

抽象函数的单调性

递推法

解: (I) 令 $x=y=1$ 则 $f(1)=f(1)+f(1)$ 即 $f(1)=0$

设 $\forall x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ 且 $x_1 < x_2$

令 $x=\frac{1}{x}$ 则 $f(x)+f(\frac{1}{x})=f(1)=0$

即 $f(\frac{1}{x}) = -f(x)$

令 $x=x_1, y=\frac{1}{x_2}$ 则

$x=\frac{x_1}{x_2}$

$x > 1, f(x) > 0$

$\therefore f(\frac{x_2}{x_1}) > 0$

$\therefore f(x) < f(x)$

$\therefore f(x) \in (0, +\infty)$

(II) $f(2)=1$

令 $x=y=\frac{1}{2}$

$f(-x)$

抽象函数的单调性

题目结论.

解: (1) 令 $x=y=1$ 则 $f(1)=f(1)+f(1)$ 即 $f(1)=0$

(2) 设 $\forall x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ 且 $x_1 < x_2$

令 $x = \frac{1}{x}$ 则 $f(x) + f(\frac{1}{x}) = f(1) = 0$

即 $f(\frac{1}{x}) = -f(x)$

$x > 1, f(x) > 0 \therefore f(\frac{x_2}{x_1}) > 0$ 且 $-f(\frac{x_2}{x_1}) < 0$

$\therefore f(x_1) < f(x_2)$

$\therefore f(x) \in (0, +\infty)$ 上为增函数