

# 麒跃初升高课后Tutorial ⑦

## 数理化三科题目练习

### 数学



1. 函数  $y = x - \sqrt{x-2}$  的值域为( )

解: 令  $a = \sqrt{x-2}$ ,  $a \geq 0$

$\therefore x = a^2 + 2$

$\therefore y = a^2 + 2 - a$   
 $= (a - \frac{1}{2})^2 + \frac{7}{4}$

当  $a = \frac{1}{2}$  时,  $y_{min} = \frac{7}{4}$

$\therefore$  函数...的值域为  $[\frac{7}{4}, +\infty)$

2. 已知函数  $f(x)$  对任意的实数  $m, n$  都有  $f(m+n) = f(m) + f(n) - 1$  且当  $x > 0$  时, 有  $f(x) > 1$ .

a. 证明  $f(x)$  的单调性.

b. 若  $f(1) = 2$ , 且关于  $x$  的不等式,  $f(ax-2) + f(x-x^2) < 3$  对任意的  $x \in [1, +\infty)$  恒成立, 求实数  $a$  的取值范围.

解: a. 设  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ , 且  $x_1 < x_2$   
 则  $x_2 - x_1 > 0$ ,  $f(x_2 - x_1) > 1$

$\therefore f(m+n) = f(m) + f(n) - 1$

$f(x_2) = f[(x_2 - x_1) + x_1]$   
 $= f(x_2 - x_1) + f(x_1) - 1$

$> 1 + f(x_1) - 1 = f(x_1)$

$\therefore f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上为增函数.

b.  $f(ax-2) + f(x-x^2) < 3$   
 $\Downarrow$   
 $f(ax-2) + f(x-x^2) - 1 < 2$   
 $\Downarrow$   
 $f(ax-2+x-x^2) < f(1)$   
 $\therefore$  在  $\mathbb{R}$  上...  $\uparrow$

$\therefore ax-2+x-x^2 < 1$

令  $g(x) = x^2 - (a+1)x + 3$   
 $g(x) > 0$  对于  $x \in [1, +\infty)$  恒成立.

① 当  $\frac{a+1}{2} \leq 1$  (即  $a \leq 1$ ) 时,  $g(x)$  在  $[1, +\infty)$  上...  $\uparrow$   
 由  $g(1) = -a+3 > 0$  得:  $a < 3$

$$\therefore a \leq 1$$

$$\textcircled{2} \frac{a+1}{2} > 1 \text{ 即 } a > 1 \text{ 时, 由 } \Delta = (a+1)^2 - 3 \times 4 < 0$$

$$\text{得: } -2\sqrt{3} - 1 < a < 2\sqrt{3} - 1$$

$$\therefore 1 < a < 2\sqrt{3} - 1$$

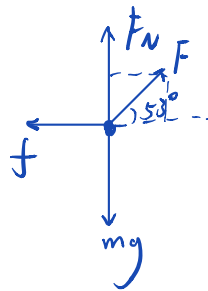
$$\text{综上: } a \in (-\infty, 2\sqrt{3} - 1)$$

## 物理

1. 如图所示，一物块在水平拉力  $F$  的作用下沿水平桌面做匀速直线运动。若保持  $F$  的大小不变，而方向与水平面成  $53^\circ$  角时，物块也恰好做匀速直线运动。则物块与桌面间的动摩擦因数为 ( ) (不计空气阻力,  $\sin 53^\circ = 0.8$ ,  $\cos 53^\circ = 0.6$ )

设物体质量为  $m$ , 动摩擦因数为  $\mu$ . 则  $F = \mu mg$

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 D.  $\frac{1}{2}$



$$\begin{cases} F_N + F \sin 53^\circ = mg \\ f = F \cos 53^\circ \\ f = \mu F_N \end{cases}$$



$$\Rightarrow \mu = \frac{1}{2}$$



2. 某无色溶液既可能是强酸性又可能是强碱性，在该溶液中一定能大量共存的离子是（ ）

