Київський національний університет імені Тараса Шевченка

**Лабораторна робота 3**

**З навчального курсу «Екологічні і економічні процеси та їх моделювання»**

**Практик-Васін П.О.  
Варіант 9**

Виконав:

студент 3 курсу

факультету кібернетики

спеціальність «Комп’ютерні науки»

групи ТТП-32

Чебан Богдан Володимирович

**Київ 2024**

**Постановка завдання:**

Варіант 9

9.1. Економіка країни розбита на дві виробничі галузі (промисловість та сільське господарство). За минулий рік повний випуск промислових виробництв у вартісній формі був розподілений таким чином:

- 400 млн. грн. для виробничих потреб промисловості;

- 300 млн. грн. для виробничих потреб сільського господарства;

- 900 млн. грн. для споживання населення (згідно попиту на цю продукцію).

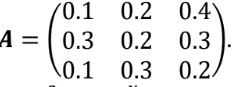
В той же час повний випуск сільськогосподарської продукції (у вартісній формі) був розподілений таким чином:

- 100 млн. грн. для виробничих потреб промисловості;

- 200 млн. грн. для виробничих потреб сільського господарства;

- 500 млн. грн. для споживання населення (згідно попиту на цю продукцію).

На наступний рік прогнозується зміна попиту населення на вітчизняну продукцію, в т. ч. на промислові вироби до 850 млн. грн та на сільськогосподарську продукцію до 700 млн. грн. Який повний випуск промислової продукції та повний випуск сільськогосподарської продукції зможуть задовольнити новий попит?

9.2. Знайти власні числа матриці A, коефіцієнти характеристичного поліному, її число Фробеніуса, правий та лівий вектори Фробеніуса. Зробити висновок про продуктивність даної матриці: . Для цієї

матриці знайти матрицю повних витрат B. Дослідити на збіжність суму ряду E+A+A^2+…+A^N до матриці повних витрат (критерій збіжності – величини елементів відповідних матриць відрізняються менше, ніж на 0.01). Знайти вектор цін, якщо вектор доданої вартості в цінах s = (0.4 0.1 0.3).

**Хід роботи:**

Хід роботи для вирішення завдання 9.1:

1. **Аналіз завдання**:

Оцінка економіки країни, поділеної на дві галузі: промисловість та сільське господарство.

Вивчення розподілу виробництва за минулий рік для обох галузей.

Розрахунок необхідного виробництва для задоволення зміненого попиту наступного року.

1. **Розрахунки**:

Обчислення загального випуску продукції для кожної галузі на основі заданих даних за минулий рік.

Прогнозування випуску продукції для наступного року, враховуючи змінений попит населення.

1. **Програмування**:

Використання Python для обрахунку загального випуску продукції.

Використання бібліотеки NumPy для роботи з масивами та обчислення необхідних значень.

Збереження результатів в таблиці за допомогою Pandas для зручності аналізу та візуалізації.

1. **Візуалізація**:

Підготовка таблиць даних, які відображають поточний випуск продукції за минулий рік та вимоги до випуску на наступний рік.

Створення графіків для порівняння поточного випуску з прогнозованим випуском на наступний рік.

1. **Виведення результатів**:

Презентація результатів у консолі Python.

Аналіз отриманих даних для визначення, чи зможе виробнича структура країни задовольнити зростаючий попит.

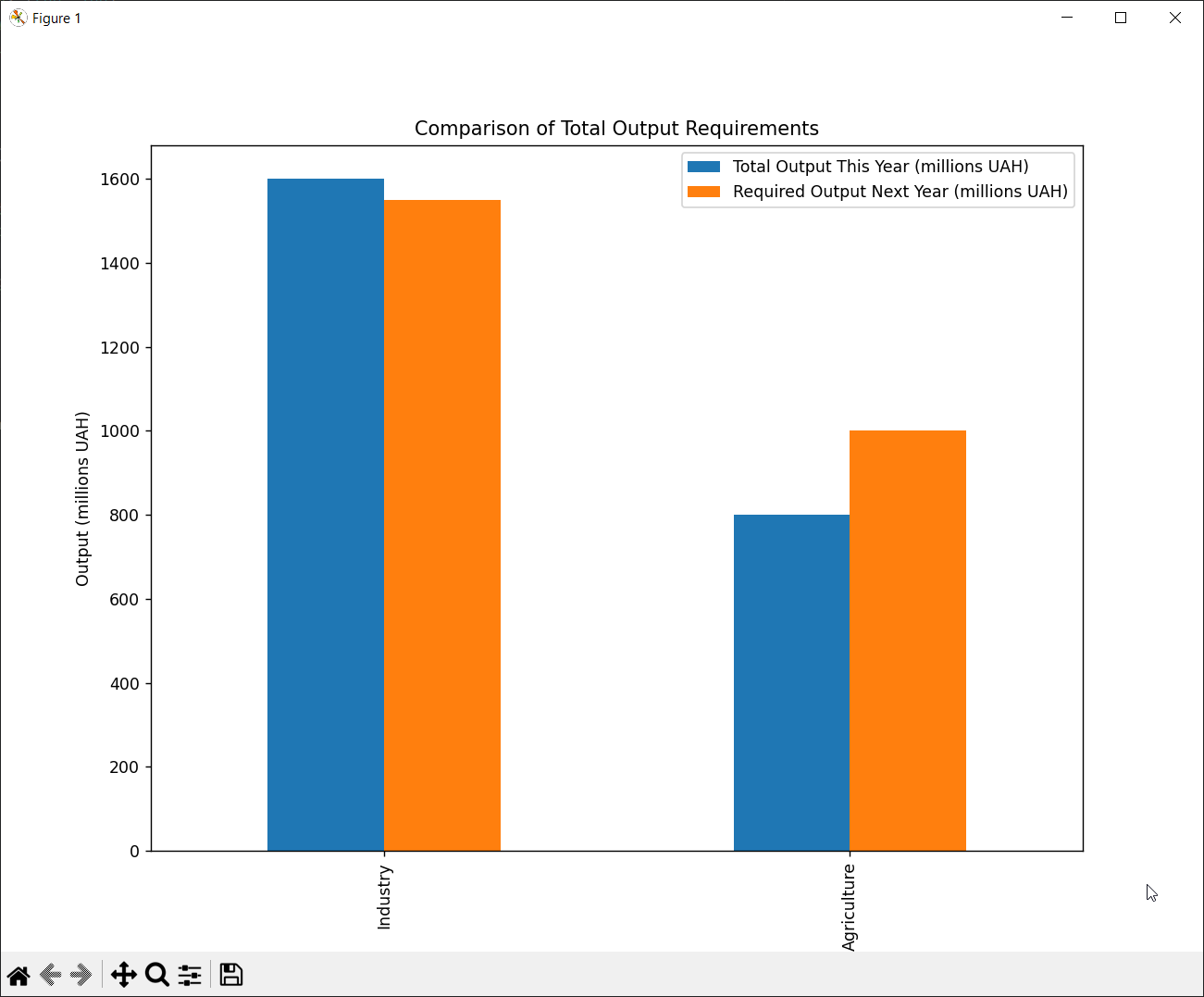
1. **Висновок**:

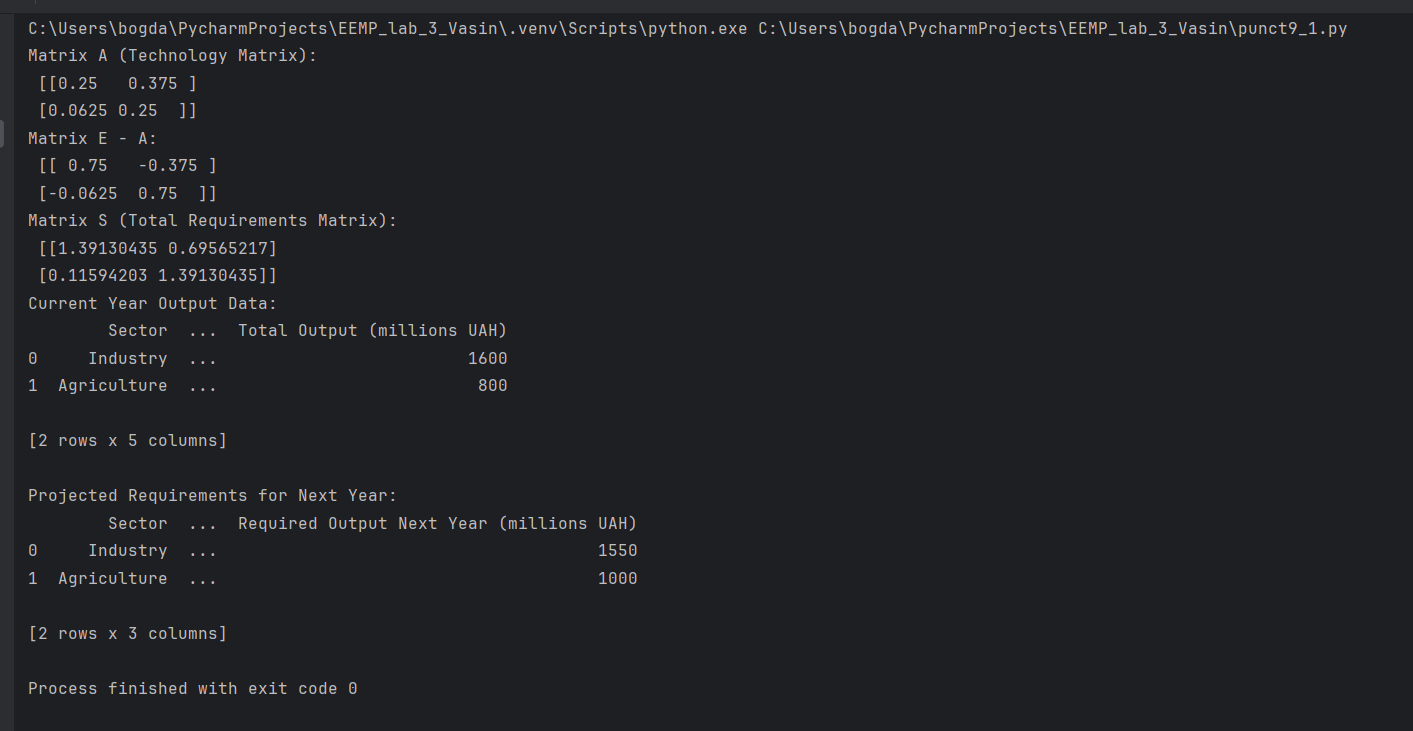
На основі обчислень визначено, що промисловість та сільське господарство повинні збільшити виробництво для задоволення прогнозованого попиту.

Встановлено, що економіка країни є продуктивною, здатною адаптуватися до змін у потребах населення.

Punct9\_1.py:

import pandas as pd  
import numpy as np  
import matplotlib.pyplot as plt  
  
# дані для поточного року  
data = {  
 "Sector": ["Industry", "Agriculture"],  
 "Industry Demand (millions UAH)": [400, 100],  
 "Agriculture Demand (millions UAH)": [300, 200],  
 "Population Demand (millions UAH)": [900, 500]  
}  
  
# Створення DataFrame  
df\_current\_year = pd.DataFrame(data)  
  
# Обрахунок загального випуску для кожної галузі  
df\_current\_year["Total Output (millions UAH)"] = df\_current\_year.sum(axis=1, numeric\_only=True)  
  
# Потреба на наступний рік згідно нового попиту  
new\_demand\_next\_year = {  
 "Industry": 850,  
 "Agriculture": 700  
}  
  
# Коректний обрахунок загального випуску на наступний рік  
required\_output\_next\_year = {  
 "Industry": 400 + 300 + new\_demand\_next\_year["Industry"],  
 "Agriculture": 100 + 200 + new\_demand\_next\_year["Agriculture"]  
}  
  
# Технологічна матриця A  
A = np.array([  
 [0.25, 0.375],  
 [0.0625, 0.25]  
])  
  
# Одинична матриця E  
E = np.eye(2)  
  
# Розрахунок матриці E - A  
E\_minus\_A = E - A  
  
# Обрахунок матриці повних затрат S  
S = np.linalg.inv(E\_minus\_A)  
  
# Вивід результатів матричних обчислень  
print("Matrix A (Technology Matrix):\n", A)  
print("Matrix E - A:\n", E\_minus\_A)4  
print("Matrix S (Total Requirements Matrix):\n", S)  
  
# Результати для візуалізації  
results = pd.DataFrame({  
 "Sector": ["Industry", "Agriculture"],  
 "Total Output This Year (millions UAH)": df\_current\_year["Total Output (millions UAH)"],  
 "Required Output Next Year (millions UAH)": [required\_output\_next\_year["Industry"],  
 required\_output\_next\_year["Agriculture"]]  
})  
  
# Візуалізація результатів  
fig, ax = plt.subplots()  
results.set\_index("Sector").plot(kind='bar', ax=ax)  
ax.set\_title("Comparison of Total Output Requirements")  
ax.set\_ylabel("Output (millions UAH)")  
ax.set\_xlabel("Sector")  
plt.show()  
  
# Виведення таблиці поточного року та прогнозу на наступний рік  
print("Current Year Output Data:")  
print(df\_current\_year)  
print("\nProjected Requirements for Next Year:")  
print(results)





Опис коду:

Я імпортував необхідні бібліотеки для обробки даних та створив DataFrame з вхідними економічними даними для двох галузей: промисловості та сільського господарства. Далі обчислив загальний випуск продукції для поточного року, використовуючи суму потреб галузей та попиту населення.

Прогноз на наступний рік був розроблений на основі змін попиту, і я визначив необхідний загальний випуск для кожної галузі. За допомогою технологічної матриці *A* я розрахував матрицю повних затрат *S* для подальшого аналізу взаємозв'язків у виробничому процесі.

Використовуючи результати обчислень, я створив візуалізацію, яка порівнює поточний та прогнозований випуск продукції, відображаючи їх у вигляді стовпчикової діаграми. Завершивши аналіз, я вивів у консоль як табличні дані поточного року, так і прогнозовані потреби на наступний рік.

Хід роботи для вирішення завдання 9.2 детально виглядає наступним чином:

1. **Аналіз завдання**:

Розуміння вимог завдання, яке полягає в аналізі матриці виробничих кошторисів *A* та обчисленні її власних чисел, характеристичного поліному, числа Фробеніуса, а також правих та лівих векторів Фробеніуса.

Встановлення продуктивності матриці на основі числа Фробеніуса.

Знаходження матриці повних витрат *B*.

Перевірка збіжності суми ряду до матриці повних витрат з заданим критерієм збіжності.

Розрахунок вектора цін на основі заданого вектора доданої вартості в цінах.

1. **Розрахунки власних чисел та векторів**:

Використання NumPy для знаходження власних чисел та векторів матриці *A*.

Розрахунок власних чисел та векторів транспонованої матриці A^Tдля знаходження лівих векторів Фробеніуса.

1. **Характеристичний поліном і число Фробеніуса**:

Використання NumPy для обчислення коефіцієнтів характеристичного поліному матриці *A*.

Визначення числа Фробеніуса як максимального власного числа матриці.

1. **Висновок про продуктивність матриці**:

Аналіз власних чисел для визначення, чи є матриця продуктивною (тобто чи всі власні числа матриці A менші за 1).

1. **Матриця повних витрат**:

Використання формули B = (E - A)^{-1}для обчислення матриці повних витрат.

1. **Перевірка збіжності ряду**:

Обчислення ступенів матриці *A* за допомогою рекурсивного множення.

Додавання ступенів матриці починаючи з одиничної матриці та перевірка збіжності до матриці повних витрат.

1. **Розрахунок вектора цін**:

Розрахунок вектора цін p за формулою ( p = s cdot B^T ), де ( B^T )- транспонована матриця повних витрат.

1. **Програмування і виведення результатів**:

Інтеграція всіх кроків в Python код для автоматизації обчислень.

Створення DataFrame за допомогою Pandas для структурування та виведення результатів обчислень.

Виведення результатів обчислень в консоль для аналізу.

1. **Висновок**:

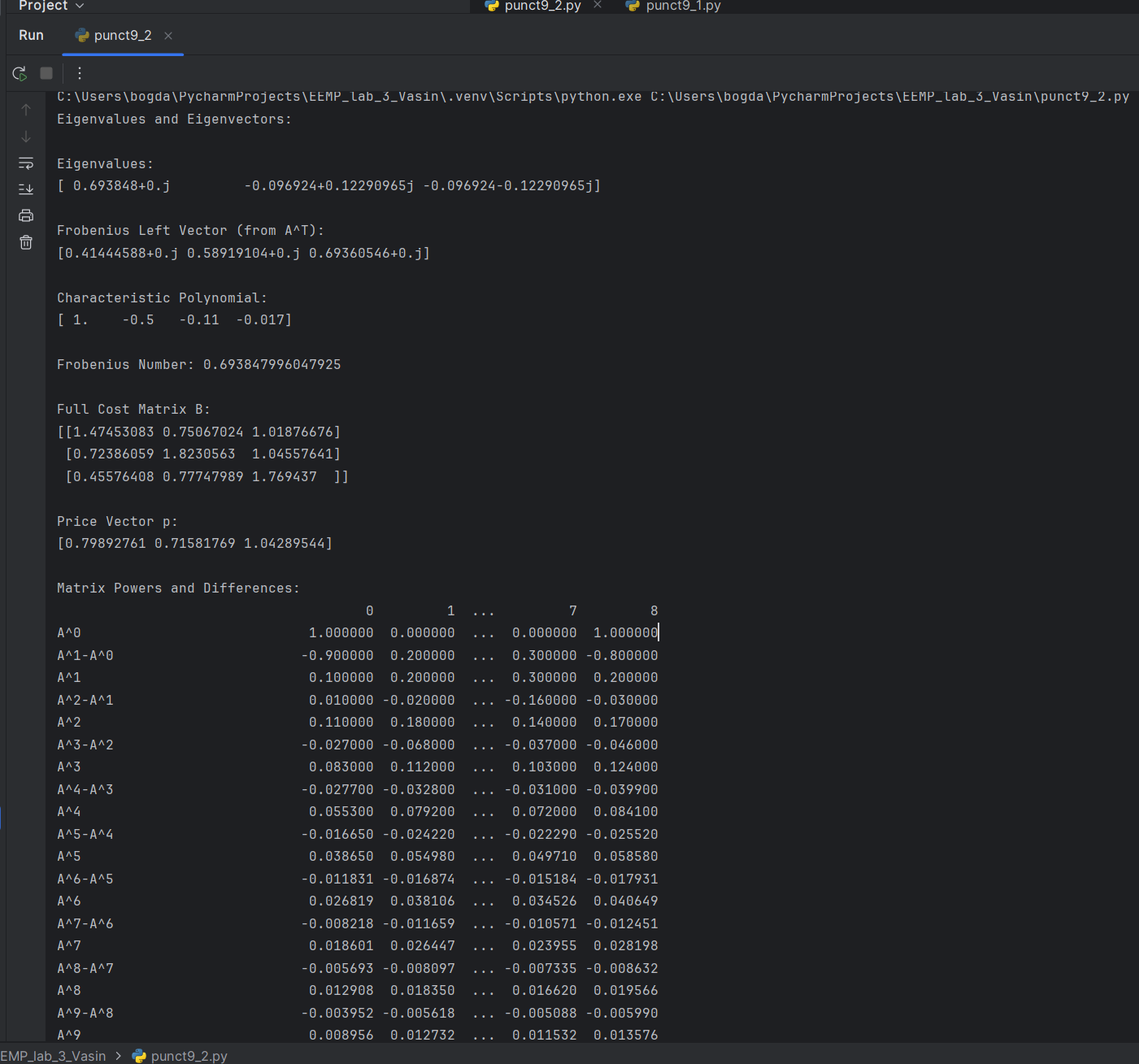
На основі власних чисел та числа Фробеніуса зроблено висновок, що матриця *A* є продуктивною, якщо число Фробеніуса менше за 1.

Вектор цін, знайдений на основі вектора доданої вартості, показує вартість кожного виробу, враховуючи вплив міжгалузевих відносин.

Цей підхід до обчислень та аналізу в рамках моделі Леонтьєва дає змогу зрозуміти внутрішню структуру економіки, оцінити її стійкість до змін у попиті та здійснити розрахунки для подальшого економічного планування.

Punct9\_2.py:

import numpy as np  
import pandas as pd  
  
# Визначення матриці A  
A = np.array([  
 [0.1, 0.2, 0.4],  
 [0.3, 0.2, 0.3],  
 [0.1, 0.3, 0.2]  
])  
  
# Вектор доданої вартості в цінах  
s = np.array([0.4, 0.1, 0.3])  
  
# Одинична матриця E  
E = np.eye(3)  
  
# Власні числа і вектори матриці A  
eigenvalues\_A, eigenvectors\_A = np.linalg.eig(A)  
  
# Транспонування матриці A для знаходження лівих векторів  
AT = A.T  
eigenvalues\_AT, eigenvectors\_AT = np.linalg.eig(AT)  
  
# Визначення характеристичного поліному  
char\_poly = np.poly(A)  
  
# Визначення числа Фробеніуса  
frobenius\_number = np.max(np.abs(eigenvalues\_A.real))  
  
# Власні вектори відповідно до числа Фробеніуса  
frobenius\_vector\_A = eigenvectors\_A[:, np.argmax(np.abs(eigenvalues\_A.real))]  
frobenius\_vector\_AT = eigenvectors\_AT[:, np.argmax(np.abs(eigenvalues\_AT.real))]  
  
# Розрахунок матриці повних витрат B  
B = np.linalg.inv(E - A)  
  
# Розрахунок вектора цін  
price\_vector = np.dot(B.T, s)  
  
# Функція для обчислення ступенів матриці та їх різниць  
def matrix\_powers\_and\_differences(A, max\_power, convergence\_threshold):  
 powers = [E]  
 differences = []  
 current\_power = E  
 sum\_series = np.copy(E)  
 for n in range(1, max\_power + 1):  
 previous\_power = current\_power  
 current\_power = np.dot(current\_power, A)  
 powers.append(current\_power)  
 differences.append(current\_power - previous\_power)  
 sum\_series += current\_power  
 if np.max(np.abs(differences[-1])) < convergence\_threshold:  
 break  
 return powers, differences, sum\_series, n  
  
# Виконання обчислень  
max\_power = 20  
convergence\_threshold = 0.01  
powers, differences, sum\_series, n\_converged = matrix\_powers\_and\_differences(A, max\_power, convergence\_threshold)  
  
# Формування DataFrame для відображення результатів  
data = {}  
for i in range(len(powers)):  
 data[f"A^{i}"] = powers[i].flatten()  
 if i < len(differences):  
 data[f"A^{i+1}-A^{i}"] = differences[i].flatten()  
data[f"Sum Series (Converged at n={n\_converged})"] = sum\_series.flatten()  
  
# Результати обчислень  
df\_results = pd.DataFrame(data)  
df\_results = df\_results.T # Транспонування для кращого відображення  
  
# Результати для виводу  
eigenvalues\_info = {  
 'Eigenvalues': eigenvalues\_A,  
 'Frobenius Left Vector (from A^T)': frobenius\_vector\_AT,  
 'Characteristic Polynomial': char\_poly,  
 'Frobenius Number': frobenius\_number,  
 'Full Cost Matrix B': B,  
 'Price Vector p': price\_vector  
}  
  
# Виведення результатів у консоль  
print("Eigenvalues and Eigenvectors:\n")  
for key, value in eigenvalues\_info.items():  
 if isinstance(value, np.ndarray):  
 print(f"{key}:\n{value}\n")  
 else:  
 print(f"{key}: {value}\n")  
  
print("Matrix Powers and Differences:")  
print(df\_results)



Опис коду:

У цьому коді я виконав ряд кроків для аналізу економічної моделі, зокрема знайшов власні числа матриці виробничих взаємозв'язків, визначив її характеристичний поліном, а також розрахував вектори Фробеніуса. Детальніше:

* Імпортував Pandas та NumPy для роботи з даними та матричних обчислень.
* Визначив матрицю *A*, що представляє виробничі зв'язки між галузями економіки.
* Обчислив власні числа і власні вектори для *A* і транспонованої матриці A^T, щоб знайти праві та ліві вектори Фробеніуса.
* Визначив характеристичний поліном матриці *A* та число Фробеніуса, яке використав для оцінки продуктивності матриці.
* Використовуючи обернену матрицю ( (E - A)^{-1} , розрахував матрицю повних витрат *B*.
* Обчислив вектор цін за формулою ( p = s cdot B^T ), де *s* - вектор доданої вартості в цінах.
* Створив функцію для обчислення ступенів матриці *A* та їх різниць, аналізуючи збіжність суми ряду до матриці *B*.
* Провів ці обчислення до тих пір, поки різниця між послідовними сумами ряду не стала меншою за заданий поріг збіжності.
* Створив та транспонував DataFrame, щоб зручно відобразити отримані результати у вигляді таблиці.
* Вивів всю інформацію у консоль, що дозволило оцінити власні числа, характеристичний поліном, число Фробеніуса, вектори Фробеніуса, матрицю повних витрат та вектор цін.

Такий підхід дає змогу глибоко аналізувати внутрішню структуру економічних взаємозв'язків та їх вплив на формування цін, що є ключовим для розуміння і планування економічних процесів.

**По коду:**

З точки зору предмету "Екологічні і економічні процеси та їх моделювання", перший код дозволяє аналізувати інтеракції між галузями виробництва та попитом споживачів в економіці, що є основою для розуміння як ресурси розподіляються і використовуються. Це допомагає визначити, як зміни в попиті впливають на обсяги виробництва різних галузей і, відповідно, на екологічну стійкість, оскільки розширення або скорочення виробництва може мати значний вплив на використання природних ресурсів і викиди забруднювачів.

Другий код розглядає економічні процеси через лінзу взаємозалежностей і зворотних зв'язків, які існують між галузями, використовуючи модель Леонтьєва. Знаходження власних чисел матриці продуктивності, числа Фробеніуса та вектора цін дає змогу оцінити стабільність та продуктивність економіки. Матриця повних витрат вказує на внутрішній зв'язок між виробництвом одних товарів та витратами на інші, що дає уявлення про те, як зміни у виробництві однієї галузі впливають на всю економіку. Це знання критично для збалансування економічного зростання з екологічними міркуваннями, такими як збереження ресурсів та зменшення негативного впливу на довкілля.

Обидва коди втілюють математичне моделювання в реальній практиці, даючи можливість економістам та екологам розробляти стратегії, які можуть сприяти сталому розвитку.

**Висновок:**

Я навчився застосовувати математичні та комп'ютерні інструменти для аналізу економічних процесів у контексті промисловості та сільського господарства. Використовуючи моделі розподілу виробництва, я зміг визначити, як зміни у попиті впливають на загальний випуск галузей, і як ці зміни потрібно враховувати для планування на наступний рік. Завдання 9.1 дало мені можливість розрахувати необхідний випуск продукції, щоб задовольнити зростаючий попит, використовуючи реальні економічні дані.

У завданні 9.2 я зосередився на вивченні внутрішньої структури економіки через матрицю виробничих взаємозв'язків. Я дізнався, як визначати власні числа і вектори матриці, використовуючи їх для обчислення характеристичного поліному та числа Фробеніуса. Це допомогло мені зрозуміти концепцію продуктивності матриці та її вплив на економіку. Також я навчився визначати матрицю повних витрат та вектор цін, які є критичними для розуміння вартісної структури товарів.

В цілому, ці завдання підкреслили важливість інтеграції екологічних і економічних підходів у плануванні та управлінні ресурсами. Вони також показали, як математичне моделювання може допомогти в аналізі складних економічних систем і сприяти сталому розвитку.