

初升高“暑假培训班”数学小检测(实验班)

满分 100 分, 测试时间 40 分钟

姓名: _____;

成绩: _____.

一、选择题: 本大题共 7 小题, 每小题 5 分, 共 35 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 把答案填在答题卡上.

1. (2019 年全国新课标卷 II, 1) 设集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 > 0\}$, $B = \{x | x - 1 < 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $(-\infty, 1)$ B. $(-2, 1)$ C. $(-3, -1)$ D. $(3, +\infty)$

2. 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \in \mathbf{N} | x^2 - 6x + 5 \leq 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{N} | x > 2\}$,



图中阴影部分所表示的集合为 ()

A. $\{0, 1, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{1\}$ D. $\{0, 1\}$

3. 如果 $a < b < 0$, 那么下列不等式成立的是 ()

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ B. $ab < b^2$ C. $-ab < -a^2$ D. $-\frac{1}{a} < -\frac{1}{b}$

4. 已知集合 $A = \{0, 2, 4, 6\}$, $B = \{n \in \mathbf{N} | 2^n < 33\}$, 则集合 $A \cap B$ 的子集个数为 ()

A. 8 B. 7 C. 6 D. 4

5. 已知实数 x, y 满足 $-4 \leq x - y \leq -1$, $-1 \leq 4x - y \leq 5$, 则 $9x - y$ 的取值范围是 ()

A. $[-7, 26]$ B. $[-1, 20]$ C. $[4, 15]$ D. $[1, 15]$

6. 已知函数 $f(x) = (ax - 1)(x + b)$, 如果不等式 $f(x) > 0$ 的解集为 $(-1, 3)$, 那么不等式

$f(-2x) < 0$ 的解集为 ()

A. $(-\infty, -\frac{3}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$ B. $(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ C. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$ D. $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

7. 已知 $a > 1, b > 0, a + b = 2$, 求 $\frac{1}{a-1} + \frac{1}{2b}$ 的最小值 ()

A. $3 + \sqrt{2}$ B. $\frac{3}{2} + \sqrt{2}$ C. 3 D. $\sqrt{2}$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 把答案填在答题卡上.

8. 集合 $M = \{a | \frac{6}{5-a} \in \mathbf{Z}, a \in \mathbf{N}\}$ 用列举法表示为_____.

9. 函数 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值为_____.

10. 若集合 $A = \{-1, 1\}$, $B = \{x | mx = 1\}$, 且 $B \subseteq A$, 则实数 m 取值集合_____.

11. 已知二次函数 $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, 不等式 $f(x) \geq m$ 的解集的区间长度为 6

(规定: 闭区间 $[a, b]$ 的长度为 $b - a$), 则实数 m 的值是_____.

三、解答题（本大题共 3 小题，共 45 分）

12. （本小题满分 15 分）

已知全集 $U = \mathbf{R}$ ，集合 $A = \{x \mid 2a - 1 < x < 3a + 1\}$ ，集合 $B = \{x \mid -1 < x < 4\}$ 。

（1）当 $a = 0$ 时，求 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B$ ；

（2）若 $A \subseteq B$ ，求实数 a 的取值范围。

13. （本小题满分 15 分）已知 $f(x) = ax^2 + x - a, a \in \mathbf{R}$ 。

（1）若 $a = 1$ ，解不等式 $f(x) \geq 1$ ；

（2）若 $a < 0$ ，解不等式 $f(x) > 1$ 。

14. (本小题满分 15 分)

已知集合 $A = \{x | (x+1)(x-3) < 0\}$, 集合 $B = \{x | x^2 - ax + b < 0, a, b \in R\}$.

(1) 若 $A=B$, 求 a, b 的值;

(2) 若 $b=3$, 且 $A \cup B = A$, 求 a 的取值集合.

鹿野教育

初升高“暑假培训班”数学小检测(实验班)

参考答案:

一、选择题: 1~7, ABDABAA

二、填空题: 13. $\{2, 3, 4, 6, 7, 8, 11\}$ 14. 5 15. $\{0, -1, 1\}$ 16. -5

三、解答题:

12. (1) 当 $a=0$ 时, $A=\{x|-1<x<1\}$, 所以 ${}_RA=\{x|x\leq-1\text{或}x\geq1\}$,

所以 $({}_RA)\cap B=\{x|1\leq x<4\}$.

(2) 因为 $A\subseteq B$, 所以集合 A 可以分为 $A=\emptyset$ 或 $A\neq\emptyset$ 两种情况讨论.

1° 当 $A=\emptyset$ 时, $2a-1\geq 3a+1$, 即 $a\leq-2$;

2° 当 $A\neq\emptyset$ 时, 得
$$\begin{cases} 2a-1\geq-1, \\ 3a+1\leq4, \text{ 即 } 0\leq a\leq1. \\ 2a-1<3a+1, \end{cases}$$

综上, $a\in(-\infty, -2]\cup[0, 1]$.

13. (1) 当 $a=1$, 不等式 $f(x)\geq 1$ 即 $x^2+x-1\geq 1$, 即 $(x+2)(x-1)\geq 0$,

解得 $x\leq-2$, 或 $x\geq 1$,

故不等式的解集为 $\{x|x\leq-2\text{或}x\geq 1\}$.

(2) 若 $a<0$, 不等式为 $ax^2+x-a-1>0$, 即 $(x-1)\left(x+\frac{a+1}{a}\right)<0$,

$$\because 1-\left(-\frac{a+1}{a}\right)=\frac{2a+1}{a},$$

\therefore 当 $-\frac{1}{2}<a<0$ 时, $1<-\frac{a+1}{a}$, 不等式的解集为 $\left\{x\left|1<x<-\frac{a+1}{a}\right.\right\}$;

当 $a=-\frac{1}{2}$ 时, $1=-\frac{a+1}{a}$, 不等式即 $(x-1)^2<0$, 它的解集为 \emptyset ;

当 $a<-\frac{1}{2}$ 时, $1>-\frac{a+1}{a}$, 不等式的解集为 $\left\{x\left|-\frac{a+1}{a}<x<1\right.\right\}$.

14. 解: (1) 因为 $A=\{x|-1<x<3\}$, $B=\{x|x^2-ax+b<0, a, b\in R\}$

$A = B$ ，所以 $x^2 - ax + b = 0$ 的两个根分别为 $x = -1$ 与 $x = 3$

$$a = 2, b = -3$$

$$(2) [-2\sqrt{3}, 4]$$

鹿其跃教育