

11 класс

Задача 1. При каком значении параметра a график многочлена $a^4 - 6x^3 + 12x^2 + ax$ симметричен относительно прямой $x = c$ для какого-нибудь значения константы c ?

Задача 2. С натуральным числом проводится следующая операция: от него отбрасывается последняя цифра десятичной записи, а к полученному числу прибавляется удвоенная отброшенная цифра, например: $157 \mapsto 15 + 2 \cdot 7 = 29$, $5 \mapsto 0 + 2 \times 5 = 10$. Натуральное число назовём хорошим, если после многократного применения этой операции получаемое число перестаёт меняться. Найдите наименьшее 100-значное хорошее число.

Задача 3. Через точку в пространстве проведены четыре прямые l_1, l_2, l_3, l_4 , никакие три из которых не лежат в одной плоскости. Докажите, что существует такая плоскость α , что её точки пересечения A_1, A_2, A_3, A_4 с этими прямыми образуют параллелограмм.

Задача 4. Среди всех четвёрок натуральных чисел (k, l, m, n) , $k > l > m > n$, найдите такую, что сумма $\frac{1}{k} + \frac{1}{l} + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ меньше единицы и ближе всего к ней.

Задача 5. Описанный четырёхугольник $ABCD$ делится диагональю AC на два подобных, но не равных треугольника. Чему может быть равна длина диагонали AC , если длины сторон AB и CD равны соответственно 5 и 10?

Задача 6. Ходжа Насреддин подрядился научить ишака читать. Эмир установил ему следующие правила: «Сейчас ты получишь какую пожелаешь сумму, меньшую 10000 динаров, на покупку ишака, а затем каждый месяц будешь получать столько динаров, сколько месяцев прошло с начала учения (в первый месяц — один, во второй — два, и т. д.). Но когда общая сумма, которую я тебе выплатил, окажется кратной 2013 динарам, я устрою ослу экзамен.» Сможет ли Ходжа указать такую сумму на покупку ишака (целое число динаров), что экзамен никогда не наступит?