IIC-2133 — Estructuras de Datos y Algoritmos Backtracking

Jorge Baier (@jorgebaier)

Departamento de Ciencia de la Computación Pontificia Universidad Católica de Chile



Backtracking

Backtracking es una técnica recursiva para resolver problemas combinatoriales que se pueden resolver mediante toma de decisiones secuencial.

Un problema de satisfacción de restricciones es una tupla $(\mathcal{X}, \mathcal{D}, \mathcal{C})$, donde

- $\mathcal{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ es un conjunto de *variables*,
- $\mathcal{D} = \{D_1, D_2, \dots, D_n\}$ es un conjunto de *dominios* asociados a variables $(X_i \in D_i)$.
- $\mathcal{C} = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ es un conjunto funciones que reciben una asignación σ de valores para las variables en \mathcal{X} y retornan \top o \bot

El objetivo es encontrar una asignación σ de valores para las variables \mathcal{X} tal que $C_i(\sigma) = \top$, para todo $i \in \{1, \dots, n\}$



Un Pseudo-Código para Backtracking

```
1 function Backtrack(P, i, sol)
       Input: problema de satisfacción de restricciones P, un
               contador i para la variable a asignar, un vector sol para
               almacenar la solución (sol[i] \in D_i \cup \{undef\})
       if i = n + 1 then
           if c(sol) = \top para todo c \in \mathcal{C} then
               return True
           else
               return False
       if para algún c \in \mathcal{C}, c(sol) = \bot then return False
       for each valor \in D_i do
8
           sol[i] \leftarrow valor
           if Backtrack(P, i + 1, sol) then
10
               return True
11
       return False
12
```

En el llamado inicial, Backtrack(P, 1, sol), sol es tal que sol[i] = undef para todo $i \in \{1, ..., n\}$



Un Ejemplo

Dado un conjunto de números C y un número n, escriba una función que encuentre un subconjunto de S de C tal que $\sum_{x \in S} x = n$.

[Escribimos un pseudo-código en la pizarra y luego lo implementamos en C]



Backtracking y Problemas de Optimización

Backtracking también se puede utilizar en problemas de optimización con restricciones.

Un problema de satisfacción de restricciones es una tupla $\langle \mathcal{X}, \mathcal{D}, \mathcal{C}, \mathcal{U} \rangle$, donde

- \blacksquare \mathcal{X} , \mathcal{D} , \mathcal{C} definidos como antes.
- U es una función que recibe una asignación σ para variables en $\mathcal X$ y retorna un número real.

Encontrar σ que maximiza $U(\sigma)$, en el conjunto $\{\sigma' \mid C_i(\sigma') = \top$, para cada $i \in \{1, ..., n\}\}$.



Pseudo-Código Backtracking con Optimización

```
1 function Backtrack(P, i, sol)

| Input: problema de satisfacción de restricciones P, un contador i para la variable a asignar, un vector sol para almacenar la solución (sol[i] \in D_i \cup \{undef\})

2 | if i = n + 1 then

3 | if c(sol) = \top, \forall c \in C y U(bestsol) < U(sol) then

4 | bestsol \leftarrow sol

5 | if para\ algún\ c \in C, c(sol) = \bot then return

6 | for each valor \in D_i do

7 | sol[i] \leftarrow valor

8 | Backtrack(P, i + 1, sol)
```

En el llamado inicial, Backtrack(P, 1, sol), sol es tal que sol[i] = undef para todo $i \in \{1, ..., n\}$. bestsol es una variable global.

