



**Elektrotechnika pro informační
technologie
2021/2022
Semestrální projekt**

Kateřina Čepelková

xcepel03

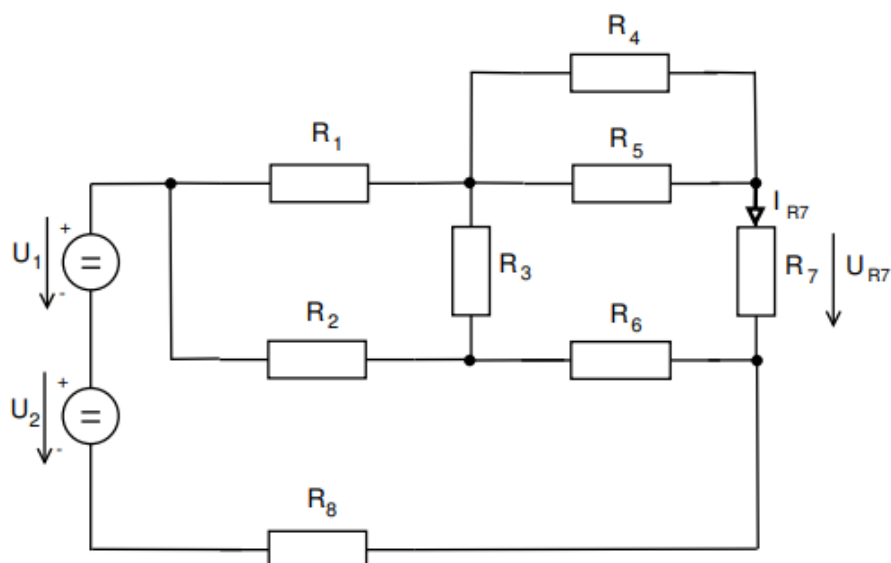
19. prosince 2021

Obsah

Příklad 1	3
Příklad 2	6
Příklad 3	8
Příklad 4	11
Příklad 5	14
Shrnutí výsledků	15

Příklad 1

Stanovte napětí U_{R7} a proud I_{R7} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.



skupina	$U_1[V]$	$U_2[V]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$R_3[\Omega]$	$R_4[\Omega]$	$R_5[\Omega]$	$R_6[\Omega]$	$R_7[\Omega]$	$R_8[\Omega]$
F	125	65	510	500	550	250	300	800	330	250

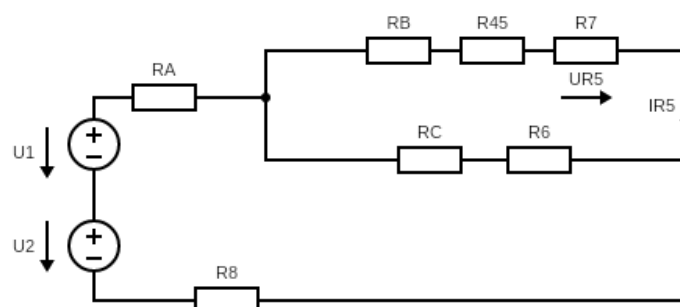
Řešení:

Metodou postupného zjednodušování postupně dáme dohromady všechny rezistory.

Začneme paralelně zapojenými R_4 a R_5 :

$$R_{45} = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5} = \frac{250 * 300}{250 + 300} = 136,3636 \Omega$$

Dále je nutné využití převodu trojúhelník – hvězda na rezistory R_1 , R_2 a R_3 .



$$R_A = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{510 * 500}{510 + 500 + 550} = 163.4615 \Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{510 * 550}{510 + 500 + 550} = 179.8077 \Omega$$

$$R_C = \frac{R_2 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{500 * 550}{510 + 500 + 550} = 176.2821 \Omega$$

Díky tomuto převodu můžeme sečíst sériově seřazené rezistory u R_B a R_C .

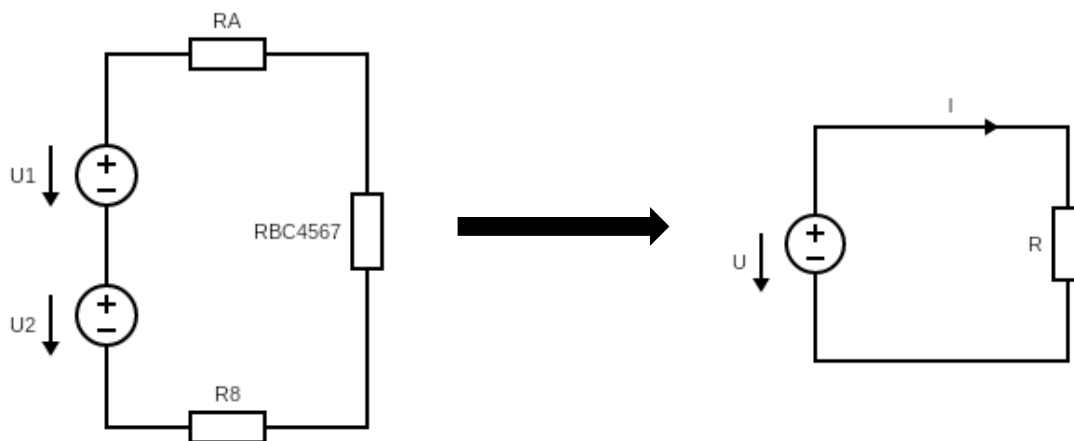
$$R_{B457} = R_B + R_{45} + R_7 = 179.8077 + 136,3636 + 330 = 646.1713 \Omega$$

$$R_{C6} = R_C + R_6 = 176.2821 + 800 = 976.2821 \Omega$$

Tyto dva, nově vzniklé a sobě paralelní, rezistory následně dáme dohromady.

$$R_{BC4567} = \frac{R_{B457} * R_{C6}}{R_{B457} + R_{C6}} = \frac{646.1713 * 976.2821}{646.1713 + 976.2821} = 388.8219 \Omega$$

Získáme jednoduchý obvod se 3 sériově zapojenými rezistory a 2 sériově zapojenými zdroji, které pro další výpočty také spojíme, abychom získali obvod pouze s 1 zdrojem a 1 rezistorem, ve kterém můžeme vypočítat 1 konstantní celkový proud.



$$U = U_1 + U_2 = 125 + 65 = 190 \text{ V}$$

$$R = R_A + R_{BC4567} + R_8 = 163.4615 + 388.8219 + 250 = 802.2835 \Omega$$

$$I = \frac{U}{R} = \frac{190}{802.2835} = 0.236824 \text{ A}$$

V sériovém obvodu se proud nemění, takže si můžeme vypočítat úbytek napětí na R_{BC4567} , které je stejné jako na U_{RB457} .

$$U_{RBC4567} = I * R_{BC4567} = 0.236824 * 388.8219 = 92.0824 \text{ V} = U_{RB457}$$

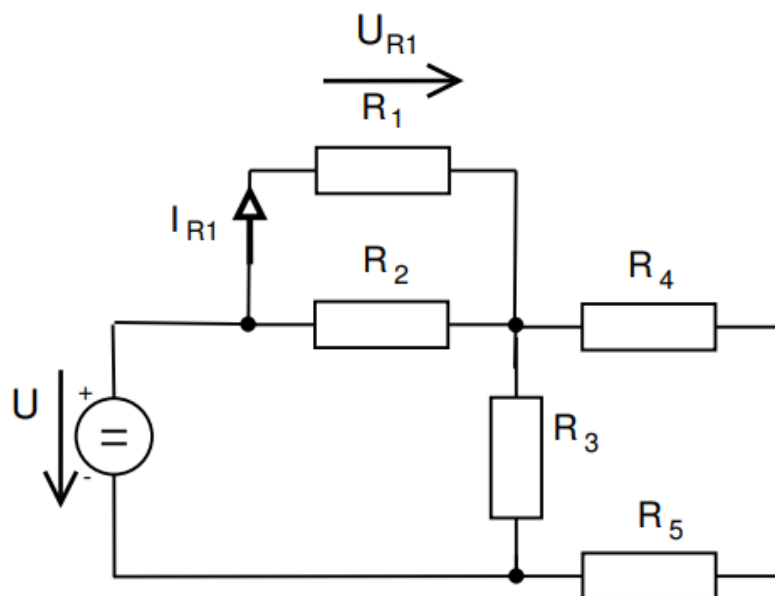
Díky tomuto výsledku dopočítáme i proud, protože víme, že úbytek napětí je v paralelním zapojení stejný, a nakonec i úbytek napětí na rezistoru R_7 .

$$I_{R7} = \frac{U_{RB457}}{R_{B457}} = \frac{92.0824}{646.1713} = \underline{\underline{0.1425 \text{ A}}}$$

$$U_{R7} = I_{R7} * R_7 = 0.1425 * 330 = \underline{\underline{47.0265 \text{ V}}}$$

Příklad 2

Stanovte napětí U_{R1} a proud I_{R1} . Použijte metodu Théveninovy věty.

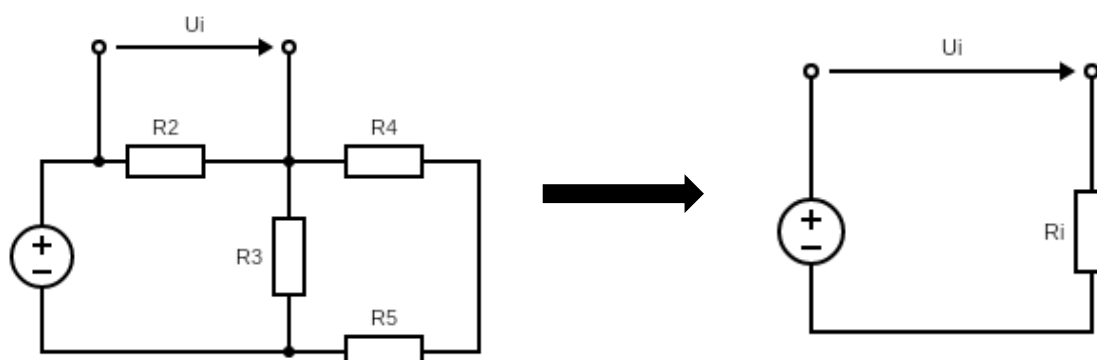


skupina	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
B	100	50	310	610	220	570

Řešení:

Metodou Théveninovy věty si musíme vytvořit ekvivalentní obvod vzhledem k rezistoru R_1 .

Jako první odstraníme zátěž R_1 a tím zkratujeme zdroj – dále pak „složíme“ zbylé rezistory, abychom vypočítali vnitřní odpor R_i .

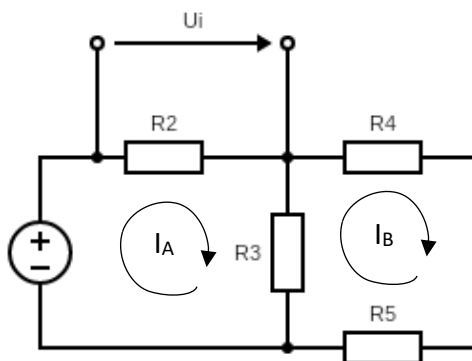


$$R_{45} = R_4 + R_5 = 220 + 570 = 790 \, \Omega$$

$$R_{345} = \frac{R_3 * R_{45}}{R_3 + R_{45}} = \frac{610 * 790}{610 + 790} = 344.2143 \Omega$$

$$R_i = \frac{R_2 * R_{345}}{R_2 + R_{345}} = \frac{310 * 344.2143}{310 + 344.2143} = 163.1062 \Omega$$

Vytvoříme si rovnice pro smyčkové proudy, vložíme je do matice a následně použijeme Cramerovo pravidlo pro výpočet I_A .



$$I_A(R_2 + R_3) + I_B(-R_3) = U \rightarrow I_A(920) + I_B(-610) = 100$$

$$I_A(-R_3) + I_B(R_3 + R_4 + R_5) = 0 \rightarrow I_A(-610) + I_B(1400) = 0$$

$$|M| = \begin{pmatrix} 920 & -610 \\ -610 & 1400 \end{pmatrix} = 915900$$

$$|A| = \begin{pmatrix} 100 & -610 \\ 0 & 1400 \end{pmatrix} = 140000$$

$$I_A = \frac{|A|}{|M|} = \frac{140000}{915900} = 0.1529 \text{ A}$$

Díky I_A a pomocí ekvivalentní obvodu vypočítáme U_i , které je stejné jako U_{R2} , a následně I_{R1} a U_{R1} .

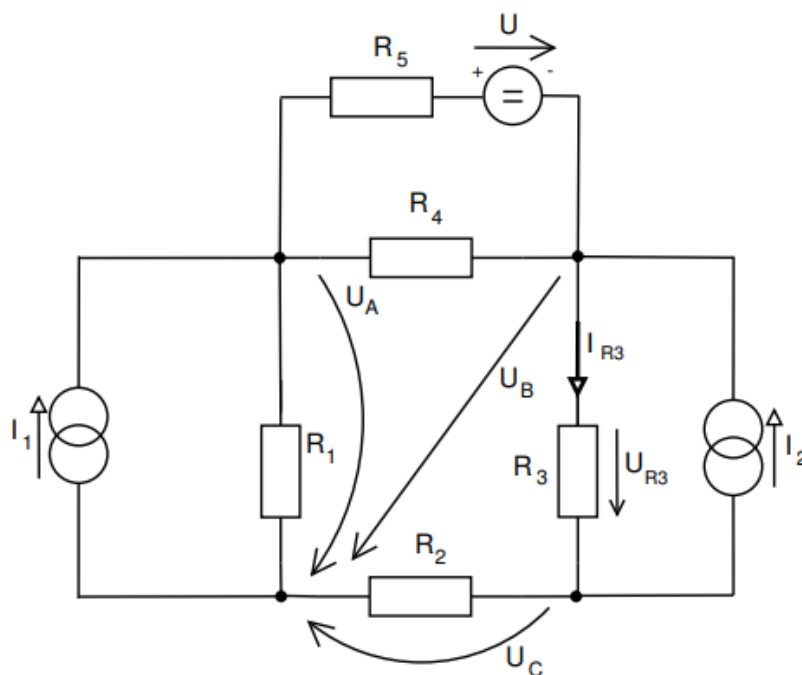
$$U_i = I_A * R_2 = 0.1529 * 310 = 47.3851 \text{ V} = U_{R2}$$

$$I_{R1} = \frac{U_i}{R_i + R_1} = \frac{47.3851}{163.1062 + 50} = \underline{\underline{0.2224 \text{ A}}}$$

$$U_{R1} = R_1 * I_{R1} = 50 * 0.2224 = \underline{\underline{11.1177 \text{ V}}}$$

Příklad 3

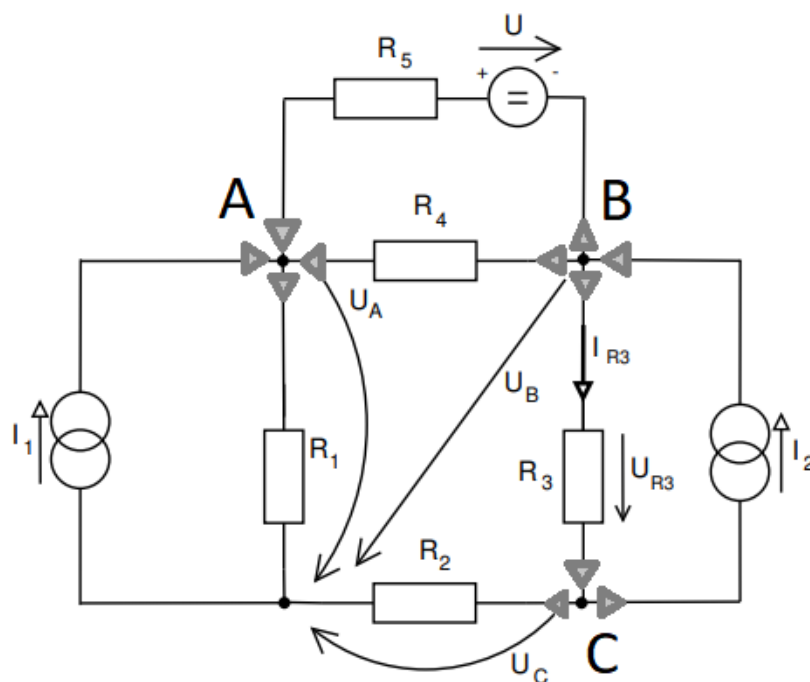
Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A , U_B , U_C).



skupina	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
B	150	0.7	0.8	49	45	61	34	34

Řešení:

Volitelně si na uzlech určíme směr proudu a podle toho vytvoříme jejich rovnice.



$$A: I_1 + I_{R4} + I_{R5} - I_{R1} = 0$$

$$B: I_2 - I_{R4} - I_{R5} - I_{R3} = 0$$

$$C: I_{R3} - I_2 - I_{R2} = 0$$

Podle nákresu si najdeme úbytky napětí na všech rezistorech a následně je dosadíme do rovnice za $I = \frac{U}{R}$, které ale převedeme na $I = U * G$, přičemž $G = \frac{1}{R}$ a celou rovnici převedeme do vhodného tvaru, který lze dále převést do matice.

$$U_{R1} = U_A$$

$$U_{R2} = U_C$$

$$U_{R3} = U_B - U_C$$

$$U_{R4} = U_B - U_A$$

$$U_{R5} = U + U_B - U_A$$

$$A: U_A(-G_1 - G_4 - G_5) + U_B(G_4 + G_5) + U_C(0) = -I_1 - G_5 * U$$

$$B: U_A(G_4 + G_5) + U_B(-G_3 - G_4 - G_5) + U_C(G_3) = -I_2 + G_5 * U$$

$$C: U_A(0) + U_B(G_3) + U_C(-G_2 - G_3) = I_2$$

Díky maticím a Cramerově pravidlu vypočítáme U_B a U_C , které potřebujeme na výpočet U_{R3} .

$$|M| = \begin{pmatrix} -0.0792 & 0.058824 & 0 \\ 0.0588 & -0.075217 & 0.0164 \\ 0 & 0.016393 & -0.0386 \end{pmatrix} = -7.5221e - 05$$

$$|B| = \begin{pmatrix} -0.0792 & -5.1118 & 0 \\ 0.0588 & 3.6118 & 0.0164 \\ 0 & 0.8000 & -0.0386 \end{pmatrix} = 4.7818e - 04$$

$$|C| = \begin{pmatrix} -0.0792 & 0.058824 & -5.1118 \\ 0.0588 & -0.075217 & 3.6118 \\ 0 & 0.016393 & 0.8000 \end{pmatrix} = 1.7614e - 03$$

$$U_B = \frac{|B|}{|M|} = \frac{4.7818e - 04}{-7.5221e - 05} = -6.3570 \text{ V}$$

$$U_C = \frac{|C|}{|M|} = \frac{1.7614e - 03}{-7.5221e - 05} = -23.416 \text{ V}$$

S vypočítanými napětími nám už stačí jen dosadit do rovnic a máme výsledky.

$$\mathbf{U_{R3} = U_B - U_C = -6.3570 - (-23.416) = \underline{\underline{17.0590\ V}}}$$

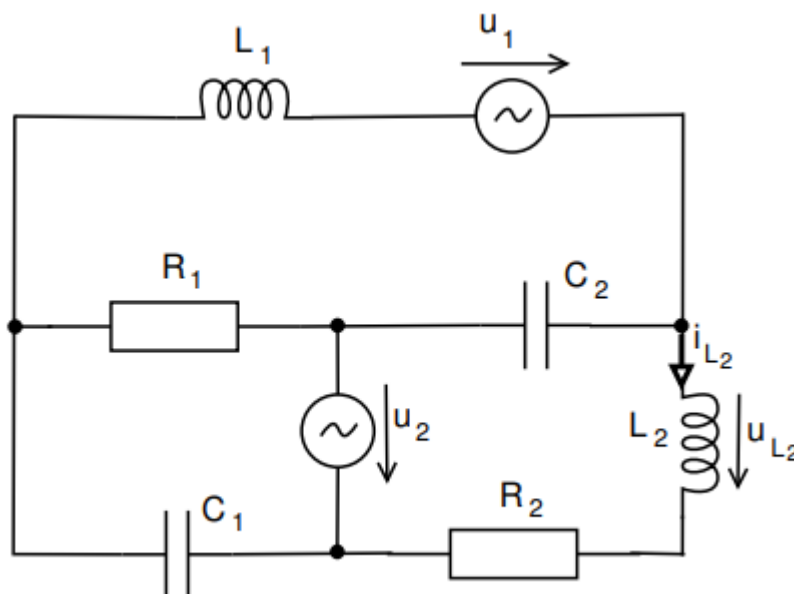
$$\mathbf{I_{R3} = \frac{U_{R3}}{R_3} = \frac{17.0590}{61} = \underline{\underline{0.2797\ A}}}$$

Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi f t)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi f t)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{L2} = U_{L2} \cdot \sin(2\pi f t + \varphi_{L2})$ určete $|U_{L2}|$ a φ_{L2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \pi / 2\omega$)



skupina	$U_1[\text{V}]$	$U_2[\text{V}]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\Omega]$	$L_1[\text{H}]$	$L_2[\text{H}]$	$C_1[\text{F}]$	$C_2[\text{F}]$	$f[\text{Hz}]$
F	2	3	12	10	0.17	0.08	$150 \cdot 10^{-6}$	$90 \cdot 10^{-6}$	65

Řešení:

První si vypočteme úhlovou frekvenci a díky ní impedance na jednotlivých cívkách a kondenzátorech.

$$\omega = 2\pi f = 2 * \pi * 65 = 408.4070 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

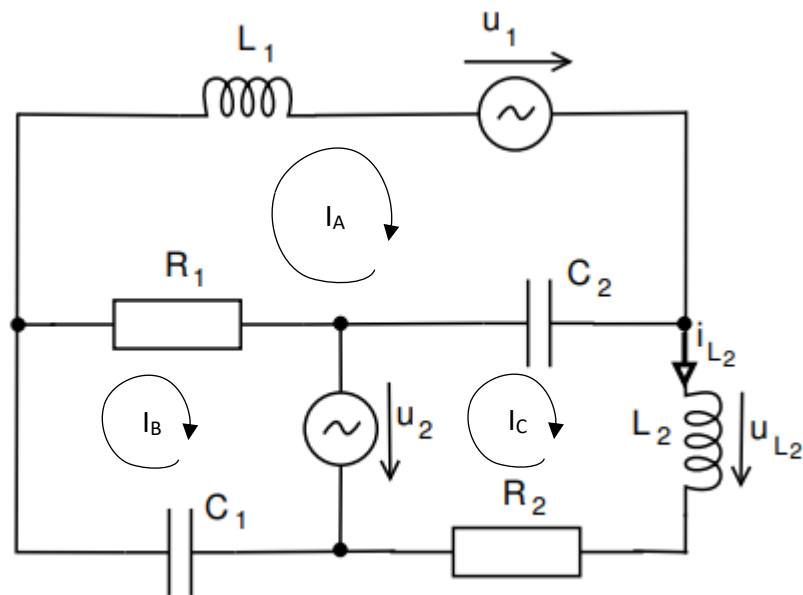
$$Z_{L1} = i * \omega * L_1 = i * 408.4070 * 0.17 = 69.429198i \Omega$$

$$Z_{L2} = i * \omega * L_2 = i * 408.4070 * 0.080 = 32.672564i \Omega$$

$$Z_{C1} = \frac{1}{i * \omega * C_1} = \frac{1}{i * 408.4070 * 150 * 10^{-6}} = -16.323584i \Omega$$

$$Z_{C2} = \frac{1}{i * \omega * C_2} = \frac{1}{i * 408.4070 * 90 * 10^{-6}} = -27.205973i \Omega$$

Dále si vytvoříme rovnice pro smyčkové proudy a vložíme je do matice.



$$A: I_A(Z_{L1} + Z_{C2} + R_1) + I_B(-R_1) + I_C(-Z_{C2}) = -U_1$$

$$B: I_A(-R_1) + I_B(R_1 + Z_{C1}) + I_C(0) = -U_2$$

$$C: I_A(-Z_{C2}) + I_B(0) + I_C(Z_{C2} + R_2 + Z_{L2}) = U_2$$

$$|M| = \begin{pmatrix} 12 + 42.223224i & -12 & 27.205973i \\ -12 & 12 - 16.323584i & 0 \\ 27.205973i & 0 & 10 + 5.466590i \end{pmatrix} \\ = 14075.330 - 5206.426i$$

Pomocí Cramerova pravidla smyčkový proud I_C , což je proud procházející L_2 ($= I_{L2}$).

$$|C| = \begin{pmatrix} 12 + 42.223224i & -12 & -2 \\ -12 & 12 - 16.323584i & -3 \\ 27.205973i & 0 & 3 \end{pmatrix} = 2955.901 + 2564.745i$$

$$I_C = \frac{|C|}{|M|} = \frac{2955.901 + 2564.745i}{14075.330 - 5206.426i} = 0.125441 + 0.228616i \text{ A}$$

Pomocí vypočítáme napětí u_{L2} a díky němu i $|U_{L2}|$ (a to jako velikost komplexního čísla) a φ_{L2} .

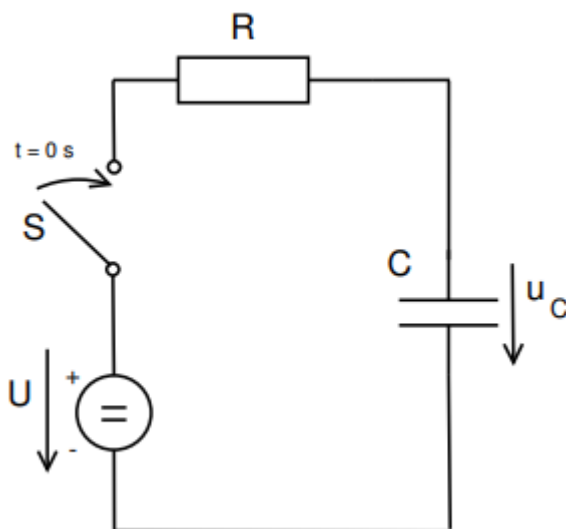
$$u_{L2} = Z_{L2} * I_C = 32.672564i * 0.125441 + 0.228616i = -7.469473 + 4.098490i \text{ V}$$

$$|\mathbf{U}_{L2}| = \sqrt{\operatorname{Re}(u_{L2})^2 + \operatorname{Im}(u_{L2})^2} = \sqrt{(-7.469473)^2 + (4.098490i)^2} = \underline{\underline{\mathbf{6.244630\ V}}}$$

$$\boldsymbol{\varphi}_{L2} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{Im}(u_{L2})}{\operatorname{Re}(u_{L2})}\right) = \operatorname{arctg}\frac{4.098490}{-7.469473} = \underline{\underline{\mathbf{-0.501844\ rad}}}$$

Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0[s]$ sepne spínač S. Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_C = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.



skupina	U [V]	R [Ω]	C [F]	$u_C(0)$ [V]
B	40	10	20	16

Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledek
1	F	$U_{R7} = 47.0265 \text{ V}$ $I_{R7} = 0.1425 \text{ A}$
2	B	$U_{R1} = 11.1177 \text{ V}$ $I_{R1} = 0.2224 \text{ A}$
3	B	$U_{R3} = 17.0590 \text{ V}$ $I_{R3} = 0.2797 \text{ A}$
4	F	$ U_{L2} = 6.244630 \text{ V}$ $\varphi_{L2} = -0.501844 \text{ rad}$
5	B	-