应用概率统计（一）

基本术语

样本空间 Ω

样本点 ω

随机事件 E

空集 $\varnothing$

基本事件 $\{\omega\}$

求积符号 $\prod\limits_{i=1}^{n}$

求和符号 $\sum\limits_{i=1}^{n}$

基本关系

关系	表示方式	其他
包含	A⊂B or B⊂A	
相等	A=B or B=A	
互斥（互不相容）	A∩B = $\varnothing$	
事件的并（和）	A∪B	$A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = \cup_{i=1}^{n} An$
事件的交（积）	A∩B	$A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n = \cap_{i=1}^{n} A_i$
差事件	A - B=$\{\omega \vert \omega \in A \quad and \quad \omega \notin B\}$	
对立事件	$\overline{A}$ = B, $\overline{B}$ = A	$A \cap B = \varnothing, A \cup B = \Omega$

事件的运算律

1. 交换律:$A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$
2. 结合律:$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
3. 分配律:$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C), (A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$
4. 对偶律:$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

5. 若$A \subset B$,则$A \cup B = B, A \cap B = A$
6. 事件A与B的差，$A - B = A \cap \overline{B} = A\overline{B} = A - AB$

随机事件的概率

概率的性质

1. $0 \leq P(A) \leq 1$
2. $P(\Omega) = 1$
3. $P(\varnothing) = 0$
4. （可列可加性）$P(\cup_{n=1}^{\infty})A_n = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n)$
5. （有限可加性）$P(\cup_{i=1}^{n})A_i = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$
6. 对任意事件A,有$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$
7. 对任意2个事件A, B,有$P(A - B) = P(A) - P(AB)$
8. （加法公式）对任意2个事件A, B,有$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$
9. 对任意3个事件，有$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$

1.古典概型

$$P(A) = \frac{n_A}{n_\Omega} = \frac{A\text{包含的样本点数}}{\Omega\text{中的样本点数}}$$

2.计数原理

- 加法原理：完成某件事有m类不同的方式，每个方式有n_i 种完成方法

  故共有$n_1 + n_2 + \cdots + n_m = \sum_{i=1}^{m} n_i$

- 乘法原理：完成某件事需要m个步骤，每个步骤有n_i 种完成方法，故

  共有 $n_1 n_2 \cdots n_m = \prod_{i=1}^{m} n_i$

- 排列：从n个元素中取r个有排列的元素$\begin{cases} 1.\text{有放回选取}: A_n^r = n^r \\ 2.\text{无放回选取}: A_n^r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!} \\ \text{当}n = r\text{时}, A_n^r = n! \end{cases}$

- 组合：从n个元素中任意取r个元素,则有C_n^r

  $$A_n^r = C_n^r \cdot r! \rightarrow C_n^r = \frac{A_n^r}{r!} = \frac{n(n-1)\cdots(n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

  $$C_n^r = C_n^{n-r} \quad C_n^{r-1} + C_n^r = C_{n+1}^r$$

3.条件概率

P(B|A)=$\frac{P(AB)}{P(A)}$ $\rightarrow$P(AB)=P(B|A)P(A)

$$\rightarrow \quad P(A_1A_2A_3\cdots A_n)=P(A_1)\prod_{i=2}^{n}P(A_i|A_1A_2\cdots A_{i-1})$$

4.全概率公式

$$P(B)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)P(B|A_i)$$

5.贝叶斯公式

$$P(A_i|B)=\frac{P(A_iB)}{P(B)}=\frac{P(A_i)P(B|A_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(A_i)P(B|A_i)}$$

6.伯努利实验

若试验E中的两个事件A和 $\overline{A}$ (只有两种结果)，他们发生的概率分别为

$P(A)=p(0<p<1),P(\overline{A})=1-p$,这样的试验被称为伯努利试验，

n重独立重复试验称为 n 重伯努利试验。