
函数的单调性
证明: f(x)=x+k/x (k>0) 在[√k, +∞)上是增函数
证明: 1° 设 ∀x1, x2 ∈ [√k, +∞) 且 x1<x2
f(x1)-f(x2) = x1 + k/x1 - x2 - k/x2
2° 作差
= (x1-x2) + (k/x1 - k/x2)
= (x1-x2) · k(x2-x1)/(x1x2)
= (x1-x2)[1 - k/(x1x2)] < 0
3° 判断与0大小
4° 下结论
f(x1) < f(x2)
∴ f(x)在[√k, +∞)上递增
x1<x2 ∴ x1-x2<0
又∵ x1,x2∈[√k,+∞)
∴ x1x2>k
∴ 1 - k/(x1x2) > 0
y
x
2√k
-√k
0
√k
-2√k

2.函数的单调性

证明: $f(x)=x+\frac{k}{x}\ (k>0)$ 在 $[\sqrt{k},+\infty)$ 上单调递增

证明: 1° 设 $\forall x_1, x_2 \in [\sqrt{k},+\infty)$ 且 $x_1<x_2$

作差

2° 作差(变形)

$$f(x_1)-f(x_2)=x_1+\frac{k}{x_1}-x_2-\frac{k}{x_2}$$

$$=(x_1-x_2)+\left(\frac{k}{x_1}-\frac{k}{x_2}\right)$$

$$=(x_1-x_2)\cdot\frac{k(x_2-x_1)}{x_1x_2}$$

$$=\underbrace{(x_1-x_2)}_{<0}\underbrace{\left[1-\frac{k}{x_1x_2}\right]}_{>0}<0$$

$x_1x_2>k$

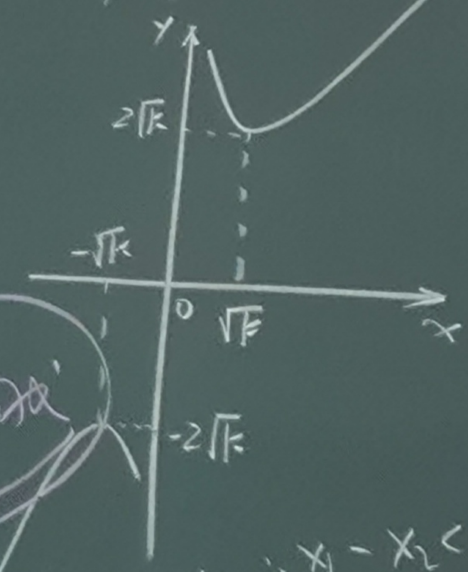
3° 判断与0大小

4° 下结论

$f(x_1)<f(x_2)$

∴ $f(x)$ 在 $[\sqrt{k},+\infty)$ 上单调递增

分析过程



$x_1<x_2$ ∴ $x_1-x_2<0$

又∵ $x_1, x_2 \in [\sqrt{k},+\infty)$

∴ $x_1x_2>k$

∴ $1-\frac{k}{x_1x_2}>0$