

## chapter3

计63 肖朝军 2016011302

### 第6题

- **解题思路：**该题主要需要利用 `cholesky` 算法对 `Hilbert` 矩阵进行分解，再利用分解结果来求解方程，并计算求解结果的残差及误差。
- **代码：**

```
function ans = cholesky(n, x)
    % 生成参数
    H = hilb(n);
    b = H * x;
    A = H;

    % cholesky分解主体
    for j = 1:n
        for k = 1:j-1
            A(j, j) = A(j, j) - A(j, k)^2;
        end
        A(j, j) = sqrt(A(j, j));

        for i = j+1:n
            for k = 1:j-1
                A(i, j) = A(i, j) - A(i, k) * A(j, k);
            end
            A(i, j) = A(i, j)/A(j, j);
        end
    end
    L = A;

    % 将上三角部分清零
    for i = 1:n
        for j = i+1:n
            L(i, j) = 0;
        end
    end

    % 求解方程
    y = L\b;
    x_ = L.\y;

    % 计算残差
    r = b - H * x_;

    % 计算误差
```

```

deltx = x_ - x;

rnorm = norm(r, inf);
xnorm = norm(deltx, inf);

fprintf('the value of residual is %f\n\n', rnorm);
fprintf('the value of error is %f\n\n', xnorm);

ans = [rnorm, xnorm]
end

```

• 问题回答：

(1)  $n = 10$  时,  $\|\mathbf{r}\|_{\infty} = 4.4409 \times 10^{-16}$ ,  $\|\Delta \mathbf{x}\|_{\infty} = 4.05 \times 10^{-4}$

(2) 在右端项加上扰动之后,  $\|\mathbf{r}\|_{\infty} = 4.4409 \times 10^{-16}$ ,  $\|\Delta \mathbf{x}\|_{\infty} = 5.875 \times 10^{-4}$

(3)  $n = 8$  时,  $\|\mathbf{r}\|_{\infty} = 4.4409 \times 10^{-16}$ ,  $\|\Delta \mathbf{x}\|_{\infty} = 7.013 \times 10^{-6}$ ;

$n = 12$  时,  $\|\mathbf{r}\|_{\infty} = 4.4409 \times 10^{-16}$ ,  $\|\Delta \mathbf{x}\|_{\infty} = 5.5272 \times 10^{-2}$

可以看到, 当右端项扰动  $1e-7$  时, 残差无太大变化, 误差略有增大; 残差对于  $n$  的取值不敏感, 误差对于  $n$  的取值非常敏感, 当  $n$  小时, 误差小,  $n$  大时, 误差增大。这个实验进一步说明了 Hilbert 矩阵的病态性, 阶数大, 矩阵条件数大。