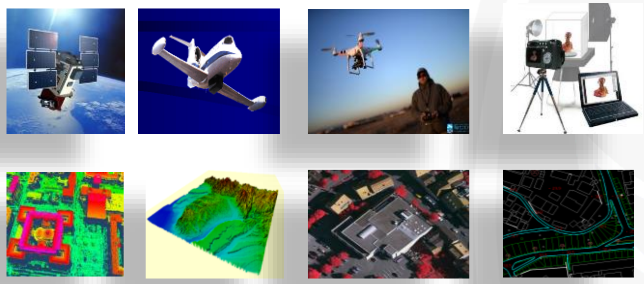
摄影测量学



第三章

双像立体测图

摄影测量学教学组

武漢大學
WUHAN UNIVERSITY

第三章 双像立体测图

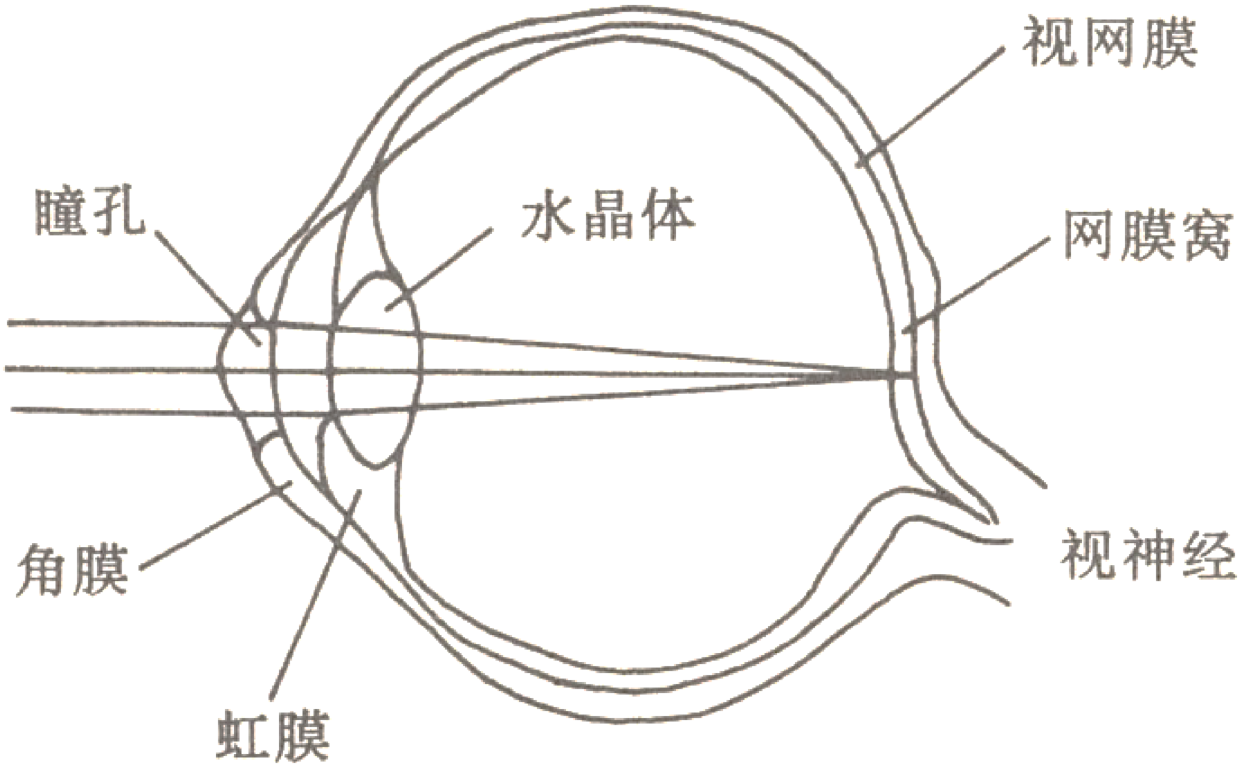
§3.1人眼的立体视觉和立体观察

§3.2立体像对相对定向与核线几何

§3.3立体像对空间前方交会

§3.4单元模型的绝对定向

§3.5立体影像对光束法严密解



人眼的结构

A点的左右坐标差为

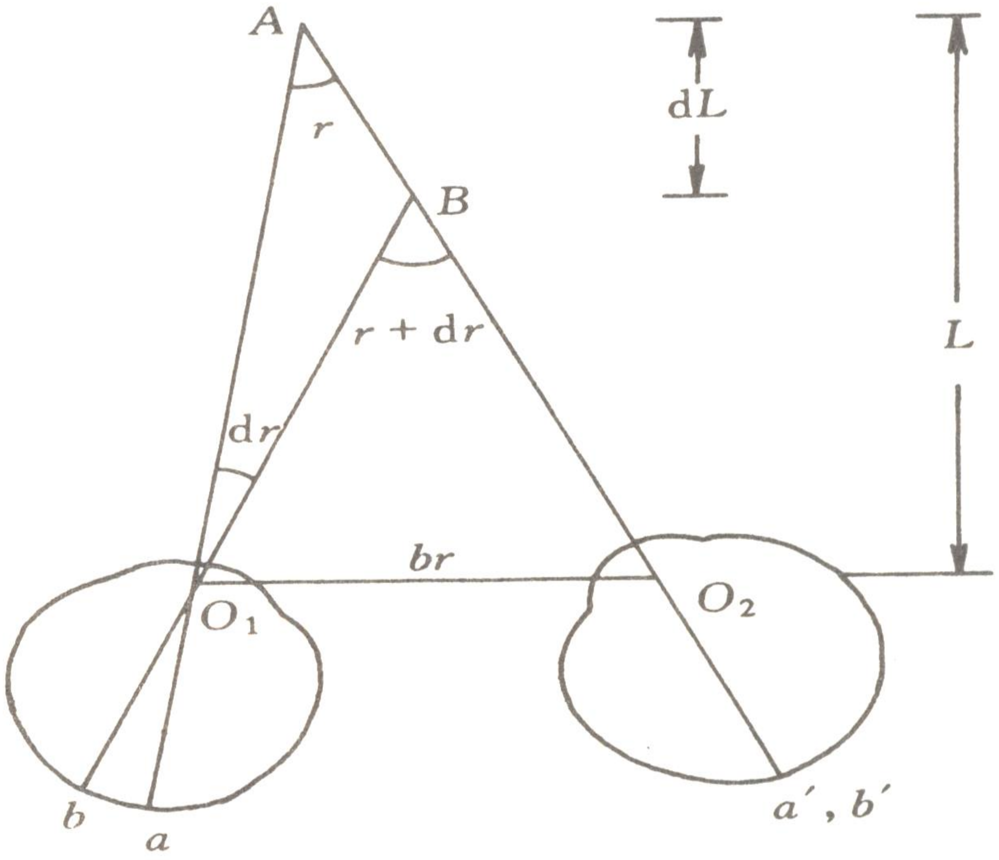
$$p_A = X_a - X_{a'}$$

B点的左右坐标差为

$$p_B = X_b - X_{b'}$$

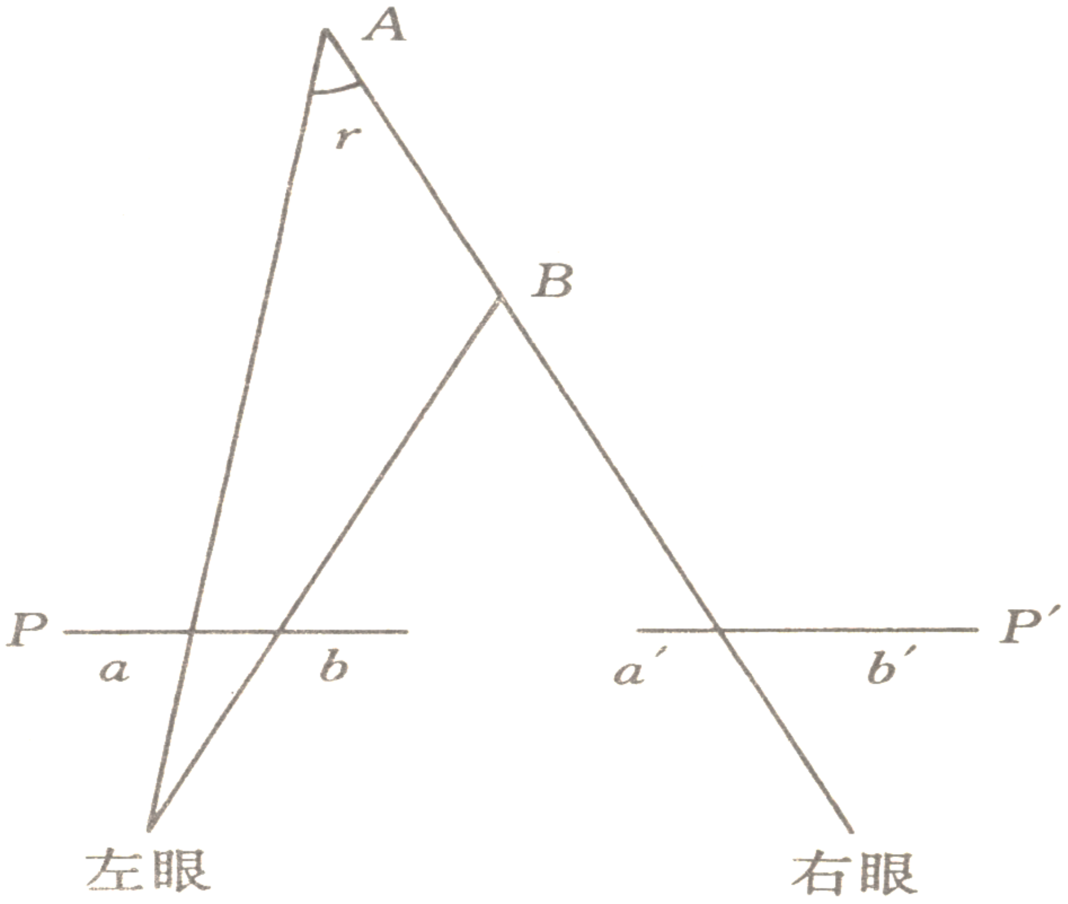
左右视差较：称为生理视差

$$\Delta p = p_A - p_B$$



人造立体视觉

用摄影机摄得同一景物的两张像片，这两张像片称为立体像。



重叠影式观察立体

互补色法

光谱中**两种色光混合**在一起成为白色光，称为互补色光

光闸法

光闸法立体观察，是在投影的光线中**安装光闸**

偏振光法

光线通过**偏振器**分解出的偏振光，只在偏振平面上进行

液晶闪闭法

图像显示软件按照一定的频率交替地显示左右图像，红外发生器则同步地发射红外线，控制液晶眼镜的左右镜片交替地闪闭

观察人造立体的条件

观察人造立体的条件：

1．由两个不同摄站点摄取同一景物的一个立体像对。

2．一只眼睛只能观察像对中的一张像片，即双眼观察像对时必须保持两眼分别只能对一张像片观察，这一条件称之为分像条件。

3．两眼各自观察同一景物的左、右影像点的连线应与眼基线近似平行。

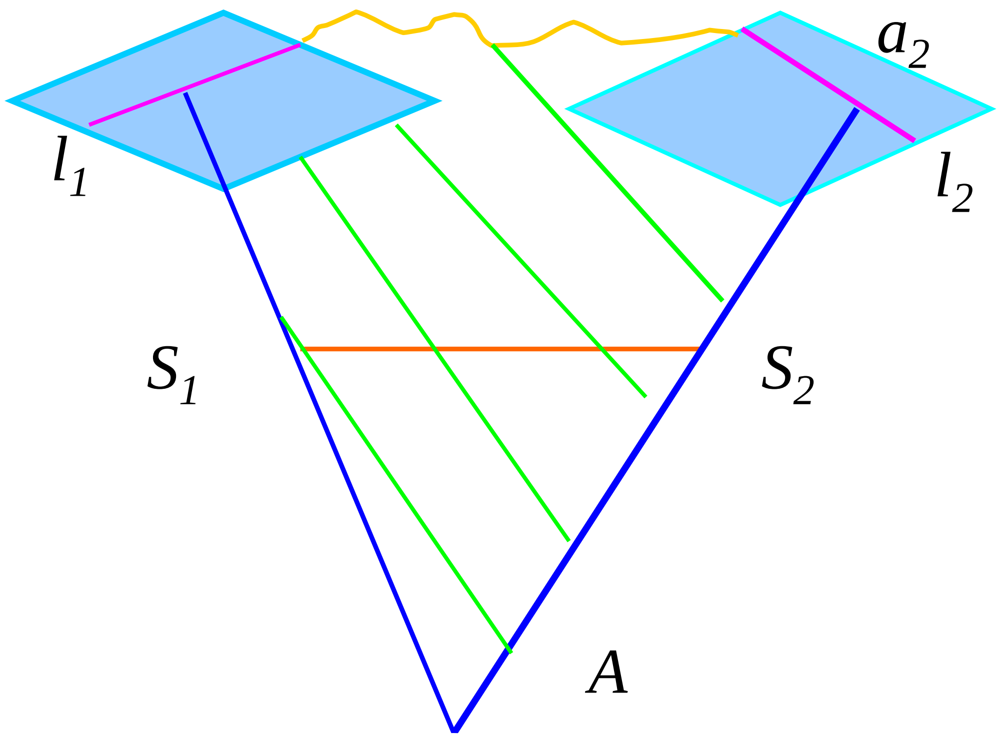
4．像片间的距离应与双眼的交会角相适应。

§3.2 立体像对相对定向与核线几何

- 相对定向元素与共面方程
- 连续像对相对定向
- 单独像对相对定向
- 核面与核线

相对定向

立体像对的相对定向就是要恢复摄影时相邻两影像摄影光束的相互关系，从而使同名光线对对相交。



相对定向元素与共面方程

1、相对定向元素

描述立体像对中两张像片的**相对位置和姿态**关系的元素。

单独像对相对定向

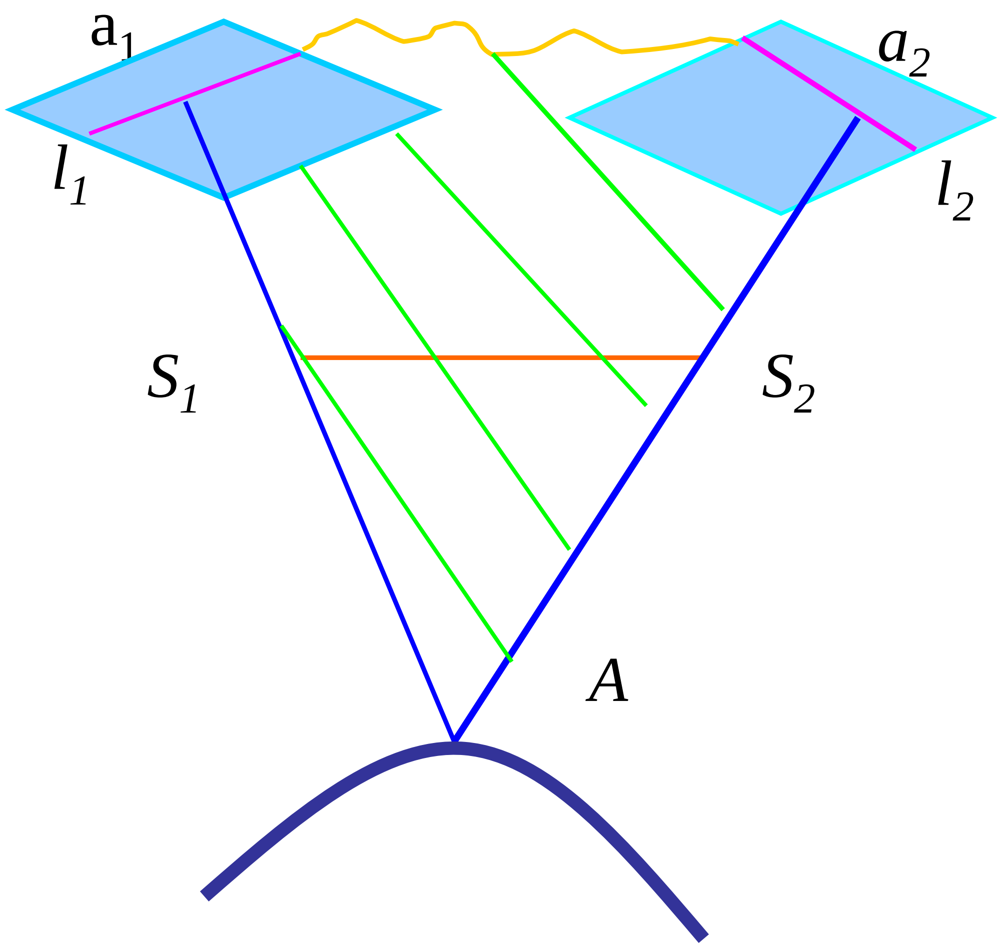
$\varphi_1, \kappa_1, \varphi_2, \omega_2, \kappa_2$

连续像对相对定向

$B_Y, B_Z, \varphi_2, \omega_2, \kappa_2$

相对定向元素与共面方程

2．共面条件方程式



立体模型实现正确相对定向后的示意图

$$\vec{\mathrm{B}}\cdot(\vec{\mathrm{R}}_1\times\vec{\mathrm{R}}_2)=0$$

像空间辅助坐标系

$$F=\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix}=0$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix}=R_1\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -f \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix}=R_2\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

二、连续像对相对定向

以左像片的像空间坐标为像空间辅助坐标系。

左方影像是水平的或其方位元素是已知。

左像片：

$$X_{S1}=0, Y_{S1}=0, Z_{S1}=0$$

$$\phi_1=\varpi_1=\kappa_1=0$$

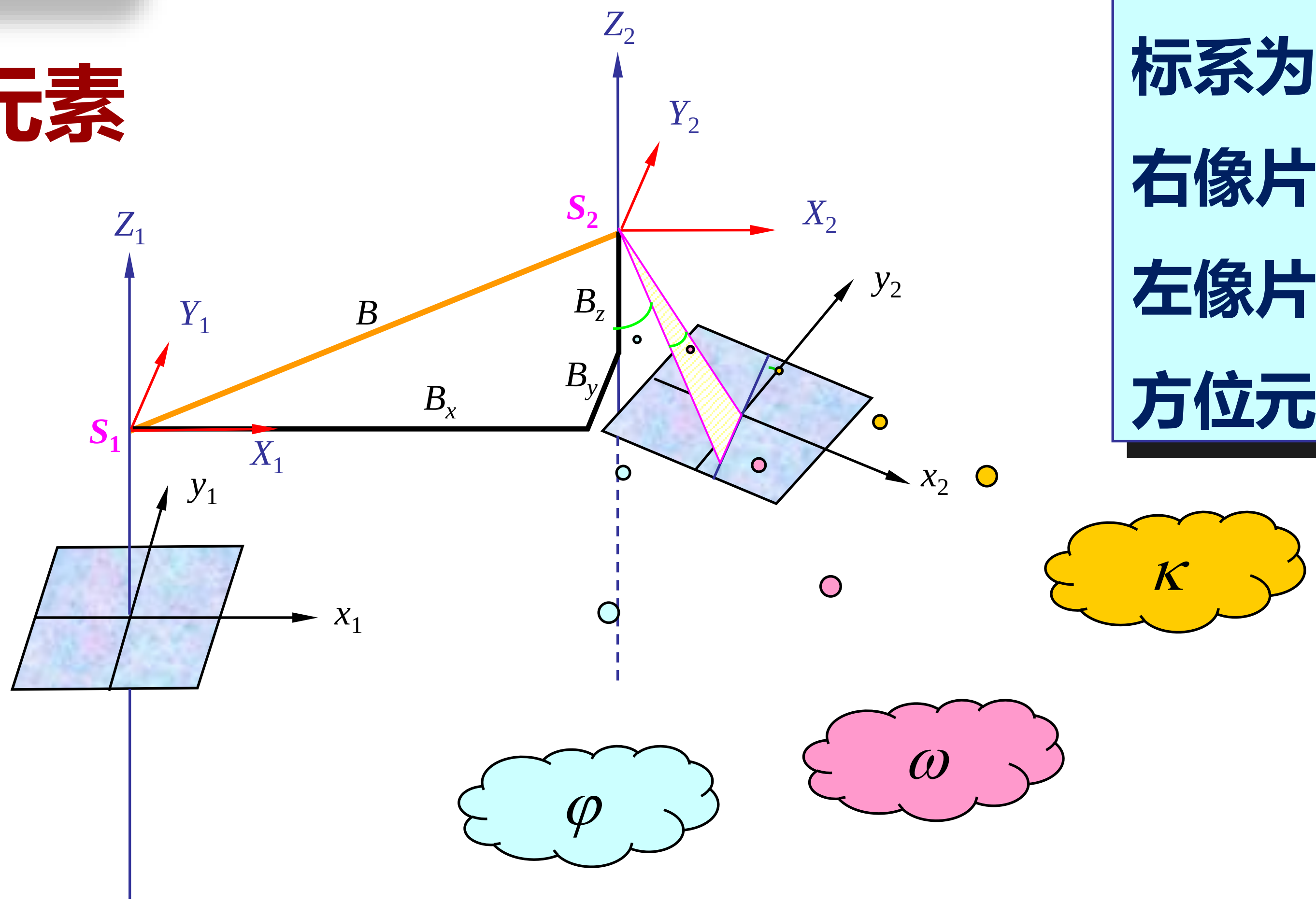
右像片：

$$X_{S2}=bx,\ Y_{S2}=by,\ Z_{S2}=bz$$

$$\phi,\ \varpi,\ \kappa$$

二、连续像对相对定向

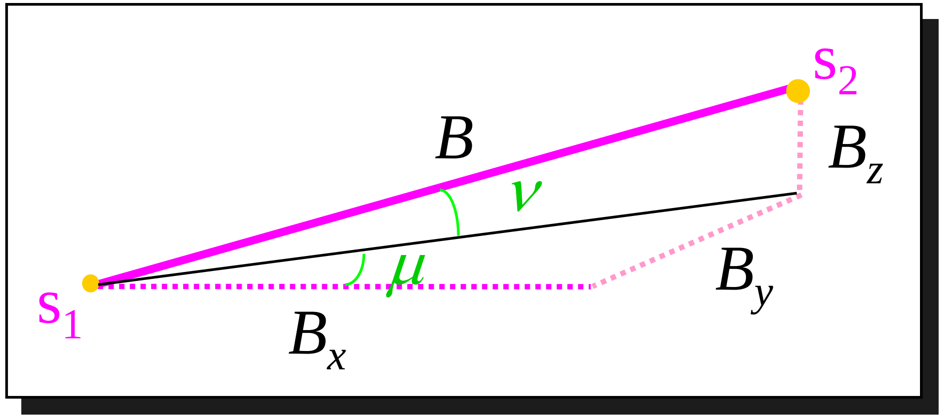
连续像对相对定向元素



以左像空间坐标系为基础，右像片相对于左像片的相对方位元素称～

连续法相对定向元素： B_y，B_z，φ，ω，κ

连续像对相对定向原理



μ，ν：与基线分量有关的两个角元素

$$B_y = B_x \operatorname{tg}\mu \approx B_x \mu$$

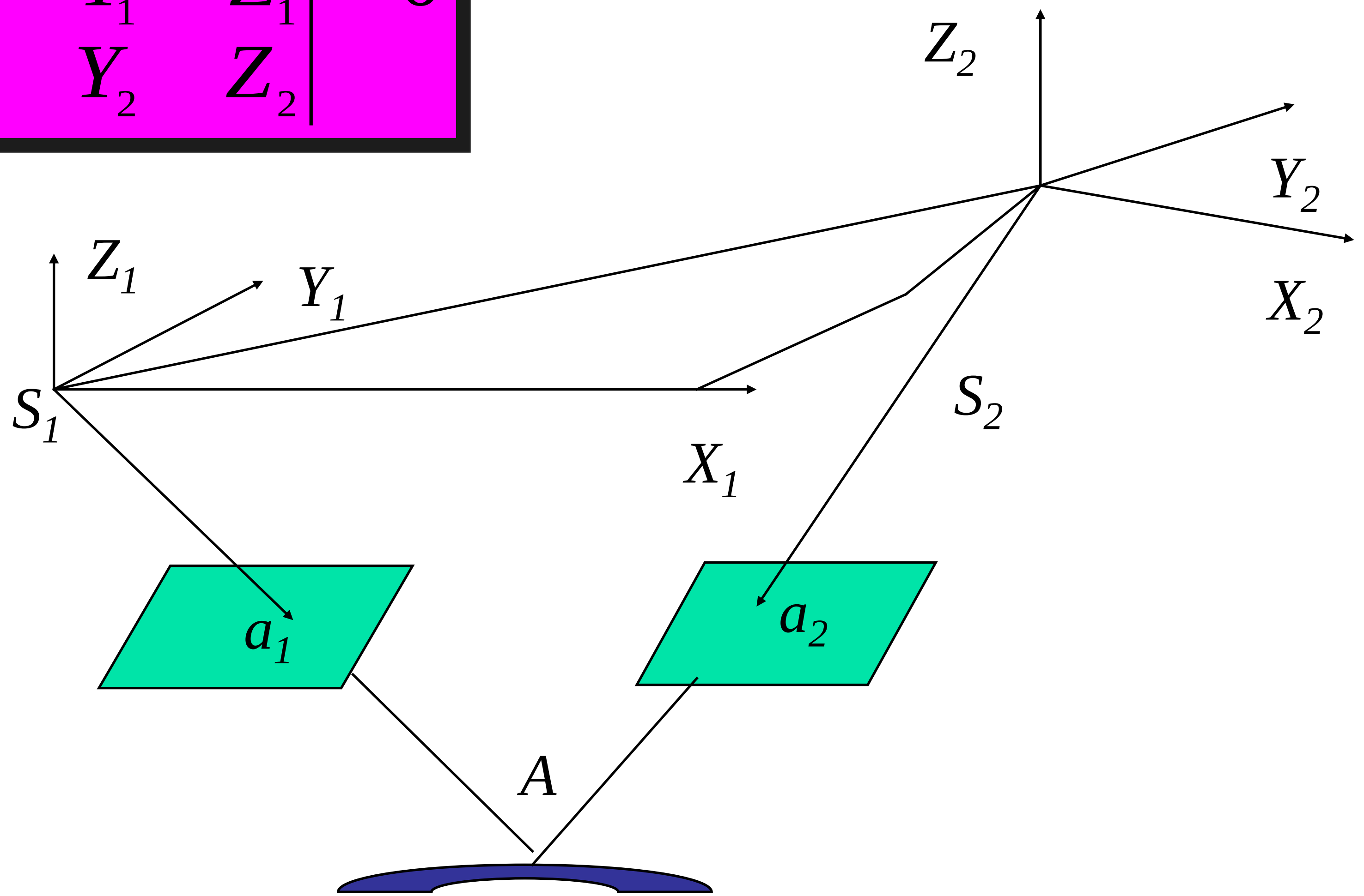
$$B_z = \frac{B_x}{\cos\mu} \operatorname{tg}\nu \approx B_x \nu$$

$$\begin{vmatrix} B_x & B_y & B_z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -f \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{R} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

$$F = B_x \begin{vmatrix} 1 & \mu & \nu \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} = 0$$



连续像对相对定向共面条件

多元函数泰勒公式展开至小值一次项

$$F = F_0 + \frac{\partial F}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial F}{\partial \kappa} d\kappa + \frac{\partial F}{\partial \mu} \cdot b_x d\mu + \frac{\partial F}{\partial \nu} \cdot b_x d\nu = 0$$

φ，ω，κ为小角引用微小旋转矩阵

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\kappa & -\varphi \\ \kappa & 1 & -\omega \\ \varphi & \omega & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

要求偏导数 $\dfrac{\partial F}{\partial \varphi}, \dfrac{\partial F}{\partial \omega}, \cdots$

必须先求得偏导数

$$\frac{\partial X_2}{\partial \varphi}, \frac{\partial X_2}{\partial \omega}, \cdots, \frac{\partial Z_2}{\partial \kappa}$$

$$\frac{\partial}{\partial \varphi}\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial \omega}\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial}{\partial \kappa}\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial F}{\partial \varphi} &= \begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ \frac{\partial X_2}{\partial \varphi} & \frac{\partial Y_2}{\partial \varphi} & \frac{\partial Z_2}{\partial \varphi} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ f & 0 & x_2 \end{vmatrix} \\
\frac{\partial F}{\partial \omega} &= \begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ \frac{\partial X_2}{\partial \omega} & \frac{\partial Y_2}{\partial \omega} & \frac{\partial Z_2}{\partial \omega} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ 0 & f & y_2 \end{vmatrix} \\
\frac{\partial F}{\partial \kappa} &= \begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ \frac{\partial X_2}{\partial \kappa} & \frac{\partial Y_2}{\partial \kappa} & \frac{\partial Z_2}{\partial \kappa} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ -y_2 & x_2 & 0 \end{vmatrix} \\
\frac{\partial F}{\partial \mu} &= B_X \begin{vmatrix} Z_1 & X_1 \\ Z_2 & X_2 \end{vmatrix} \\
\frac{\partial F}{\partial \nu} &= B_X \begin{vmatrix} Z_1 & Y_1 \\ Z_2 & Y_2 \end{vmatrix}
\end{aligned}\right\}$$

$$F = F_0 + \frac{\partial F}{\partial \varphi} d\varphi + \frac{\partial F}{\partial \omega} d\omega + \frac{\partial F}{\partial \kappa} d\kappa + \frac{\partial F}{\partial \mu} \cdot b_x d\mu + \frac{\partial F}{\partial \nu} \cdot b_x d\nu = 0$$

整理后可得： $Y_1x_2d\varphi+(Y_1y_2-Z_1f)d\omega-x_2Z_1d\kappa+(Z_1X_2-X_1Z_2)d\mu+(X_1Y_2-X_2Y_1)d\nu+\frac{F_0}{Bx}=0$

在仅考虑到小值一次项的情况下，上式中的x_2，y_2可用像空间辅助坐标X_2，Y_2取代，并且可近似地认为：

$$\left.\begin{aligned} Y_1 &= Y_2 \\ Z_1 &= Z_2 \\ X_1 &= X_2 + \frac{B_X}{N'} \end{aligned}\right\}$$

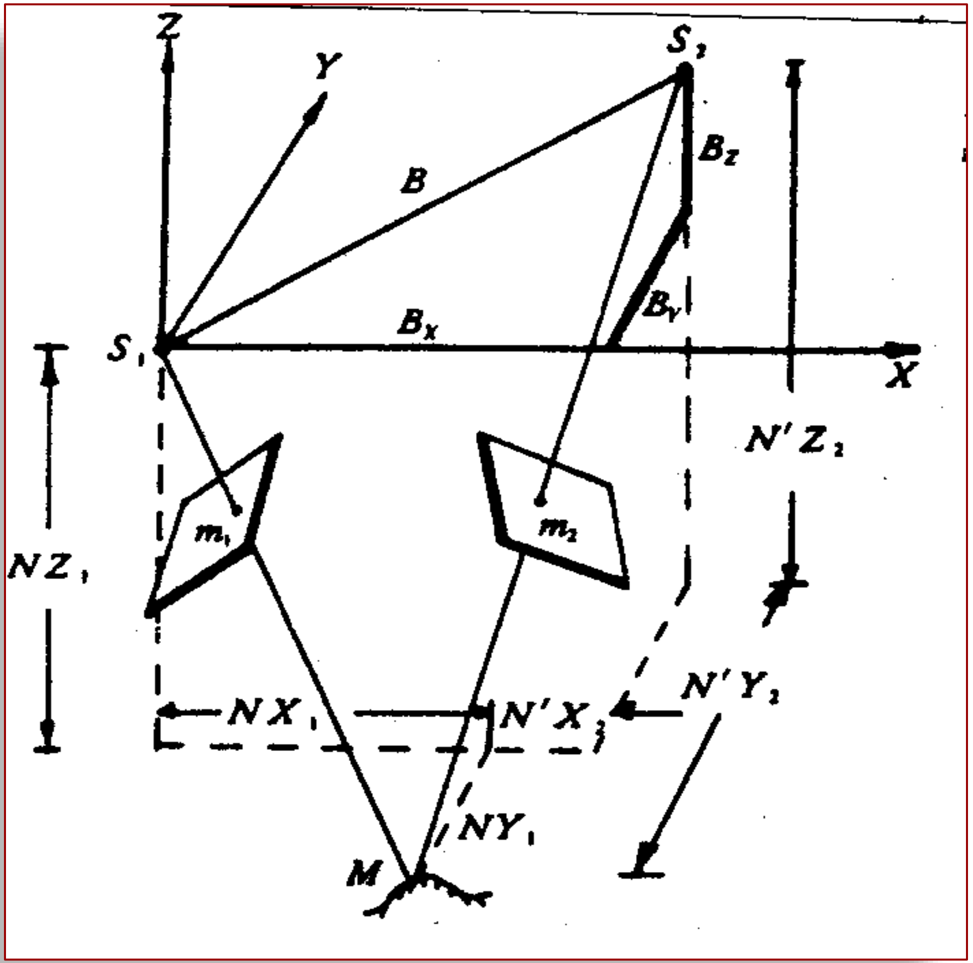
N' 是将右片像点m_2变换为模型中M点时的点投影系数

$$N'=\frac{B_XZ_1-B_ZX_1}{X_1Z_2-Z_1X_2}$$

$$NX_1 = B_X + N'X_2$$

$$NY_1 = B_Y + N'Y_2$$

$$NZ_1 = B_Z + N'Z_2$$



$$N = \frac{B_X Z_2 - B_Z X_2}{X_1 Z_2 - Z_1 X_2}$$

左片像点m_1的点投影系数

$$N' = \frac{B_X Z_1 - B_Z X_1}{X_1 Z_2 - Z_1 X_2}$$

右片像点m_2的点投影系数

$$\left.\begin{aligned} Z_1X_2 - Z_2X_1 &= -\frac{B_X}{N'}Z_1 \\ X_1Y_2 - X_2Y_1 &= \frac{B_X}{N'}Y_2 \end{aligned}\right\}$$

$$q = -\frac{X_2Y_2}{Z_2}N'd\varphi - (Z_2 + \frac{Y_2^2}{Z_2})N'd\omega + X_2N'd\kappa + B_Xd\mu - \frac{Y_2}{Z_2}B_Xd\nu$$

解析法连续像对相对定向的解算公式

$$q = -\frac{\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix}}{Z_1X_2 - X_1Z_2} = \frac{B_XZ_2 - B_ZX_2}{X_1Z_2 - Z_1X_2}Y_1 - \frac{B_XZ_1 - B_ZX_1}{X_1Z_2 - Z_1X_2}Y_2 - B_Y$$

$$= NY_1 - N'Y_2 - By$$

$$q=-\frac{\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix}}{Z_1X_2-X_1Z_2}=\frac{B_XZ_2-B_ZX_2}{X_1Z_2-Z_1X_2}Y_1-\frac{B_XZ_1-B_ZX_1}{X_1Z_2-Z_1X_2}Y_2-B_Y$$

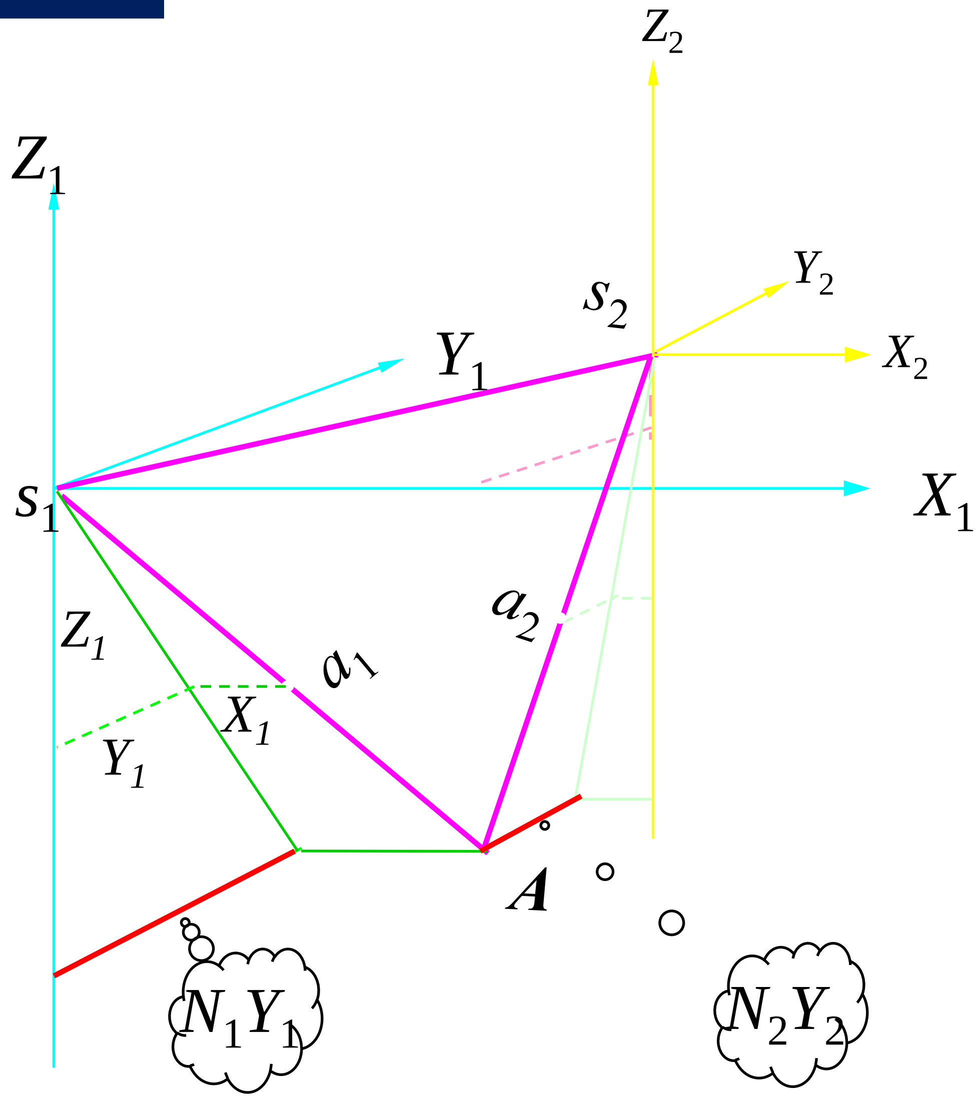
$$=NY_1-N'Y_2-By$$

q 值的几何意义为相对定向时模型上的上下视差，若q = 0，表示相对定向已完成，若$q \neq$ 0，则表示相对定向未完成，模型存在上下视差。

连续像对相对定向中常数项的几何意义

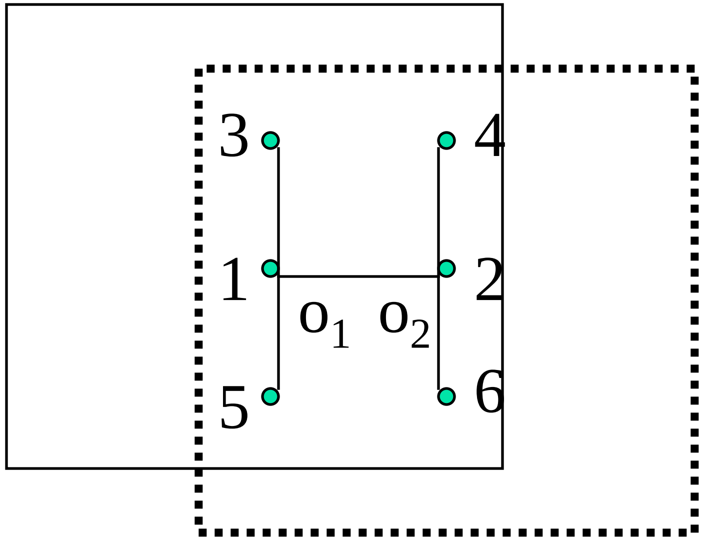
Q 为定向点上模型**上下视差**：

- 当一个立体像对**完成相对定向**， $Q=0$
- 当一个立体像对**未完成相对定向，即同名光线不相交**， $Q\neq0$



相对定向元素解算过程

- 5个未知数dφ, dω, dκ, dμ, dν, 至少要量测5对同名像点,当有多余观测值时，误差方程式：



$$V_q = -\frac{X_2 Y_2}{Z_2} N' d\varphi - (Z_2 + \frac{Y_2^2}{Z_2}) N' d\omega + X_2 N' d\kappa + B_X d\mu - \frac{Y_2}{Z_2} B_X d\nu - q$$

当观测了6对以上同名像点时，就可按最小二乘的原理求解。设观测了n对同名像点，可列出n个误差方程，其矩阵形式为：

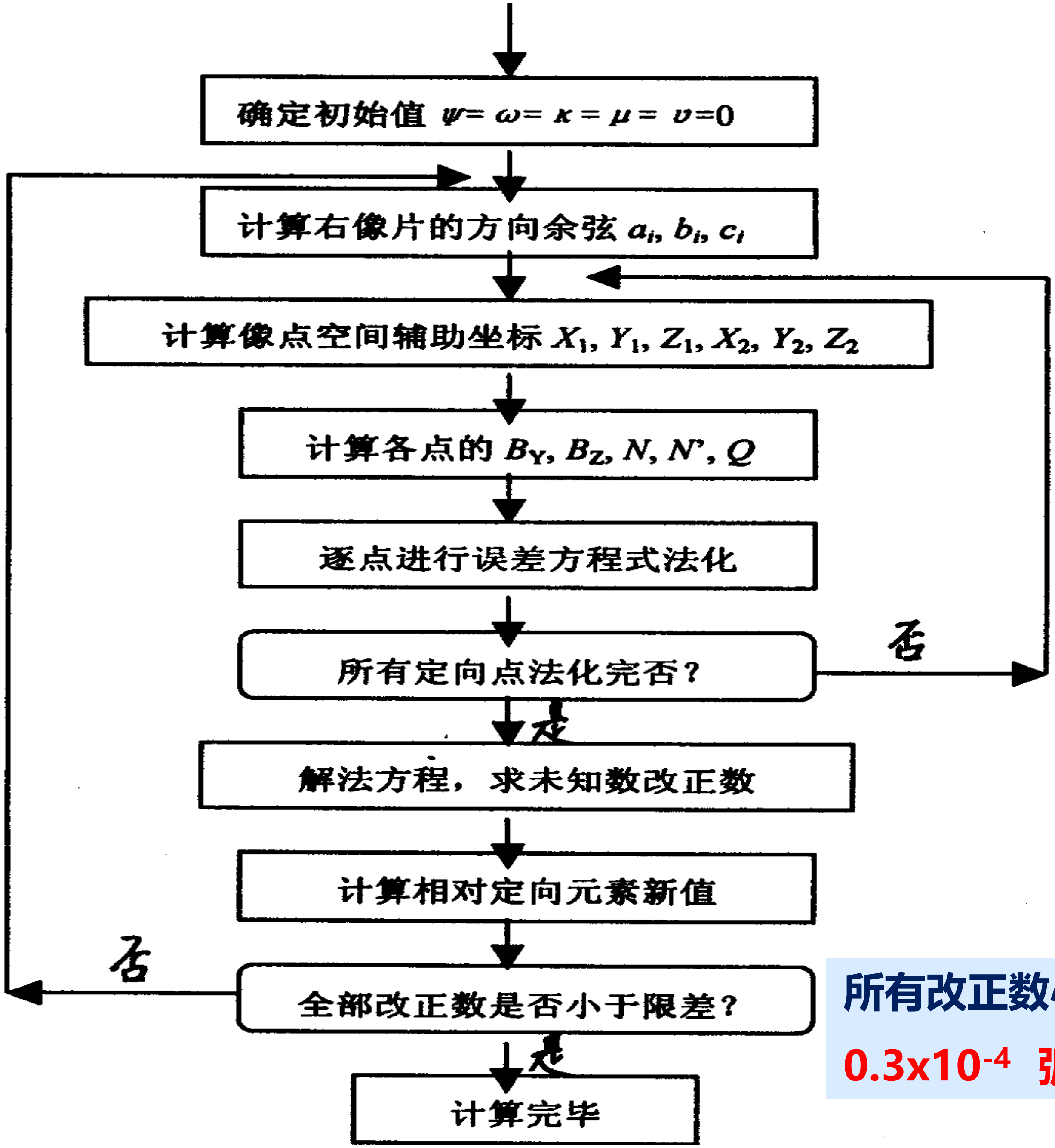
$$V = AX - L, \qquad P = I$$

相应的法方程为：

$$A^T PAX = A^T PL$$

法方程式的解为：

$$X = (A^T PA)^{-1} A^T PL$$



所有改正数小于限值：

$0.3\text{x}10^{-4}$ 弧度

图2-3-2 连续像对相对定向的计算机程序框图

连续像对相对定向严密解

在上面的讨论过程中，是把q 视为观测值，而实际的观测值通常是像点的左、右像片坐标。此外，在上述推导中仅考虑了相对定向元素的一次小项。严格的处理应对x_1，y_1，x_2，y_2像片坐标观测值加入改正数，并且$\frac{\partial F}{\partial \varphi}, \frac{\partial F}{\partial \omega}, \frac{\partial F}{\partial \kappa}$ 取更严密的公式：

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi} = \begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ -Z_2 & 0 & X_2 \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \omega} = \begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ -Y_2 \sin\varphi & X_2 \sin\varphi - Z_2 \cos\varphi & Y_2 \cos\varphi \end{vmatrix}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \kappa} = \begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ -Y_2 \cos\varphi\cos\omega - Z_2 \sin\omega & X_2 \cos\varphi\cos\omega + Z_2 \sin\varphi\cos\omega & X_2 \sin\omega - Y_2 \sin\varphi\cos\omega \end{vmatrix}$$

从而得到下列形式的误差方程式：

$$
\frac{\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_1 & Z_1 \\ X_2 & Z_2 \end{vmatrix}} v_{x_1} + \frac{\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_1 & Z_1 \\ X_2 & Z_2 \end{vmatrix}} v_{y_1} + \frac{\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ a_1' & b_1' & c_1' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_1 & Z_1 \\ X_2 & Z_2 \end{vmatrix}} v_{y_2} + \frac{\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ a_2' & b_2' & c_2' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_1 & Z_1 \\ X_2 & Z_2 \end{vmatrix}} v_{y_2}
$$

$$
= \boldsymbol{dB_Y} - \frac{\begin{vmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_1 & Z_1 \\ X_2 & Z_2 \end{vmatrix}} \boldsymbol{dB_Z} - \frac{\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ -Z_2 & 0 & X_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_1 & Z_1 \\ X_2 & Z_2 \end{vmatrix}} \boldsymbol{d\phi} - \frac{\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ -Y_2 \sin\phi & \begin{matrix} X_2 \sin\phi \\ -Z_2 \cos\omega \end{matrix} & Y_2 \cos\phi \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_1 & Z_1 \\ X_2 & Z_2 \end{vmatrix}} \boldsymbol{d\omega}
$$

$$
- \frac{\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ \begin{matrix} -Y_2 \cos\phi \cos\omega \\ -Z_2 \sin\omega \end{matrix} & \begin{matrix} X_2 \cos\phi \cos\omega \\ +Z_2 \sin\phi \cos\omega \end{matrix} & \begin{matrix} X_2 \sin\omega \\ -Y_2 \sin\phi \cos\omega \end{matrix} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_1 & Z_1 \\ X_2 & Z_2 \end{vmatrix}} \boldsymbol{d\kappa} - q
$$

式中a_i，b_i，c_i和a_i'，b_i'，c_i'分别取自左、右片的旋转矩阵

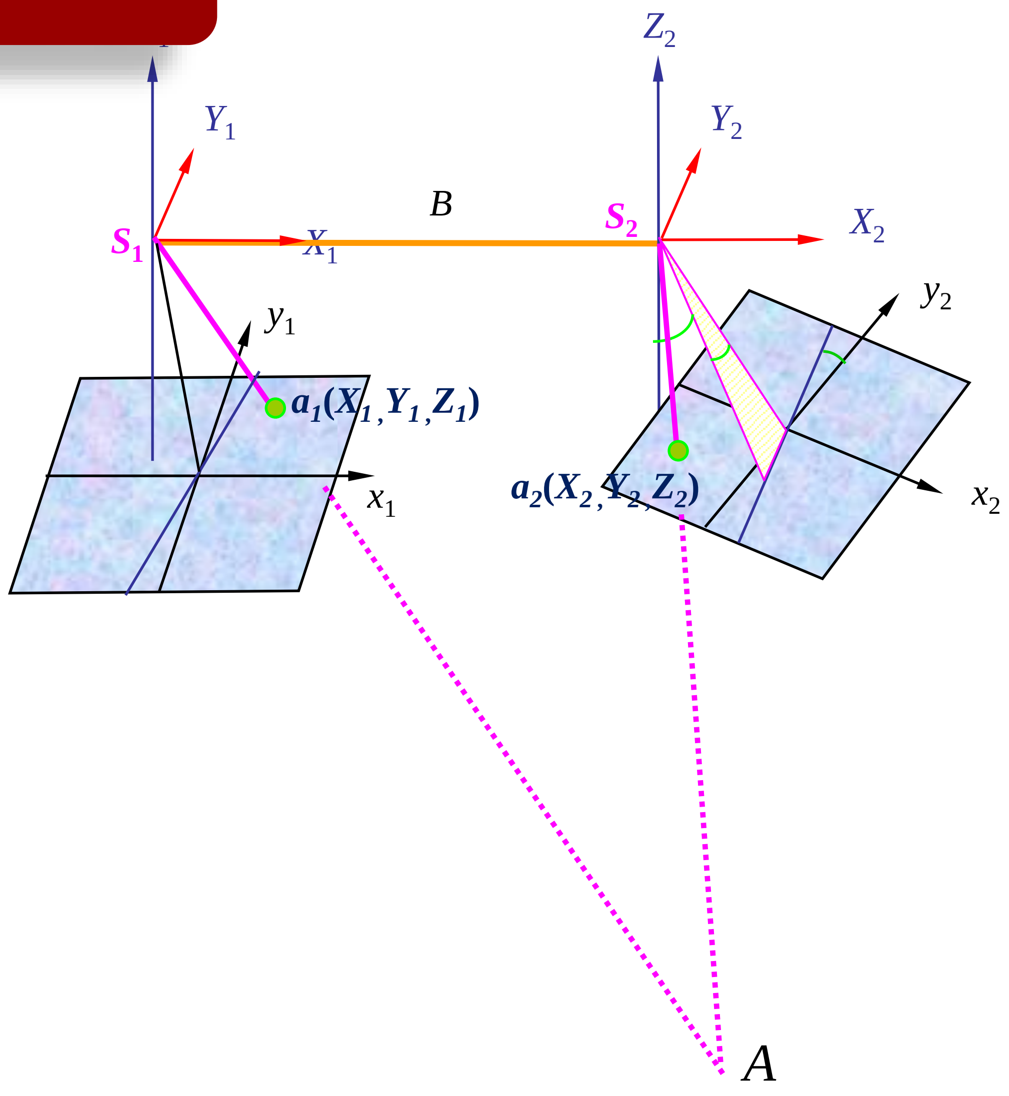
三、单独像对相对定向

选用**摄影基线为空间辅助坐标系的*X* 轴**，其正方向与航线方向一致，相对定向的角元素仍选用φ, ω, κ 系统。

相对定向元素左影像为φ_1, κ_1，右影像为φ_2, ω_2, κ_2。

左像片主光轴与摄影基线组成XZ平面

三、单独像对相对定向

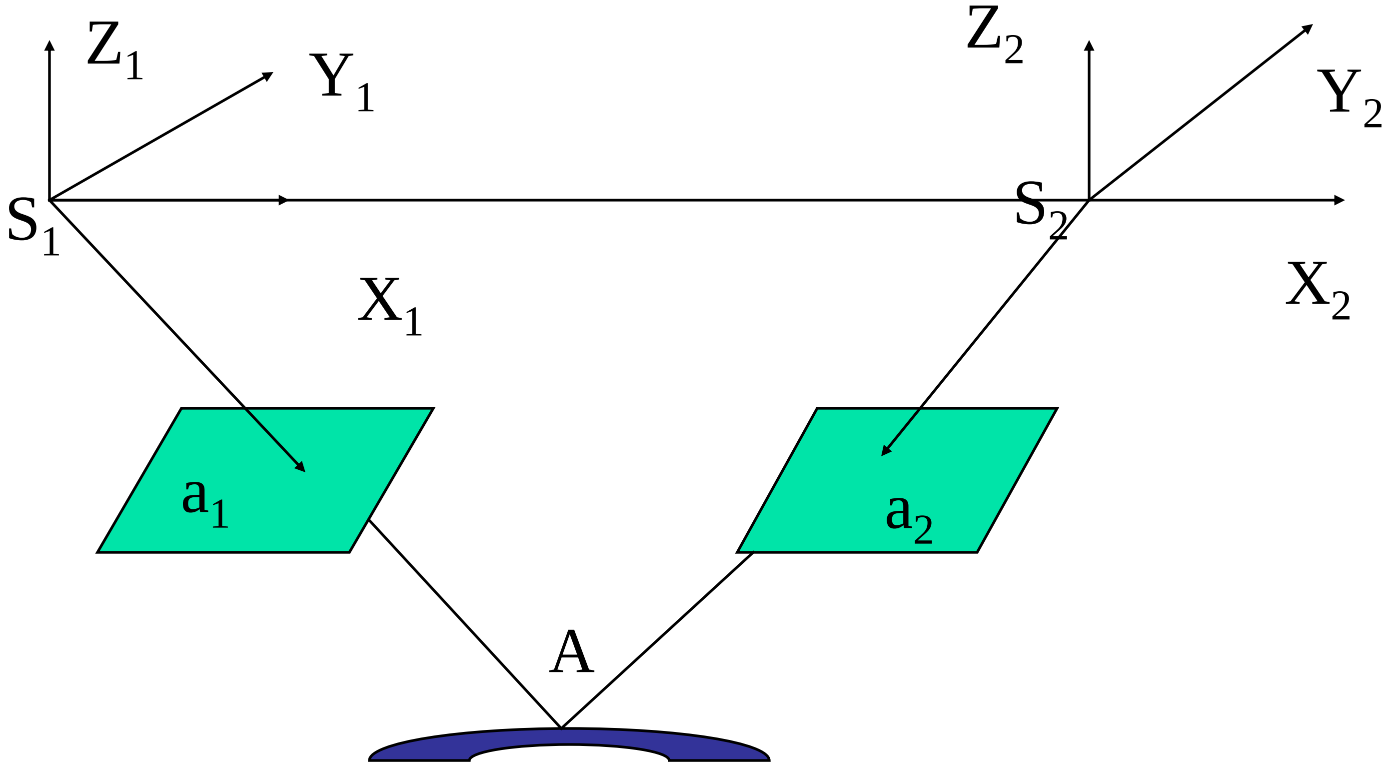


$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{R}_1 \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -f \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} B & 0 & 0 \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{R}_2 \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

$$F=\begin{vmatrix} B & 0 & 0 \\ X_1 & Y_1 & Z_1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} = B\begin{vmatrix} Y_1 & Z_1 \\ Y_2 & Z_2 \end{vmatrix} = 0$$



单独像对相对定向共面条件

按泰勒公式展开，保留到小值一次项：

$$F = F_0 + B[X_1Y_2d\varphi_1 + X_1Z_2d\kappa_1 + (Z_1Z_2 + Y_1Y_2)d\omega_2 - X_2Y_1d\varphi_2 - X_2Z_1d\kappa_2] = 0$$

$$q = -\frac{X_1Y_2}{Z_1}d\varphi_1 + \frac{X_2Y_1}{Z_1}d\varphi_2 + (Z_1 + \frac{Y_1Y_2}{Z_1})d\omega_2 - X_1d\kappa_1 + X_2d\kappa_2$$

$$q = \frac{fF_0}{BZ_1Z_2} = \frac{f(Y_1Z_2 - Y_2Z_1)}{Z_1Z_2} = f\frac{Y_1}{Z_1} - f\frac{Y_2}{Z_2} = y_{t1} - y_{t2}$$

y_{t1}，y_{t2} 相当于是空间辅助坐标系中一对理想像片上同名像点的坐标。

四、核面与核线

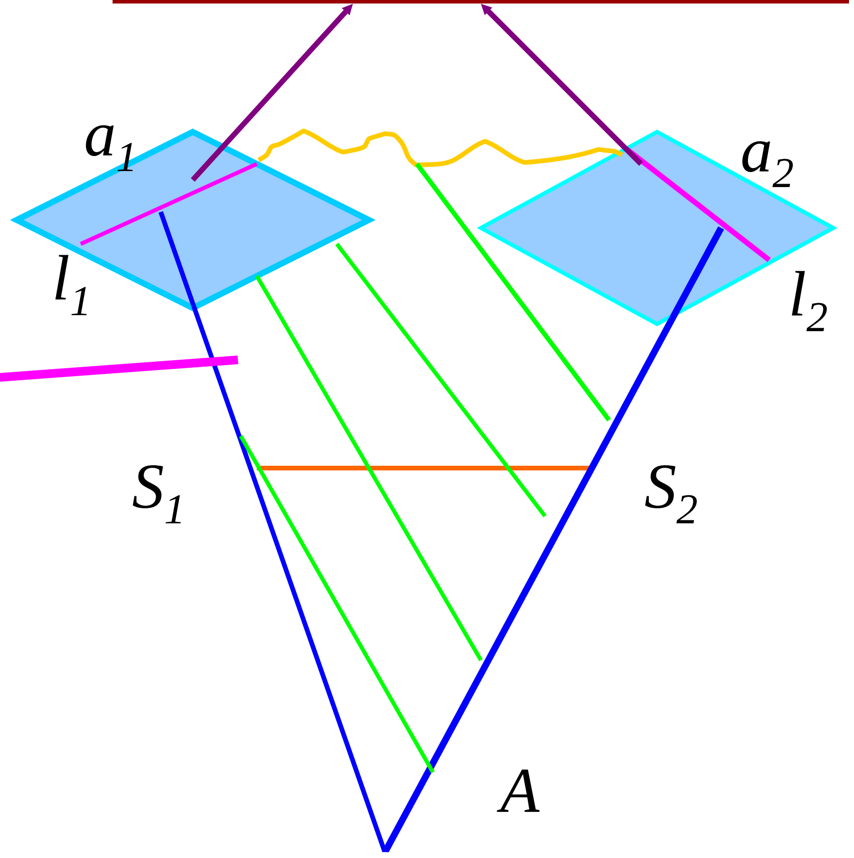
- 确定同名核线的两种方法
  - 基于影像几何纠正的核线解析关系
  - 基于共面条件的同名核线几何关系
- 核线的重排列（重采样）

通过摄影基线与地面所作的平面称为**核面**

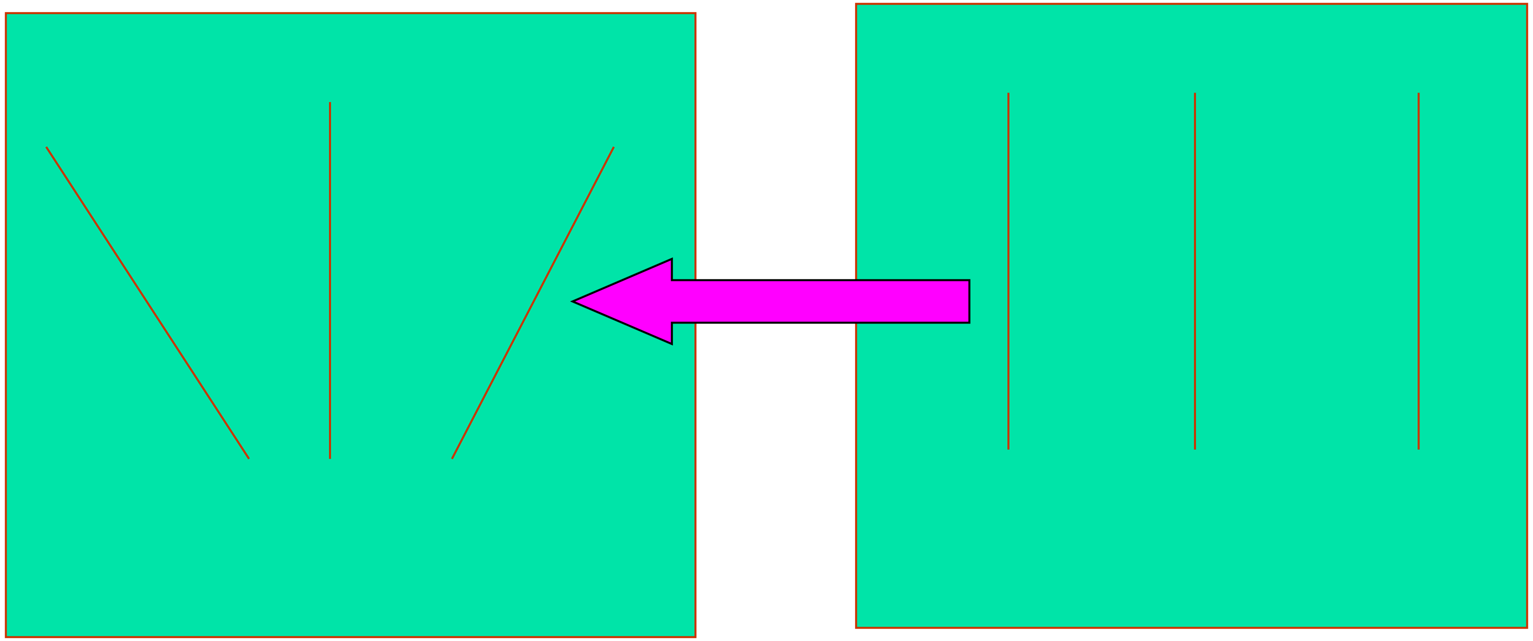
核面与影像面交线称为**核线**

同名像点必定在**同名核线**上

同名核线



（一） 基于影像几何纠正的核线解析关系

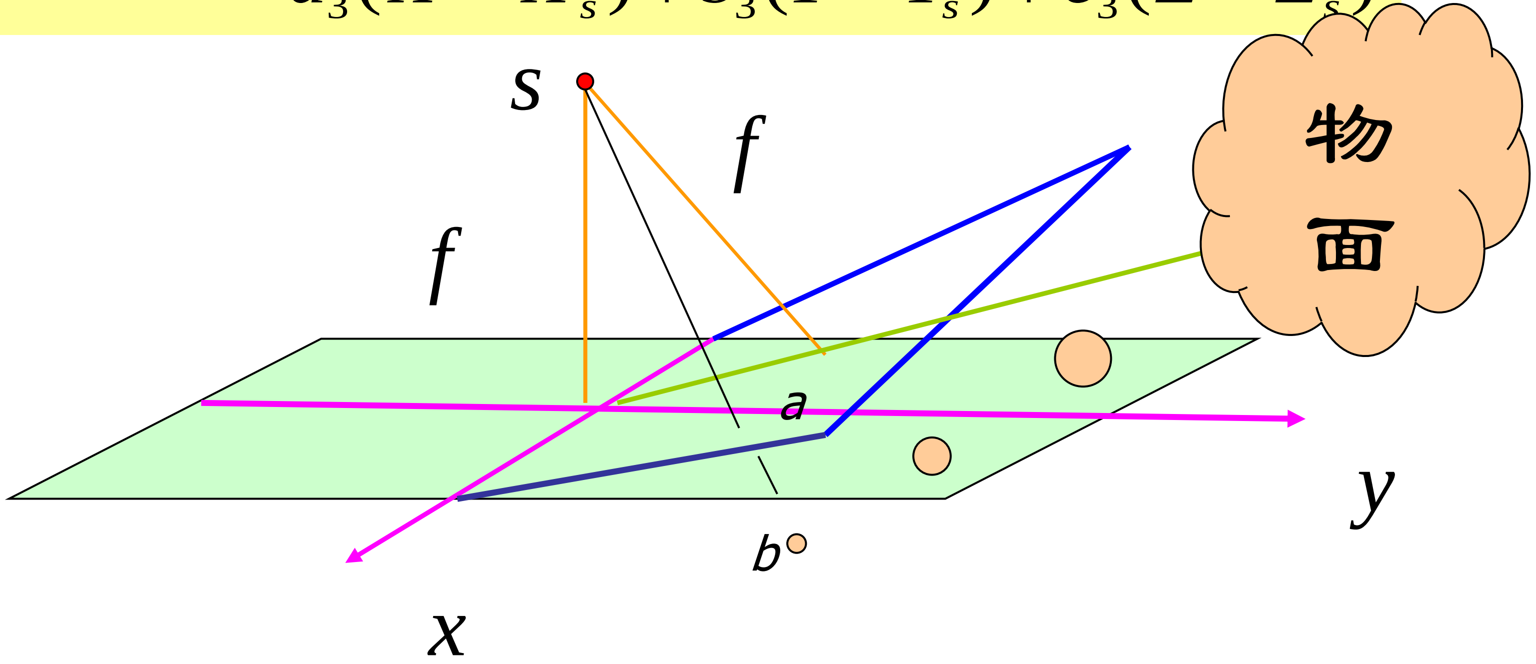


倾斜影像　　　　水平影像

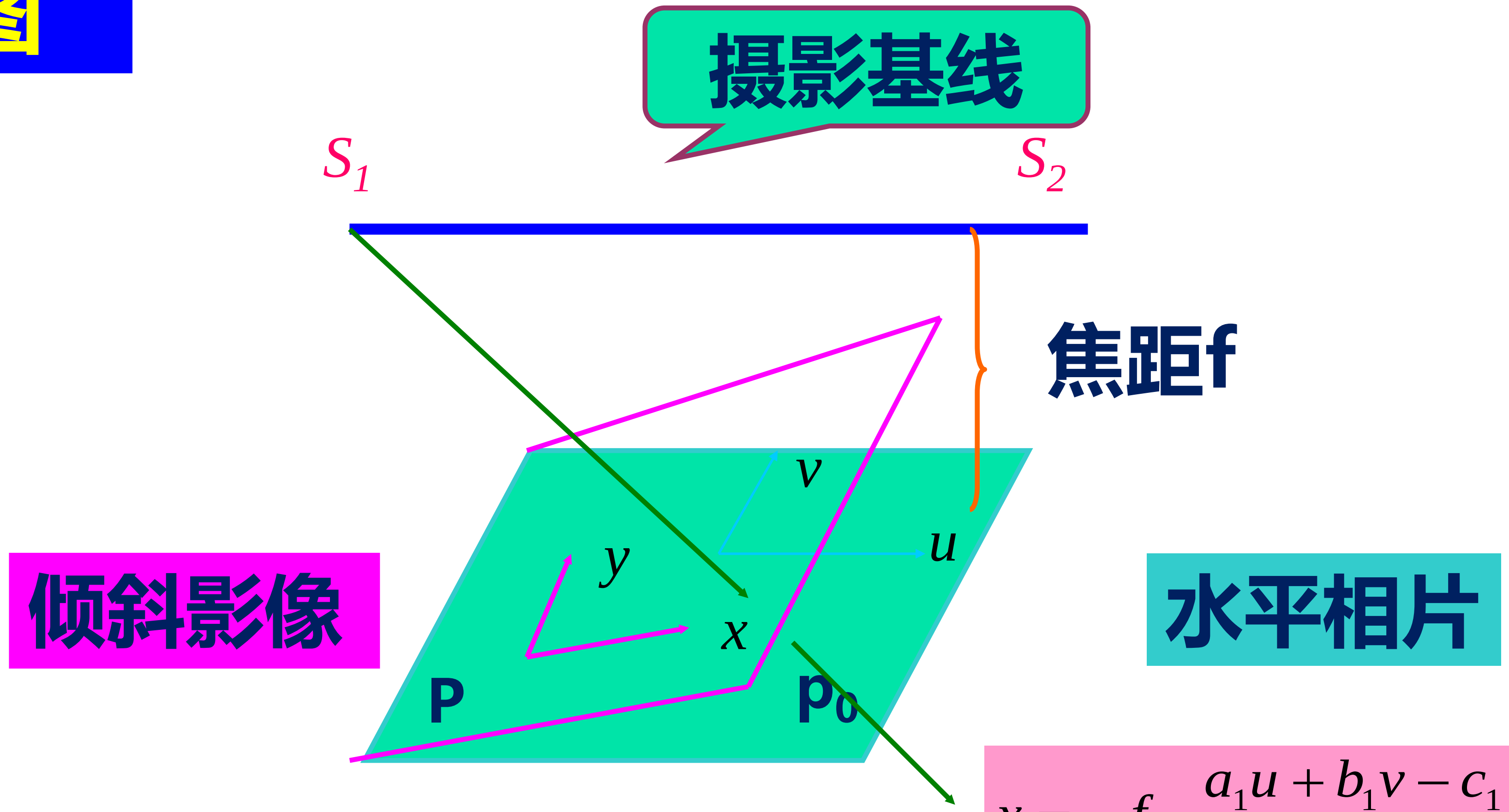
1.水平像片与倾斜像片的坐标关系

$$x - x_0 = -f\frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)}$$

$$y - y_0 = -f\frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)}$$



示意图

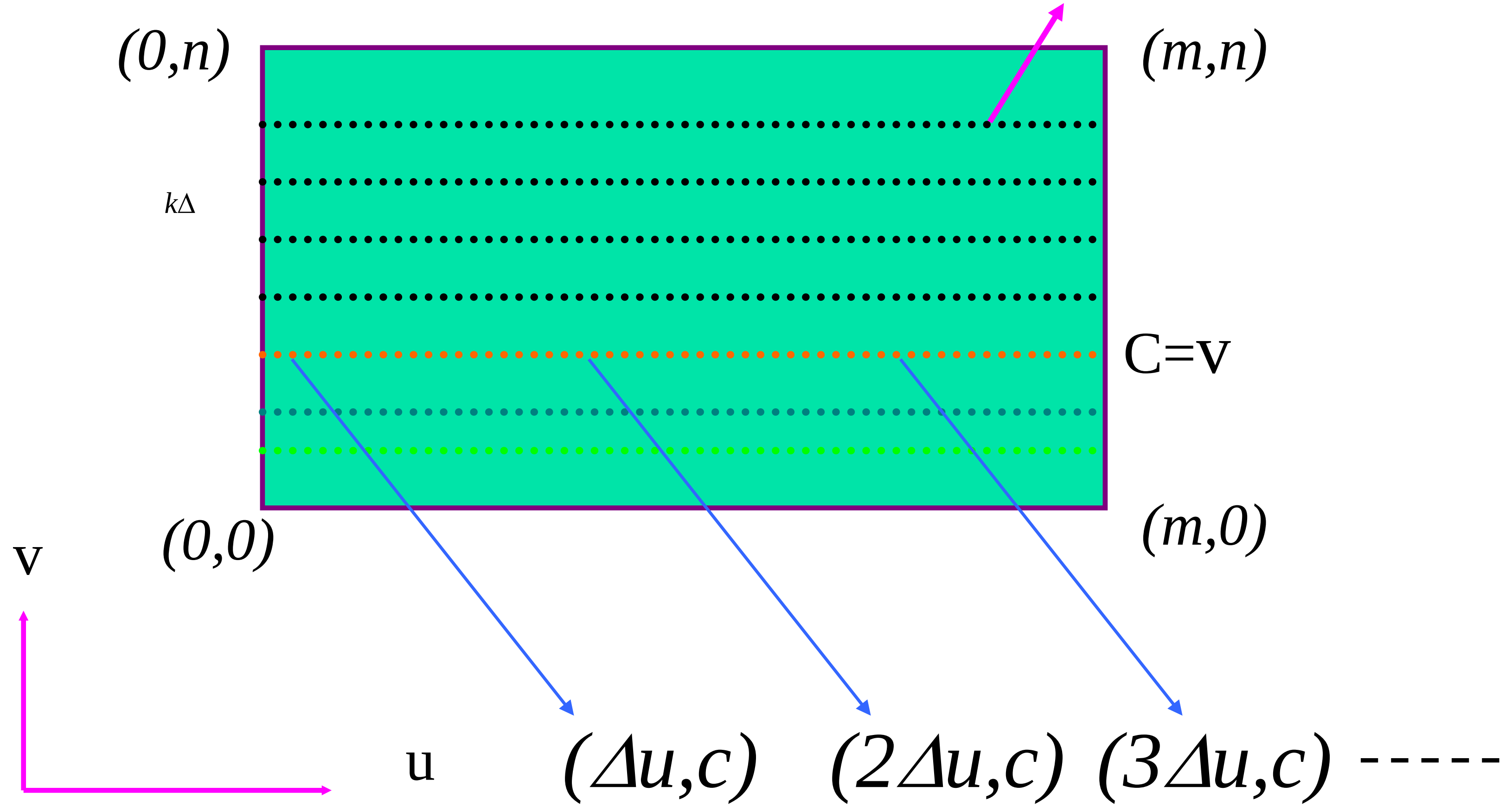


$$x = -f \cdot \frac{a_1 u + b_1 v - c_1 f}{a_3 u + b_3 v - c_3 f}$$

$$y = -f \cdot \frac{a_2 u + b_2 v - c_2 f}{a_3 u + b_3 v - c_3 f}$$

2.在“水平”影像上获取核线影像

v = 某常数即表示某一核线



$(\Delta u, c)$ $(2\Delta u, c)$ $(3\Delta u, c)$ -----

$$x = -f \cdot \frac{a_1 u + b_1 v - c_1 f}{a_3 u + b_3 v - c_3 f}$$

$$y = -f \cdot \frac{a_2 u + b_2 v - c_2 f}{a_3 u + b_3 v - c_3 f}$$

(x_1, y_1) (x_2, y_2) (x_3, y_3) -----

$u = k_1 \Delta$ $v = k_2 \Delta$

采样间隔

3.核线的重排列（重采样）

是否是采样点?

$$g_0(k\Delta, c) = g(x_0, y_0)$$

$$g_0((k+1)\Delta, c) = g(x_1, y_1)$$

水平相片

倾斜相片

4.同名核线的确定

同名核线的*v*坐标值相等

$$x' = -f \cdot \frac{a_1'u' + b_1'v' - c_1'f}{a_3'u' + b_3'v' - c_3'f}$$

$$y' = -f \cdot \frac{a_2'u' + b_2'v' - c_2'f}{a_3'u' + b_3'v' - c'_3 f}$$

$$x' = \frac{d_1'u' + d_2'}{d_3'u' + 1}$$

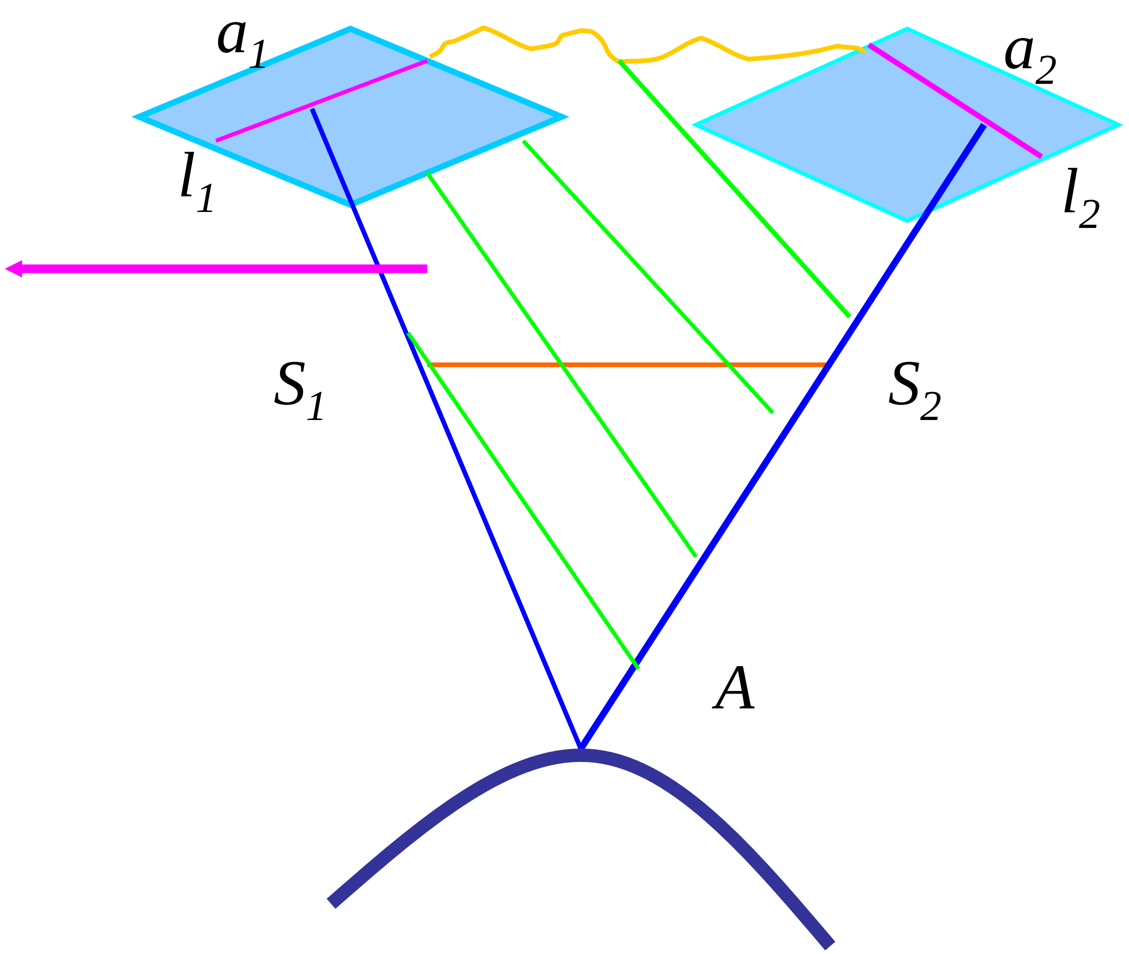
$$y' = \frac{e_1'u' + e_2'}{e_3'u' + 1}$$

$$g_0'(k\Delta, c) = g'(x_0, y_0)$$

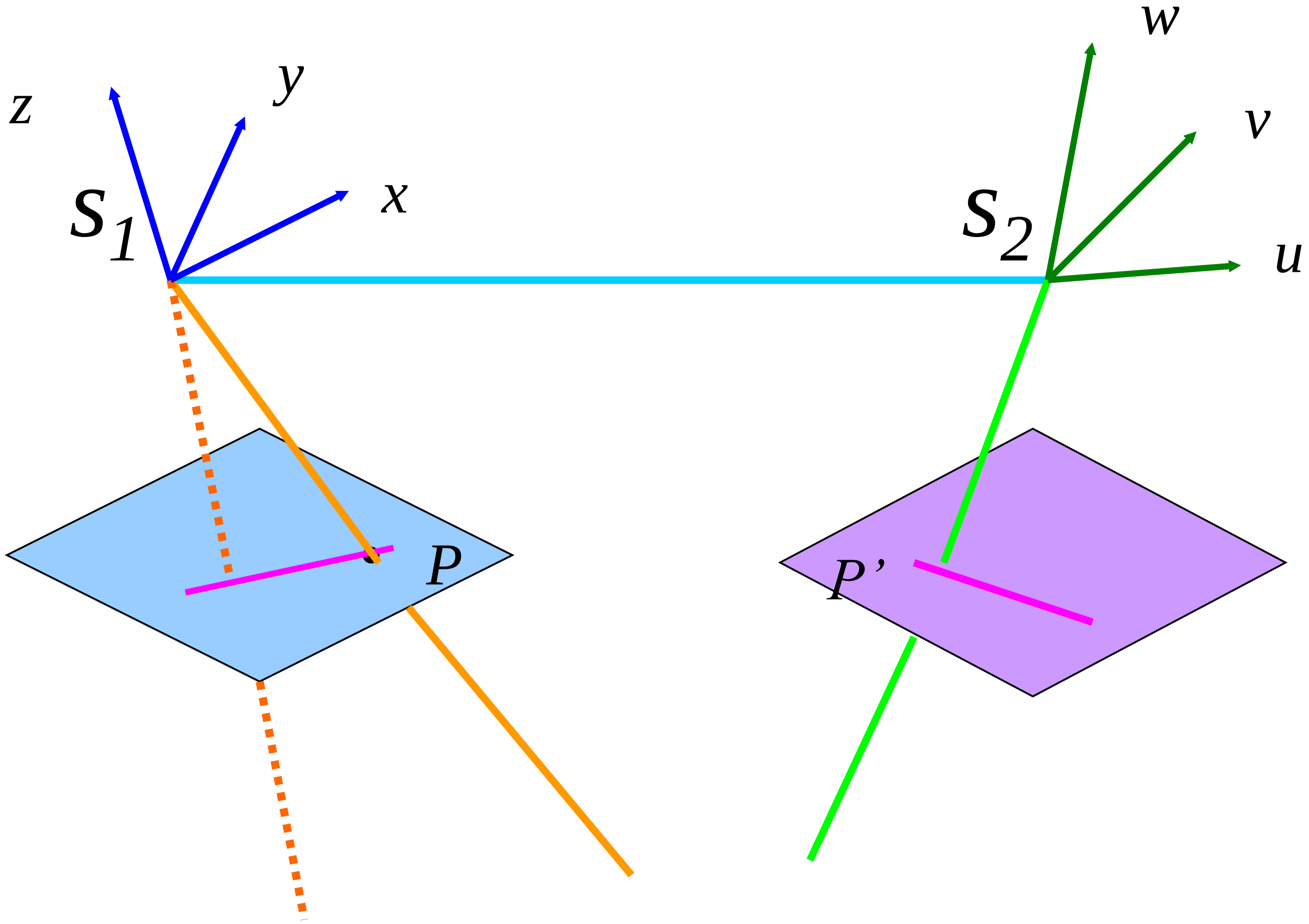
$$g_0'((k+1)\Delta, c) = g'(x_1, y_1)$$

（二）基于共面条件的同名核线几何关系

直接在倾斜影像上获取核线影像



示意图



$$\vec{B}\cdot(\vec{Sp}\times\vec{Sp'})=0$$

1.左核线的确定

$$\vec{B}\cdot(\vec{S}p\times\vec{S}q)=0$$

$$\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ x_p & y_p & -f \\ x & y & -f \end{vmatrix}=0$$

$$A=f\cdot B_Y+y_p\cdot B_Z$$
$$B=f\cdot B_X+x_p\cdot B_Z$$
$$C=y_p\cdot B_X-x_p\cdot B_Y$$

$$y=(A/B)x+(C/B)f$$

左核线的直线方程

2.右核线的确定 (将整个坐标系绕右摄站中心S′，旋转至 u' v' w' 坐标系)

$$
\begin{vmatrix}
-u'_s & -v'_s & -w'_s \\
u'_p & v'_p & -w'_p \\
u' & v' & -f
\end{vmatrix} = 0
$$

$$
v' = (A'/B')u' + (C'/B')f
$$

右核线的直线方程

3.参数的确定

$$A' = v_p^{'} w_s^{'} - w_p^{'} v_s^{'}$$

$$B' = u_p^{'} w_s^{'} - w_p^{'} u_s^{'}$$

$$C' = v_p^{'} w_s^{'} - u_p^{'} v_s^{'}$$

$$\begin{bmatrix} u_p^{'} & v_p^{'} & w_p^{'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_p & y_p & -f \end{bmatrix} M_{21}$$

$$\begin{bmatrix} u_s^{'} & v_s^{'} & w_s^{'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_X & B_Y & B_Z \end{bmatrix} M_{21}$$

核线示例

单独像对相对定向

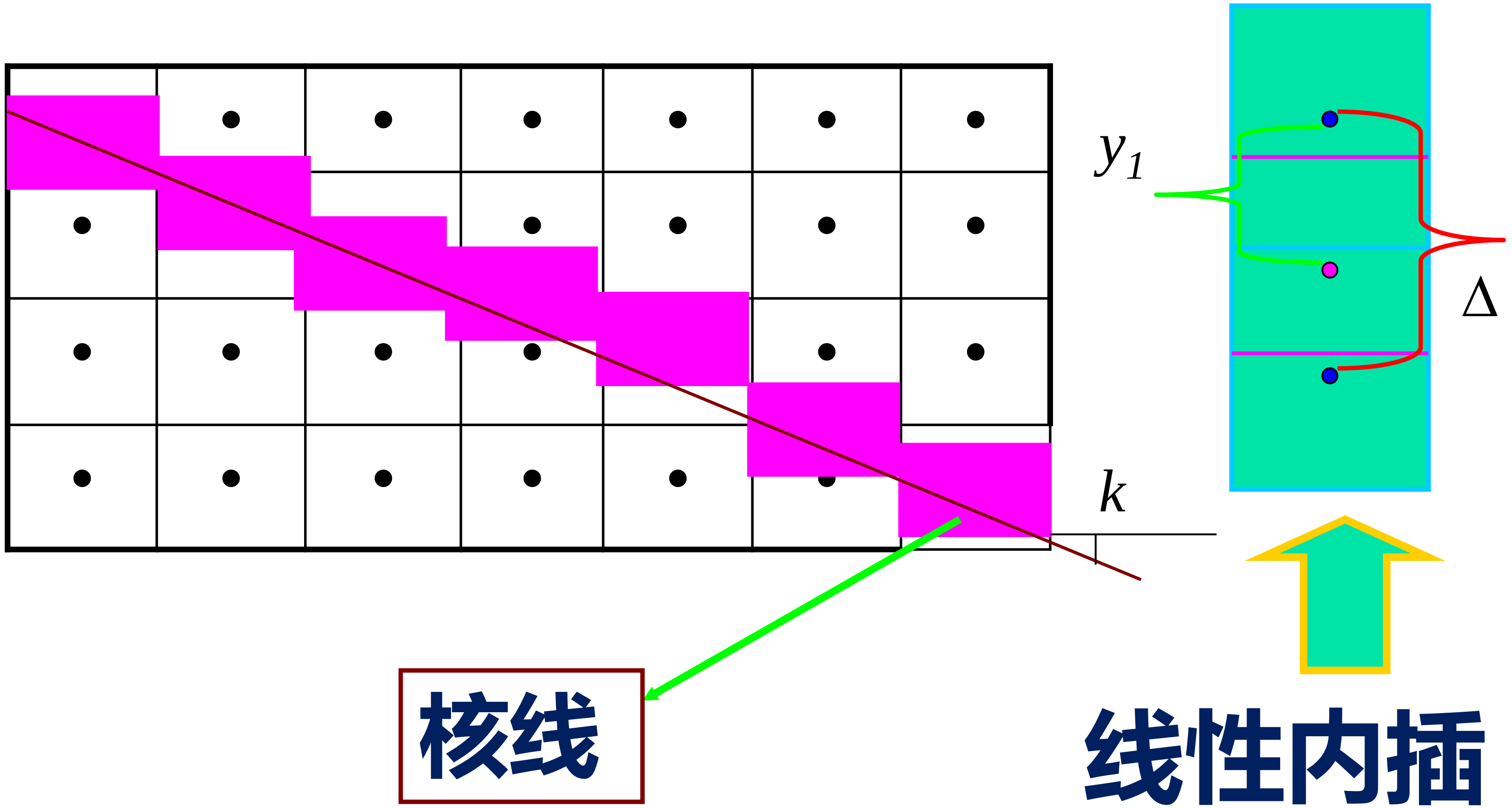
$$\begin{vmatrix} B_X & B_Y & B_Z \\ x_p & y_p & -f \\ x & y & -f \end{vmatrix} = 0 \xrightarrow{B_Y = B_Z = 0} \begin{vmatrix} v_p & w_p \\ v & w \end{vmatrix} = 0$$

$$v = b_1 x + b_2 y - b_3 f$$
$$w = c_1 x + c_2 y - c_3 f$$

$$y = (A/B)x + (C/B)f$$

$$A = v_p c_1 - w_p b_1$$
$$B = w_p b_2 - v_p c_2$$
$$C = w_p b_3 - v_p c_3$$

线性内插示意图



5.核线的重排列（重采样）

- 线性内差

$$d=\frac{1}{\Delta}[(\Delta-y_1)d_1+y_1d_2]$$

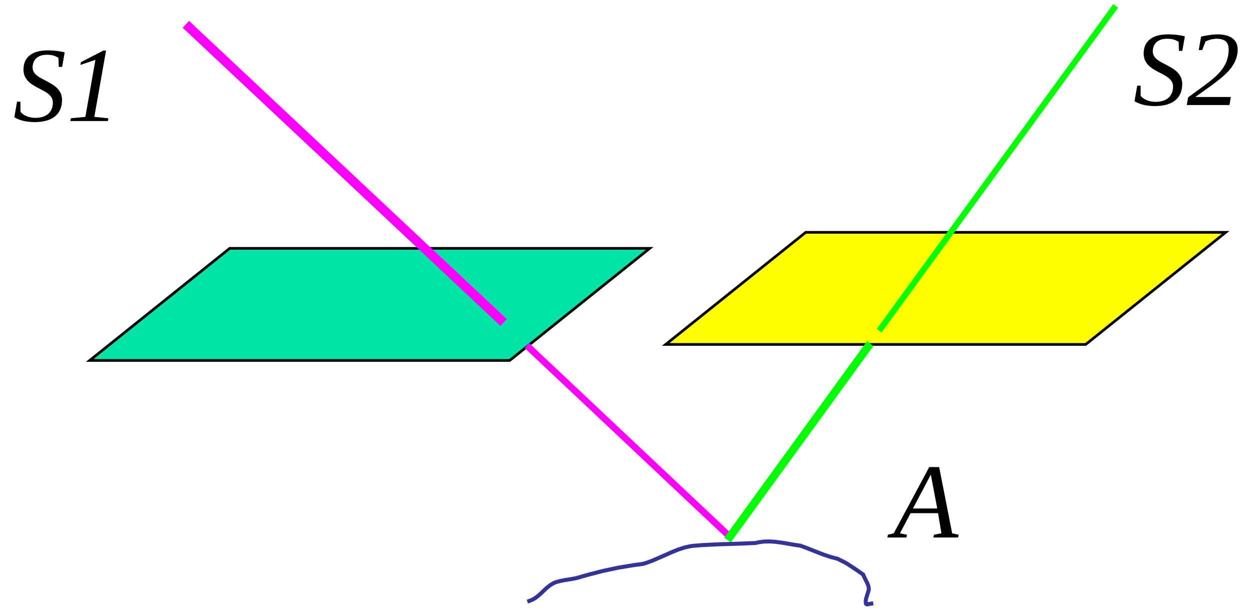
- 最邻近法

$$n=1/\mathrm{tg}K$$

对每条核线而言K是常数

§3.3 立体像对空间前方交会

- 由立体像对左右两影像的内、外方位元素和同名像点的影像坐标量测值来确定该点的物方空间坐标



利用点投影系数空间前方交会方法

$$NX_1 = B_X + N' X_2$$

$$NY_1 = B_Y + N' Y_2$$

$$NZ_1 = B_Z + N' Z_2$$

左像辅坐标

右像辅坐标

利用点投影系数空间前方交会方法

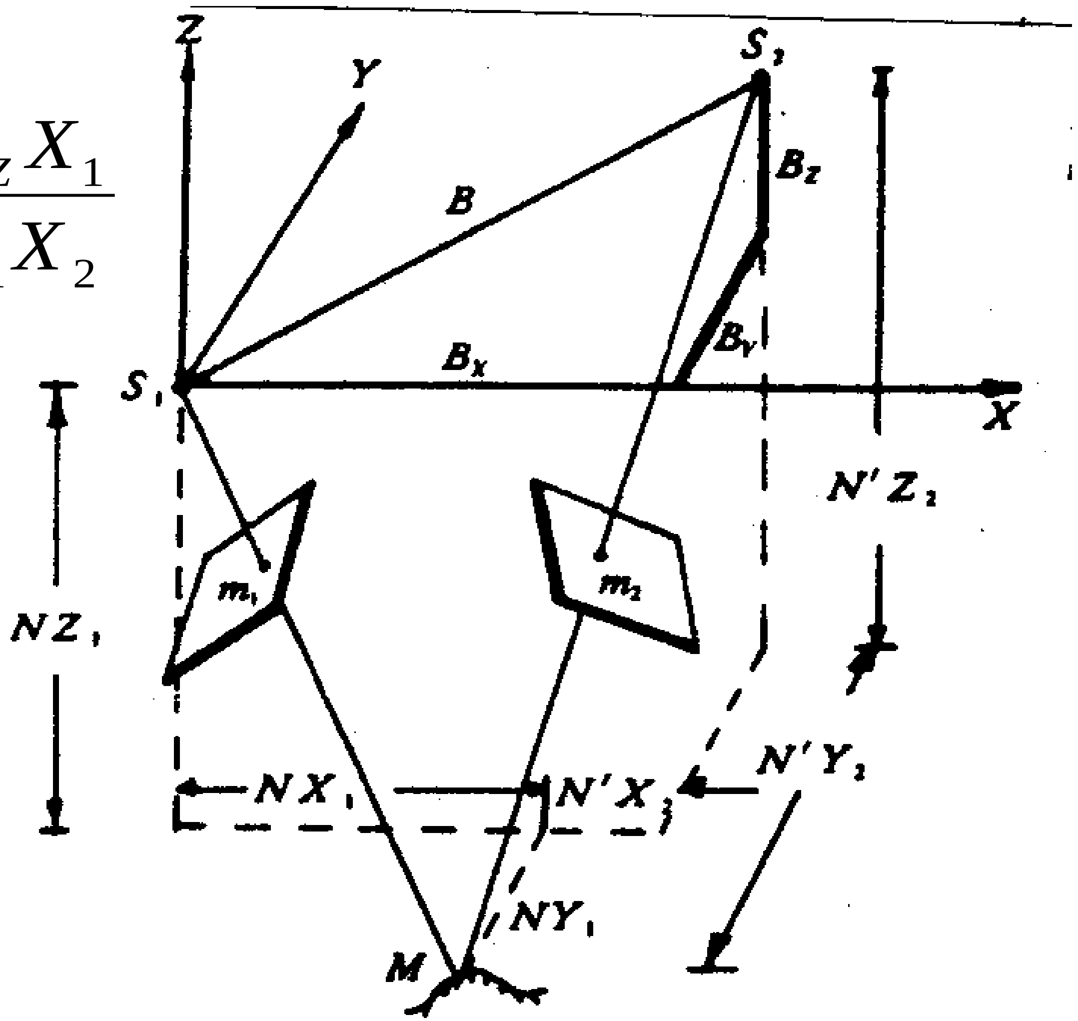
$$NX_1 = B_X + N'X_2$$

$$NY_1 = B_Y + N'Y_2$$

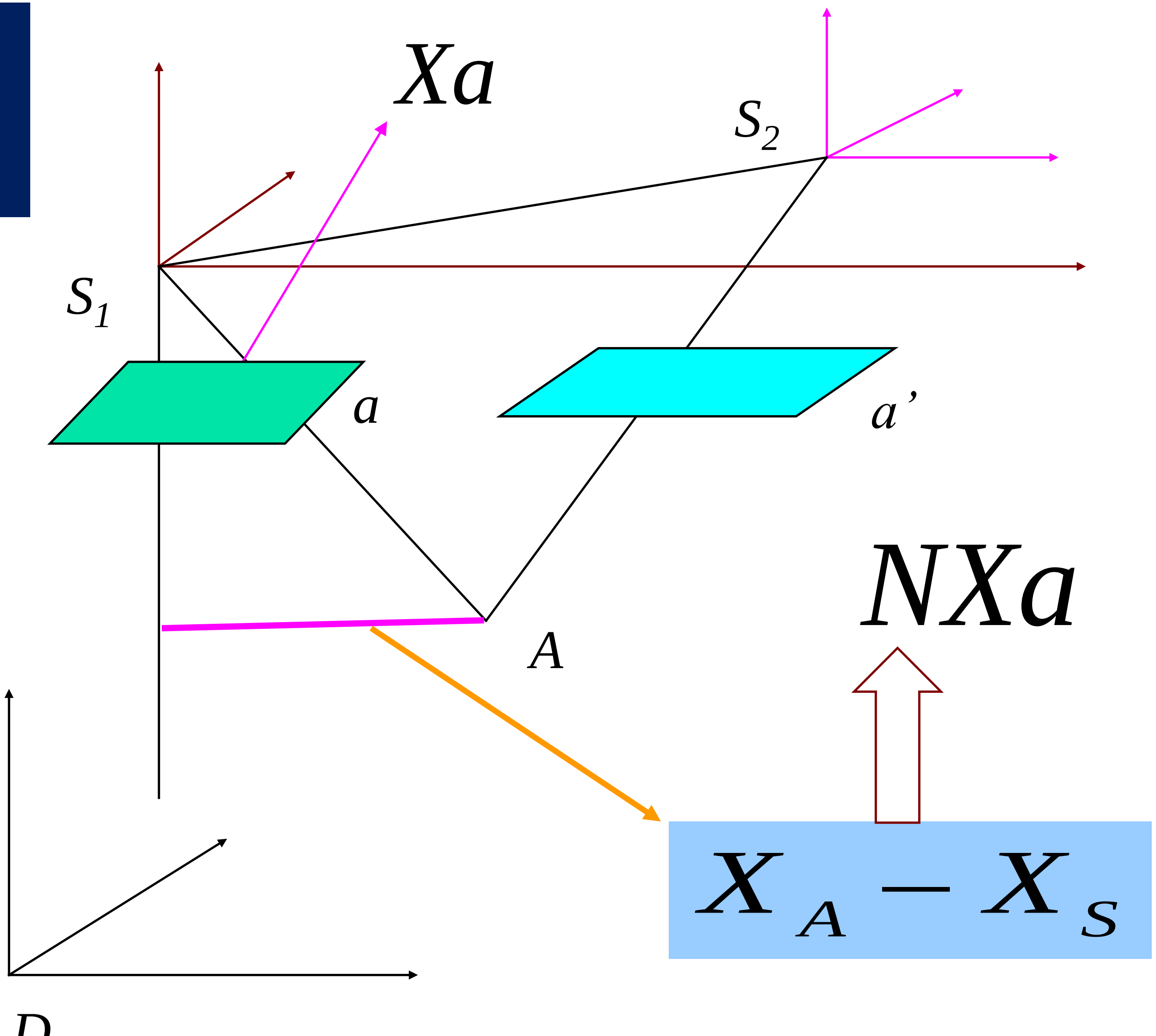
$$NZ_1 = B_Z + N'Z_2$$

$$N' = \frac{B_X Z_1 - B_Z X_1}{X_1 Z_2 - Z_1 X_2}$$

$$N = \frac{B_X Z_2 - B_Z X_2}{X_1 Z_2 - Z_1 X_2}$$



利用点投影系数空间前方交会方法



$$X = X_{S1} + NX_1 = X_{S1} + B_X + N'X_2$$

$$Y = Y_{S1} + NY_1 = Y_{S1} + B_Y + N'Y_2$$

$$Z = Z_{S1} + NZ_1 = Z_{S1} + B_Z + N'Z_2$$

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = R_1 \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ -f \end{bmatrix}$$

$$B_X = Xs_2 - Xs_1$$

$$B_Y = Ys_2 - Ys_1$$

$$B_Z = Zs_2 - Zs_1$$

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = R_2 \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -f \end{bmatrix}$$

利用共线方程的严格解法

$$\left.\begin{aligned} x - x_0 &= -f\,\frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \\ y - y_0 &= -f\,\frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} &(x - x_0)\left[a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)\right] = \\ &\qquad - f\left[a_1(X - X_S) + b_1(Y - Y_S) + c_1(Z - Z_S)\right] \\ &(y - y_0)\left[a_3(X - X_S) + b_3(Y - Y_S) + c_3(Z - Z_S)\right] = \\ &\qquad - f\left[a_2(X - X_S) + b_2(Y - Y_S) + c_2(Z - Z_S)\right] \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} l_1 X + l_2 Y + l_3 Z - l_x &= 0 \\ l_4 X + l_5 Y + l_6 Z - l_y &= 0 \end{aligned}\right\}$$

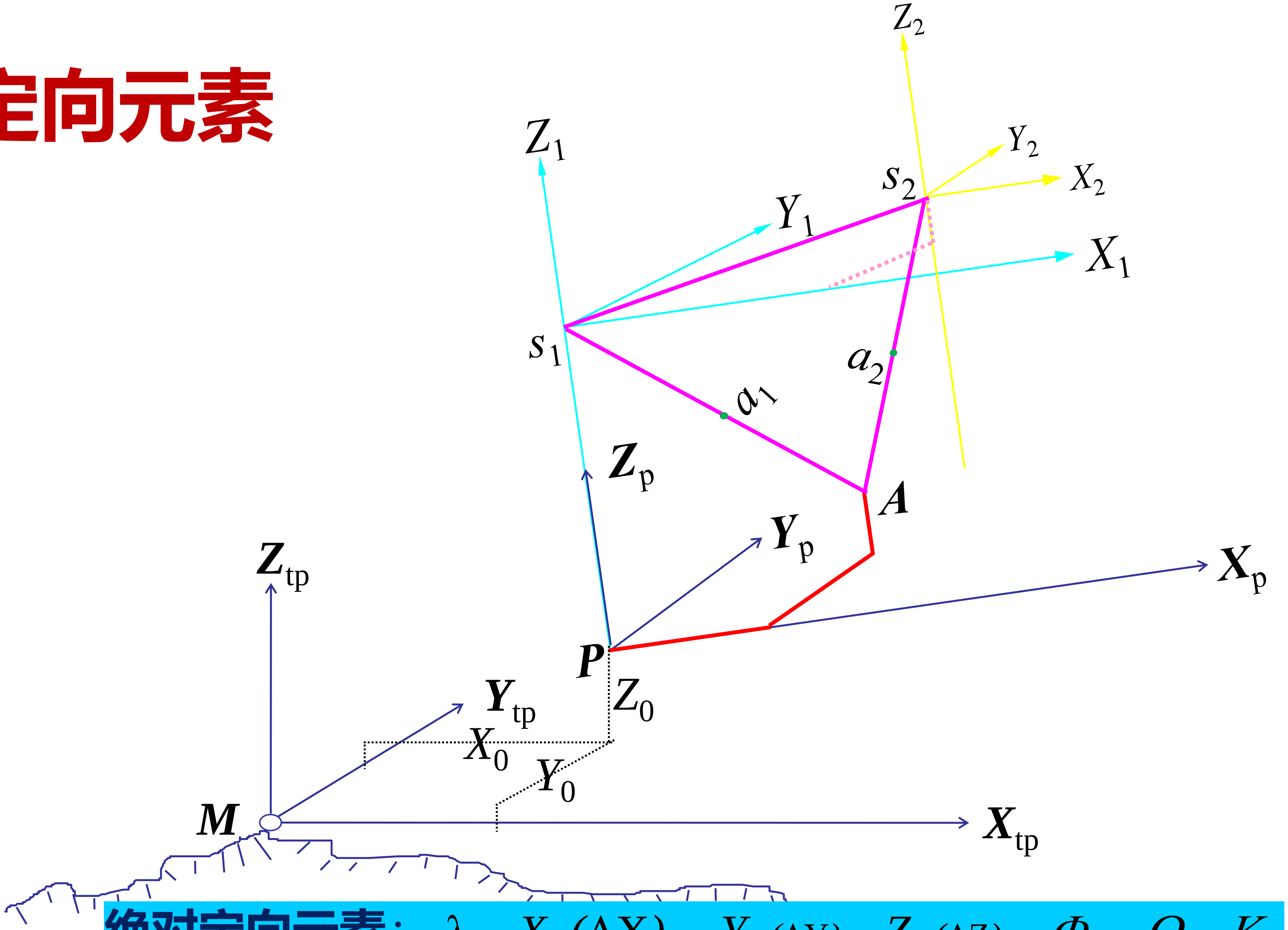
$$l_1 = fa_1 + (x - x_0)a_3, \quad l_2 = fb_1 + (x - x_0)b_3, \quad l_3 = fc_1 + (x - x_0)c_3$$
$$l_x = fa_1 X_S + fb_1 Y_S + fc_1 Z_S + (x - x_0)a_3 X_S + (x - x_0)b_3 Y_S + (x - x_0)c_3 Z_S$$
$$l_4 = fa_2 + (y - y_0)a_3, \quad l_5 = fb_2 + (y - y_0)b_3, \quad l_6 = fc_2 + (y - y_0)c_3$$
$$l_y = fa_2 X_S + fb_2 Y_S + fc_2 Z_S + (y - y_0)a_3 X_S + (y - y_0)b_3 Y_S + (y - y_0)c_3 Z_S$$

对左右影像上的一对同名点，可列出4个上述的线性方程式，未知数个数为3，故用最小二乘法解求

§3.4 单元模型的绝对定向

- 要确定立体模型在实际物空间坐标系中的正确位置，需要把模型点的摄影测量坐标转化为物空间坐标。

➢ 绝对定向元素



绝对定向元素： λ，$X_0(\Delta X)$，$Y_0(\Delta Y)$，$Z_0(\Delta Z)$，Φ，Ω，K

空间坐标的相似变换方程

$$\begin{bmatrix} X_{tp} \\ Y_{tp} \\ Z_{tp} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

空间相似变换公式的线性化

记

$$F=\begin{bmatrix} X_{tp} \\ Y_{tp} \\ Z_{tp} \end{bmatrix}=\lambda \boldsymbol{R}\begin{bmatrix} X_{p} \\ Y_{p} \\ Z_{p} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} X_{0} \\ Y_{0} \\ Z_{0} \end{bmatrix}$$

$$F=F_0+\frac{\partial F}{\partial \lambda}d\lambda+\frac{\partial F}{\partial \Phi}d\Phi+\frac{\partial F}{\partial \Omega}d\Omega+\frac{\partial F}{\partial K}dK+\frac{\partial F}{\partial \Delta X}d\Delta X+\frac{\partial F}{\partial \Delta Y}d\Delta Y+\frac{\partial F}{\partial \Delta Z}d\Delta Z$$

列成误差方程式为：

$$\left.\begin{aligned}
v_X &= \frac{\partial X}{\partial \Delta X}d\Delta X+\frac{\partial X}{\partial \Phi}d\Phi+\frac{\partial X}{\partial \Omega}d\Omega+\frac{\partial X}{\partial K}dK+\frac{\partial X}{\partial \lambda}d\lambda-l_X \\
v_Y &= \frac{\partial Y}{\partial \Delta Y}d\Delta Y+\frac{\partial Y}{\partial \Phi}d\Phi+\frac{\partial Y}{\partial \Omega}d\Omega+\frac{\partial Y}{\partial K}dK+\frac{\partial Y}{\partial \lambda}d\lambda-l_Y \\
v_Z &= \frac{\partial Z}{\partial \Delta Z}d\Delta Z+\frac{\partial Z}{\partial \Phi}d\Phi+\frac{\partial Z}{\partial \Omega}d\Omega+\frac{\partial Z}{\partial K}dK+\frac{\partial Z}{\partial \lambda}d\lambda-l_Z
\end{aligned}\right\}$$

偏导数

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta X}=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta Y}=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Delta Z}=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \lambda}=\boldsymbol{R}\begin{bmatrix}X_p\\Y_p\\Z_p\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}X'\\Y'\\Z'\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Phi}=\begin{bmatrix}-\lambda Z'\\0\\\lambda X'\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \Omega}=\begin{bmatrix}-\lambda Y'\sin\Phi\\\lambda X'\sin\Phi-\lambda Z'\cos\Phi\\\lambda Y'\cos\Phi\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial F}{\partial K}=\begin{bmatrix}-\lambda Y'\cos\Phi\cos\Omega-\lambda Z'\sin\Omega\\\lambda X'\cos\Phi\cos\Omega+\lambda Z'\sin\Phi\cos\Omega\\\lambda X'\sin\Omega-\lambda Y'\sin\Phi\cos\Omega\end{bmatrix}$$

$$
\left.
\begin{aligned}
&\frac{\partial X}{\partial \Delta X} = 1, \quad \frac{\partial Y}{\partial \Delta Y} = 1, \quad \frac{\partial Z}{\partial \Delta Z} = 1 \\
&\frac{\partial X}{\partial \lambda} = X', \quad \frac{\partial Y}{\partial \lambda} = Y', \quad \frac{\partial Z}{\partial \lambda} = Z' \\
&\frac{\partial X}{\partial \Phi} = -\lambda Z', \quad \frac{\partial X}{\partial \Omega} = -\lambda Y' \sin\Phi \\
&\frac{\partial Y}{\partial \Phi} = 0, \quad \frac{\partial Y}{\partial \Omega} = \lambda X' \sin\Phi - \lambda Z' \cos\Phi \\
&\frac{\partial Z}{\partial \Phi} = \lambda X', \quad \frac{\partial Z}{\partial \Omega} = \lambda Y' \cos\Phi \\
&\frac{\partial X}{\partial \mathrm{K}} = -\lambda Y' \cos\Phi \cos\Omega - \lambda Z' \sin\Omega \\
&\frac{\partial Y}{\partial \mathrm{K}} = \lambda X' \cos\Phi \cos\Omega + \lambda Z' \sin\Phi \cos\Omega \\
&\frac{\partial Z}{\partial \mathrm{K}} = \lambda X' \sin\Omega - \lambda Y' \sin\Phi \cos\Omega
\end{aligned}
\right\}
$$

常数项

$$l = F - F_0$$

$$\left.\begin{aligned} l_X &= X_{tp} - \Delta X - \lambda X', \\ l_Y &= Y_{tp} - \Delta Y - \lambda Y', \\ l_Z &= Z_{tp} - \Delta Z - \lambda Z', \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \right\}$$

$\boxed{\text{设}\ \Phi, \Omega, K\ \text{的近似值为零，}\lambda\ \text{的近似值为1}}$

$$\begin{bmatrix} X_{tp} \\ Y_{tp} \\ Z_{tp} \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} 1 & -K & -\varphi \\ K & 1 & -\Omega \\ \varphi & \Omega & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

求微分,取一次项

$$\begin{bmatrix} X_{tp} \\ Y_{tp} \\ Z_{tp} \end{bmatrix} = \lambda_0 R_0 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \lambda_0 \begin{bmatrix} d\lambda & -dk & -d\Phi \\ dk & d\lambda & -d\Omega \\ d\Phi & d\Omega & d\lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d\Delta X \\ d\Delta Y \\ d\Delta Z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X' & -Z' & 0 & -Y' \\ 0 & 1 & 0 & Y' & 0 & -Z' & X' \\ 0 & 0 & 1 & Z' & X' & Y' & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\Delta X \\ d\Delta Y \\ d\Delta Z \\ d\lambda \\ d\Phi \\ d\Omega \\ d\mathrm{K} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_X \\ l_Y \\ l_Z \end{bmatrix}$$

X'，Y'，Z' 表示模型点；

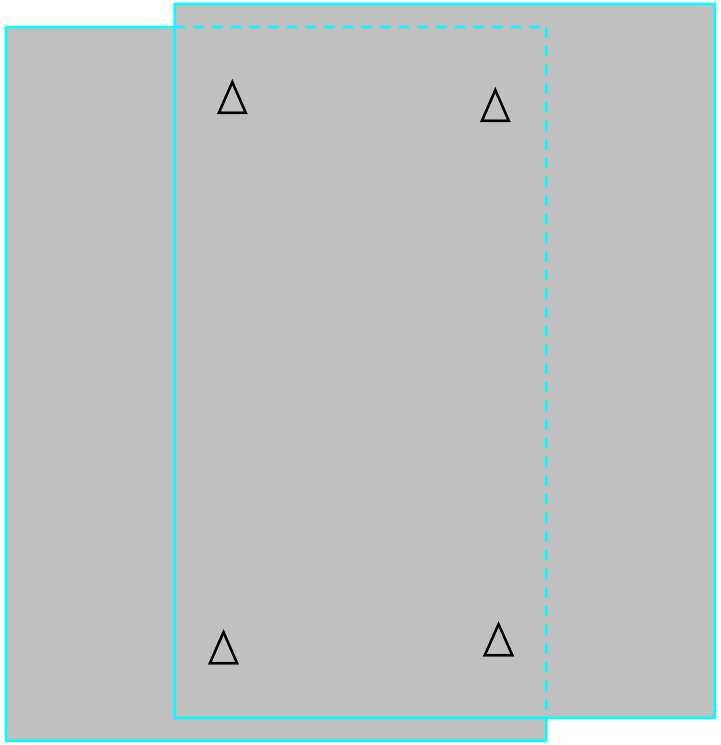
v_X, v_Y, v_Z 观测值的改正数；

$d\Delta X$, $d\Delta Y$, $d\Delta Z$，$d\lambda$，$d\Phi$，$d\Omega$，dK表示七个待定参数近似值的改正数；

量测 2 个平高和 1 个高程以上的控制点可以按最小二乘平差法求绝对定向元素

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}X - L, \qquad \mathbf{P}$$

$$X = (\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}\mathbf{A})^{-1}(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{P}\mathbf{l})$$



坐标的重心化

目的有两个：

一是减少模型点坐标在计算过程中的有效位数；

二是采用了重心化坐标以后，可使法方程式的系数简化;

$$\left.\begin{aligned}
X_{tpg} &= \frac{\sum X_{tp}}{n}, \quad Y_{tpg} = \frac{\sum Y_{tp}}{n}, \quad Z_{tpg} = \frac{\sum Z_{tp}}{n}, \\
X_g &= \frac{\sum X}{n}, \quad Y_g = \frac{\sum Y}{n}, \quad Z_g = \frac{\sum Z}{n},
\end{aligned}\right\}$$

重 心 化 的 地面摄测坐标

重心化的空间辅助坐标

$$\left.\begin{aligned}
\overline{X}_{tp} &= X_{tp} - X_{tpg} \\
\overline{Y}_{tp} &= Y_{tp} - Y_{tpg} \\
\overline{Z}_{tp} &= Z_{tp} - Z_{tpg}
\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}
\overline{\boldsymbol{X}} &= \boldsymbol{X} - \boldsymbol{X}_g \\
\overline{\boldsymbol{Y}} &= \boldsymbol{Y} - \boldsymbol{Y}_g \\
\overline{\boldsymbol{Z}} &= \boldsymbol{Z} - \boldsymbol{Z}_g
\end{aligned}\right\}$$

$$\begin{bmatrix} v_X \\ v_Y \\ v_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \overline{X} & -\overline{Z} & 0 & -\overline{Y} \\ 0 & 1 & 0 & \overline{Y} & 0 & -\overline{Z} & \overline{X} \\ 0 & 0 & 1 & \overline{Z} & \overline{X} & \overline{Y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\Delta X \\ d\Delta Y \\ d\Delta Z \\ d\lambda \\ d\Phi \\ d\Omega \\ d\mathrm{K} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_X \\ l_Y \\ l_Z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} l_X \\ l_Y \\ l_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{X}_{tp} \\ \overline{Y}_{tp} \\ \overline{Z}_{tp} \end{bmatrix} - \lambda R \begin{bmatrix} \overline{X} \\ \overline{Y} \\ \overline{Z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}$$

绝对定向的解算

在航空摄影测量中，这需要利用最少两个平高程控制点和一个高程控制点

$$V = AX - L, \qquad P = I$$

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L$$

$$
A^TA=\begin{bmatrix}
n_X & 0 & 0 & \sum\bar{X} & -\sum\bar{Z} & 0 & \sum\bar{Y} \\
0 & n_Y & 0 & \sum\bar{Y} & 0 & -\sum\bar{Z} & \sum\bar{X} \\
0 & 0 & n_Z & \sum\bar{Z} & \sum\bar{X} & \sum\bar{Y} & 0 \\
\sum\bar{X} & \sum\bar{Y} & \sum\bar{Z} & \sum(\bar{X}^2+\bar{Y}^2+\bar{Z}^2) & 0 & 0 & 0 \\
-\sum\bar{Z} & 0 & \sum\bar{X} & 0 & \sum(\bar{X}^2+\bar{Z}^2) & \sum\bar{X}\bar{Y} & \sum\bar{Y}\bar{Z} \\
0 & -\sum\bar{Z} & \sum\bar{Y} & 0 & \sum\bar{X}\bar{Y} & \sum(\bar{Y}^2+\bar{Z}^2) & -\sum\bar{X}\bar{Z} \\
\sum\bar{Y} & \sum\bar{X} & 0 & 0 & \sum\bar{Y}\bar{Z} & -\sum\bar{X}\bar{Z} & \sum(\bar{X}^2+\bar{Y}^2)
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} d\Delta X \\ d\Delta Y \\ d\Delta Z \\ d\lambda \\ d\Phi \\ d\Omega \\ d\mathrm{K} \end{bmatrix}
=\begin{bmatrix} \sum l_X \\ \sum l_Y \\ \sum l_Z \\ \sum(\bar{X}l_X+\bar{Y}l_Y+\bar{Z}l_Z) \\ \sum(\bar{X}l_Z-\bar{Z}l_X) \\ \sum(\bar{Y}l_Z-\bar{Z}l_Y) \\ \sum(\bar{X}l_Y-\bar{Y}l_X) \end{bmatrix}
$$

重心化后: $$\sum\bar{X}=\sum\bar{Y}=\sum\bar{Z}=0$$

$$
A^TA=\begin{bmatrix}
n_X & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & n_Y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & n_Z & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & \sum(\bar{X}^2+\bar{Y}^2+\bar{Z}^2) & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \sum(\bar{X}^2+\bar{Z}^2) & \sum\bar{X}\bar{Y} & \sum\bar{Y}\bar{Z} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \sum\bar{X}\bar{Y} & \sum(\bar{Y}^2+\bar{Z}^2) & -\sum\bar{X}\bar{Z} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \sum\bar{Y}\bar{Z} & -\sum\bar{X}\bar{Z} & \sum(\bar{X}^2+\bar{Y}^2)
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} d\Delta X \\ d\Delta Y \\ d\Delta Z \\ d\lambda \\ d\Phi \\ d\Omega \\ d\mathrm{K} \end{bmatrix}
=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sum(\bar{X}l_X+\bar{Y}l_Y+\bar{Z}l_Z) \\ \sum(\bar{X}l_Z-\bar{Z}l_X) \\ \sum(\bar{Y}l_Z-\bar{Z}l_Y) \\ \sum(\bar{X}l_Y-\bar{Y}l_X) \end{bmatrix}
$$

$$d\Delta X=d\Delta Y=d\Delta Z=0$$

（1）确定待定参数的初始值：

$$\Phi^0=\Omega^0=K^0=0\lambda^0=1\Delta X=\Delta Y=\Delta Z=0。$$

（2）计算地面摄测坐标系重心的坐标和重心化的坐标

（3）计算空间辅助坐标系重心的坐标和重心化的坐标

（4）计算常数项

$$\begin{bmatrix} l_X \\ l_Y \\ l_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{X}_{tp} \\ \overline{Y}_{tp} \\ \overline{Z}_{tp} \end{bmatrix} - \lambda R \begin{bmatrix} \overline{X} \\ \overline{Y} \\ \overline{Z} \end{bmatrix}$$

（5）计算误差方程式系数，

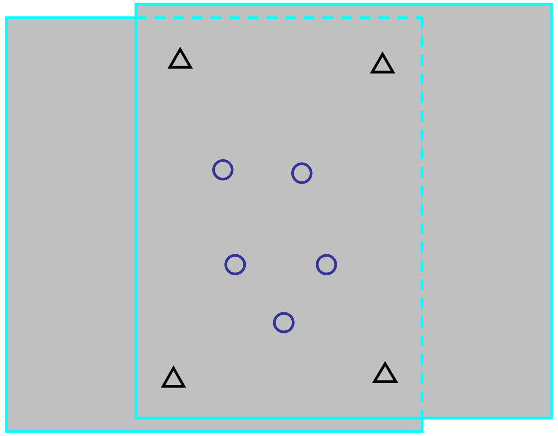
（6）逐点法化及法方程式求解。

（7）计算待定参数的新值

（8）判断迭代是否收敛

$$\lambda = \lambda_0(1 + d\lambda) \qquad \Phi = \Phi^0 + d\Phi \qquad \Omega = \Omega^0 + d\Omega \quad K = K^0 + dK$$

地面点坐标计算



$$\begin{bmatrix} \overline{X}_{tp} \\ \overline{Y}_{tp} \\ \overline{Z}_{tp} \end{bmatrix} = \lambda \boldsymbol{R} \begin{bmatrix} \overline{X}_{p} \\ \overline{Y}_{p} \\ \overline{Z}_{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{0} \\ Y_{0} \\ Z_{0} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_{tp} \\ Y_{tp} \\ Z_{tp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{X}_{tp} \\ \overline{Y}_{tp} \\ \overline{Z}_{tp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{tpg} \\ Y_{tpg} \\ Z_{tpg} \end{bmatrix}$$

§3.5 立体影像对光束法严密解

双像解析摄影测量三种解法的比较

1.后交—前交解法；

2.相对定向—绝对定向解法；

3.一次定向解法。

立体影像对光束法严密解（一步定向法）

不同之处

后方交会

$$v_x = a_{11}\Delta X_s + a_{12}\Delta Y_s + a_{13}\Delta Z_s + a_{14}\Delta\varphi + a_{15}\Delta\omega + a_{16}\Delta\kappa + x^0 - x$$
$$v_y = a_{21}\Delta X_s + a_{22}\Delta Y_s + a_{23}\Delta Z_s + a_{24}\Delta\varphi + a_{25}\Delta\omega + a_{26}\Delta\kappa + y^0 - y$$

光束法

$$\left.\begin{aligned} v_x &= a_{11}\Delta X_s + a_{12}\Delta Y_s + a_{13}\Delta Z_s + a_{14}\Delta\varphi + a_{15}\Delta\omega + a_{16}\Delta\kappa - a_{11}\Delta X - a_{12}\Delta Y - a_{13}\Delta Z - l_x \\ v_y &= a_{21}\Delta X_s + a_{22}\Delta Y_s + a_{23}\Delta Z_s + a_{24}\Delta\varphi + a_{25}\Delta\omega + a_{26}\Delta\kappa - a_{21}\Delta X - a_{22}\Delta Y - a_{23}\Delta Z - l_y \end{aligned}\right\}$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & B_1 \\ 0 & A_2 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ X \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} - L$$

若有X个控制点，N个加密点（待定点），则：

方程个数 4X+4N >= 未知数个数 12+3N;

因此X>=3

相应的法方程式为：

$$\begin{bmatrix} A^T A & A^T B \\ B^T A & B^T B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T L \\ B^T L \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N^T{}_{12} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$A^T A = \begin{bmatrix} A_1{}^T A_1 & 0 \\ 0 & A_2{}^T A_2 \end{bmatrix}, \quad A^T L = \begin{bmatrix} A_1{}^T L_1 \\ A_2{}^T L_2 \end{bmatrix}$$

$$B^T A = \begin{bmatrix} B_1{}^T A_1 & B_2{}^T A_2 \end{bmatrix} \quad A^T B = \begin{bmatrix} A_1{}^T B_1 \\ A_2{}^T B_2 \end{bmatrix},$$

$$B^T B = \begin{bmatrix} B_1{}^T B_1 + B_2{}^T B_2 \end{bmatrix} \quad B^T L = \begin{bmatrix} B_1{}^T L_1 + B_2{}^T L_2 \end{bmatrix}$$

双像解析摄影测量三种方法比较

①第一种方法：后交 - 前交

前交的结果依赖于空间后方交会的精度，前交过程中没有充分利用多余条件进行平差计算；

②第二种方法：相对定向 - 绝对定向

计算公式比较多，最后的点位精度取决于相对定向和绝对定向的精度,用这种方法的解算结果不能严格表达一幅影像的外方位元素；

③第三种方法：一次定向解法

理论最严密、精度最高，待定点坐标完全按最小二乘法原理解求。

第三章 重点

- 前方交会原理;
- 相对定向与绝对定向的原理;
- 双像解析摄影测量三种方法。