抽象函数的单调性

变式训练1.

解：(I) 令 $x=y=1$ 则 $f(1)=f(1)+f(1)$ 即 $f(1)=0$

设 $\forall x_1, x_2 \in (0,+\infty)$ 且 $x_1<x_2$

令 $y=\frac{1}{x}$ 即 $f(x)+f(\frac{1}{x})=f(1)=0$

即 $\boxed{f(\frac{1}{x})=-f(x)}$

令 $x=x_1$, $y=\frac{1}{x_2}$ 则

$f(x_1)+f(\frac{1}{x_2})=f(\frac{x_1}{x_2})=-f(\frac{x_2}{x_1})$

即 $f(x_1)-f(x_2)=\ldots$

$x=\frac{x_1}{x_2}$ $y=x_2$

$f(xy)=f(x)+f(y)$

$f(x_1)=f(\frac{x_1}{x_2})+f(x_2)$

$x>1$ $f(x)>0$

$\therefore f(\frac{x_2}{x_1})>0$

$\therefore f(x_1)<f(x_2)$

$\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ …

(II) $f(2)=1$

令 $x=y=\ldots$

$f(-x)\ldots$

又…

抽象函数的单调性

变式训练1.

$f(xy)=f(x)+f(y)$

解：(1) 令 $x=y=1$ 则 $f(1)=f(1)+f(1)$ 即 $f(1)=0$

设 $\forall x_1, x_2 \in (0,+\infty)$ 且 $x_1<x_2$

令 $y=\frac{1}{x}$ 即 $f(x)+f(\frac{1}{x})=f(1)=0$

即 $f(\frac{1}{x})=-f(x)$

$x>1$，$f(x)>0$

$\therefore f(\frac{x_2}{x_1})>0$ 则 $-f(\frac{x_2}{x_1})<0$

$\therefore f(x_1)<f(x_2)$

$\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 增函数