Estructura de Datos

ARBOLES AVL

Ingeniería en Computación e Informática

Tabla de contenidos

Introducción

- Un árbol AVL es un Árbol binario de búsqueda.
- Al que se le añade una condición de equilibrio.
- Diferencia entre la altura de los subárboles izquierdo y derecho es, a lo sumo, de una unidad.
- Su nombre viene dado por sus creadores **Adelson**, **Velskii** y **Landis** que los definieron en 1962.

Árboles AVL

Propiedades

ABB El subárbol izquierdo contiene elementos menores que la raíz, y el subárbol derecho contiene elementos mayores que la raíz.

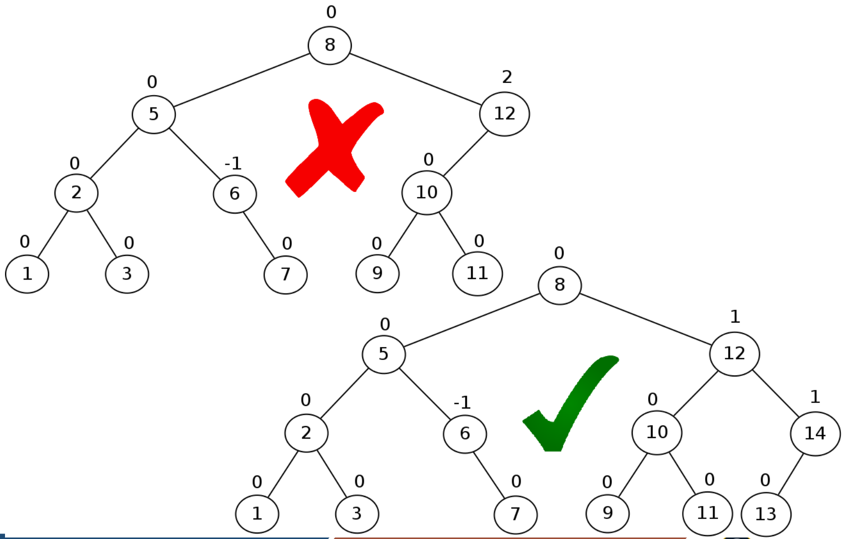
Tiempo Las operaciones de búsqueda son de complejidad $O(\lg(n))$.

Equilibrio La diferencia entre las alturas no pasa de 1.

$$E(A_{raiz}) = \begin{cases} 1 & si \quad H(A_{izq}) > H(A_{der}) \\ 0 & si \quad H(A_{izq}) = H(A_{der}) \\ -1 & si \quad H(A_{izq}) < H(A_{der}) \end{cases}$$

Árboles AVL

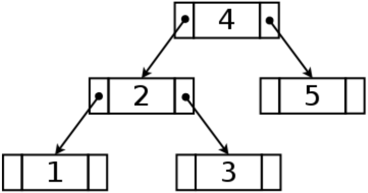
Propiedades

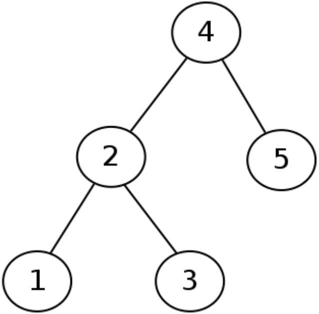


Árbol AVL
Representación

- Se usan dos punteros.

```c
typedef struct Nodo {
  Info dato;
  int balance:
  struct Nodo *izq;
  struct Nodo *der;
} Nodo;
```





Operaciones en un AVL

- Insertar.
- Balancear:
  - Caso 1: Rotación simple a la izquierda (RSI).
  - Caso 2: Rotación simple a la derecha (RSD).
  - Caso 3: Rotación doble a la izquierda (RDI).
  - Caso 4: Rotación doble a la derecha (RDD).
- Eliminar.

Operaciones en un AVL

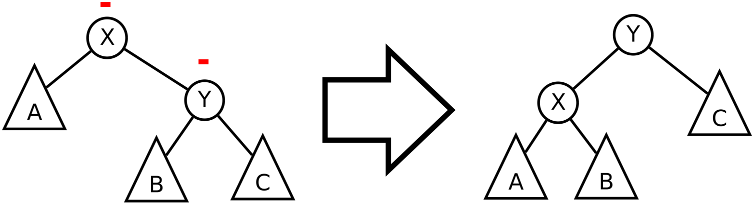
Insertar

- Usamos la misma técnica para insertar un nodo en un ABB.
- Trazamos una ruta desde el nodo raíz hasta un nodo hoja (donde hacemos la inserción).
- Insertamos el nodo nuevo.
- Volvemos a trazar la ruta de regreso al nodo raíz, ajustando el equilibrio a lo largo de ella.
- Si el equilibrio de un nodo llega a ser + - 2:
  - Volvemos a ajustar los subárboles de los nodos para que su equilibrio se mantenga acorde con los lineamientos AVL (que son + - 1).

Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 1 : Rotación simple a la izquierda (RSI)

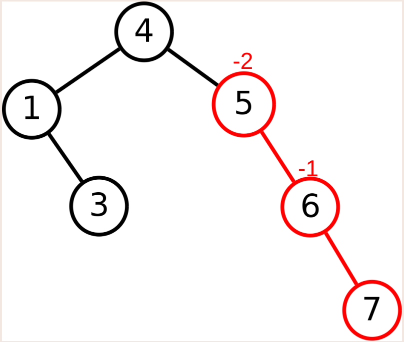
- Si está desequilibrado a la izquierda (-) y su hijo derecho tiene el mismo signo (-) hacemos rotación sencilla izquierda.



Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 1 : Rotación simple a la izquierda (RSI)

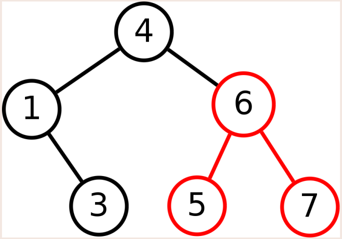
Ejemplo



Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 1 : Rotación simple a la izquierda (RSI)

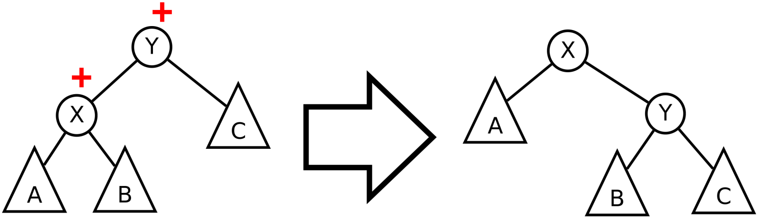
Ejemplo



Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 2 : Rotación simple a la derecha (RSD)

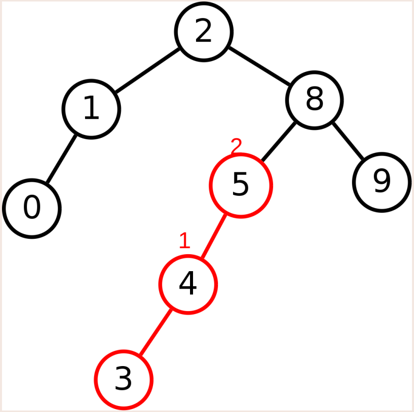
- Si está desequilibrado a la derecha $(+)$ y su hijo izquierdo tiene el mismo signo $(+)$ hacemos rotación sencilla derecha.



Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 2 : Rotación simple a la derecha (RSD)

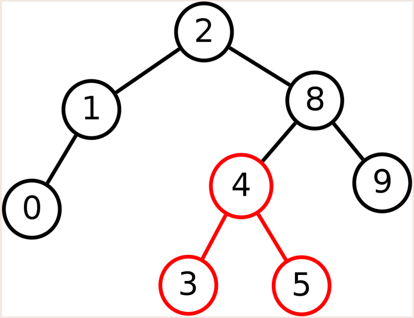
Ejemplo 1



Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 2 : Rotación simple a la derecha (RSD)

Ejemplo 1

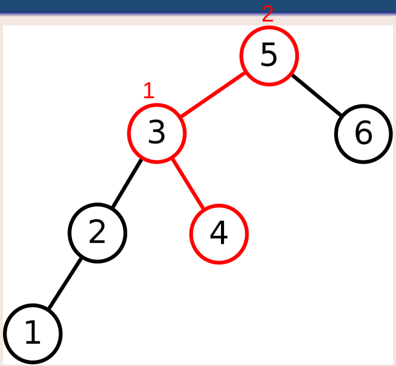


Universidad Andrés Bello

Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 2 : Rotación simple a la derecha (RSD)

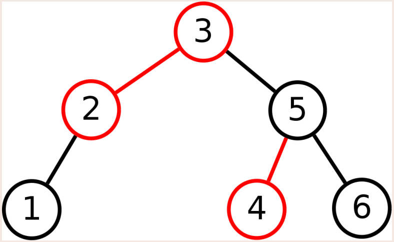
Ejemplo 2



Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 2 : Rotación simple a la derecha (RSD)

Ejemplo 2



Operaciones en un AVL

Rotaciones simples

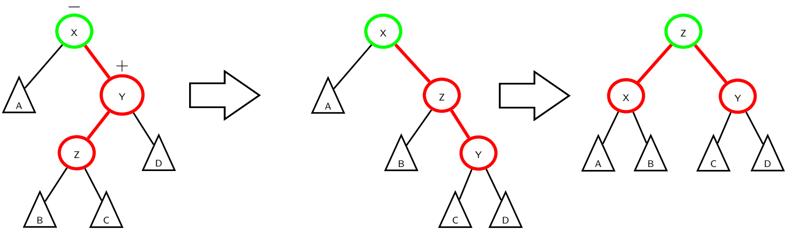
Hay varios puntos que cabe señalar aquí:

- Se conserva el orden apropiado del árbol.
- Restablece todos los nodo a equilibrios apropiados AVL.
- Conserva el recorrido en orden que el árbol anterior.
- Sólo necesitamos modificar 3 punteros para lograr el nuevo equilibrio (con la de la raíz).

Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 3 : Rotación doble a la izquierda (RDI)

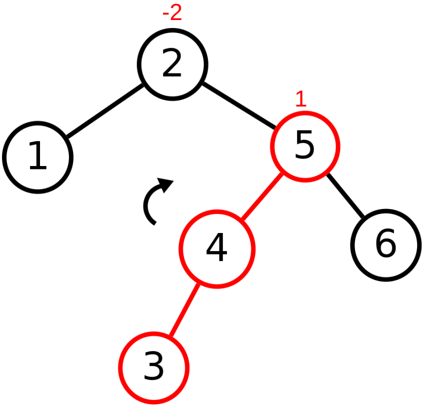
- Si está desequilibrado a la izquierda (-), y su hijo derecho tiene distinto signo (+) hacemos rotación doble derecha-izquierda.



Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 3 : Rotación doble a la izquierda (RDI)

- Ejemplo 2:

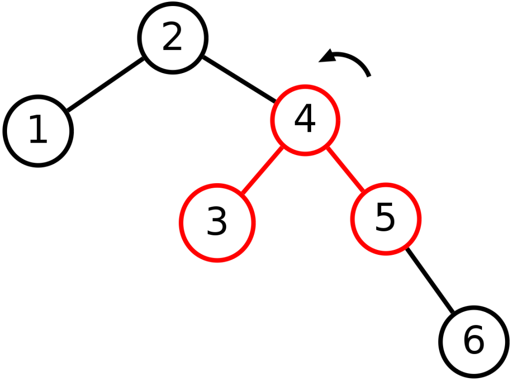


Universidad Andrés Bello

Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 3 : Rotación doble a la izquierda (RDI)

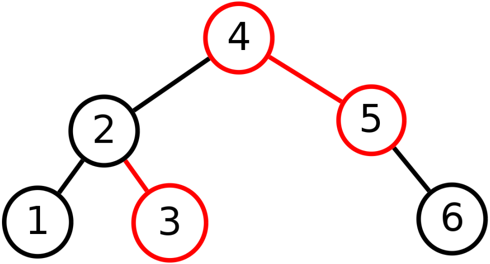
- Ejemplo 2:



Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 3 : Rotación doble a la izquierda (RDI)

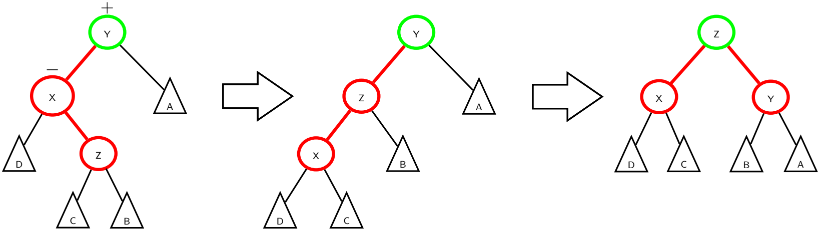
- Ejemplo 2:



Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 4 : Rotación doble a la derecha (RDD)

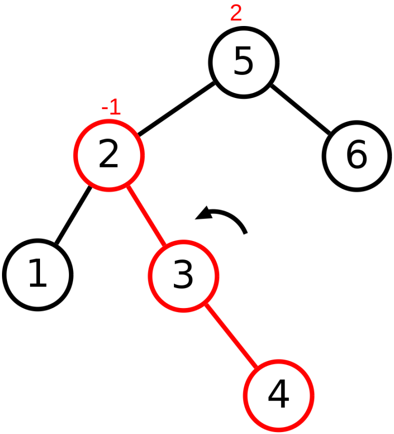
- Si está desequilibrado a la derecha y su hijo izquierdo tiene distinto signo (-) hacemos rotación doble izquierda-derecha.



Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 4 : Rotación doble a la derecha (RDD)

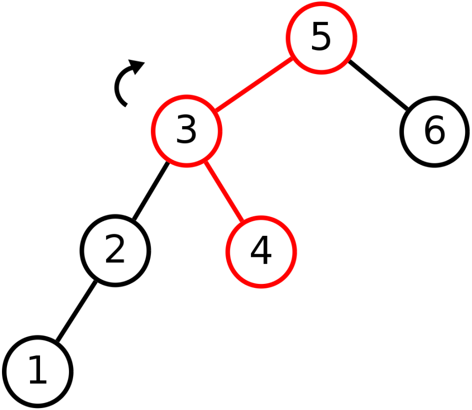
- Ejemplo 2:



Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 4 : Rotación doble a la derecha (RDD)

- Ejemplo 2:

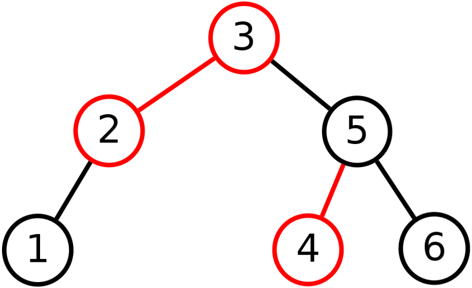


Universidad Andrés Bello

Operaciones en un AVL

Balancear - Caso 4 : Rotación doble a la derecha (RDD)

- Ejemplo 2:



Universidad Andrés Bello

Operaciones en un AVL

Eliminar

- Al eliminar un nodo en un árbol AVL puede afectar el equilibrio de sus nodos. Entonces hay que hacer rotaciones simples o dobles.
- Eliminas un nodo como lo hacemos en un árbol binario ordenado. Al localizar el nodo que queremos eliminar seguimos este procedimiento:
  - Si el nodo es un nodo hoja, simplemente lo eliminamos.
  - Si el nodo solo tiene un hijo, lo sustituimos con su hijo.
  - Si el nodo eliminado tiene dos hijos, lo sustituimos por el hijo mas pequeño en el subárbol derecho o por el nodo mas grande del subárbol izquierdo, luego se procede a equilibrar el árbol desde el nodo que sustituye al nodo a eliminar, siempre hasta la raíz y sin detenerse antes.

Eficiencia de las Operaciones

Operaciones	Arreglo Estático	Arreglo Dinámico	Lista Simple Enlazada	Lista Doble Enlazada	Árbol BB	Árbol AVL	*Heap* Binario
Acceder	$O(1)$	$O(1)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$	–
Buscar	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(1)$
Insertar	–	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$
Eliminar	–	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$

Eficiencia de las Operaciones

Operaciones	Arreglo Estático	Arreglo Dinámico	Lista Simple Enlazada	Lista Doble Enlazada	Árbol BB (peor caso)	Árbol AVL (peor caso)	*Heap* Binario
Acceder	$O(1)$	$O(1)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(\log n)$	–
Buscar	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(\log n)$	$O(1)$
Insertar	–	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$
Eliminar	–	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(n)$	$O(\log n)$	$O(\log n)$