,
 1276, 1287, 1298, 1309, 1320, 1331, 1342, 1353, 1364, 1375, 1386, 1397, 1408, 1419,
 1430, 1441, 1452, 1463, 1474, 1485, 1496, 1507, 1518, 1529, 1540, 1551, 1562, 1573,
 1584, 1595, 1606, 1617, 1628, 1639, 1650, 1661, 1672, 1683, 1694, 1705, 1716,
 1727, 1738, 1749, 1760, 1771, 1782, 1793, 1804, 1815, 1826, 1837, 1848, 1859,
 1870, 1881, 1892, 1903, 1914, 1925, 1936, 1947, 1958, 1969, 1980, 1991, 2002}
```

```
In[•]:=  Table[i,{i,11,2004,11}]

Out[•]=
{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121, 132, 143, 154, 165, 176, 187, 198, 209,
 220, 231, 242, 253, 264, 275, 286, 297, 308, 319, 330, 341, 352, 363, 374, 385, 396,
 407, 418, 429, 440, 451, 462, 473, 484, 495, 506, 517, 528, 539, 550, 561, 572, 583,
 594, 605, 616, 627, 638, 649, 660, 671, 682, 693, 704, 715, 726, 737, 748, 759, 770,
 781, 792, 803, 814, 825, 836, 847, 858, 869, 880, 891, 902, 913, 924, 935, 946, 957,
 968, 979, 990, 1001, 1012, 1023, 1034, 1045, 1056, 1067, 1078, 1089, 1100, 1111,
 1122, 1133, 1144, 1155, 1166, 1177, 1188, 1199, 1210, 1221, 1232, 1243, 1254, 1265,
 1276, 1287, 1298, 1309, 1320, 1331, 1342, 1353, 1364, 1375, 1386, 1397, 1408, 1419,
 1430, 1441, 1452, 1463, 1474, 1485, 1496, 1507, 1518, 1529, 1540, 1551, 1562, 1573,
 1584, 1595, 1606, 1617, 1628, 1639, 1650, 1661, 1672, 1683, 1694, 1705, 1716,
 1727, 1738, 1749, 1760, 1771, 1782, 1793, 1804, 1815, 1826, 1837, 1848, 1859,
 1870, 1881, 1892, 1903, 1914, 1925, 1936, 1947, 1958, 1969, 1980, 1991, 2002}
```

```
In[•]:=  Range[11,2004,11]

Out[•]=
{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121, 132, 143, 154, 165, 176, 187, 198, 209,
 220, 231, 242, 253, 264, 275, 286, 297, 308, 319, 330, 341, 352, 363, 374, 385, 396,
 407, 418, 429, 440, 451, 462, 473, 484, 495, 506, 517, 528, 539, 550, 561, 572, 583,
 594, 605, 616, 627, 638, 649, 660, 671, 682, 693, 704, 715, 726, 737, 748, 759, 770,
 781, 792, 803, 814, 825, 836, 847, 858, 869, 880, 891, 902, 913, 924, 935, 946, 957,
 968, 979, 990, 1001, 1012, 1023, 1034, 1045, 1056, 1067, 1078, 1089, 1100, 1111,
 1122, 1133, 1144, 1155, 1166, 1177, 1188, 1199, 1210, 1221, 1232, 1243, 1254, 1265,
 1276, 1287, 1298, 1309, 1320, 1331, 1342, 1353, 1364, 1375, 1386, 1397, 1408, 1419,
 1430, 1441, 1452, 1463, 1474, 1485, 1496, 1507, 1518, 1529, 1540, 1551, 1562, 1573,
 1584, 1595, 1606, 1617, 1628, 1639, 1650, 1661, 1672, 1683, 1694, 1705, 1716,
 1727, 1738, 1749, 1760, 1771, 1782, 1793, 1804, 1815, 1826, 1837, 1848, 1859,
 1870, 1881, 1892, 1903, 1914, 1925, 1936, 1947, 1958, 1969, 1980, 1991, 2002}
```

```
In[•]:=  Table[i 5,{i,1,5,1}]

Out[•]=
         {5, 10, 15, 20, 25}

In[•]:=  {5,10,15,20,25}

Out[•]=
         {5, 10, 15, 20, 25}
```

b) Calcular, utilizando el resultado del apartado anterior y las funciones de la tabla 3.1., los múltiplos de 11. entre 15 y 70.

```
In[•]:=  lista;
         Select[lista,15≤#≤70&]

Out[•]=
         {22, 33, 44, 55, 66}
```

c) Unir a la lista obtenida en el apartado b), una nueva formada por los múltiplos de 5 entre 10 y 50, pero que en la tercera posición tenga el elemento ϕ. ¿Cuántos elementos tiene la lista que acabamos de conseguir? ¿Cuáles son los elementos que se encuentran en primera, última y octava posición?

```
In[•]:=  multiplosDe5 = Range[10,50,5]

Out[•]=
         {10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}

In[•]:=  multiplosDe5Conϕ = Insert[multiplosDe5, ϕ,3]

Out[•]=
         {10, 15, ϕ, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}
```

Unir listas

```
In[◦]:=  listaCombinada = Join[lista, multiplosDe5Conϕ]
```

```
Out[◦]=
{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121, 132, 143, 154, 165, 176, 187, 198,
 209, 220, 231, 242, 253, 264, 275, 286, 297, 308, 319, 330, 341, 352, 363, 374,
 385, 396, 407, 418, 429, 440, 451, 462, 473, 484, 495, 506, 517, 528, 539, 550,
 561, 572, 583, 594, 605, 616, 627, 638, 649, 660, 671, 682, 693, 704, 715, 726,
 737, 748, 759, 770, 781, 792, 803, 814, 825, 836, 847, 858, 869, 880, 891, 902,
 913, 924, 935, 946, 957, 968, 979, 990, 1001, 1012, 1023, 1034, 1045, 1056, 1067,
 1078, 1089, 1100, 1111, 1122, 1133, 1144, 1155, 1166, 1177, 1188, 1199, 1210,
 1221, 1232, 1243, 1254, 1265, 1276, 1287, 1298, 1309, 1320, 1331, 1342, 1353,
 1364, 1375, 1386, 1397, 1408, 1419, 1430, 1441, 1452, 1463, 1474, 1485, 1496,
 1507, 1518, 1529, 1540, 1551, 1562, 1573, 1584, 1595, 1606, 1617, 1628, 1639,
 1650, 1661, 1672, 1683, 1694, 1705, 1716, 1727, 1738, 1749, 1760, 1771, 1782,
 1793, 1804, 1815, 1826, 1837, 1848, 1859, 1870, 1881, 1892, 1903, 1914, 1925,
 1936, 1947, 1958, 1969, 1980, 1991, 2002, 10, 15, ϕ, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50}
```

Determinar el número total de elementos

```
In[◦]:=  Length[listaCombinada]
```

```
Out[◦]=
192
```

Obtener la primera, octava y última posición

```
In[◦]:=  {First[listaCombinada],Last[listaCombinada],listaCombinada⟦8⟧}
```

```
Out[◦]=
{11, 50, 88}
```

Ejercicio 3.2

Crear una tabla como en el ejercicio 3.4 . cuya primera fila esté formada por los cinco primeros múltiplos positivos del día del mes en que naciste, la segunda fila por sus cubos y la tercera por la potencia quinta de dichos números

```
In[◦]:=  tabla=Table[(3*j)^i,{i,1,3},{j,1,5}]
```

```
Out[◦]=
{{3, 6, 9, 12, 15}, {9, 36, 81, 144, 225}, {27, 216, 729, 1728, 3375}}
```

Práctica 3

De archivo de practicas el capitulo 4. Cada ejercicio hay que hacerlo con Do, For y While

```
p=1;
Do[p=p*i,{i,2006,2104,1}]
Do[If[Mod[i,17]==0,p=p*i],{i,2006,2104,1}]
p=1;
For[i=2006, i≤ 2104, i= i+17, p=p*i]
For[i=2006, i≤ 2104, i= i+17,If[Mod[i,17]==0,p=p*i]]
```

Out[ ]=

```
73 850 604 651 472 793 760
```

Ejercicio 4.3

In[ ]:=

```
d1d2 = 03;
m1m2 = 06;
anyo = 2004;
anyoPlusMes = anyo*(m1m2 + 6);
```

a) Construir un bucle que nos de todos los múltiplos de D1D2 comprendidos entre el año de tu nacimiento y el año de tu nacimiento multiplicado por M1M2 + 6.

In[ ]:=

```
listaAMultiplosFor={};
listaAMultiplosDo = {};
listaAMultiplosWhile={};
For[i=anyo,i≤anyoPlusMes,i++,
    If[Mod[i,d1d2]==0,
        AppendTo[listaAMultiplosFor,i];
    ]
]

i = anyo;
While[i ≤ anyoPlusMes,
  If[Mod[i, d1d2] == 0,
    AppendTo[listaAMultiplosWhile, i]
  ];
  i++;
];
Do[
  If[Mod[i, d1d2] == 0,
    AppendTo[listaAMultiplosDo, i]
  ],
  {i, anyo, anyoPlusMes}
];
If[listaAMultiplosFor === listaAMultiplosWhile === listaAMultiplosDo,
  Print[listaAMultiplosFor]
];
```

```
{2004, 2007, 2010, 2013, 2016, 2019, 2022, 2025, 2028, 2031, 2034, 2037, 2040, 2043, 2046,
 2049, 2052, 2055, 2058, 2061, 2064, 2067, 2070, 2073, 2076, 2079, 2082, 2085, 2088, 2091,
 2094, 2097, 2100, 2103, 2106, 2109, 2112, 2115, 2118, 2121, 2124, 2127, 2130, 2133, 2136,
 2139, 2142, 2145, 2148, 2151, 2154, 2157, 2160, 2163, 2166, 2169, 2172, 2175, 2178, 2181,
 2184, 2187, 2190, 2193, 2196, 2199, 2202, 2205, 2208, 2211, 2214, 2217, 2220, 2223, 2226,
 2229, 2232, 2235, 2238, 2241, 2244, 2247, 2250, 2253, 2256, 2259, 2262, 2265, 2268, 2271,
 2274, 2277, 2280, 2283, 2286, 2289, 2292, 2295, 2298, 2301, 2304, 2307, 2310, 2313, 2316,
 2319, 2322, 2325, 2328, 2331, 2334, 2337, 2340, 2343, 2346, 2349, 2352, 2355, 2358, 2361,
 2364, 2367, 2370, 2373, 2376, 2379, 2382, 2385, 2388, 2391, 2394, 2397, 2400, 2403, 2406,
 2409, 2412, 2415, 2418, 2421, 2424, 2427, 2430, 2433, 2436, 2439, 2442, 2445, 2448, 2451,
 2454, 2457, 2460, 2463, 2466, 2469, 2472, 2475, 2478, 2481, 2484, 2487, 2490, 2493, 2496,
 2499, 2502, 2505, 2508, 2511, 2514, 2517, 2520, 2523, 2526, 2529, 2532, 2535, 2538, 2541,
 2544, 2547, 2550, 2553, 2556, 2559, 2562, 2565, 2568, 2571, 2574, 2577, 2580, 2583, 2586,
 2589, 2592, 2595, 2598, 2601, 2604, 2607, 2610, 2613, 2616, 2619, 2622, 2625, 2628, 2631,
 2634, 2637, 2640, 2643, 2646, 2649, 2652, 2655, 2658, 2661, 2664, 2667, 2670, 2673, 2676,
 2679, 2682, 2685, 2688, 2691, 2694, 2697, 2700, 2703, 2706, 2709, 2712, 2715, 2718, 2721,
 2724, 2727, 2730, 2733, 2736, 2739, 2742, 2745, 2748, 2751, 2754, 2757, 2760, 2763, 2766,
 2769, 2772, 2775, 2778, 2781, 2784, 2787, 2790, 2793, 2796, 2799, 2802, 2805, 2808, 2811,
 2814, 2817, 2820, 2823, 2826, 2829, 2832, 2835, 2838, 2841, 2844, 2847, 2850, 2853, 2856,
 2859, 2862, 2865, 2868, 2871, 2874, 2877, 2880, 2883, 2886, 2889, 2892, 2895, 2898, 2901,
 2904, 2907, 2910, 2913, 2916, 2919, 2922, 2925, 2928, 2931, 2934, 2937, 2940, 2943, 2946,
 2949, 2952, 2955, 2958, 2961, 2964, 2967, 2970, 2973, 2976, 2979, 2982, 2985, 2988, 2991,
 2994, 2997, 3000, 3003, 3006, 3009, 3012, 3015, 3018, 3021, 3024, 3027, 3030, 3033, 3036,
 3039, 3042, 3045, 3048, 3051, 3054, 3057, 3060, 3063, 3066, 3069, 3072, 3075, 3078, 3081,
 3084, 3087, 3090, 3093, 3096, 3099, 3102, 3105, 3108, 3111, 3114, 3117, 3120, 3123, 3126,
 3129, 3132, 3135, 3138, 3141, 3144, 3147, 3150, 3153, 3156, 3159, 3162, 3165, 3168, 3171,
 3174, 3177, 3180, 3183, 3186, 3189, 3192, 3195, 3198, 3201, 3204, 3207, 3210, 3213, 3216,
 3219, 3222, 3225, 3228, 3231, 3234, 3237, 3240, 3243, 3246, 3249, 3252, 3255, 3258, 3261,
 3264, 3267, 3270, 3273, 3276, 3279, 3282, 3285, 3288, 3291, 3294, 3297, 3300, 3303, 3306,
 3309, 3312, 3315, 3318, 3321, 3324, 3327, 3330, 3333, 3336, 3339, 3342, 3345, 3348, 3351,
 3354, 3357, 3360, 3363, 3366, 3369, 3372, 3375, 3378, 3381, 3384, 3387, 3390, 3393, 3396,
 3399, 3402, 3405, 3408, 3411, 3414, 3417, 3420, 3423, 3426, 3429, 3432, 3435, 3438, 3441,
 3444, 3447, 3450, 3453, 3456, 3459, 3462, 3465, 3468, 3471, 3474, 3477, 3480, 3483, 3486,
 3489, 3492, 3495, 3498, 3501, 3504, 3507, 3510, 3513, 3516, 3519, 3522, 3525, 3528, 3531,
 3534, 3537, 3540, 3543, 3546, 3549, 3552, 3555, 3558, 3561, 3564, 3567, 3570, 3573, 3576,
 3579, 3582, 3585, 3588, 3591, 3594, 3597, 3600, 3603, 3606, 3609, 3612, 3615, 3618, 3621,
 3624, 3627, 3630, 3633, 3636, 3639, 3642, 3645, 3648, 3651, 3654, 3657, 3660, 3663, 3666,
 3669, 3672, 3675, 3678, 3681, 3684, 3687, 3690, 3693, 3696, 3699, 3702, 3705, 3708, 3711,
 3714, 3717, 3720, 3723, 3726, 3729, 3732, 3735, 3738, 3741, 3744, 3747, 3750, 3753, 3756,
 3759, 3762, 3765, 3768, 3771, 3774, 3777, 3780, 3783, 3786, 3789, 3792, 3795, 3798, 3801,
 3804, 3807, 3810, 3813, 3816, 3819, 3822, 3825, 3828, 3831, 3834, 3837, 3840, 3843, 3846,
 3849, 3852, 3855, 3858, 3861, 3864, 3867, 3870, 3873, 3876, 3879, 3882, 3885, 3888, 3891,
 3894, 3897, 3900, 3903, 3906, 3909, 3912, 3915, 3918, 3921, 3924, 3927, 3930, 3933, 3936,
 3939, 3942, 3945, 3948, 3951, 3954, 3957, 3960, 3963, 3966, 3969, 3972, 3975, 3978, 3981,
 3984, 3987, 3990, 3993, 3996, 3999, 4002, 4005, 4008, 4011, 4014, 4017, 4020, 4023, 4026,
 4029, 4032, 4035, 4038, 4041, 4044, 4047, 4050, 4053, 4056, 4059, 4062, 4065, 4068, 4071,
 4074, 4077, 4080, 4083, 4086, 4089, 4092, 4095, 4098, 4101, 4104, 4107, 4110, 4113, 4116,
 4119, 4122, 4125, 4128, 4131, 4134, 4137, 4140, 4143, 4146, 4149, 4152, 4155, 4158, 4161,
 4164, 4167, 4170, 4173, 4176, 4179, 4182, 4185, 4188, 4191, 4194, 4197, 4200, 4203, 4206,
 4209, 4212, 4215, 4218, 4221, 4224, 4227, 4230, 4233, 4236, 4239, 4242, 4245, 4248, 4251,
 4254, 4257, 4260, 4263, 4266, 4269, 4272, 4275, 4278, 4281, 4284, 4287, 4290, 4293, 4296,
 4299, 4302, 4305, 4308, 4311, 4314, 4317, 4320, 4323, 4326, 4329, 4332, 4335, 4338, 4341,
 4344, 4347, 4350, 4353, 4356, 4359, 4362, 4365, 4368, 4371, 4374, 4377, 4380, 4383, 4386,
 4389, 4392, 4395, 4398, 4401, 4404, 4407, 4410, 4413, 4416, 4419, 4422, 4425, 4428, 4431,
 4434, 4437, 4440, 4443, 4446, 4449, 4452, 4455, 4458, 4461, 4464, 4467, 4470, 4473, 4476,
 4479, 4482, 4485, 4488, 4491, 4494, 4497, 4500, 4503, 4506, 4509, 4512, 4515, 4518, 4521,
 4524, 4527, 4530, 4533, 4536, 4539, 4542, 4545, 4548, 4551, 4554, 4557, 4560, 4563, 4566,
 4569, 4572, 4575, 4578, 4581, 4584, 4587, 4590, 4593, 4596, 4599, 4602, 4605, 4608, 4611,
 4614, 4617, 4620, 4623, 4626, 4629, 4632, 4635, 4638, 4641, 4644, 4647, 4650, 4653, 4656,
 4659, 4662, 4665, 4668, 4671, 4674, 4677, 4680, 4683, 4686, 4689, 4692, 4695, 4698, 4701,
 4704, 4707, 4710, 4713, 4716, 4719, 4722, 4725, 4728, 4731, 4734, 4737, 4740, 4743, 4746,
 4749, 4752, 4755, 4758, 4761, 4764, 4767, 4770, 4773, 4776, 4779, 4782, 4785, 4788, 4791,
 4794, 4797, 4800, 4803, 4806, 4809, 4812, 4815, 4818, 4821, 4824, 4827, 4830, 4833, 4836,
 4839, 4842, 4845, 4848, 4851, 4854, 4857, 4860, 4863, 4866, 4869, 4872, 4875, 4878, 4881,
 4884, 4887, 4890, 4893, 4896, 4899, 4902, 4905, 4908, 4911, 4914, 4917, 4920, 4923, 4926,
 4929, 4932, 4935, 4938, 4941, 4944, 4947, 4950, 4953, 4956, 4959, 4962, 4965, 4968, 4971,
 4974, 4977, 4980, 4983, 4986, 4989, 4992, 4995, 4998, 5001, 5004, 5007, 5010, 5013, 5016,
 5019, 5022, 5025, 5028, 5031, 5034, 5037, 5040, 5043, 5046, 5049, 5052, 5055, 5058, 5061,
 5064, 5067, 5070, 5073, 5076, 5079, 5082, 5085, 5088, 5091, 5094, 5097, 5100, 5103, 5106,
 5109, 5112, 5115, 5118, 5121, 5124, 5127, 5130, 5133, 5136, 5139, 5142, 5145, 5148, 5151,
 5154, 5157, 5160, 5163, 5166, 5169, 5172, 5175, 5178, 5181, 5184, 5187, 5190, 5193, 5196,
 5199, 5202, 5205, 5208, 5211, 5214, 5217, 5220, 5223, 5226, 5229, 5232, 5235, 5238, 5241,
 5244, 5247, 5250, 5253, 5256, 5259, 5262, 5265, 5268, 5271, 5274, 5277, 5280, 5283, 5286,
 5289, 5292, 5295, 5298, 5301, 5304, 5307, 5310, 5313, 5316, 5319, 5322, 5325, 5328, 5331,
 5334, 5337, 5340, 5343, 5346, 5349, 5352, 5355, 5358, 5361, 5364, 5367, 5370, 5373, 5376,
 5379, 5382, 5385, 5388, 5391, 5394, 5397, 5400, 5403, 5406, 5409, 5412, 5415, 5418, 5421,
 5424, 5427, 5430, 5433, 5436, 5439, 5442, 5445, 5448, 5451, 5454, 5457, 5460, 5463, 5466,
 5469, 5472, 5475, 5478, 5481, 5484, 5487, 5490, 5493, 5496, 5499, 5502, 5505, 5508, 5511,
 5514, 5517, 5520, 5523, 5526, 5529, 5532, 5535, 5538, 5541, 5544, 5547, 5550, 5553, 5556,
 5559, 5562, 5565, 5568, 5571, 5574, 5577, 5580, 5583, 5586, 5589, 5592, 5595, 5598, 5601,
 5604, 5607, 5610, 5613, 5616, 5619, 5622, 5625, 5628, 5631, 5634, 5637, 5640, 5643, 5646,
 5649, 5652, 5655, 5658, 5661, 5664, 5667, 5670, 5673, 5676, 5679, 5682, 5685, 5688, 5691,
 5694, 5697, 5700, 5703, 5706, 5709, 5712, 5715, 5718, 5721, 5724, 5727, 5730, 5733, 5736,
 5739, 5742, 5745, 5748, 5751, 5754, 5757, 5760, 5763, 5766, 5769, 5772, 5775, 5778, 5781,
 5784, 5787, 5790, 5793, 5796, 5799, 5802, 5805, 5808, 5811, 5814, 5817, 5820, 5823, 5826,
 5829, 5832, 5835, 5838, 5841, 5844, 5847, 5850, 5853, 5856, 5859, 5862, 5865, 5868, 5871,
 5874, 5877, 5880, 5883, 5886, 5889, 5892, 5895, 5898, 5901, 5904, 5907, 5910, 5913, 5916,
 5919, 5922, 5925, 5928, 5931, 5934, 5937, 5940, 5943, 5946, 5949, 5952, 5955, 5958, 5961,
 5964, 5967, 5970, 5973, 5976, 5979, 5982, 5985, 5988, 5991, 5994, 5997, 6000, 6003, 6006,
 6009, 6012, 6015, 6018, 6021, 6024, 6027, 6030, 6033, 6036, 6039, 6042, 6045, 6048, 6051,
 6054, 6057, 6060, 6063, 6066, 6069, 6072, 6075, 6078, 6081, 6084, 6087, 6090, 6093, 6096,
 6099, 6102, 6105, 6108, 6111, 6114, 6117, 6120, 6123, 6126, 6129, 6132, 6135, 6138, 6141,
 6144, 6147, 6150, 6153, 6156, 6159, 6162, 6165, 6168, 6171, 6174, 6177, 6180, 6183, 6186,
 6189, 6192, 6195, 6198, 6201, 6204, 6207, 6210, 6213, 6216, 6219, 6222, 6225, 6228, 6231,
 6234, 6237, 6240, 6243, 6246, 6249, 6252, 6255, 6258, 6261, 6264, 6267, 6270, 6273, 6276,
 6279, 6282, 6285, 6288, 6291, 6294, 6297, 6300, 6303, 6306, 6309, 6312, 6315, 6318, 6321,
 6324, 6327, 6330, 6333, 6336, 6339, 6342, 6345, 6348, 6351, 6354, 6357, 6360, 6363, 6366,
 6369, 6372, 6375, 6378, 6381, 6384, 6387, 6390, 6393, 6396, 6399, 6402, 6405, 6408, 6411,
 6414, 6417, 6420, 6423, 6426, 6429, 6432, 6435, 6438, 6441, 6444, 6447, 6450, 6453, 6456,
 6459, 6462, 6465, 6468, 6471, 6474, 6477, 6480, 6483, 6486, 6489, 6492, 6495, 6498, 6501,
 6504, 6507, 6510, 6513, 6516, 6519, 6522, 6525, 6528, 6531, 6534, 6537, 6540, 6543, 6546,
 6549, 6552, 6555, 6558, 6561, 6564, 6567, 6570, 6573, 6576, 6579, 6582, 6585, 6588, 6591,
 6594, 6597, 6600, 6603, 6606, 6609, 6612, 6615, 6618, 6621, 6624, 6627, 6630, 6633, 6636,
 6639, 6642, 6645, 6648, 6651, 6654, 6657, 6660, 6663, 6666, 6669, 6672, 6675, 6678, 6681,
 6684, 6687, 6690, 6693, 6696, 6699, 6702, 6705, 6708, 6711, 6714, 6717, 6720, 6723, 6726,
 6729, 6732, 6735, 6738, 6741, 6744, 6747, 6750, 6753, 6756, 6759, 6762, 6765, 6768, 6771,
 6774, 6777, 6780, 6783, 6786, 6789, 6792, 6795, 6798, 6801, 6804, 6807, 6810, 6813, 6816,
 6819, 6822, 6825, 6828, 6831, 6834, 6837, 6840, 6843, 6846, 6849, 6852, 6855, 6858, 6861,
 6864, 6867, 6870, 6873, 6876, 6879, 6882, 6885, 6888, 6891, 6894, 6897, 6900, 6903, 6906,
 6909, 6912, 6915, 6918, 6921, 6924, 6927, 6930, 6933, 6936, 6939, 6942, 6945, 6948, 6951,
 6954, 6957, 6960, 6963, 6966, 6969, 6972, 6975, 6978, 6981, 6984, 6987, 6990, 6993, 6996,
 6999, 7002, 7005, 7008, 7011, 7014, 7017, 7020, 7023, 7026, 7029, 7032, 7035, 7038, 7041,
 7044, 7047, 7050, 7053, 7056, 7059, 7062, 7065, 7068, 7071, 7074, 7077, 7080, 7083, 7086,
 7089, 7092, 7095, 7098, 7101, 7104, 7107, 7110, 7113, 7116, 7119, 7122, 7125, 7128, 7131,
 7134, 7137, 7140, 7143, 7146, 7149, 7152, 7155, 7158, 7161, 7164, 7167, 7170, 7173, 7176,
 7179, 7182, 7185, 7188, 7191, 7194, 7197, 7200, 7203, 7206, 7209, 7212, 7215, 7218, 7221,
 7224, 7227, 7230, 7233, 7236, 7239, 7242, 7245, 7248, 7251, 7254, 7257, 7260, 7263, 7266,
 7269, 7272, 7275, 7278, 7281, 7284, 7287, 7290, 7293, 7296, 7299, 7302, 7305, 7308, 7311,
 7314, 7317, 7320, 7323, 7326, 7329, 7332, 7335, 7338, 7341, 7344, 7347, 7350, 7353, 7356,
 7359, 7362, 7365, 7368, 7371, 7374, 7377, 7380, 7383, 7386, 7389, 7392, 7395, 7398, 7401,
 7404, 7407, 7410, 7413, 7416, 7419, 7422, 7425, 7428, 7431, 7434, 7437, 7440, 7443, 7446,
 7449, 7452, 7455, 7458, 7461, 7464, 7467, 7470, 7473, 7476, 7479, 7482, 7485, 7488, 7491,
 7494, 7497, 7500, 7503, 7506, 7509, 7512, 7515, 7518, 7521, 7524, 7527, 7530, 7533, 7536,
 7539, 7542, 7545, 7548, 7551, 7554, 7557, 7560, 7563, 7566, 7569, 7572, 7575, 7578, 7581,
 7584, 7587, 7590, 7593, 7596, 7599, 7602, 7605, 7608, 7611, 7614, 7617, 7620, 7623, 7626,
 7629, 7632, 7635, 7638, 7641, 7644, 7647, 7650, 7653, 7656, 7659, 7662, 7665, 7668, 7671,
 7674, 7677, 7680, 7683, 7686, 7689, 7692, 7695, 7698, 7701, 7704, 7707, 7710, 7713, 7716,
 7719, 7722, 7725, 7728, 7731, 7734, 7737, 7740, 7743, 7746, 7749, 7752, 7755, 7758, 7761,
 7764, 7767, 7770, 7773, 7776, 7779, 7782, 7785, 7788, 7791, 7794, 7797, 7800, 7803, 7806,
 7809, 7812, 7815, 7818, 7821, 7824, 7827, 7830, 7833, 7836, 7839, 7842, 7845, 7848, 7851,
 7854, 7857, 7860, 7863, 7866, 7869, 7872, 7875, 7878, 7881, 7884, 7887, 7890, 7893, 7896,
 7899, 7902, 7905, 7908, 7911, 7914, 7917, 7920, 7923, 7926, 7929, 7932, 7935, 7938, 7941,
 7944, 7947, 7950, 7953, 7956, 7959, 7962, 7965, 7968, 7971, 7974, 7977, 7980, 7983, 7986,
 7989, 7992, 7995, 7998, 8001, 8004, 8007, 8010, 8013, 8016, 8019, 8022, 8025, 8028, 8031,
 8034, 8037, 8040, 8043, 8046, 8049, 8052, 8055, 8058, 8061, 8064, 8067, 8070, 8073, 8076,
 8079, 8082, 8085, 8088, 8091, 8094, 8097, 8100, 8103, 8106, 8109, 8112, 8115, 8118, 8121,
 8124, 8127, 8130, 8133, 8136, 8139, 8142, 8145, 8148, 8151, 8154, 8157, 8160, 8163, 8166,
 8169, 8172, 8175, 8178, 8181, 8184, 8187, 8190, 8193, 8196, 8199, 8202, 8205, 8208, 8211,
 8214, 8217, 8220, 8223, 8226, 8229, 8232, 8235, 8238, 8241, 8244, 8247, 8250, 8253, 8256,
 8259, 8262, 8265, 8268, 8271, 8274, 8277, 8280, 8283, 8286, 8289, 8292, 8295, 8298, 8301,
 8304, 8307, 8310, 8313, 8316, 8319, 8322, 8325, 8328, 8331, 8334, 8337, 8340, 8343, 8346,
 8349, 8352, 8355, 8358, 8361, 8364, 8367, 8370, 8373, 8376, 8379, 8382, 8385, 8388, 8391,
 8394, 8397, 8400, 8403, 8406, 8409, 8412, 8415, 8418, 8421, 8424, 8427, 8430, 8433, 8436,
 8439, 8442, 8445, 8448, 8451, 8454, 8457, 8460, 8463, 8466, 8469, 8472, 8475, 8478, 8481,
 8484, 8487, 8490, 8493, 8496, 8499, 8502, 8505, 8508, 8511, 8514, 8517, 8520, 8523, 8526,
 8529, 8532, 8535, 8538, 8541, 8544, 8547, 8550, 8553, 8556, 8559, 8562, 8565, 8568, 8571,
 8574, 8577, 8580, 8583, 8586, 8589, 8592, 8595, 8598, 8601, 8604, 8607, 8610, 8613, 8616,
 8619, 8622, 8625, 8628, 8631, 8634, 8637, 8640, 8643, 8646, 8649, 8652, 8655, 8658, 8661,
 8664, 8667, 8670, 8673, 8676, 8679, 8682, 8685, 8688, 8691, 8694, 8697, 8700, 8703, 8706,
 8709, 8712, 8715, 8718, 8721, 8724, 8727, 8730, 8733, 8736, 8739, 8742, 8745, 8748, 8751,
 8754, 8757, 8760, 8763, 8766, 8769, 8772, 8775, 8778, 8781, 8784, 8787, 8790, 8793, 8796,
 8799, 8802, 8805, 8808, 8811, 8814, 8817, 8820, 8823, 8826, 8829, 8832, 8835, 8838, 8841,
 8844, 8847, 8850, 8853, 8856, 8859, 8862, 8865, 8868, 8871, 8874, 8877, 8880, 8883, 8886,
 8889, 8892, 8895, 8898, 8901, 8904, 8907, 8910, 8913, 8916, 8919, 8922, 8925, 8928, 8931,
 8934, 8937, 8940, 8943, 8946, 8949, 8952, 8955, 8958, 8961, 8964, 8967, 8970, 8973, 8976,
 8979, 8982, 8985, 8988, 8991, 8994, 8997, 9000, 9003, 9006, 9009, 9012, 9015, 9018, 9021,
 9024, 9027, 9030, 9033, 9036, 9039, 9042, 9045, 9048, 9051, 9054, 9057, 9060, 9063, 9066,
 9069, 9072, 9075, 9078, 9081, 9084, 9087, 9090, 9093, 9096, 9099, 9102, 9105, 9108, 9111,
 9114, 9117, 9120, 9123, 9126, 9129, 9132, 9135, 9138, 9141, 9144, 9147, 9150, 9153, 9156,
 9159, 9162, 9165, 9168, 9171, 9174, 9177, 9180, 9183, 9186, 9189, 9192, 9195, 9198, 9201,
 9204, 9207, 9210, 9213, 9216, 9219, 9222, 9225, 9228, 9231, 9234, 9237, 9240, 9243, 9246,
 9249, 9252, 9255, 9258, 9261, 9264, 9267, 9270, 9273, 9276, 9279, 9282, 9285, 9288, 9291,
 9294, 9297, 9300, 9303, 9306, 9309, 9312, 9315, 9318, 9321, 9324, 9327, 9330, 9333, 9336,
 9339, 9342, 9345, 9348, 9351, 9354, 9357, 9360, 9363, 9366, 9369, 9372, 9375, 9378, 9381,
 9384, 9387, 9390, 9393, 9396, 9399, 9402, 9405, 9408, 9411, 9414, 9417, 9420, 9423, 9426,
 9429, 9432, 9435, 9438, 9441, 9444, 9447, 9450, 9453, 9456, 9459, 9462, 9465, 9468, 9471,
 9474, 9477, 9480, 9483, 9486, 9489, 9492, 9495, 9498, 9501, 9504, 9507, 9510, 9513, 9516,
 9519, 9522, 9525, 9528, 9531, 9534, 9537, 9540, 9543, 9546, 9549, 9552, 9555, 9558, 9561,
 9564, 9567, 9570, 9573, 9576, 9579, 9582, 9585, 9588, 9591, 9594, 9597, 9600, 9603, 9606,
 9609, 9612, 9615, 9618, 9621, 9624, 9627, 9630, 9633, 9636, 9639, 9642, 9645, 9648, 9651,
 9654, 9657, 9660, 9663, 9666, 9669, 9672, 9675, 9678, 9681, 9684, 9687, 9690, 9693, 9696,
 9699, 9702, 9705, 9708, 9711, 9714, 9717, 9720, 9723, 9726, 9729, 9732, 9735, 9738, 9741,
 9744, 9747, 9750, 9753, 9756, 9759, 9762, 9765, 9768, 9771, 9774, 9777, 9780, 9783, 9786,
 9789, 9792, 9795, 9798, 9801, 9804, 9807, 9810, 9813, 9816, 9819, 9822, 9825, 9828, 9831,
 9834, 9837, 9840, 9843, 9846, 9849, 9852, 9855, 9858, 9861, 9864, 9867, 9870, 9873, 9876,
 9879, 9882, 9885, 9888, 9891, 9894, 9897, 9900, 9903, 9906, 9909, 9912, 9915, 9918, 9921,
 9924, 9927, 9930, 9933, 9936, 9939, 9942, 9945, 9948, 9951, 9954, 9957, 9960, 9963, 9966,
 9969, 9972, 9975, 9978, 9981, 9984, 9987, 9990, 9993, 9996, 9999, 10 002, 10 005, 10 008,
 10 011, 10 014, 10 017, 10 020, 10 023, 10 026, 10 029, 10 032, 10 035, 10 038, 10 041, 10 044,
 10 047, 10 050, 10 053, 10 056, 10 059, 10 062, 10 065, 10 068, 10 071, 10 074, 10 077, 10 080,
 10 083, 10 086, 10 089, 10 092, 10 095, 10 098, 10 101, 10 104, 10 107, 10 110, 10 113, 10 116,
 10 119, 10 122, 10 125, 10 128, 10 131, 10 134, 10 137, 10 140, 10 143, 10 146, 10 149, 10 152,
 10 155, 10 158, 10 161, 10 164, 10 167, 10 170, 10 173, 10 176, 10 179, 10 182, 10 185, 10 188,
 10 191, 10 194, 10 197, 10 200, 10 203, 10 206, 10 209, 10 212, 10 215, 10 218, 10 221, 10 224,
 10 227, 10 230, 10 233, 10 236, 10 239, 10 242, 10 245, 10 248, 10 251, 10 254, 10 257, 10 260,
 10 263, 10 266, 10 269, 10 272, 10 275, 10 278, 10 281, 10 284, 10 287, 10 290, 10 293, 10 296,
 10 299, 10 302, 10 305, 10 308, 10 311, 10 314, 10 317, 10 320, 10 323, 10 326, 10 329, 10 332,
 10 335, 10 338, 10 341, 10 344, 10 347, 10 350, 10 353, 10 356, 10 359, 10 362, 10 365, 10 368,
 10 371, 10 374, 10 377, 10 380, 10 383, 10 386, 10 389, 10 392, 10 395, 10 398, 10 401, 10 404,
 10 407, 10 410, 10 413, 10 416, 10 419, 10 422, 10 425, 10 428, 10 431, 10 434, 10 437, 10 440,
 10 443, 10 446, 10 449, 10 452, 10 455, 10 458, 10 461, 10 464, 10 467, 10 470, 10 473, 10 476,
 10 479, 10 482, 10 485, 10 488, 10 491, 10 494, 10 497, 10 500, 10 503, 10 506, 10 509, 10 512,
 10 515, 10 518, 10 521, 10 524, 10 527, 10 530, 10 533, 10 536, 10 539, 10 542, 10 545, 10 548,
 10 551, 10 554, 10 557, 10 560, 10 563, 10 566, 10 569, 10 572, 10 575, 10 578, 10 581, 10 584,
 10 587, 10 590, 10 593, 10 596, 10 599, 10 602, 10 605, 10 608, 10 611, 10 614, 10 617, 10 620,
 10 623, 10 626, 10 629, 10 632, 10 635, 10 638, 10 641, 10 644, 10 647, 10 650, 10 653, 10 656,
 10 659, 10 662, 10 665, 10 668, 10 671, 10 674, 10 677, 10 680, 10 683, 10 686, 10 689, 10 692,
 10 695, 10 698, 10 701, 10 704, 10 707, 10 710, 10 713, 10 716, 10 719, 10 722, 10 725, 10 728,
 10 731, 10 734, 10 737, 10 740, 10 743, 10 746, 10 749, 10 752, 10 755, 10 758, 10 761, 10 764,
 10 767, 10 770, 10 773, 10 776, 10 779, 10 782, 10 785, 10 788, 10 791, 10 794, 10 797, 10 800,
 10 803, 10 806, 10 809, 10 812, 10 815, 10 818, 10 821, 10 824, 10 827, 10 830, 10 833, 10 836,
 10 839, 10 842, 10 845, 10 848, 10 851, 10 854, 10 857, 10 860, 10 863, 10 866, 10 869, 10 872,
 10 875, 10 878, 10 881, 10 884, 10 887, 10 890, 10 893, 10 896, 10 899, 10 902, 10 905, 10 908,
 10 911, 10 914, 10 917, 10 920, 10 923, 10 926, 10 929, 10 932, 10 935, 10 938, 10 941, 10 944,
 10 947, 10 950, 10 953, 10 956, 10 959, 10 962, 10 965, 10 968, 10 971, 10 974, 10 977, 10 980,
 10 983, 10 986, 10 989, 10 992, 10 995, 10 998, 11 001, 11 004, 11 007, 11 010, 11 013, 11 016,
 11 019, 11 022, 11 025, 11 028, 11 031, 11 034, 11 037, 11 040, 11 043, 11 046, 11 049, 11 052,
 11 055, 11 058, 11 061, 11 064, 11 067, 11 070, 11 073, 11 076, 11 079, 11 082, 11 085, 11 088,
 11 091, 11 094, 11 097, 11 100, 11 103, 11 106, 11 109, 11 112, 11 115, 11 118, 11 121, 11 124,
 11 127, 11 130, 11 133, 11 136, 11 139, 11 142, 11 145, 11 148, 11 151, 11 154, 11 157, 11 160,
 11 163, 11 166, 11 169, 11 172, 11 175, 11 178, 11 181, 11 184, 11 187, 11 190, 11 193, 11 196,
 11 199, 11 202, 11 205, 11 208, 11 211, 11 214, 11 217, 11 220, 11 223, 11 226, 11 229, 11 232,
 11 235, 11 238, 11 241, 11 244, 11 247, 11 250, 11 253, 11 256, 11 259, 11 262, 11 265, 11 268,
 11 271, 11 274, 11 277, 11 280, 11 283, 11 286, 11 289, 11 292, 11 295, 11 298, 11 301, 11 304,
 11 307, 11 310, 11 313, 11 316, 11 319, 11 322, 11 325, 11 328, 11 331, 11 334, 11 337, 11 340,
 11 343, 11 346, 11 349, 11 352, 11 355, 11 358, 11 361, 11 364, 11 367, 11 370, 11 373, 11 376,
 11 379, 11 382, 11 385, 11 388, 11 391, 11 394, 11 397, 11 400, 11 403, 11 406, 11 409, 11 412,
 11 415, 11 418, 11 421, 11 424, 11 427, 11 430, 11 433, 11 436, 11 439, 11 442, 11 445, 11 448,
 11 451, 11 454, 11 457, 11 460, 11 463, 11 466, 11 469, 11 472, 11 475, 11 478, 11 481, 11 484,
 11 487, 11 490, 11 493, 11 496, 11 499, 11 502, 11 505, 11 508, 11 511, 11 514, 11 517, 11 520,
 11 523, 11 526, 11 529, 11 532, 11 535, 11 538, 11 541, 11 544, 11 547, 11 550, 11 553, 11 556,
 11 559, 11 562, 11 565, 11 568, 11 571, 11 574, 11 577, 11 580, 11 583, 11 586, 11 589, 11 592,
 11 595, 11 598, 11 601, 11 604, 11 607, 11 610, 11 613, 11 616, 11 619, 11 622, 11 625, 11 628,
 11 631, 11 634, 11 637, 11 640, 11 643, 11 646, 11 649, 11 652, 11 655, 11 658, 11 661, 11 664,
 11 667, 11 670, 11 673, 11 676, 11 679, 11 682, 11 685, 11 688, 11 691, 11 694, 11 697, 11 700,
 11 703, 11 706, 11 709, 11 712, 11 715, 11 718, 11 721, 11 724, 11 727, 11 730, 11 733, 11 736,
 11 739, 11 742, 11 745, 11 748, 11 751, 11 754, 11 757, 11 760, 11 763, 11 766, 11 769, 11 772,
 11 775, 11 778, 11 781, 11 784, 11 787, 11 790, 11 793, 11 796, 11 799, 11 802, 11 805, 11 808,
 11 811, 11 814, 11 817, 11 820, 11 823, 11 826, 11 829, 11 832, 11 835, 11 838, 11 841, 11 844,
 11 847, 11 850, 11 853, 11 856, 11 859, 11 862, 11 865, 11 868, 11 871, 11 874, 11 877, 11 880,
 11 883, 11 886, 11 889, 11 892, 11 895, 11 898, 11 901, 11 904, 11 907, 11 910, 11 913, 11 916,
 11 919, 11 922, 11 925, 11 928, 11 931, 11 934, 11 937, 11 940, 11 943, 11 946, 11 949, 11 952,
 11 955, 11 958, 11 961, 11 964, 11 967, 11 970, 11 973, 11 976, 11 979, 11 982, 11 985, 11 988,
 11 991, 11 994, 11 997, 12 000, 12 003, 12 006, 12 009, 12 012, 12 015, 12 018, 12 021, 12 024,
 12 027, 12 030, 12 033, 12 036, 12 039, 12 042, 12 045, 12 048, 12 051, 12 054, 12 057, 12 060,
 12 063, 12 066, 12 069, 12 072, 12 075, 12 078, 12 081, 12 084, 12 087, 12 090, 12 093, 12 096,
 12 099, 12 102, 12 105, 12 108, 12 111, 12 114, 12 117, 12 120, 12 123, 12 126, 12 129, 12 132,
 12 135, 12 138, 12 141, 12 144, 12 147, 12 150, 12 153, 12 156, 12 159, 12 162, 12 165, 12 168,
 12 171, 12 174, 12 177, 12 180, 12 183, 12 186, 12 189, 12 192, 12 195, 12 198, 12 201, 12 204,
 12 207, 12 210, 12 213, 12 216, 12 219, 12 222, 12 225, 12 228, 12 231, 12 234, 12 237, 12 240,
 12 243, 12 246, 12 249, 12 252, 12 255, 12 258, 12 261, 12 264, 12 267, 12 270, 12 273, 12 276,
 12 279, 12 282, 12 285, 12 288, 12 291, 12 294, 12 297, 12 300, 12 303, 12 306, 12 309, 12 312,
 12 315, 12 318, 12 321, 12 324, 12 327, 12 330, 12 333, 12 336, 12 339, 12 342, 12 345, 12 348,
 12 351, 12 354, 12 357, 12 360, 12 363, 12 366, 12 369, 12 372, 12 375, 12 378, 12 381, 12 384,
 12 387, 12 390, 12 393, 12 396, 12 399, 12 402, 12 405, 12 408, 12 411, 12 414, 12 417, 12 420,
 12 423, 12 426, 12 429, 12 432, 12 435, 12 438, 12 441, 12 444, 12 447, 12 450, 12 453, 12 456,
 12 459, 12 462, 12 465, 12 468, 12 471, 12 474, 12 477, 12 480, 12 483, 12 486, 12 489, 12 492,
 12 495, 12 498, 12 501, 12 504, 12 507, 12 510, 12 513, 12 516, 12 519, 12 522, 12 525, 12 528,
 12 531, 12 534, 12 537, 12 540, 12 543, 12 546, 12 549, 12 552, 12 555, 12 558, 12 561, 12 564,
 12 567, 12 570, 12 573, 12 576, 12 579, 12 582, 12 585, 12 588, 12 591, 12 594, 12 597, 12 600,
 12 603, 12 606, 12 609, 12 612, 12 615, 12 618, 12 621, 12 624, 12 627, 12 630, 12 633, 12 636,
 12 639, 12 642, 12 645, 12 648, 12 651, 12 654, 12 657, 12 660, 12 663, 12 666, 12 669, 12 672,
 12 675, 12 678, 12 681, 12 684, 12 687, 12 690, 12 693, 12 696, 12 699, 12 702, 12 705, 12 708,
 12 711, 12 714, 12 717, 12 720, 12 723, 12 726, 12 729, 12 732, 12 735, 12 738, 12 741, 12 744,
 12 747, 12 750, 12 753, 12 756, 12 759, 12 762, 12 765, 12 768, 12 771, 12 774, 12 777, 12 780,
 12 783, 12 786, 12 789, 12 792, 12 795, 12 798, 12 801, 12 804, 12 807, 12 810, 12 813, 12 816,
 12 819, 12 822, 12 825, 12 828, 12 831, 12 834, 12 837, 12 840, 12 843, 12 846, 12 849, 12 852,
 12 855, 12 858, 12 861, 12 864, 12 867, 12 870, 12 873, 12 876, 12 879, 12 882, 12 885, 12 888,
 12 891, 12 894, 12 897, 12 900, 12 903, 12 906, 12 909, 12 912, 12 915, 12 918, 12 921, 12 924,
 12 927, 12 930, 12 933, 12 936, 12 939, 12 942, 12 945, 12 948, 12 951, 12 954, 12 957, 12 960,
 12 963, 12 966, 12 969, 12 972, 12 975, 12 978, 12 981, 12 984, 12 987, 12 990, 12 993, 12 996,
 12 999, 13 002, 13 005, 13 008, 13 011, 13 014, 13 017, 13 020, 13 023, 13 026, 13 029, 13 032,
 13 035, 13 038, 13 041, 13 044, 13 047, 13 050, 13 053, 13 056, 13 059, 13 062, 13 065, 13 068,
 13 071, 13 074, 13 077, 13 080, 13 083, 13 086, 13 089, 13 092, 13 095, 13 098, 13 101, 13 104,
 13 107, 13 110, 13 113, 13 116, 13 119, 13 122, 13 125, 13 128, 13 131, 13 134, 13 137, 13 140,
 13 143, 13 146, 13 149, 13 152, 13 155, 13 158, 13 161, 13 164, 13 167, 13 170, 13 173, 13 176,
 13 179, 13 182, 13 185, 13 188, 13 191, 13 194, 13 197, 13 200, 13 203, 13 206, 13 209, 13 212,
 13 215, 13 218, 13 221, 13 224, 13 227, 13 230, 13 233, 13 236, 13 239, 13 242, 13 245, 13 248,
 13 251, 13 254, 13 257, 13 260, 13 263, 13 266, 13 269, 13 272, 13 275, 13 278, 13 281, 13 284,
 13 287, 13 290, 13 293, 13 296, 13 299, 13 302, 13 305, 13 308, 13 311, 13 314, 13 317, 13 320,
 13 323, 13 326, 13 329, 13 332, 13 335, 13 338, 13 341, 13 344, 13 347, 13 350, 13 353, 13 356,
 13 359, 13 362, 13 365, 13 368, 13 371, 13 374, 13 377, 13 380, 13 383, 13 386, 13 389, 13 392,
 13 395, 13 398, 13 401, 13 404, 13 407, 13 410, 13 413, 13 416, 13 419, 13 422, 13 425, 13 428,
 13 431, 13 434, 13 437, 13 440, 13 443, 13 446, 13 449, 13 452, 13 455, 13 458, 13 461, 13 464,
 13 467, 13 470, 13 473, 13 476, 13 479, 13 482, 13 485, 13 488, 13 491, 13 494, 13 497, 13 500,
 13 503, 13 506, 13 509, 13 512, 13 515, 13 518, 13 521, 13 524, 13 527, 13 530, 13 533, 13 536,
 13 539, 13 542, 13 545, 13 548, 13 551, 13 554, 13 557, 13 560, 13 563, 13 566, 13 569, 13 572,
 13 575, 13 578, 13 581, 13 584, 13 587, 13 590, 13 593, 13 596, 13 599, 13 602, 13 605, 13 608,
 13 611, 13 614, 13 617, 13 620, 13 623, 13 626, 13 629, 13 632, 13 635, 13 638, 13 641, 13 644,
 13 647, 13 650, 13 653, 13 656, 13 659, 13 662, 13 665, 13 668, 13 671, 13 674, 13 677, 13 680,
 13 683, 13 686, 13 689, 13 692, 13 695, 13 698, 13 701, 13 704, 13 707, 13 710, 13 713, 13 716,
 13 719, 13 722, 13 725, 13 728, 13 731, 13 734, 13 737, 13 740, 13 743, 13 746, 13 749, 13 752,
 13 755, 13 758, 13 761, 13 764, 13 767, 13 770, 13 773, 13 776, 13 779, 13 782, 13 785, 13 788,
 13 791, 13 794, 13 797, 13 800, 13 803, 13 806, 13 809, 13 812, 13 815, 13 818, 13 821, 13 824,
 13 827, 13 830, 13 833, 13 836, 13 839, 13 842, 13 845, 13 848, 13 851, 13 854, 13 857, 13 860,
 13 863, 13 866, 13 869, 13 872, 13 875, 13 878, 13 881, 13 884, 13 887, 13 890, 13 893, 13 896,
 13 899, 13 902, 13 905, 13 908, 13 911, 13 914, 13 917, 13 920, 13 923, 13 926, 13 929, 13 932,
 13 935, 13 938, 13 941, 13 944, 13 947, 13 950, 13 953, 13 956, 13 959, 13 962, 13 965, 13 968,
 13 971, 13 974, 13 977, 13 980, 13 983, 13 986, 13 989, 13 992, 13 995, 13 998, 14 001, 14 004,
 14 007, 14 010, 14 013, 14 016, 14 019, 14 022, 14 025, 14 028, 14 031, 14 034, 14 037, 14 040,
 14 043, 14 046, 14 049, 14 052, 14 055, 14 058, 14 061, 14 064, 14 067, 14 070, 14 073, 14 076,
 14 079, 14 082, 14 085, 14 088, 14 091, 14 094, 14 097, 14 100, 14 103, 14 106, 14 109, 14 112,
 14 115, 14 118, 14 121, 14 124, 14 127, 14 130, 14 133, 14 136, 14 139, 14 142, 14 145, 14 148,
 14 151, 14 154, 14 157, 14 160, 14 163, 14 166, 14 169, 14 172, 14 175, 14 178, 14 181, 14 184,
 14 187, 14 190, 14 193, 14 196, 14 199, 14 202, 14 205, 14 208, 14 211, 14 214, 14 217, 14 220,
 14 223, 14 226, 14 229, 14 232, 14 235, 14 238, 14 241, 14 244, 14 247, 14 250, 14 253, 14 256,
 14 259, 14 262, 14 265, 14 268, 14 271, 14 274, 14 277, 14 280, 14 283, 14 286, 14 289, 14 292,
 14 295, 14 298, 14 301, 14 304, 14 307, 14 310, 14 313, 14 316, 14 319, 14 322, 14 325, 14 328,
 14 331, 14 334, 14 337, 14 340, 14 343, 14 346, 14 349, 14 352, 14 355, 14 358, 14 361, 14 364,
 14 367, 14 370, 14 373, 14 376, 14 379, 14 382, 14 385, 14 388, 14 391, 14 394, 14 397, 14 400,
 14 403, 14 406, 14 409, 14 412, 14 415, 14 418, 14 421, 14 424, 14 427, 14 430, 14 433, 14 436,
 14 439, 14 442, 14 445, 14 448, 14 451, 14 454, 14 457, 14 460, 14 463, 14 466, 14 469, 14 472,
 14 475, 14 478, 14 481, 14 484, 14 487, 14 490, 14 493, 14 496, 14 499, 14 502, 14 505, 14 508,
 14 511, 14 514, 14 517, 14 520, 14 523, 14 526, 14 529, 14 532, 14 535, 14 538, 14 541, 14 544,
 14 547, 14 550, 14 553, 14 556, 14 559, 14 562, 14 565, 14 568, 14 571, 14 574, 14 577, 14 580,
 14 583, 14 586, 14 589, 14 592, 14 595, 14 598, 14 601, 14 604, 14 607, 14 610, 14 613, 14 616,
 14 619, 14 622, 14 625, 14 628, 14 631, 14 634, 14 637, 14 640, 14 643, 14 646, 14 649, 14 652,
 14 655, 14 658, 14 661, 14 664, 14 667, 14 670, 14 673, 14 676, 14 679, 14 682, 14 685, 14 688,
 14 691, 14 694, 14 697, 14 700, 14 703, 14 706, 14 709, 14 712, 14 715, 14 718, 14 721, 14 724,
 14 727, 14 730, 14 733, 14 736, 14 739, 14 742, 14 745, 14 748, 14 751, 14 754, 14 757, 14 760,
 14 763, 14 766, 14 769, 14 772, 14 775, 14 778, 14 781, 14 784, 14 787, 14 790, 14 793, 14 796,
 14 799, 14 802, 14 805, 14 808, 14 811, 14 814, 14 817, 14 820, 14 823, 14 826, 14 829, 14 832,
 14 835, 14 838, 14 841, 14 844, 14 847, 14 850, 14 853, 14 856, 14 859, 14 862, 14 865, 14 868,
 14 871, 14 874, 14 877, 14 880, 14 883, 14 886, 14 889, 14 892, 14 895, 14 898, 14 901, 14 904,
 14 907, 14 910, 14 913, 14 916, 14 919, 14 922, 14 925, 14 928, 14 931, 14 934, 14 937, 14 940,
 14 943, 14 946, 14 949, 14 952, 14 955, 14 958, 14 961, 14 964, 14 967, 14 970, 14 973, 14 976,
 14 979, 14 982, 14 985, 14 988, 14 991, 14 994, 14 997, 15 000, 15 003, 15 006, 15 009, 15 012,
 15 015, 15 018, 15 021, 15 024, 15 027, 15 030, 15 033, 15 036, 15 039, 15 042, 15 045, 15 048,
 15 051, 15 054, 15 057, 15 060, 15 063, 15 066, 15 069, 15 072, 15 075, 15 078, 15 081, 15 084,
 15 087, 15 090, 15 093, 15 096, 15 099, 15 102, 15 105, 15 108, 15 111, 15 114, 15 117, 15 120,
 15 123, 15 126, 15 129, 15 132, 15 135, 15 138, 15 141, 15 144, 15 147, 15 150, 15 153, 15 156,
 15 159, 15 162, 15 165, 15 168, 15 171, 15 174, 15 177, 15 180, 15 183, 15 186, 15 189, 15 192,
 15 195, 15 198, 15 201, 15 204, 15 207, 15 210, 15 213, 15 216, 15 219, 15 222, 15 225, 15 228,
 15 231, 15 234, 15 237, 15 240, 15 243, 15 246, 15 249, 15 252, 15 255, 15 258, 15 261, 15 264,
 15 267, 15 270, 15 273, 15 276, 15 279, 15 282, 15 285, 15 288, 15 291, 15 294, 15 297, 15 300,
 15 303, 15 306, 15 309, 15 312, 15 315, 15 318, 15 321, 15 324, 15 327, 15 330, 15 333, 15 336,
 15 339, 15 342, 15 345, 15 348, 15 351, 15 354, 15 357, 15 360, 15 363, 15 366, 15 369, 15 372,
 15 375, 15 378, 15 381, 15 384, 15 387, 15 390, 15 393, 15 396, 15 399, 15 402, 15 405, 15 408,
 15 411, 15 414, 15 417, 15 420, 15 423, 15 426, 15 429, 15 432, 15 435, 15 438, 15 441, 15 444,
 15 447, 15 450, 15 453, 15 456, 15 459, 15 462, 15 465, 15 468, 15 471, 15 474, 15 477, 15 480,
 15 483, 15 486, 15 489, 15 492, 15 495, 15 498, 15 501, 15 504, 15 507, 15 510, 15 513, 15 516,
 15 519, 15 522, 15 525, 15 528, 15 531, 15 534, 15 537, 15 540, 15 543, 15 546, 15 549, 15 552,
 15 555, 15 558, 15 561, 15 564, 15 567, 15 570, 15 573, 15 576, 15 579, 15 582, 15 585, 15 588,
 15 591, 15 594, 15 597, 15 600, 15 603, 15 606, 15 609, 15 612, 15 615, 15 618, 15 621, 15 624,
 15 627, 15 630, 15 633, 15 636, 15 639, 15 642, 15 645, 15 648, 15 651, 15 654, 15 657, 15 660,
 15 663, 15 666, 15 669, 15 672, 15 675, 15 678, 15 681, 15 684, 15 687, 15 690, 15 693, 15 696,
 15 699, 15 702, 15 705, 15 708, 15 711, 15 714, 15 717, 15 720, 15 723, 15 726, 15 729, 15 732,
 15 735, 15 738, 15 741, 15 744, 15 747, 15 750, 15 753, 15 756, 15 759, 15 762, 15 765, 15 768,
 15 771, 15 774, 15 777, 15 780, 15 783, 15 786, 15 789, 15 792, 15 795, 15 798, 15 801, 15 804,
 15 807, 15 810, 15 813, 15 816, 15 819, 15 822, 15 825, 15 828, 15 831, 15 834, 15 837, 15 840,
 15 843, 15 846, 15 849, 15 852, 15 855, 15 858, 15 861, 15 864, 15 867, 15 870, 15 873, 15 876,
 15 879, 15 882, 15 885, 15 888, 15 891, 15 894, 15 897, 15 900, 15 903, 15 906, 15 909, 15 912,
 15 915, 15 918, 15 921, 15 924, 15 927, 15 930, 15 933, 15 936, 15 939, 15 942, 15 945, 15 948,
 15 951, 15 954, 15 957, 15 960, 15 963, 15 966, 15 969, 15 972, 15 975, 15 978, 15 981, 15 984,
 15 987, 15 990, 15 993, 15 996, 15 999, 16 002, 16 005, 16 008, 16 011, 16 014, 16 017, 16 020,
 16 023, 16 026, 16 029, 16 032, 16 035, 16 038, 16 041, 16 044, 16 047, 16 050, 16 053, 16 056,
 16 059, 16 062, 16 065, 16 068, 16 071, 16 074, 16 077, 16 080, 16 083, 16 086, 16 089, 16 092,
 16 095, 16 098, 16 101, 16 104, 16 107, 16 110, 16 113, 16 116, 16 119, 16 122, 16 125, 16 128,
 16 131, 16 134, 16 137, 16 140, 16 143, 16 146, 16 149, 16 152, 16 155, 16 158, 16 161, 16 164,
 16 167, 16 170, 16 173, 16 176, 16 179, 16 182, 16 185, 16 188, 16 191, 16 194, 16 197, 16 200,
 16 203, 16 206, 16 209, 16 212, 16 215, 16 218, 16 221, 16 224, 16 227, 16 230, 16 233, 16 236,
 16 239, 16 242, 16 245, 16 248, 16 251, 16 254, 16 257, 16 260, 16 263, 16 266, 16 269, 16 272,
 16 275, 16 278, 16 281, 16 284, 16 287, 16 290, 16 293, 16 296, 16 299, 16 302, 16 305, 16 308,
 16 311, 16 314, 16 317, 16 320, 16 323, 16 326, 16 329, 16 332, 16 335, 16 338, 16 341, 16 344,
 16 347, 16 350, 16 353, 16 356, 16 359, 16 362, 16 365, 16 368, 16 371, 16 374, 16 377, 16 380,
 16 383, 16 386, 16 389, 16 392, 16 395, 16 398, 16 401, 16 404, 16 407, 16 410, 16 413, 16 416,
 16 419, 16 422, 16 425, 16 428, 16 431, 16 434, 16 437, 16 440, 16 443, 16 446, 16 449, 16 452,
 16 455, 16 458, 16 461, 16 464, 16 467, 16 470, 16 473, 16 476, 16 479, 16 482, 16 485, 16 488,
 16 491, 16 494, 16 497, 16 500, 16 503, 16 506, 16 509, 16 512, 16 515, 16 518, 16 521, 16 524,
 16 527, 16 530, 16 533, 16 536, 16 539, 16 542, 16 545, 16 548, 16 551, 16 554, 16 557, 16 560,
 16 563, 16 566, 16 569, 16 572, 16 575, 16 578, 16 581, 16 584, 16 587, 16 590, 16 593, 16 596,
 16 599, 16 602, 16 605, 16 608, 16 611, 16 614, 16 617, 16 620, 16 623, 16 626, 16 629, 16 632,
 16 635, 16 638, 16 641, 16 644, 16 647, 16 650, 16 653, 16 656, 16 659, 16 662, 16 665, 16 668,
 16 671, 16 674, 16 677, 16 680, 16 683, 16 686, 16 689, 16 692, 16 695, 16 698, 16 701, 16 704,
 16 707, 16 710, 16 713, 16 716, 16 719, 16 722, 16 725, 16 728, 16 731, 16 734, 16 737, 16 740,
 16 743, 16 746, 16 749, 16 752, 16 755, 16 758, 16 761, 16 764, 16 767, 16 770, 16 773, 16 776,
 16 779, 16 782, 16 785, 16 788, 16 791, 16 794, 16 797, 16 800, 16 803, 16 806, 16 809, 16 812,
 16 815, 16 818, 16 821, 16 824, 16 827, 16 830, 16 833, 16 836, 16 839, 16 842, 16 845, 16 848,
 16 851, 16 854, 16 857, 16 860, 16 863, 16 866, 16 869, 16 872, 16 875, 16 878, 16 881, 16 884,
 16 887, 16 890, 16 893, 16 896, 16 899, 16 902, 16 905, 16 908, 16 911, 16 914, 16 917, 16 920,
 16 923, 16 926, 16 929, 16 932, 16 935, 16 938, 16 941, 16 944, 16 947, 16 950, 16 953, 16 956,
 16 959, 16 962, 16 965, 16 968, 16 971, 16 974, 16 977, 16 980, 16 983, 16 986, 16 989, 16 992,
 16 995, 16 998, 17 001, 17 004, 17 007, 17 010, 17 013, 17 016, 17 019, 17 022, 17 025, 17 028,
 17 031, 17 034, 17 037, 17 040, 17 043, 17 046, 17 049, 17 052, 17 055, 17 058, 17 061, 17 064,
 17 067, 17 070, 17 073, 17 076, 17 079, 17 082, 17 085, 17 088, 17 091, 17 094, 17 097, 17 100,
 17 103, 17 106, 17 109, 17 112, 17 115, 17 118, 17 121, 17 124, 17 127, 17 130, 17 133, 17 136,
 17 139, 17 142, 17 145, 17 148, 17 151, 17 154, 17 157, 17 160, 17 163, 17 166, 17 169, 17 172,
 17 175, 17 178, 17 181, 17 184, 17 187, 17 190, 17 193, 17 196, 17 199, 17 202, 17 205, 17 208,
 17 211, 17 214, 17 217, 17 220, 17 223, 17 226, 17 229, 17 232, 17 235, 17 238, 17 241, 17 244,
 17 247, 17 250, 17 253, 17 256, 17 259, 17 262, 17 265, 17 268, 17 271, 17 274, 17 277, 17 280,
 17 283, 17 286, 17 289, 17 292, 17 295, 17 298, 17 301, 17 304, 17 307, 17 310, 17 313, 17 316,
 17 319, 17 322, 17 325, 17 328, 17 331, 17 334, 17 337, 17 340, 17 343, 17 346, 17 349, 17 352,
 17 355, 17 358, 17 361, 17 364, 17 367, 17 370, 17 373, 17 376, 17 379, 17 382, 17 385, 17 388,
 17 391, 17 394, 17 397, 17 400, 17 403, 17 406, 17 409, 17 412, 17 415, 17 418, 17 421, 17 424,
 17 427, 17 430, 17 433, 17 436, 17 439, 17 442, 17 445, 17 448, 17 451, 17 454, 17 457, 17 460,
 17 463, 17 466, 17 469, 17 472, 17 475, 17 478, 17 481, 17 484, 17 487, 17 490, 17 493, 17 496,
 17 499, 17 502, 17 505, 17 508, 17 511, 17 514, 17 517, 17 520, 17 523, 17 526, 17 529, 17 532,
 17 535, 17 538, 17 541, 17 544, 17 547, 17 550, 17 553, 17 556, 17 559, 17 562, 17 565, 17 568,
 17 571, 17 574, 17 577, 17 580, 17 583, 17 586, 17 589, 17 592, 17 595, 17 598, 17 601, 17 604,
 17 607, 17 610, 17 613, 17 616, 17 619, 17 622, 17 625, 17 628, 17 631, 17 634, 17 637, 17 640,
 17 643, 17 646, 17 649, 17 652, 17 655, 17 658, 17 661, 17 664, 17 667, 17 670, 17 673, 17 676,
 17 679, 17 682, 17 685, 17 688, 17 691, 17 694, 17 697, 17 700, 17 703, 17 706, 17 709, 17 712,
 17 715, 17 718, 17 721, 17 724, 17 727, 17 730, 17 733, 17 736, 17 739, 17 742, 17 745, 17 748,
 17 751, 17 754, 17 757, 17 760, 17 763, 17 766, 17 769, 17 772, 17 775, 17 778, 17 781, 17 784,
 17 787, 17 790, 17 793, 17 796, 17 799, 17 802, 17 805, 17 808, 17 811, 17 814, 17 817, 17 820,
 17 823, 17 826, 17 829, 17 832, 17 835, 17 838, 17 841, 17 844, 17 847, 17 850, 17 853, 17 856,
 17 859, 17 862, 17 865, 17 868, 17 871, 17 874, 17 877, 17 880, 17 883, 17 886, 17 889, 17 892,
 17 895, 17 898, 17 901, 17 904, 17 907, 17 910, 17 913, 17 916, 17 919, 17 922, 17 925, 17 928,
 17 931, 17 934, 17 937, 17 940, 17 943, 17 946, 17 949, 17 952, 17 955, 17 958, 17 961, 17 964,
 17 967, 17 970, 17 973, 17 976, 17 979, 17 982, 17 985, 17 988, 17 991, 17 994, 17 997, 18 000,
 18 003, 18 006, 18 009, 18 012, 18 015, 18 018, 18 021, 18 024, 18 027, 18 030, 18 033, 18 036,
 18 039, 18 042, 18 045, 18 048, 18 051, 18 054, 18 057, 18 060, 18 063, 18 066, 18 069, 18 072,
 18 075, 18 078, 18 081, 18 084, 18 087, 18 090, 18 093, 18 096, 18 099, 18 102, 18 105, 18 108,
 18 111, 18 114, 18 117, 18 120, 18 123, 18 126, 18 129, 18 132, 18 135, 18 138, 18 141, 18 144,
 18 147, 18 150, 18 153, 18 156, 18 159, 18 162, 18 165, 18 168, 18 171, 18 174, 18 177, 18 180,
 18 183, 18 186, 18 189, 18 192, 18 195, 18 198, 18 201, 18 204, 18 207, 18 210, 18 213, 18 216,
 18 219, 18 222, 18 225, 18 228, 18 231, 18 234, 18 237, 18 240, 18 243, 18 246, 18 249, 18 252,
 18 255, 18 258, 18 261, 18 264, 18 267, 18 270, 18 273, 18 276, 18 279, 18 282, 18 285, 18 288,
 18 291, 18 294, 18 297, 18 300, 18 303, 18 306, 18 309, 18 312, 18 315, 18 318, 18 321, 18 324,
 18 327, 18 330, 18 333, 18 336, 18 339, 18 342, 18 345, 18 348, 18 351, 18 354, 18 357, 18 360,
 18 363, 18 366, 18 369, 18 372, 18 375, 18 378, 18 381, 18 384, 18 387, 18 390, 18 393, 18 396,
 18 399, 18 402, 18 405, 18 408, 18 411, 18 414, 18 417, 18 420, 18 423, 18 426, 18 429, 18 432,
 18 435, 18 438, 18 441, 18 444, 18 447, 18 450, 18 453, 18 456, 18 459, 18 462, 18 465, 18 468,
 18 471, 18 474, 18 477, 18 480, 18 483, 18 486, 18 489, 18 492, 18 495, 18 498, 18 501, 18 504,
 18 507, 18 510, 18 513, 18 516, 18 519, 18 522, 18 525, 18 528, 18 531, 18 534, 18 537, 18 540,
 18 543, 18 546, 18 549, 18 552, 18 555, 18 558, 18 561, 18 564, 18 567, 18 570, 18 573, 18 576,
 18 579, 18 582, 18 585, 18 588, 18 591, 18 594, 18 597, 18 600, 18 603, 18 606, 18 609, 18 612,
 18 615, 18 618, 18 621, 18 624, 18 627, 18 630, 18 633, 18 636, 18 639, 18 642, 18 645, 18 648,
 18 651, 18 654, 18 657, 18 660, 18 663, 18 666, 18 669, 18 672, 18 675, 18 678, 18 681, 18 684,
 18 687, 18 690, 18 693, 18 696, 18 699, 18 702, 18 705, 18 708, 18 711, 18 714, 18 717, 18 720,
 18 723, 18 726, 18 729, 18 732, 18 735, 18 738, 18 741, 18 744, 18 747, 18 750, 18 753, 18 756,
 18 759, 18 762, 18 765, 18 768, 18 771, 18 774, 18 777, 18 780, 18 783, 18 786, 18 789, 18 792,
 18 795, 18 798, 18 801, 18 804, 18 807, 18 810, 18 813, 18 816, 18 819, 18 822, 18 825, 18 828,
 18 831, 18 834, 18 837, 18 840, 18 843, 18 846, 18 849, 18 852, 18 855, 18 858, 18 861, 18 864,
 18 867, 18 870, 18 873, 18 876, 18 879, 18 882, 18 885, 18 888, 18 891, 18 894, 18 897, 18 900,
 18 903, 18 906, 18 909, 18 912, 18 915, 18 918, 18 921, 18 924, 18 927, 18 930, 18 933, 18 936,
 18 939, 18 942, 18 945, 18 948, 18 951, 18 954, 18 957, 18 960, 18 963, 18 966, 18 969, 18 972,
 18 975, 18 978, 18 981, 18 984, 18 987, 18 990, 18 993, 18 996, 18 999, 19 002, 19 005, 19 008,
 19 011, 19 014, 19 017, 19 020, 19 023, 19 026, 19 029, 19 032, 19 035, 19 038, 19 041, 19 044,
 19 047, 19 050, 19 053, 19 056, 19 059, 19 062, 19 065, 19 068, 19 071, 19 074, 19 077, 19 080,
 19 083, 19 086, 19 089, 19 092, 19 095, 19 098, 19 101, 19 104, 19 107, 19 110, 19 113, 19 116,
 19 119, 19 122, 19 125, 19 128, 19 131, 19 134, 19 137, 19 140, 19 143, 19 146, 19 149, 19 152,
 19 155, 19 158, 19 161, 19 164, 19 167, 19 170, 19 173, 19 176, 19 179, 19 182, 19 185, 19 188,
 19 191, 19 194, 19 197, 19 200, 19 203, 19 206, 19 209, 19 212, 19 215, 19 218, 19 221, 19 224,
 19 227, 19 230, 19 233, 19 236, 19 239, 19 242, 19 245, 19 248, 19 251, 19 254, 19 257, 19 260,
 19 263, 19 266, 19 269, 19 272, 19 275, 19 278, 19 281, 19 284, 19 287, 19 290, 19 293, 19 296,
 19 299, 19 302, 19 305, 19 308, 19 311, 19 314, 19 317, 19 320, 19 323, 19 326, 19 329, 19 332,
 19 335, 19 338, 19 341, 19 344, 19 347, 19 350, 19 353, 19 356, 19 359, 19 362, 19 365, 19 368,
 19 371, 19 374, 19 377, 19 380, 19 383, 19 386, 19 389, 19 392, 19 395, 19 398, 19 401, 19 404,
 19 407, 19 410, 19 413, 19 416, 19 419, 19 422, 19 425, 19 428, 19 431, 19 434, 19 437, 19 440,
 19 443, 19 446, 19 449, 19 452, 19 455, 19 458, 19 461, 19 464, 19 467, 19 470, 19 473, 19 476,
 19 479, 19 482, 19 485, 19 488, 19 491, 19 494, 19 497, 19 500, 19 503, 19 506, 19 509, 19 512,
 19 515, 19 518, 19 521, 19 524, 19 527, 19 530, 19 533, 19 536, 19 539, 19 542, 19 545, 19 548,
 19 551, 19 554, 19 557, 19 560, 19 563, 19 566, 19 569, 19 572, 19 575, 19 578, 19 581, 19 584,
 19 587, 19 590, 19 593, 19 596, 19 599, 19 602, 19 605, 19 608, 19 611, 19 614, 19 617, 19 620,
 19 623, 19 626, 19 629, 19 632, 19 635, 19 638, 19 641, 19 644, 19 647, 19 650, 19 653, 19 656,
 19 659, 19 662, 19 665, 19 668, 19 671, 19 674, 19 677, 19 680, 19 683, 19 686, 19 689, 19 692,
 19 695, 19 698, 19 701, 19 704, 19 707, 19 710, 19 713, 19 716, 19 719, 19 722, 19 725, 19 728,
 19 731, 19 734, 19 737, 19 740, 19 743, 19 746, 19 749, 19 752, 19 755, 19 758, 19 761, 19 764,
 19 767, 19 770, 19 773, 19 776, 19 779, 19 782, 19 785, 19 788, 19 791, 19 794, 19 797, 19 800,
 19 803, 19 806, 19 809, 19 812, 19 815, 19 818, 19 821, 19 824, 19 827, 19 830, 19 833, 19 836,
 19 839, 19 842, 19 845, 19 848, 19 851, 19 854, 19 857, 19 860, 19 863, 19 866, 19 869, 19 872,
 19 875, 19 878, 19 881, 19 884, 19 887, 19 890, 19 893, 19 896, 19 899, 19 902, 19 905, 19 908,
 19 911, 19 914, 19 917, 19 920, 19 923, 19 926, 19 929, 19 932, 19 935, 19 938, 19 941, 19 944,
 19 947, 19 950, 19 953, 19 956, 19 959, 19 962, 19 965, 19 968, 19 971, 19 974, 19 977, 19 980,
 19 983, 19 986, 19 989, 19 992, 19 995, 19 998, 20 001, 20 004, 20 007, 20 010, 20 013, 20 016,
 20 019, 20 022, 20 025, 20 028, 20 031, 20 034, 20 037, 20 040, 20 043, 20 046, 20 049, 20 052,
 20 055, 20 058, 20 061, 20 064, 20 067, 20 070, 20 073, 20 076, 20 079, 20 082, 20 085, 20 088,
 20 091, 20 094, 20 097, 20 100, 20 103, 20 106, 20 109, 20 112, 20 115, 20 118, 20 121, 20 124,
 20 127, 20 130, 20 133, 20 136, 20 139, 20 142, 20 145, 20 148, 20 151, 20 154, 20 157, 20 160,
 20 163, 20 166, 20 169, 20 172, 20 175, 20 178, 20 181, 20 184, 20 187, 20 190, 20 193, 20 196,
 20 199, 20 202, 20 205, 20 208, 20 211, 20 214, 20 217, 20 220, 20 223, 20 226, 20 229, 20 232,
 20 235, 20 238, 20 241, 20 244, 20 247, 20 250, 20 253, 20 256, 20 259, 20 262, 20 265, 20 268,
 20 271, 20 274, 20 277, 20 280, 20 283, 20 286, 20 289, 20 292, 20 295, 20 298, 20 301, 20 304,
 20 307, 20 310, 20 313, 20 316, 20 319, 20 322, 20 325, 20 328, 20 331, 20 334, 20 337, 20 340,
 20 343, 20 346, 20 349, 20 352, 20 355, 20 358, 20 361, 20 364, 20 367, 20 370, 20 373, 20 376,
 20 379, 20 382, 20 385, 20 388, 20 391, 20 394, 20 397, 20 400, 20 403, 20 406, 20 409, 20 412,
 20 415, 20 418, 20 421, 20 424, 20 427, 20 430, 20 433, 20 436, 20 439, 20 442, 20 445, 20 448,
 20 451, 20 454, 20 457, 20 460, 20 463, 20 466, 20 469, 20 472, 20 475, 20 478, 20 481, 20 484,
 20 487, 20 490, 20 493, 20 496, 20 499, 20 502, 20 505, 20 508, 20 511, 20 514, 20 517, 20 520,
 20 523, 20 526, 20 529, 20 532, 20 535, 20 538, 20 541, 20 544, 20 547, 20 550, 20 553, 20 556,
 20 559, 20 562, 20 565, 20 568, 20 571, 20 574, 20 577, 20 580, 20 583, 20 586, 20 589, 20 592,
 20 595, 20 598, 20 601, 20 604, 20 607, 20 610, 20 613, 20 616, 20 619, 20 622, 20 625, 20 628,
 20 631, 20 634, 20 637, 20 640, 20 643, 20 646, 20 649, 20 652, 20 655, 20 658, 20 661, 20 664,
 20 667, 20 670, 20 673, 20 676, 20 679, 20 682, 20 685, 20 688, 20 691, 20 694, 20 697, 20 700,
 20 703, 20 706, 20 709, 20 712, 20 715, 20 718, 20 721, 20 724, 20 727, 20 730, 20 733, 20 736,
 20 739, 20 742, 20 745, 20 748, 20 751, 20 754, 20 757, 20 760, 20 763, 20 766, 20 769, 20 772,
 20 775, 20 778, 20 781, 20 784, 20 787, 20 790, 20 793, 20 796, 20 799, 20 802, 20 805, 20 808,
 20 811, 20 814, 20 817, 20 820, 20 823, 20 826, 20 829, 20 832, 20 835, 20 838, 20 841, 20 844,
 20 847, 20 850, 20 853, 20 856, 20 859, 20 862, 20 865, 20 868, 20 871, 20 874, 20 877, 20 880,
 20 883, 20 886, 20 889, 20 892, 20 895, 20 898, 20 901, 20 904, 20 907, 20 910, 20 913, 20 916,
 20 919, 20 922, 20 925, 20 928, 20 931, 20 934, 20 937, 20 940, 20 943, 20 946, 20 949, 20 952,
 20 955, 20 958, 20 961, 20 964, 20 967, 20 970, 20 973, 20 976, 20 979, 20 982, 20 985, 20 988,
 20 991, 20 994, 20 997, 21 000, 21 003, 21 006, 21 009, 21 012, 21 015, 21 018, 21 021, 21 024,
 21 027, 21 030, 21 033, 21 036, 21 039, 21 042, 21 045, 21 048, 21 051, 21 054, 21 057, 21 060,
 21 063, 21 066, 21 069, 21 072, 21 075, 21 078, 21 081, 21 084, 21 087, 21 090, 21 093, 21 096,
 21 099, 21 102, 21 105, 21 108, 21 111, 21 114, 21 117, 21 120, 21 123, 21 126, 21 129, 21 132,
 21 135, 21 138, 21 141, 21 144, 21 147, 21 150, 21 153, 21 156, 21 159, 21 162, 21 165, 21 168,
 21 171, 21 174, 21 177, 21 180, 21 183, 21 186, 21 189, 21 192, 21 195, 21 198, 21 201, 21 204,
 21 207, 21 210, 21 213, 21 216, 21 219, 21 222, 21 225, 21 228, 21 231, 21 234, 21 237, 21 240,
 21 243, 21 246, 21 249, 21 252, 21 255, 21 258, 21 261, 21 264, 21 267, 21 270, 21 273, 21 276,
 21 279, 21 282, 21 285, 21 288, 21 291, 21 294, 21 297, 21 300, 21 303, 21 306, 21 309, 21 312,
 21 315, 21 318, 21 321, 21 324, 21 327, 21 330, 21 333, 21 336, 21 339, 21 342, 21 345, 21 348,
 21 351, 21 354, 21 357, 21 360, 21 363, 21 366, 21 369, 21 372, 21 375, 21 378, 21 381, 21 384,
 21 387, 21 390, 21 393, 21 396, 21 399, 21 402, 21 405, 21 408, 21 411, 21 414, 21 417, 21 420,
 21 423, 21 426, 21 429, 21 432, 21 435, 21 438, 21 441, 21 444, 21 447, 21 450, 21 453, 21 456,
 21 459, 21 462, 21 465, 21 468, 21 471, 21 474, 21 477, 21 480, 21 483, 21 486, 21 489, 21 492,
 21 495, 21 498, 21 501, 21 504, 21 507, 21 510, 21 513, 21 516, 21 519, 21 522, 21 525, 21 528,
 21 531, 21 534, 21 537, 21 540, 21 543, 21 546, 21 549, 21 552, 21 555, 21 558, 21 561, 21 564,
 21 567, 21 570, 21 573, 21 576, 21 579, 21 582, 21 585, 21 588, 21 591, 21 594, 21 597, 21 600,
 21 603, 21 606, 21 609, 21 612, 21 615, 21 618, 21 621, 21 624, 21 627, 21 630, 21 633, 21 636,
 21 639, 21 642, 21 645, 21 648, 21 651, 21 654, 21 657, 21 660, 21 663, 21 666, 21 669, 21 672,
 21 675, 21 678, 21 681, 21 684, 21 687, 21 690, 21 693, 21 696, 21 699, 21 702, 21 705, 21 708,
 21 711, 21 714, 21 717, 21 720, 21 723, 21 726, 21 729, 21 732, 21 735, 21 738, 21 741, 21 744,
 21 747, 21 750, 21 753, 21 756, 21 759, 21 762, 21 765, 21 768, 21 771, 21 774, 21 777, 21 780,
 21 783, 21 786, 21 789, 21 792, 21 795, 21 798, 21 801, 21 804, 21 807, 21 810, 21 813, 21 816,
 21 819, 21 822, 21 825, 21 828, 21 831, 21 834, 21 837, 21 840, 21 843, 21 846, 21 849, 21 852,
 21 855, 21 858, 21 861, 21 864, 21 867, 21 870, 21 873, 21 876, 21 879, 21 882, 21 885, 21 888,
 21 891, 21 894, 21 897, 21 900, 21 903, 21 906, 21 909, 21 912, 21 915, 21 918, 21 921, 21 924,
 21 927, 21 930, 21 933, 21 936, 21 939, 21 942, 21 945, 21 948, 21 951, 21 954, 21 957, 21 960,
 21 963, 21 966, 21 969, 21 972, 21 975, 21 978, 21 981, 21 984, 21 987, 21 990, 21 993, 21 996,
 21 999, 22 002, 22 005, 22 008, 22 011, 22 014, 22 017, 22 020, 22 023, 22 026, 22 029, 22 032,
 22 035, 22 038, 22 041, 22 044, 22 047, 22 050, 22 053, 22 056, 22 059, 22 062, 22 065, 22 068,
 22 071, 22 074, 22 077, 22 080, 22 083, 22 086, 22 089, 22 092, 22 095, 22 098, 22 101, 22 104,
 22 107, 22 110, 22 113, 22 116, 22 119, 22 122, 22 125, 22 128, 22 131, 22 134, 22 137, 22 140,
 22 143, 22 146, 22 149, 22 152, 22 155, 22 158, 22 161, 22 164, 22 167, 22 170, 22 173, 22 176,
 22 179, 22 182, 22 185, 22 188, 22 191, 22 194, 22 197, 22 200, 22 203, 22 206, 22 209, 22 212,
 22 215, 22 218, 22 221, 22 224, 22 227, 22 230, 22 233, 22 236, 22 239, 22 242, 22 245, 22 248,
 22 251, 22 254, 22 257, 22 260, 22 263, 22 266, 22 269, 22 272, 22 275, 22 278, 22 281, 22 284,
 22 287, 22 290, 22 293, 22 296, 22 299, 22 302, 22 305, 22 308, 22 311, 22 314, 22 317, 22 320,
 22 323, 22 326, 22 329, 22 332, 22 335, 22 338, 22 341, 22 344, 22 347, 22 350, 22 353, 22 356,
 22 359, 22 362, 22 365, 22 368, 22 371, 22 374, 22 377, 22 380, 22 383, 22 386, 22 389, 22 392,
 22 395, 22 398, 22 401, 22 404, 22 407, 22 410, 22 413, 22 416, 22 419, 22 422, 22 425, 22 428,
 22 431, 22 434, 22 437, 22 440, 22 443, 22 446, 22 449, 22 452, 22 455, 22 458, 22 461, 22 464,
 22 467, 22 470, 22 473, 22 476, 22 479, 22 482, 22 485, 22 488, 22 491, 22 494, 22 497, 22 500,
 22 503, 22 506, 22 509, 22 512, 22 515, 22 518, 22 521, 22 524, 22 527, 22 530, 22 533, 22 536,
 22 539, 22 542, 22 545, 22 548, 22 551, 22 554, 22 557, 22 560, 22 563, 22 566, 22 569, 22 572,
 22 575, 22 578, 22 581, 22 584, 22 587, 22 590, 22 593, 22 596, 22 599, 22 602, 22 605, 22 608,
 22 611, 22 614, 22 617, 22 620, 22 623, 22 626, 22 629, 22 632, 22 635, 22 638, 22 641, 22 644,
 22 647, 22 650, 22 653, 22 656, 22 659, 22 662, 22 665, 22 668, 22 671, 22 674, 22 677, 22 680,
 22 683, 22 686, 22 689, 22 692, 22 695, 22 698, 22 701, 22 704, 22 707, 22 710, 22 713, 22 716,
 22 719, 22 722, 22 725, 22 728, 22 731, 22 734, 22 737, 22 740, 22 743, 22 746, 22 749, 22 752,
 22 755, 22 758, 22 761, 22 764, 22 767, 22 770, 22 773, 22 776, 22 779, 22 782, 22 785, 22 788,
 22 791, 22 794, 22 797, 22 800, 22 803, 22 806, 22 809, 22 812, 22 815, 22 818, 22 821, 22 824,
 22 827, 22 830, 22 833, 22 836, 22 839, 22 842, 22 845, 22 848, 22 851, 22 854, 22 857, 22 860,
 22 863, 22 866, 22 869, 22 872, 22 875, 22 878, 22 881, 22 884, 22 887, 22 890, 22 893, 22 896,
 22 899, 22 902, 22 905, 22 908, 22 911, 22 914, 22 917, 22 920, 22 923, 22 926, 22 929, 22 932,
 22 935, 22 938, 22 941, 22 944, 22 947, 22 950, 22 953, 22 956, 22 959, 22 962, 22 965, 22 968,
 22 971, 22 974, 22 977, 22 980, 22 983, 22 986, 22 989, 22 992, 22 995, 22 998, 23 001, 23 004,
 23 007, 23 010, 23 013, 23 016, 23 019, 23 022, 23 025, 23 028, 23 031, 23 034, 23 037, 23 040,
 23 043, 23 046, 23 049, 23 052, 23 055, 23 058, 23 061, 23 064, 23 067, 23 070, 23 073, 23 076,
 23 079, 23 082, 23 085, 23 088, 23 091, 23 094, 23 097, 23 100, 23 103, 23 106, 23 109, 23 112,
 23 115, 23 118, 23 121, 23 124, 23 127, 23 130, 23 133, 23 136, 23 139, 23 142, 23 145, 23 148,
 23 151, 23 154, 23 157, 23 160, 23 163, 23 166, 23 169, 23 172, 23 175, 23 178, 23 181, 23 184,
 23 187, 23 190, 23 193, 23 196, 23 199, 23 202, 23 205, 23 208, 23 211, 23 214, 23 217, 23 220,
 23 223, 23 226, 23 229, 23 232, 23 235, 23 238, 23 241, 23 244, 23 247, 23 250, 23 253, 23 256,
 23 259, 23 262, 23 265, 23 268, 23 271, 23 274, 23 277, 23 280, 23 283, 23 286, 23 289, 23 292,
 23 295, 23 298, 23 301, 23 304, 23 307, 23 310, 23 313, 23 316, 23 319, 23 322, 23 325, 23 328,
 23 331, 23 334, 23 337, 23 340, 23 343, 23 346, 23 349, 23 352, 23 355, 23 358, 23 361, 23 364,
 23 367, 23 370, 23 373, 23 376, 23 379, 23 382, 23 385, 23 388, 23 391, 23 394, 23 397, 23 400,
 23 403, 23 406, 23 409, 23 412, 23 415, 23 418, 23 421, 23 424, 23 427, 23 430, 23 433, 23 436,
 23 439, 23 442, 23 445, 23 448, 23 451, 23 454, 23 457, 23 460, 23 463, 23 466, 23 469, 23 472,
 23 475, 23 478, 23 481, 23 484, 23 487, 23 490, 23 493, 23 496, 23 499, 23 502, 23 505, 23 508,
 23 511, 23 514, 23 517, 23 520, 23 523, 23 526, 23 529, 23 532, 23 535, 23 538, 23 541, 23 544,
 23 547, 23 550, 23 553, 23 556, 23 559, 23 562, 23 565, 23 568, 23 571, 23 574, 23 577, 23 580,
 23 583, 23 586, 23 589, 23 592, 23 595, 23 598, 23 601, 23 604, 23 607, 23 610, 23 613, 23 616,
 23 619, 23 622, 23 625, 23 628, 23 631, 23 634, 23 637, 23 640, 23 643, 23 646, 23 649, 23 652,
 23 655, 23 658, 23 661, 23 664, 23 667, 23 670, 23 673, 23 676, 23 679, 23 682, 23 685, 23 688,
 23 691, 23 694, 23 697, 23 700, 23 703, 23 706, 23 709, 23 712, 23 715, 23 718, 23 721, 23 724,
 23 727, 23 730, 23 733, 23 736, 23 739, 23 742, 23 745, 23 748, 23 751, 23 754, 23 757, 23 760,
 23 763, 23 766, 23 769, 23 772, 23 775, 23 778, 23 781, 23 784, 23 787, 23 790, 23 793, 23 796,
 23 799, 23 802, 23 805, 23 808, 23 811, 23 814, 23 817, 23 820, 23 823, 23 826, 23 829, 23 832,
 23 835, 23 838, 23 841, 23 844, 23 847, 23 850, 23 853, 23 856, 23 859, 23 862, 23 865, 23 868,
 23 871, 23 874, 23 877, 23 880, 23 883, 23 886, 23 889, 23 892, 23 895, 23 898, 23 901, 23 904,
 23 907, 23 910, 23 913, 23 916, 23 919, 23 922, 23 925, 23 928, 23 931, 23 934, 23 937, 23 940,
 23 943, 23 946, 23 949, 23 952, 23 955, 23 958, 23 961, 23 964, 23 967, 23 970, 23 973, 23 976,
 23 979, 23 982, 23 985, 23 988, 23 991, 23 994, 23 997, 24 000, 24 003, 24 006, 24 009, 24 012,
 24 015, 24 018, 24 021, 24 024, 24 027, 24 030, 24 033, 24 036, 24 039, 24 042, 24 045, 24 048}
```

b) Usar un bucle para crear una lista con los 25 primeros múltiplos de D1D2 + M1M2 .

In[]:=

```
diaMes= (d1d2+m1m2);
listaBMultiplosFor={};
listaBMultiplosWhile={};
listaBMultiplosDo = {};
For[i = 1, i ≤ 25, i++,
  AppendTo[listaBMultiplosFor, i * diaMes];
];
i = 1;
While[i ≤ 25,
  AppendTo[listaBMultiplosWhile, i * diaMes];
  i++;
];
Do[
  AppendTo[listaBMultiplosDo, i * diaMes],
  {i, 1, 25}
];
If[listaBMultiplosFor === listaBMultiplosWhile === listaBMultiplosDo,
  Print[listaBMultiplosFor]
];
```

```
{9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108,
 117, 126, 135, 144, 153, 162, 171, 180, 189, 198, 207, 216, 225}
```

c) Calcular el producto de los múltiplos de D1D2 + M1M2 comprendidos entre A1A2A3A4 y A1A2A3A4 + 100

```
In[ ]:= diaMes=(d1d2+m1m2);
anyoMas100=(anyo+100);
listaCMultiplosFor=1;
listaCMultiplosWhile=1;
listaCMultiplosDo = 1;
For[i = anyo, i ≤ anyoMas100, i++,
  If[Mod[i, diaMes] == 0,
    listaCMultiplosFor *= i;
  ]
];
i = anyo;
While[i ≤ anyoMas100,
  If[Mod[i, diaMes] == 0,
    listaCMultiplosWhile *= i;
  ]×
  i++;
];
Do[
  If[Mod[i, diaMes] == 0,
    listaCMultiplosDo *= i;
  ],
  {i, anyo, anyoMas100}
];
If[listaCMultiplosFor === listaCMultiplosWhile === listaCMultiplosDo,
  Print[listaCMultiplosFor]
];
```

```
2 713 259 615 850 273 646 479 903 734 601 216 000
```

d) Calcular la suma de los múltiplos de D1D2 + M1M2 + 10 comprendidos entre A1A2A3A4 y (A1A2A3A4)^2 .

In[ ]:=

```
diaMesMas10=(d1d2+m1m2+10);
anyoElev2=(anyo^2);
sumaMultiplosFor=0;
sumaMultiplosWhile=0;
sumaMultiplosDo=0;
For[i = anyo, i ≤ anyoElev2, i++,
  If[Mod[i, diaMesMas10] == 0,
    sumaMultiplosFor += i;
  ]
];
i = anyo;
While[i ≤ anyoElev2,
  If[Mod[i, diaMesMas10] == 0,
    sumaMultiplosWhile += i;
  ]
  i++;
];
Do[
  If[Mod[i, diaMesMas10] == 0,
    sumaMultiplosDo += i;
  ],
  {i, anyo, anyoElev2}
];
If[sumaMultiplosFor === sumaMultiplosWhile === sumaMultiplosDo,
  Print[sumaMultiplosFor]
];
```

```
424 432 016 800
```

Práctica 4

Ejercicio 5.1

Determina según tu DNI el valor de verdad de la siguiente forma enunciativa:

In[ ]:=

```
dni=26268082;
termina = Mod[dni,10];
Mod[dni,2]==0 && Mod[dni,3]==0 && (termina=1 ||termina=7 ||termina=3)
```

Out[ ]=

```
False
```

Ejercicio 5.2

Evaluar las siguientes formas enunciativas en las combinaciones de valores de verdad indicadas

a) ¬X1; X1=V

In[∘]:=

```
xa=True;
TrueQ[Not[xa]]
```

Out[∘]=

```
False
```

b) $x1 \Leftrightarrow x2; x1=V, x2=F$

In[∘]:=

```
xb1=True;
xb2=False;
TrueQ[Equivalent[xb1,xb2]]
```

Out[∘]=

```
False
```

c) $((\neg x1) \wedge x2) \Rightarrow x3; x1=V, x2=F, x3=V$

In[∘]:=

```
xc1=xc3=True;
xc2=False;
TrueQ[Implies[And[Not[xc1],xc2],xc3]]
```

Out[∘]=

```
True
```

d) $(x1 \vee x2) \Leftrightarrow (\neg x2); x1=V, x2=v$

In[∘]:=

```
xd1=xd2=True;
TrueQ[Equivalent[Or[xd1,xd1],Not[xd2]]]
```

Out[∘]=

```
False
```

e)$[(x1 \overline{\vee} x2) \barwedge (\neg x3)] \Rightarrow (\neg x3); x1=V, x2=F, x3=V$

In[∘]:=

```
xe1=xe3=True;
xe2=False;
TrueQ[Implies[Nand[Nor[xe1,xe2],Not[xe3]],Not[xe3]]]
```

Out[∘]=

```
False
```

f)$(\neg((\neg(x1 \wedge x2)) \Rightarrow x3)) \barwedge (x4 \vee x5); x5=F$ y tomando el resto de variables cualesquiera valores.

In[∘]:=

```
xf1=xf2=xf3=xf4=xf5=False;
TrueQ[Nand[Not[Implies[Not[And[xf1,xf2]],xf3]],Or[xf4,xf5]]]
```

Out[∘]=

```
True
```

Ejercicio 5.6

Calcular las tablas de verdad de las siguientes formas enunciativas (e,f,j,k):

In[◦]:=
```
TablaVerdad[FormaE_,nombres_]:=Module[{p,n,j,f,resto},
 n=Length[nombres];
 p=Table[False,{t,n}];
 tabla=Table["F",{x,2^n},{y,n+1}];
 Do[j=i;
 For[f=n,f>0,f--,resto=Mod[j,2];
  j=Floor[j/2];
  If[resto==0,p⟦f⟧=True;
  tabla⟦i+1,f⟧="V",p⟦f⟧=False];];
If[FormaE[p],tabla⟦i+1,n+1⟧="V"];
   ,{i,0,2^n-1}];
 Grid[Join[{Join[nombres,{FormaE[nombres]}]},tabla],Dividers→{Join[{True},Table[False,{i,2,n}
 ];
```

e) ((qvr)⇒((¬r)⇒q))

In[◦]:=
```
fe[{q_, r_}] := Implies[Or[q, r], Implies[Not[r], q]]
TablaVerdad[fe, {"q", "r"}]
```

Out[◦]=
```
q r | q || r ⇒ (! r ⇒ q)
V V |        V
V F |        V
F V |        V
F F |        V
```

f)(((¬p)⇒q)⇒(((¬s)⇒(¬q))⇒p))

In[◦]:=
```
ff[{p_,q_,s_}]:=Implies[Implies[Not[p], q], Implies[Implies[Not[s], Not[q]], p]]
TablaVerdad[ff, {"p", "q", "s"}]
```

Out[◦]=
```
p q s | (! p ⇒ q) ⇒ ((! s ⇒ ! q) ⇒ p)
V V V |               V
V V F |               V
V F V |               V
V F F |               V
F V V |               F
F V F |               V
F F V |               V
F F F |               V
```

j)¬(¬((p⇒¬(q⇒r))⇒¬((p⊼q)⊽r)))

In[◦]:=

```
fj[{p_,q_,r_}]:=Not[Not[Implies[Implies[p,Not[Implies[q,r]]],Not[Nor[Nand[p,q],r]]]]]
TablaVerdad[fj,{"p","q","r"}]
```

Out[◦]=

p q r	(p ⇒ ! (q ⇒ r)) ⇒ ! ((p ⊼ q) ⊽ r)
V V V	**V**
V V F	**F**
V F V	**V**
V F F	**V**
F V V	**V**
F V F	**V**
F F V	**V**
F F F	**V**

k)(q⇒p)⇒(q⇔r)

In[◦]:=

```
fk[{q_,p_,r_}]:=Implies[Implies[q,p],Equivalent[q,r]]
TablaVerdad[fk,{"p","q","s"}]
```

Out[◦]=

p q s	(p ⇒ q) ⇒ p ⇔ s
V V V	**V**
V V F	**F**
V F V	**V**
V F F	**V**
F V V	**F**
F V F	**V**
F F V	**F**
F F F	**V**

Práctica 5

Copiar la manera de hacer tautología del libro tema 6
Forma enunciativa restringida, tomar apuntes de eso

Ejercicio 6.6

Estudiar si los siguientes pares de formas enunciativas son lógicamente equivalentes o implican lógicamente una a la otra:

In[◦]:=

```
Tautologia[FormaE_,n_]:=Module[{p,j,f,resto},
 tautologia=True;
 p=Table[False,{t,n}];
 Do[j=i;
 For[f=n,f>0,f--,resto=Mod[j,2];
 j=Floor[j/2];
 If[resto==0,p⟦f⟧=True,p⟦f⟧=False];];
If[FormaE[p],Null,tautologia=False;Break[];];
,{i,0,2^n-1}];
 Return[tautologia];];
```

a) $(p \Leftrightarrow q) \overline{\vee}\, r,\ (r \wedge (\neg q)) \Rightarrow p$

In[∘]:=

```
Equivalencia[{p_,q_,r_}]:=Equivalent[Nor[Equivalent[p,q],r],Implies[And[r,Not[q]],p]];
ImplicaAB[{p_,q_,r_}]:=Implies[Nor[Equivalent[p,q],r],Implies[And[r,Not[q]],p]]
ImplicaBA[{p_,q_,r_}]:=Implies[Implies[And[r,Not[q]],p],Nor[Equivalent[p,q],r]]
If[Tautologia[Equivalencia,3],
    Print["Son lógicamente equivalentes"],
    Print["No son lógicamente equivalentes"]
]
If[Tautologia[ImplicaAB,3],
    Print["A implicaca lógicamente B"],
    Print["A no implicaca lógicamente B"]
]
If[Tautologia[ImplicaBA,3],
    Print["B implicaca lógicamente A"],
    Print["B no implicaca lógicamente A"]
]
```

```
No son lógicamente equivalentes
```

```
A implicaca lógicamente B
```

```
B no implicaca lógicamente A
```

b)$(p\Rightarrow(\neg q))\overline{\wedge}r,\neg((p\wedge q)\vee r)$

In[∘]:=

```
Equivalencia[{p_,q_,r_}]:=Equivalent[Nand[Implies[p,Not[q]],r],Not[Or[And[p,q],r]]];
ImplicaAB[{p_,q_,r_}]:=Implies[Nand[Implies[p,Not[q]],r],Not[Or[And[p,q],r]]]
ImplicaBA[{p_,q_,r_}]:=Implies[Not[Or[And[p,q],r]],Nand[Implies[p,Not[q]],r]]
If[Tautologia[Equivalencia,3],
    Print["Son lógicamente equivalentes"],
    Print["No son lógicamente equivalentes"]
]
If[Tautologia[ImplicaAB,3],
    Print["A implicaca lógicamente B"],
    Print["A no implicaca lógicamente B"]
]
If[Tautologia[ImplicaBA,3],
    Print["B implicaca lógicamente A"],
    Print["B no implicaca lógicamente A"]
]
```

```
No son lógicamente equivalentes
```

```
A no implicaca lógicamente B
```

```
B implicaca lógicamente A
```

c)$(p\Rightarrow r)\wedge(r\overline{\vee}(\neg q)),(p\overline{\vee}r)\wedge q$

```
In[∘]:= Equivalencia[{p_,q_,r_}]:=Equivalent[And[Implies[p,r],Nor[r,Not[q]]],And[Nor[p,r],q]];
        ImplicaAB[{p_,q_,r_}]:=Implies[And[Implies[p,r],Nor[r,Not[q]]],And[Nor[p,r],q]]
        ImplicaBA[{p_,q_,r_}]:=Implies[And[Nor[p,r],q],And[Implies[p,r],Nor[r,Not[q]]]]
        If[Tautologia[Equivalencia,3],
            Print["Son lógicamente equivalentes"],
            Print["No son lógicamente equivalentes"]
        ]
        If[Tautologia[ImplicaAB,3],
            Print["A implicaca lógicamente B"],
            Print["A no implicaca lógicamente B"]
        ]
        If[Tautologia[ImplicaBA,3],
            Print["B implicaca lógicamente A"],
            Print["B no implicaca lógicamente A"]
        ]
```

```
Son lógicamente equivalentes

A implicaca lógicamente B

B implicaca lógicamente A
```

Ejercicio 6.15

Dadas las siguientes formas enunciativas:

A) Nand[p, Implies[q, r]] B) And[Implies[p,q],Nor[r,Not[q]]] C) Nor[And[Not[p],q],Or[r,s]]

```
In[∘]:= TablaVerdad[FormaE_,nombres_]:=Module[{p,n,j,f,resto},
         n=Length[nombres];
         p=Table[False,{t,n}];
         tabla=Table["F",{x,2^n},{y,n+1}];
         Do[j=i;
         For[f=n,f>0,f--,resto=Mod[j,2];
          j=Floor[j/2];
          If[resto==0,p⟦f⟧=True;
           tabla⟦i+1,f⟧="V",p⟦f⟧=False];];
        If[FormaE[p],tabla⟦i+1,n+1⟧="V"];
            ,{i,0,2^n-1}];
         Grid[Join[{Join[nombres,{FormaE[nombres]}]},tabla],Dividers→{Join[{True},Table[False,{i,2,n}
        ];
```

```
In[∘]:= A[{p_,q_,r_}]:=Nand[p,Equivalent[q,r]];
        B[{p_,q_,r_}]:=And[Implies[p,q],Nor[r,Not[q]]];
        c[{p_,q_,r_,s_}]:=Nor[And[Not[p],q],Or[r,s]];
```

i) Calcular sus tablas de verdad

```
In[]:= TablaVerdad[A, {"p", "q", "r"}]
```

Out[]=

p	q	r	p ⊼ (q ⇔ r)
V	V	V	F
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V

```
In[]:= TablaVerdad[B,{"p","q","r"}]
```

Out[]=

p	q	r	(p ⇒ q) && (r ⊽ ! q)
V	V	V	F
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	V	F	V
F	F	V	F
F	F	F	F

```
In[]:= TablaVerdad[c,{"p","q","r","s"}]
```

Out[]=

p	q	r	s	(! p && q) ⊽ (r || s)
V	V	V	V	F
V	V	V	F	F
V	V	F	V	F
V	V	F	F	V
V	F	V	V	F
V	F	V	F	F
V	F	F	V	F
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	V	V	F	F
F	V	F	V	F
F	V	F	F	F
F	F	V	V	F
F	F	V	F	F
F	F	F	V	F
F	F	F	F	V

ii) Calcular sus formas normales .

```
FormasNormales[FormaE_,nombres_]:=Module[{cadena,cadena2,n,cad,cad2,j,f,resto},
 n=Length[nombres];
 cadena="";
 cadena2="";
 cad="";
 cad2="";
 contradiccion=True;
 tautologia=True;
 p=Table[False,{t,n}];
 Do[
 j=i;
 cad="";
 cad2="";
 For[f=n,f>0,f--,
 resto=Mod[j,2];
 j=Floor[j/2];
 If[resto==0,p⟦f⟧=True;
 If[f==n,
  cad=StringJoin[ToString[nombres⟦f⟧],cad],
  cad=StringJoin[ToString[nombres⟦f⟧]," ∧ ", cad]
  ];

If[f==n,
 cad2=StringJoin["(~",ToString[nombres⟦f⟧],")",cad2],cad2=StringJoin["(~",ToString[nombres⟦f⟧
    ")"," ∨ ",cad2]
 ];
       ,p⟦f⟧=False;
If[f==n,
 cad=StringJoin["(~",ToString[nombres⟦f⟧],")",cad],cad=StringJoin["(~",ToString[nombres⟦f⟧],
    ")"," ∧ ",cad]
 ];
If[f==n,
 cad2=StringJoin[ToString[nombres⟦f⟧],cad2],
 cad2=StringJoin[ToString[nombres⟦f⟧]," ∨ ",cad2]
 ];
     ];
];
If[FormaE[p],
 If[cadena=="",
 cadena=StringJoin[cadena,"(",cad,")"],
 cadena=StringJoin[cadena," ∨ (",cad,")"]
 ];
 contradiccion=False;,
 If[cadena2=="",
 cadena2=StringJoin[cadena2,"(",cad2,")"],
 cadena2=StringJoin[cadena2," ∧ (",cad2,")"]
 ];
 tautologia=False;
 ];
   ,{i,0,2^n-1}];
If[contradiccion,
 Print["Es una contradicción."],
 Print["No es contradicción y la forma normal disyuntiva es: ",cadena]];
If[tautologia,
 Print["Es una tautología."],
 Print["No es tautología y la forma normal conjuntiva es: ",cadena2]];
];
```

In[•]:=
```
FormasNormales[A,{"p","q","r"}]
```

```
No es contradicción y la forma normal disyuntiva es:
 (p ∧ q ∧ (~r)) ∨ (p ∧ (~q) ∧ r) ∨ ((~p) ∧ q ∧ r) ∨
   ((~p) ∧ q ∧ (~r)) ∨ ((~p) ∧ (~q) ∧ r) ∨ ((~p) ∧ (~q) ∧ (~r))
No es tautología y la forma normal conjuntiva es: ((~p) ∨ (~q) ∨ (~r)) ∧ ((~p) ∨ q ∨ r)
```

In[•]:=
```
FormasNormales[B,{"p","q","r"}]
```

```
No es contradicción y la forma normal disyuntiva es: (p ∧ q ∧ (~r)) ∨ ((~p) ∧ q ∧ (~r))
No es tautología y la forma normal conjuntiva es:
 ((~p) ∨ (~q) ∨ (~r)) ∧ ((~p) ∨ q ∨ (~r)) ∧ ((~p)
   ∨ q ∨ r) ∧ (p ∨ (~q) ∨ (~r)) ∧ (p ∨ q ∨ (~r)) ∧ (p ∨ q ∨ r)
```

In[•]:=
```
FormasNormales[c,{"p","q","r";"s"}]
```

```
Es una contradicción.
Es una tautología.
```

iii) Buscar formas enunciativas lógicamente equivalentes utilizando los siguientes conjuntos adecuados {¬,∧}, {¬,→} y {⊽}. Comprobar el resultado con Mathematica .

In[•]:=
```
BooleanConvert[Nand["p",Equivalent["q","r"]],"AND"]
BooleanConvert[Nand["p",Equivalent["q","r"]],"IMPLIES"]
Clear[p,q,r,ExpNor]
ExpNor=BooleanConvert[Nand["p",Equivalent["q","r"]],"NOR"]
A=ExpNor/. Not[x_]:→(x⊽x);
A
```

Out[•]=
```
! (p && q && r) && ! (p && ! q && ! r)
```

Out[•]=
```
p ⇒ ((q ⇒ r) ⇒ ! (! q ⇒ ! r))
```

Out[•]=
```
(! p ⊽ ! q ⊽ ! r) ⊽ (! p ⊽ q ⊽ r)
```

Out[•]=
```
((p ⊽ p) ⊽ (q ⊽ q) ⊽ (r ⊽ r)) ⊽ ((p ⊽ p) ⊽ q ⊽ r)
```

In[∘]:=

```
BooleanConvert[And[Implies[p,q],Nor[r,Not[q]]],"AND"]
BooleanConvert[And[Implies[p,q],Nor[r,Not[q]]],"IMPLIES"]
Clear[p,q,r,ExpNor]
ExpNor=BooleanConvert[And[Implies[p,q],Nor[r,Not[q]]],"NOR"]
A=ExpNor/. Not[x_]⧴(x⊽x);
A
```

Out[∘]=

```
q && ! r
```

Out[∘]=

```
! (q ⇒ r)
```

Out[∘]=

```
! q ⊽ r
```

Out[∘]=

```
(q ⊽ q) ⊽ r
```

In[∘]:=

```
BooleanConvert[Nor[And[Not[p],q],Or[r,s]],"AND"]
BooleanConvert[Nor[And[Not[p],q],Or[r,s]],"IMPLIES"]
Clear[p,q,r,ExpNor]
ExpNor=BooleanConvert[Nor[And[Not[p],q],Or[r,s]],"NOR"]
A=ExpNor/. Not[x_]⧴(x⊽x);
A
```

Out[∘]=

```
! (! p && q) && ! r && ! s
```

Out[∘]=

```
(p ⇒ (! r ⇒ s)) ⇒ ! (! p ⇒ (! q ⇒ (! r ⇒ s)))
```

Out[∘]=

```
(p ⊽ ! q) ⊽ r ⊽ s
```

Out[∘]=

```
(p ⊽ (q ⊽ q)) ⊽ r ⊽ s
```

Ejercicio 6.17

Utiliza el método de refutación para determinar si la siguiente forma argumentativa es válida o inválida:

$(p \vee q) \wedge (r \Rightarrow t)$, $p \oplus (s \vee (\neg t))$, $r \barwedge (\neg q)$; $\therefore ((\neg p) \wedge q) \Rightarrow r$

```
Argumentaciona[{p_,q_,r_,t_,s_}]:=Implies[And[And[Or[p,q],Implies[r,t]],Xor[p,Or[s,Not[t]]],
    Nand[r,Not[q]]],Implies[And[Not[p],q],r]];
If[Tautologia[Argumentaciona,5],
    Print["Es una argumentación válida"],
    Print["Es una argumentación inválida"]
]
```

```
Es una argumentación inválida
```

Práctica 6

Ejercicio 7.1 . (g e i)

Sea X=A⋃B⋃Z,donde A es el conjunto formado por las letras distintas de tu primer apellido, B es el conjunto formado por los números distintos de tu DNI y Z es el conjunto formado por los números naturales impares menores que 10 junto con las vocales. Comprobar las siguientes propiedades:

```
A={"b","c","d","e","f","g","h","j","k","ñ","o","p","q","v","w","q","y","z"};
B={1,3,4,5,7,9};
Z={1,3,5,7,9,"a","e","i","o","u"};
x=Union[a,b,z];
```

g) Distributivas: A⋃(B⋂Z)=(A⋃B)⋂(A⋃Z))

```
Union[A,Intersection[A,Z]]==Intersection[Union[A,B],Union[A,Z]]
Intersection[A,Union[B,Z]]==Union[Intersection[A,B],Union[A,Z]]
```

i) Leyes de Morgan :

```
Complement[Union[A,Z]]==Intersection[Complement[A],Complement[Z]]
Complement[Intersection[A,Z]]==Union[Complement[A],Complement[Z]]
```

Ejercicio 7.14 .

In[∘]:=

```
A={"b","c"};
B={1,3};
```

a) AxB y AxAxB

```
cartesianoAB={};
Do[Do[AppendTo[cartesianoAB,{A⟦i⟧,B⟦j⟧}],{i,1,Length[A]}];,{j,1,Length[B]}];
cartesianoAB
CARTESIANO[conjuntos_]:=Module[{i,j,k,cartesianotemp},cartesiano=Table[{conjuntos⟦1,i⟧},
    {i,Length[conjuntos⟦1⟧]}];
 Do[cartesianotemp={};
 Do[Do[AppendTo[cartesianotemp,Append[cartesiano⟦k⟧,conjuntos⟦i,j⟧]];,{k,Length[cartesiano]}]
    ,{j,Length[conjuntos⟦i⟧]}]
];
 cartesiano=cartesianotemp;,{i,2,Length[conjuntos]}];
 cartesiano];
CARTESIANO[{A,A,B}]
```

Out[∘]=

```
{{b, 1}, {c, 1}, {b, 3}, {c, 3}}
```

Out[∘]=

```
{{b, b, 1}, {c, b, 1}, {b, c, 1}, {c, c, 1}, {b, b, 3}, {c, b, 3}, {b, c, 3}, {c, c, 3}}
```

b) Una aplicación entre A y P (B) que sea inyectiva y otra P (B) y A que sea sobreyectiva

```
PartesB=Subsets[B];
A={1,2}; (*GUARDAR DOMINIO EN A*)
B=PartesB; (*GUARDAR CODOMINIO EN B*)
For[i=1,i≤Length[A],i++,
    f[A⟦i⟧]=B⟦i⟧
    ]
Imagen={};
Do[Imagen=Union[Imagen,Append[{},f[A⟦i⟧]]],{i,1,Length[A]}];
Print["El conjunto imagen es: ",Imagen];
If[Length[Imagen]==Length[B],Print["Es sobreyectiva"],
    Print["No es sobreyectiva"]];
If[Length[A]==Length[Imagen],Print["Es inyectiva"],Print["No es inyectiva"]];
If[Length[A]==Length[B]&&Length[B]==Length[Imagen],Print["Es biyectiva"],
    Print["No es biyectiva"]];
```

```
El conjunto imagen es: {{}, {1}}

No es sobreyectiva

Es inyectiva

No es biyectiva
```

```
PartesB=Subsets[B];
For[i=1,i≤Length[PartesB],i++,
    f[PartesB⟦i⟧]=A⟦Mod[i,Length[A]]+1⟧
    ]
A=Subsets[{a,b}]; (*GUARDAR DOMINIO EN A*)
B={1,2}; (*GUARDAR CODOMINIO EN B*)
Imagen={};
Do[Imagen=Union[Imagen,Append[{},f[A⟦i⟧]]],{i,1,Length[A]}];
Print["El conjunto imagen es: ",Imagen];
If[Length[Imagen]==Length[B],Print["Es sobreyectiva"],
    Print["No es sobreyectiva"]];
If[Length[A]==Length[Imagen],Print["Es inyectiva"],Print["No es inyectiva"]];
If[Length[A]==Length[B]&&Length[B]==Length[Imagen],Print["Es biyectiva"],
    Print["No es biyectiva"]];
```

```
El conjunto imagen es: {f[{a}], f[{b}], f[{a, b}], {a}}

No es sobreyectiva

Es inyectiva

No es biyectiva
```

c) Un aplicación no inyectiva de AxB en P (AxB)

```
cartesianoAB={};
Do[Do[AppendTo[cartesianoAB,{A⟦i⟧,B⟦j⟧}],{i,1,Length[A]}];,{j,1,Length[B]}];
cartesianoAB;
PartesAB=Subsets[cartesianoAB];
DOM=cartesianoAB; (*GUARDAR DOMINIO EN A*)
COD=PartesAB; (*GUARDAR CODOMINIO EN B*)
For[i=1,i≤Length[DOM],i++,
    f[DOM⟦i⟧]=COD⟦i⟧
    ]
Imagen={};
Do[Imagen=Union[Imagen,Append[{},f[A⟦i⟧]]],{i,1,Length[A]}];
Print["El conjunto imagen es: ",Imagen];
If[Length[Imagen]⩵Length[B],Print["Es sobreyectiva"],
    Print["No es sobreyectiva"]];
If[Length[A]⩵Length[Imagen],Print["Es inyectiva"],Print["No es inyectiva"]];
If[Length[A]⩵Length[B]&&Length[B]⩵Length[Imagen],Print["Es biyectiva"],
    Print["No es biyectiva"]];
```

```
El conjunto imagen es: {{}, {1}}

No es sobreyectiva

Es inyectiva

No es biyectiva
```

d) Una aplicación no sobreyectiva de P(AxB) en AxB

```
A={1,3};
B={"c","b"};
DOM=Subsets[CARTESIANOAB[{A,B}]];
COD=CARTESIANOAB[{A,B}];
f[DOM⟦1⟧]=COD⟦1⟧;
For[i=1,i≤Length[DOM],i++,
    f[DOM⟦i⟧]=COD⟦1⟧
    ]

Imagen={};
Do[Imagen=Union[Imagen,Append[{},f[DOM⟦i⟧]]],{i,1,Length[DOM]}];
Print["El conjunto imagen es: ",Imagen];
If[Length[Imagen]⩵Length[COD],Print["Es sobreyectiva"],
    Print["No es sobreyectiva"]];
If[Length[DOM]⩵Length[Imagen],Print["Es inyectiva"],Print["No es inyectiva"]];
If[Length[DOM]⩵Length[COD]&&Length[COD]⩵Length[Imagen],Print["Es biyectiva"],
    Print["No es biyectiva"]];
```

```
El conjunto imagen es: {{1, c}}

No es sobreyectiva

No es inyectiva

No es biyectiva
```

Práctica 7

```
ORDEN[A_,R_]:=Module[{falloReflexiva,falloAntisimetrica,falloTransitiva},
    falloReflexiva={};
Do[If[MemberQ[R,{A⟦n⟧,A⟦n⟧}],Null,AppendTo[falloReflexiva,A⟦n⟧]],{n,Length[A]}];
falloAntisimetrica={};
Do[If[MemberQ[R,{R⟦r,2⟧,R⟦r,1⟧}]&&!(ToString[R⟦r,1⟧]==ToString[R⟦r,2⟧]),
    AppendTo[falloAntisimetrica,{R⟦r,1⟧,R⟦r,2⟧}];];,{r,Length[R]}];
falloTransitiva={};
Do[Do[If[R⟦p,1⟧==R⟦q,2⟧,If[MemberQ[R,{R⟦q,1⟧,R⟦p,2⟧}],
    Null,AppendTo[falloTransitiva,{{R⟦q,1⟧,R⟦q,2⟧},{R⟦p,1⟧,R⟦p,2⟧}}]]];,
        {q,Length[R]}];,{p,Length[R]}];
If[falloReflexiva=={},Print["R es reflexiva"],
    Print["R no es reflexiva, falla en los elementos: ",falloReflexiva]];
If[falloAntisimetrica=={},Print["R es antisimétrica"],
    Print["R no es antisimétrica, falla en los pares: ",falloAntisimetrica]];
If[falloTransitiva=={},Print["R es transitiva"],
    Print["R no es transitiva, falla en los pares: ",falloTransitiva]];
If[Union[falloReflexiva,falloAntisimetrica,falloTransitiva]=={},
    Print["R es una relación de orden"],Print["R no es relación de orden"]];];

AnalisisRB[A_,R_]:=Module[{},falloReflexiva={};
Do[If[MemberQ[R,{A⟦n⟧,A⟦n⟧}],Null,AppendTo[falloReflexiva,A⟦n⟧]],{n,Length[A]}];
falloSimetrica={};
Do[If[MemberQ[R,{R⟦m,2⟧,R⟦m,1⟧}],Null,AppendTo[falloSimetrica,
    {R⟦m,2⟧,R⟦m,1⟧}]],{m,Length[R]}];
falloTransitiva={};
Do[Do[If[R⟦p,1⟧==R⟦q,2⟧,If[MemberQ[R,{R⟦q,1⟧,R⟦p,2⟧}],
    Null,AppendTo[falloTransitiva,{{R⟦q,1⟧,R⟦q,2⟧},{R⟦p,1⟧,R⟦p,2⟧}}]]];,
    {q,Length[R]}];,{p,Length[R]}];
falloAntisimetrica={};
Do[If[MemberQ[R,{R⟦r,2⟧,R⟦r,1⟧}]&&!(ToString[R⟦r,1⟧]==ToString[R⟦r,2⟧]),
    AppendTo[falloAntisimetrica,{R⟦r,1⟧,R⟦r,2⟧}];];,{r,Length[R]}];
If[falloReflexiva=={},Print["R es reflexiva"],
    Print["R no es reflexiva, falla en los elementos: ",falloReflexiva]];
If[falloSimetrica=={},Print["R es simétrica"],
    Print["R no es simétrica, falla en los pares: ",falloSimetrica]];
If[falloTransitiva=={},Print["R es transitiva"],
    Print["R no es transitiva, falla en los pares: ",falloTransitiva]];
If[falloAntisimetrica=={},Print["R es antisimétrica"],
    Print["R no es antisimétrica, falla en los pares: ",falloAntisimetrica]];
If[Union[falloReflexiva,falloSimetrica,falloTransitiva]=={},
    Print["R es una relación de equivalencia"],
    Print["R no es relación de equivalencia"]];
If[Union[falloReflexiva,falloAntisimetrica,falloTransitiva]=={},
    Print["R es una relación de orden"],Print["R no es relación de orden"]];
];

COCIENTE[A_,R_]:=Module[{CONTADORi,CONTADORj,anadir},cociente={{A⟦1⟧}};
Do[anadir=True;
Do[If[Intersection[{{A⟦CONTADORi⟧,cociente⟦CONTADORj⟧⟦1⟧}},R]≠{},
    AppendTo[cociente⟦CONTADORj⟧,A⟦CONTADORi⟧
];
 anadir=False;
 Break[];];,{CONTADORj,1,Length[cociente]}];
If[anadir,AppendTo[cociente,{A⟦CONTADORi⟧}];];,{CONTADORi,2,Length[A]}];
cociente];
```

```
MAXIMO[A_,R_]:=Module[{maximo,maxi,n,m},maximo={};
Do[maxi=True;
Do[If[MemberQ[R,{A⟦m⟧,A⟦n⟧}],,maxi=False;Break[];],{m,1,Length[A]}];
If[maxi,AppendTo[maximo,A⟦n⟧];Break[];];,{n,1,Length[A]}];
maximo]

MINIMO[A_,R_]:=Module[{minimo,mini,n,m},minimo={};Do[mini=True;
Do[
If[MemberQ[R,{A⟦n⟧,A⟦m⟧}],,mini=False;Break[];],{m,1,Length[A]}];
If[mini,AppendTo[minimo,A⟦n⟧];Break[];];,{n,1,Length[A]}];minimo]

MAXIMALES[A_,R_]:=Module[{maximales,maximal,n,m},maximales={};
Do[maximal=True;
Do[If[MemberQ[R,{A⟦n⟧,A⟦m⟧}]&&n≠m,maximal=False;Break[];],{m,1,Length[A]}];
If[maximal,AppendTo[maximales,A⟦n⟧]];,{n,1,Length[A]}];
maximales]

MINIMALES[A_,R_]:=Module[{minimales,minimal,n,m},minimales={};
Do[minimal=True;
Do[If[MemberQ[R,{A⟦m⟧,A⟦n⟧}]&&n≠m,minimal=False;Break[];],{m,1,Length[A]}];
If[minimal,AppendTo[minimales,A⟦n⟧]];,{n,1,Length[A]}];
minimales]

COTASSUPERIORES[A_,B_,R_]:=Module[{cotassuperiores,csuper,n,m},cotassuperiores={};
Do[csuper=True;
Do[If[Intersection[{{B⟦m⟧,A⟦n⟧}},R]⩵{},csuper=False;Break[];],{m,1,Length[B]}];
If[csuper,AppendTo[cotassuperiores,A⟦n⟧]];,{n,1,Length[A]}];
cotassuperiores]

COTASINFERIORES[A_,B_,R_]:=Module[{cotasinferiores,cinfer,n,m},cotasinferiores={};
Do[cinfer=True;
Do[If[Intersection[{{A⟦n⟧,B⟦m⟧}},R]⩵{},cinfer=False;Break[];],{m,1,Length[B]}];
If[cinfer,AppendTo[cotasinferiores,A⟦n⟧]];,{n,1,Length[A]}];
cotasinferiores]

SUPREMO[A_,B_,R_]:=Module[{cotassuperiores,csuper,supremo,mini,n,m},
    cotassuperiores={};Do[csuper=True;
Do[If[Intersection[{{B⟦m⟧,A⟦n⟧}},R]⩵{},csuper=False;Break[];],
    {m,1,Length[B]}
];
If[csuper,AppendTo[cotassuperiores,A⟦n⟧]];,{n,1,Length[A]}];
    supremo={};Do[mini=True;
Do[If[MemberQ[R,{cotassuperiores⟦n⟧,cotassuperiores⟦m⟧}], ,
    mini=False;Break[];],{m,1,Length[cotassuperiores]}];
If[mini,AppendTo[supremo,cotassuperiores⟦n⟧];
Break[];];,{n,1,Length[cotassuperiores]}];supremo]

INFIMO[A_,B_,R_]:=Module[{cotasinferiores,cinfer,infimo,maxi,n,m},
    cotasinferiores={};Do[cinfer=True;
Do[If[Intersection[{{A⟦n⟧,B⟦m⟧}},R]⩵{},cinfer=False;Break[];],{m,1,Length[B]}];
If[cinfer,AppendTo[cotasinferiores,A⟦n⟧]];,{n,1,Length[A]}];
    infimo={};Do[maxi=True;
Do[If[MemberQ[R,{cotasinferiores⟦m⟧,cotasinferiores⟦n⟧}],,
    maxi=False;Break[];],{m,1,Length[cotasinferiores]}];
If[maxi,AppendTo[infimo,cotasinferiores⟦n⟧];Break[];];,
    {n,1,Length[cotasinferiores]}];
 infimo]

MAXIMO[A_,R_]:=Module[{maximo,maxi,n,m},maximo={};
 Do[maxi=True;
 Do[If[MemberQ[R,{A⟦m⟧,A⟦n⟧}],,maxi=False;Break[];],{m,1,Length[A]}];
 If[maxi,AppendTo[maximo,A⟦n⟧];Break[];];,{n,1,Length[A]}];
 maximo]

MINIMO[A_,R_]:=Module[{minimo,mini,n,m},minimo={};Do[mini=True;
 Do[
 If[MemberQ[R,{A⟦n⟧,A⟦m⟧}],,mini=False;Break[];],{m,1,Length[A]}];
 If[mini,AppendTo[minimo,A⟦n⟧];Break[];];,{n,1,Length[A]}];minimo]
```

Ejercicio 8.4.

Calcular el diagrama de orden de P({a,b,c}) (siendo a, b, c los tres primeros números distintos de tu DNI)

```
In[∘]:= X=Subsets[{1,3,4}];
        R={};
        For[i=1,i≤Length[X],i++,
            For[j=1,j≤Length[X],j++,
                    If[SubsetQ[X⟦j⟧,X⟦i⟧],(*Si Xi es subconjunto de Xj*)
                        AppendTo[R,{X⟦i⟧,X⟦j⟧}](*Añado a R la pareja (Xi,Xj)*)
                    ]
                ]
            ]
        R
```

```
Out[∘]=
 {{{}, {}}, {{}, {1}}, {{}, {3}}, {{}, {4}}, {{}, {1, 3}}, {{}, {1, 4}}, {{}, {3, 4}},
  {{}, {1, 3, 4}}, {{1}, {1}}, {{1}, {1, 3}}, {{1}, {1, 4}}, {{1}, {1, 3, 4}},
  {{3}, {3}}, {{3}, {1, 3}}, {{3}, {3, 4}}, {{3}, {1, 3, 4}}, {{4}, {4}}, {{4}, {1, 4}},
  {{4}, {3, 4}}, {{4}, {1, 3, 4}}, {{1, 3}, {1, 3}}, {{1, 3}, {1, 3, 4}}, {{1, 4}, {1, 4}},
  {{1, 4}, {1, 3, 4}}, {{3, 4}, {3, 4}}, {{3, 4}, {1, 3, 4}}, {{1, 3, 4}, {1, 3, 4}}}
```

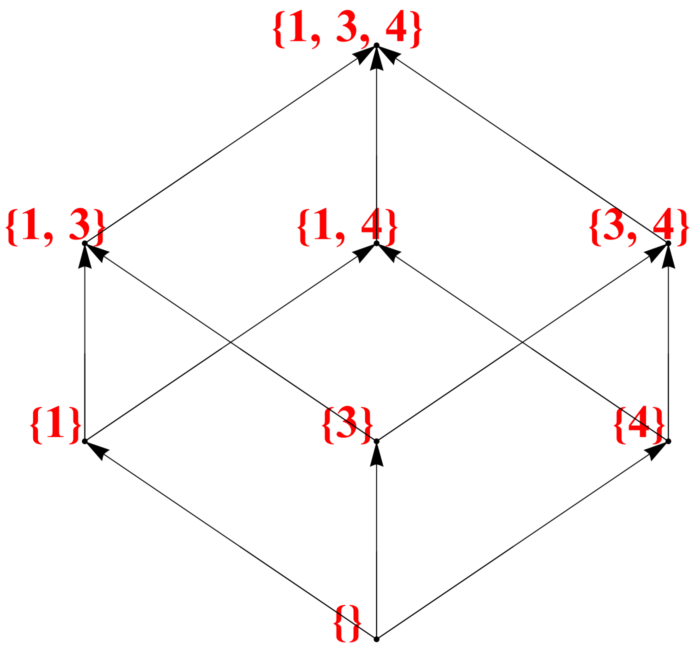
```
In[∘]:= ORDEN[X,R]
```

```
R es reflexiva

R es antisimétrica

R es transitiva

R es una relación de orden
```

```
A=X;
R;(*Calculada anteriormente*)
Clear[Coord];
tabla=Table[0,{i1,Length[A]},{j1,3}];
B=A;
t1=1;
nivel=0;
While[B≠{},minimales={};nivel++;
 Do[minimal=True;
 Do[If[Intersection[{{B⟦m1⟧,B⟦n1⟧}},R]≠{}&&n1≠m1,minimal=False];,
     {m1,1,Length[B]}];
 If[minimal,AppendTo[minimales,B⟦n1⟧];
 tabla⟦t1⟧={nivel,B⟦n1⟧,0};
 t1++;];,{n1,1,Length[B]}];
 B=Complement[B,minimales];];
R1={};
Do[AppendTo[R1,{A⟦i1⟧,A⟦i1⟧}],{i1,1,Length[A]}];
R=Complement[R,R1];
R1={};
Do[Do[If[Length[Intersection[R,{{R⟦k1,1⟧,A⟦j1⟧},
    {A⟦j1⟧,R⟦k1,2⟧}}]]==2,R1=Union[R1,{R⟦k1⟧}];];,{j1,1,Length[A]}],
        {k1,1,Length[R]}
];
R=Complement[R,R1];
puntos={};t1=0;
Do[cont=0;
 Do[If[tabla⟦i1,1⟧==j1,cont=cont+1],{i1,1,Length[A]}];
 Do[t1++;
 puntos=Union[puntos,{Text[Style[tabla⟦t1,2⟧,Large,Bold,Red,
     Background→None,FontFamily→Times],{k1-(cont/2)-.1,j1+.1}],
     Point[{k1-(cont/2),j1}]}
];
 tabla⟦t1,3⟧=k1-(cont/2);,{k1,1,cont}],{j1,1,tabla⟦Length[A],1⟧}];
Coord[elem_]:=Do[If[elem==tabla⟦h1,2⟧,
    Coord[elem]={tabla⟦h1,3⟧,tabla⟦h1,1⟧}],{h1,1,Length[A]}];
Do[Coord[A⟦i1⟧],{i1,1,Length[A]}];
Do[AppendTo[puntos,Arrow[{Coord[R⟦t1,1⟧],Coord[R⟦t1,2⟧]}]];,{t1,1,Length[R]}];
Print["Diagrama de orden:"]
Show[Graphics[puntos],AspectRatio→1,Background→None]
```

```
Diagrama de orden:
```

Out[∘]=



Ejercicio 8.8.

En el conjunto A={1,2,3,4} se establece la relación binaria
R={(1,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,2),(3,3)(3,4),(4,2),(4,3),(4,4)}
Justificar que es una relación de equivalencia y calcular el conjunto cociente.

In[∘]:=

```
A={1,2,3,4};
R={{1,1},{2,2},{2,3},{2,4},{3,2},{3,3},{3,4},{4,2},{4,3},{4,4}};
```

In[∘]:=

```
AnalisisRB[A,R]
```

```
R es reflexiva

R es simétrica

R es transitiva

R no es antisimétrica, falla en los pares: {{2, 3}, {2, 4}, {3, 2}, {3, 4}, {4, 2}, {4, 3}}

R es una relación de equivalencia

R no es relación de orden
```

In[∘]:=

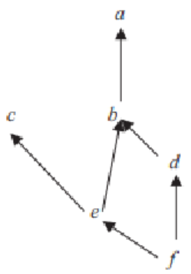
```
COCIENTE[A,R]
```

Out[∘]=

```
{{1}, {2, 3, 4}}
```

Ejercicio 8.14

Sea X = {a,b,c,d,e,f} junto con la ordenación dada por el siguiente diagrama:



Sea Y=[b,f,e} y Z={e,b,c,a} subconjuntos de X. Se pide:

In[◦]:=
```
X={"a","b","c","d","e","f"};
Y={"b","f","e"};
Z={"e","b","c","a"};
R={{"f","f"},{"f","e"},{"f","d"},{"f","b"},{"f","c"},{"f","a"},
    {"e","e"},{"e","c"},{"e","b"},{"e","a"},
    {"d","d"},{"d","b"},{"d","a"},
    {"b","b"},{"b","a"},{"c","c"},{"a","a"}};
```

a) Cotas superiores e inferiores de Y y de Z . ¿Existen supremo e ínfimo?

In[◦]:=
```
COTASSUPERIORES[Y,Z,R]
SUPREMO[Y,Z,R]
```

Out[◦]=
```
{}
```

Out[◦]=
```
{}
```

In[◦]:=
```
COTASINFERIORES[Y,Z,R]
INFIMO[Y,Z,R]
```

Out[◦]=
```
{f, e}
```

Out[◦]=
```
{e}
```

b) Máximos y mínimos de Y y Z

In[◦]:=
```
MAXIMO[Y,R]
MINIMO[Y,R]
```

Out[◦]=
```
{b}
```

Out[◦]=
```
{f}
```

```
MAXIMO[Z,R]
MINIMO[Z,R]
```

c) Elementos maximales y minimales de X, Y y Z

```
In[ ]:= MAXIMALES[X,R]
        MINIMALES[X,R]

Out[ ]=
        {a, c}

Out[ ]=
        {f}
```

```
In[ ]:= MAXIMALES[Y,R]
        MINIMALES[Y,R]

Out[ ]=
        {b}

Out[ ]=
        {f}
```

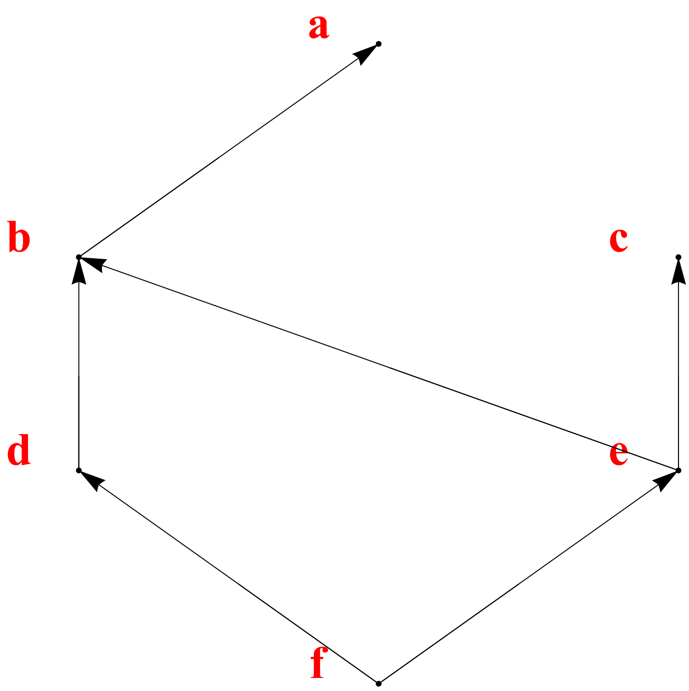
```
In[ ]:= MAXIMALES[Z,R]
        MINIMALES[Z,R]

Out[ ]=
        {c, a}

Out[ ]=
        {e}
```

d) Representar con Mathematica el diagrama de orden X, Y y Z .

```
A=X;
R;(*Calculada anteriormente*)
Clear[Coord];
tabla=Table[0,{i1,Length[A]},{j1,3}];
B=A;
t1=1;
nivel=0;
While[B≠{},minimales={};nivel++;
 Do[minimal=True;
 Do[If[Intersection[{{B⟦m1⟧,B⟦n1⟧}},R]≠{}&&n1≠m1,minimal=False];,{m1,1,Length[B]}];
 If[minimal,AppendTo[minimales,B⟦n1⟧];
 tabla⟦t1⟧={nivel,B⟦n1⟧,0};
 t1++;];,{n1,1,Length[B]}];
 B=Complement[B,minimales];];
R1={};
Do[AppendTo[R1,{A⟦i1⟧,A⟦i1⟧}],{i1,1,Length[A]}];
R=Complement[R,R1];
R1={};
Do[Do[If[Length[Intersection[R,{{R⟦k1,1⟧,A⟦j1⟧},{A⟦j1⟧,R⟦k1,2⟧}}]]==2,
    R1=Union[R1,{R⟦k1⟧}];];,{j1,1,Length[A]}],{k1,1,Length[R]}];
R=Complement[R,R1];
puntos={};t1=0;
Do[cont=0;
 Do[If[tabla⟦i1,1⟧==j1,cont=cont+1],{i1,1,Length[A]}];
 Do[t1++;
 puntos=Union[puntos,{Text[Style[tabla⟦t1,2⟧,Large,Bold,Red,Background→None,
    FontFamily→Times],{k1-(cont/2)-.1,j1+.1}],Point[{k1-(cont/2),j1}]}];
 tabla⟦t1,3⟧=k1-(cont/2);,{k1,1,cont}],{j1,1,tabla⟦Length[A],1⟧}];
Coord[elem_]:=Do[If[elem==tabla⟦h1,2⟧,Coord[elem]={tabla⟦h1,3⟧,tabla⟦h1,1⟧}],
    {h1,1,Length[A]}];
Do[Coord[A⟦i1⟧],{i1,1,Length[A]}];
Do[AppendTo[puntos,Arrow[{Coord[R⟦t1,1⟧],Coord[R⟦t1,2⟧]}]];,{t1,1,Length[R]}];
Print["Diagrama de orden:"]
Show[Graphics[puntos],AspectRatio→1,Background→None]
```

```
Diagrama de orden:
```

Out[∘]=



Ejercicio 2 de la Extraordinaria 2 del 23/24

Definir una relación de orden en el conjunto X = P ({Ø})*𝔹2 verificando que existe un único elemento de X que sea a la vez maximal y minimal . Hacer todas las comprobaciones . Dibujar el diagrama de orden y razonar si X está bien ordenado

In[∘]:=

```
A=Subsets[{{}}];
B={0,1};
cartesiano={};
Do[Do[AppendTo[cartesiano,{A⟦i⟧,B⟦j⟧}],{i,1,Length[A]}];,{j,1,Length[B]}];
X=cartesiano
```

Out[∘]=

```
{{{}, 0}, {{{}}, 0}, {{}, 1}, {{{}}, 1}}
```

```
R={ { {{},0},{{},0} }, { {{{}},0},{{{}},0} }, { {{},1}, {{},1} }, { {{{}},1}, {{{}},1} }
    { {{},0},{{{}},0} }, { {{},0},{{},1} }, { {{{}},0},{{},1} }};

ORDEN[A_,R_]:=Module[{falloReflexiva,falloAntisimetrica,falloTransitiva},
    falloReflexiva={};
Do[If[MemberQ[R,{A⟦n⟧,A⟦n⟧}],Null,AppendTo[falloReflexiva,A⟦n⟧]],{n,Length[A]}];
falloAntisimetrica={};
Do[If[MemberQ[R,{R⟦r,2⟧,R⟦r,1⟧}]&&!(ToString[R⟦r,1⟧]==ToString[R⟦r,2⟧]),
    AppendTo[falloAntisimetrica,{R⟦r,1⟧,R⟦r,2⟧}];];,{r,Length[R]}
];
falloTransitiva={};
Do[Do[If[R⟦p,1⟧==R⟦q,2⟧,If[MemberQ[R,{R⟦q,1⟧,R⟦p,2⟧}],Null,
    AppendTo[falloTransitiva,{{R⟦q,1⟧,R⟦q,2⟧},{R⟦p,1⟧,R⟦p,2⟧}}]]];,
        {q,Length[R]}];,{p,Length[R]}
];
If[falloReflexiva=={},Print["R es reflexiva"],
    Print["R no es reflexiva, falla en los elementos: ",falloReflexiva]];
If[falloAntisimetrica=={},Print["R es antisimétrica"],
    Print["R no es antisimétrica, falla en los pares: ",falloAntisimetrica]];
If[falloTransitiva=={},Print["R es transitiva"],
    Print["R no es transitiva, falla en los pares: ",falloTransitiva]];
If[Union[falloReflexiva,falloAntisimetrica,falloTransitiva]=={},
    Print["R es una relación de orden"],Print["R no es relación de orden"]];];

ORDEN[X,R]
```

```
R es reflexiva

R es antisimétrica

R es transitiva

R es una relación de orden
```

```
In[∘]:= MAXIMALES[A_,R_]:=Module[{maximales,maximal,n,m},maximales={};
        Do[maximal=True;
        Do[If[MemberQ[R,{A⟦n⟧,A⟦m⟧}]&&n≠m,maximal=False;Break[];],{m,1,Length[A]}];
        If[maximal,AppendTo[maximales,A⟦n⟧]];,{n,1,Length[A]}];
        maximales]

        MINIMALES[A_,R_]:=Module[{minimales,minimal,n,m},minimales={};
        Do[minimal=True;
        Do[If[MemberQ[R,{A⟦m⟧,A⟦n⟧}]&&n≠m,minimal=False;Break[];],{m,1,Length[A]}];
        If[minimal,AppendTo[minimales,A⟦n⟧]];,{n,1,Length[A]}];
        minimales]

        MAXIMALES[X,R]
        MINIMALES[X,R]
```

```
Out[∘]=
        {{{}, 1}, {{{}}, 1}}

Out[∘]=
        {{{}, 0}, {{{}}, 1}}
```

```
A=X;
R;
Clear[Coord];
tabla=Table[0,{i1,Length[A]},{j1,3}];
B=A;
t1=1;
nivel=0;
While[B≠{},minimales={};nivel++;
 Do[minimal=True;
 Do[If[Intersection[{{B⟦m1⟧,B⟦n1⟧}},R]≠{}&&n1≠m1,minimal=False];,{m1,1,Length[B]}];
 If[minimal,AppendTo[minimales,B⟦n1⟧];
 tabla⟦t1⟧={nivel,B⟦n1⟧,0};
 t1++;];,{n1,1,Length[B]}];
 B=Complement[B,minimales];];
R1={};
Do[AppendTo[R1,{A⟦i1⟧,A⟦i1⟧}],{i1,1,Length[A]}];
R=Complement[R,R1];
R1={};
Do[Do[If[Length[Intersection[R,{{R⟦k1,1⟧,A⟦j1⟧},{A⟦j1⟧,R⟦k1,2⟧}}]]==2,
    R1=Union[R1,{R⟦k1⟧}];];,{j1,1,Length[A]}],{k1,1,Length[R]}
];
R=Complement[R,R1];
puntos={};t1=0;
Do[cont=0;
 Do[If[tabla⟦i1,1⟧==j1,cont=cont+1],{i1,1,Length[A]}];
 Do[t1++;
 puntos=Union[puntos,{Text[Style[tabla⟦t1,2⟧,Large,Bold,Red,Background→None,
    FontFamily→Times],{k1-(cont/2)-.1,j1+.1}],Point[{k1-(cont/2),j1}]}];
 tabla⟦t1,3⟧=k1-(cont/2);,{k1,1,cont}],{j1,1,tabla⟦Length[A],1⟧}];
Coord[elem_]:=Do[If[elem==tabla⟦h1,2⟧,Coord[elem]={tabla⟦h1,3⟧,tabla⟦h1,1⟧}],
    {h1,1,Length[A]}];
Do[Coord[A⟦i1⟧],{i1,1,Length[A]}];
Do[AppendTo[puntos,Arrow[{Coord[R⟦t1,1⟧],Coord[R⟦t1,2⟧]}]];,{t1,1,Length[R]}];
Print["Diagrama de orden:"]
Show[Graphics[puntos],AspectRatio→1,Background→None]
```

```
Diagrama de orden:
```

Out[∘]=