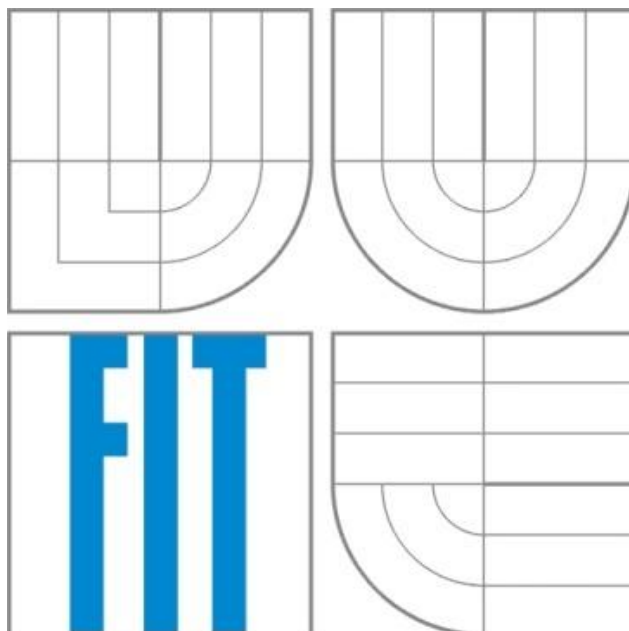


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta informačních technologií



# TEORIE OBVODŮ

2014/2015

## Semestrální projekt

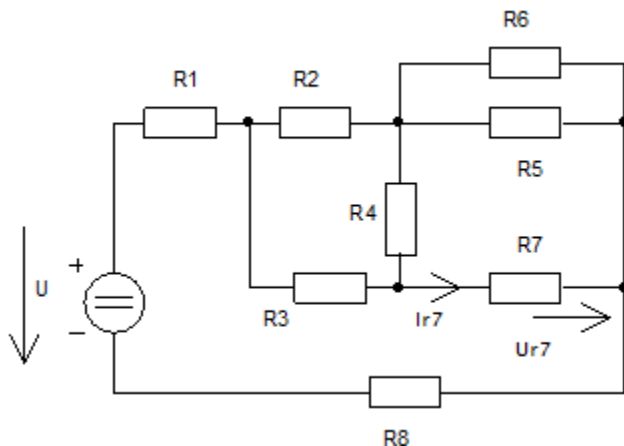
## Príklad 1 – variant B

Stanovte napätie  $U_{R7}$  a prúd  $I_{R7}$ . Použite metódu postupného zjednodušovania obvodu.

Zadané hodnoty :

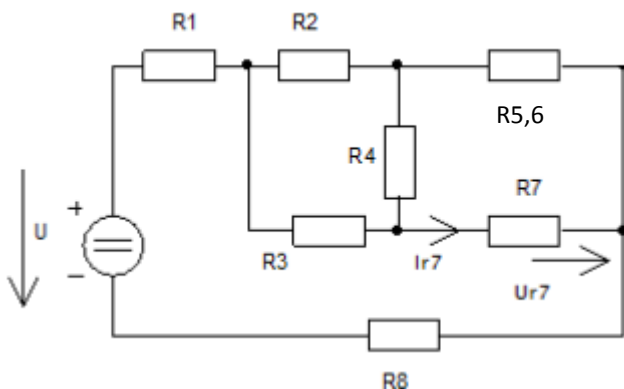
| U [V] | $R_1$ [ $\Omega$ ] | $R_2$ [ $\Omega$ ] | $R_3$ [ $\Omega$ ] | $R_4$ [ $\Omega$ ] | $R_5$ [ $\Omega$ ] | $R_6$ [ $\Omega$ ] | $R_7$ [ $\Omega$ ] | $R_8$ [ $\Omega$ ] |
|-------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 95    | 650                | 730                | 340                | 330                | 410                | 830                | 340                | 220                |

Schéma zapojenia :



**1. Vypočítame paralelnú hodnotu rezistorov  $R_5$ ,  $R_6$  :**

$$R_{5,6} = \frac{R_5 * R_6}{R_5 + R_6} = \frac{410 * 830}{410 + 830} = 274,4355 \Omega$$

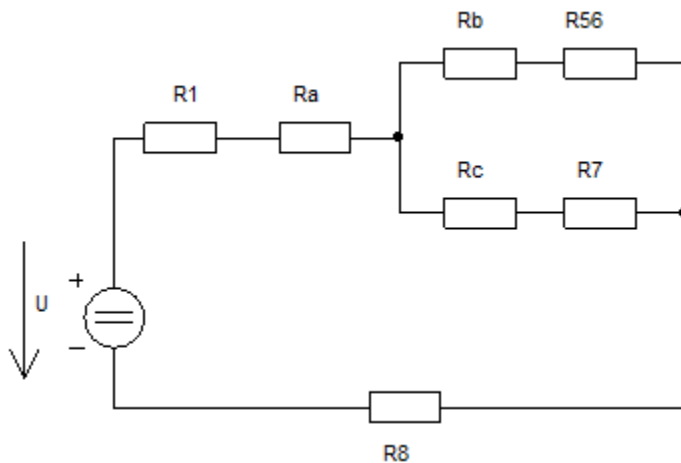


**2. Transfigurujeme rezistory  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  na hviezdu :**

$$R_a = \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{730 * 340}{1400} = 177,2857 \Omega$$

$$R_b = \frac{R_2 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{730 * 330}{1400} = 172,0714 \Omega$$

$$R_c = \frac{R_3 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{340 * 330}{1400} = 80,1429\Omega$$

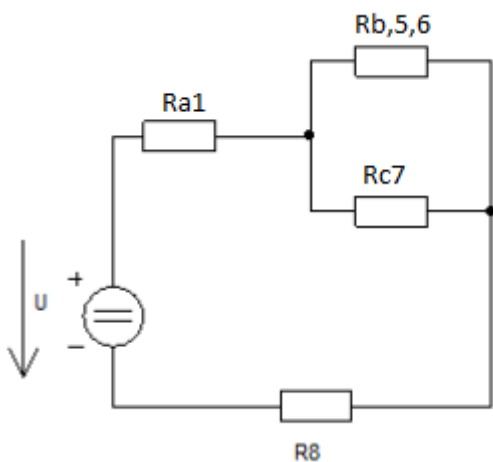


### 3.Sériovo spojíme rezistory Ra a R1, Rb a R56, Rc a R7:

$$R_{a1} = R_a + R_1 = 650 + 177,2851 = 827,2851\Omega$$

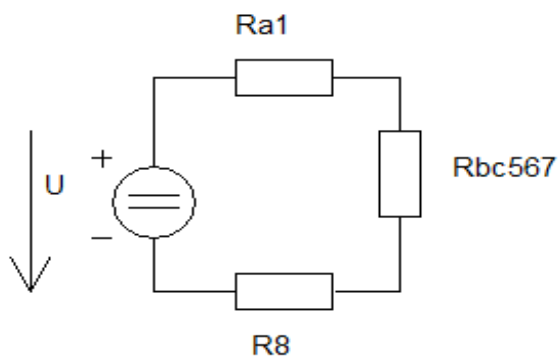
$$R_{b5,6} = R_{5,6} + R_b = 274,4355 + 172,0714 = 446,5069\Omega$$

$$R_{c7} = R_7 + R_c = 340 + 80,1429 = 420,1429\Omega$$



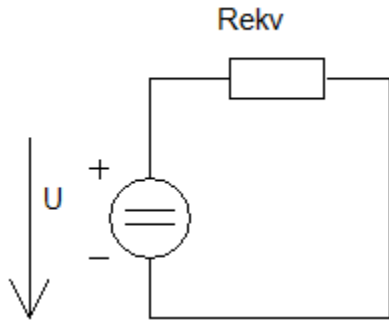
### 4.Paralelne spojíme rezistory R<sub>b5,6</sub> a R<sub>c7</sub>:

$$R_{bc567} = \frac{R_{c7} * R_{b56}}{R_{c7} + R_{b56}} = \frac{420,1429 * 446,5069}{420,1429 + 446,5069} = 216,4619\Omega$$



### 5. Vypočítame celkový odpor v obvode :

$$R_{ekv} = R_{bc567} + R_{a1} + R_8 = 446,5069 + 827,2851 + 220 = 1263,7477\Omega$$



### 6. Vypočítame prúd prechádzajúci obvodom :

$$I = \frac{U}{R_{ekv}} = \frac{95}{1263,7477} = 0,0752A$$

### 7. Dopočítame ostatné neznáme veličiny :

$$U_{Rbc567} = I * R_{bc567} = 0,0752 * 216,4619 = 16,2714V$$

$$IR_7 = \frac{U_{Rbc567}}{R_{c7}} = \frac{16,2714}{420,1429} = 0,0387A$$

$$U_{R7} = IR_7 * R_7 = 0,0387 * 340 = 13,1682V$$

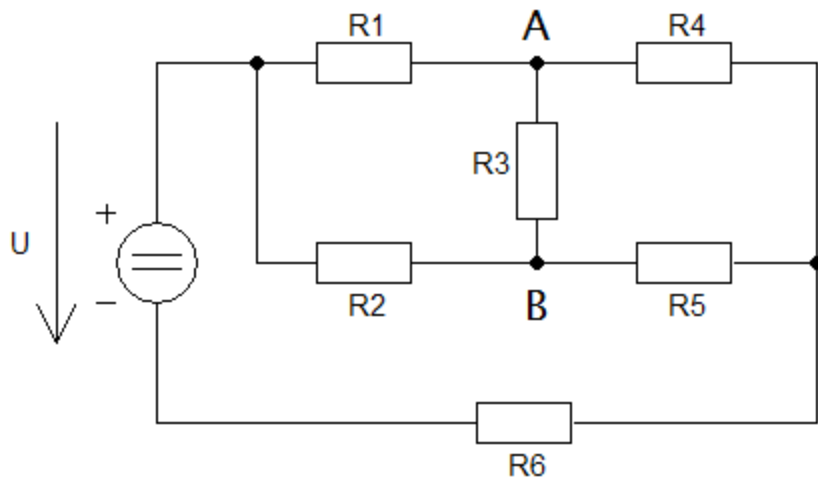
## Príklad 2 – variant A

Stanovte napätie  $U_{R_3}$  a prúd  $I_{R_3}$ . Použite metódu Theveninovej vety.

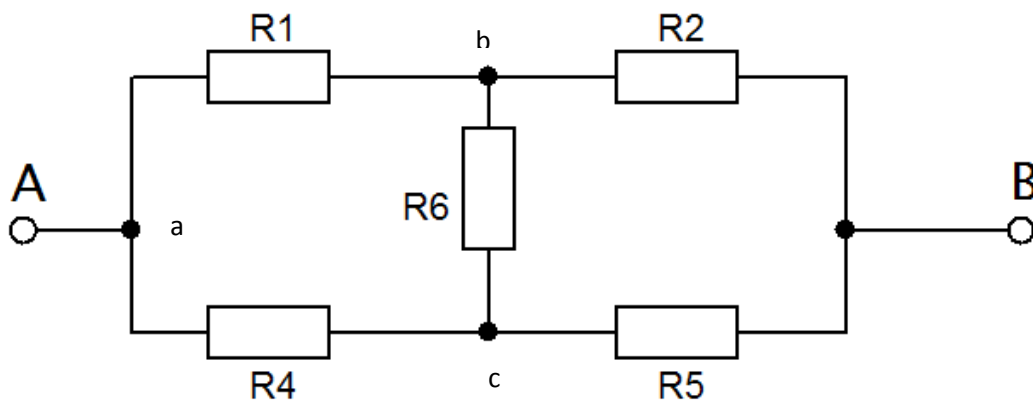
Zadané hodnoty :

| $U[V]$ | $R_1 [\Omega]$ | $R_2 [\Omega]$ | $R_3 [\Omega]$ | $R_4 [\Omega]$ | $R_5 [\Omega]$ | $R_6 [\Omega]$ |
|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 50     | 525            | 620            | 210            | 530            | 130            | 150            |

Schéma zapojenia :

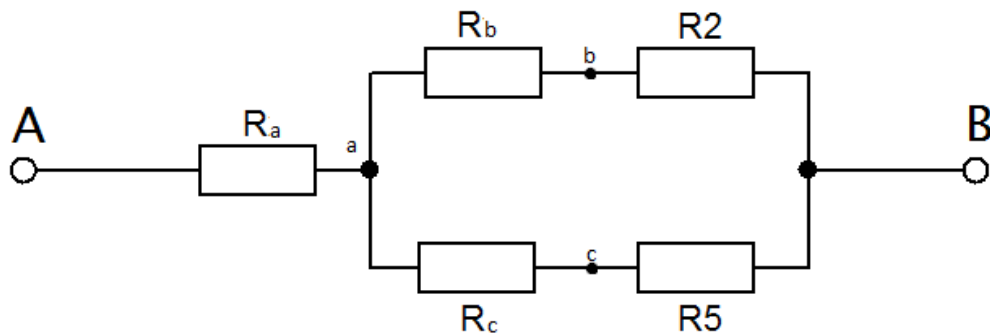


**1. Vypočítame odpor  $R_i$  :**



**a.)**

Tento obvod najprv musíme zjednodušiť pomocou transfigurácie na hviezdu. Odpor  $R_i$  je odpor medzi svorkami A a B.



$$R_a = \frac{R_1 * R_4}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{525 * 530}{1205} = 230,9129\Omega$$

$$R_b = \frac{R_1 * R_6}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{525 * 150}{1205} = 65,3527\Omega$$

$$R_c = \frac{R_6 * R_4}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{150 * 530}{1205} = 65,9751\Omega$$

b.)

Vypočítame odpor  $R_i$  :

$$R_i = R_a + \frac{(R_b + R_2) * (R_c + R_5)}{R_b + R_c + R_2 + R_5} = 230,9129 + \frac{(65,3527 + 620) * (65,9751 + 130)}{65,3527 + 65,9751 + 620 + 130} = 383,3103\Omega$$

**2. Vypočítame výsledný odpor bez  $R_3$  :**

$$R_{12456} = R_6 + \frac{(R_1 + R_4) * (R_2 + R_5)}{R_1 + R_2 + R_4 + R_5} = 150 + \frac{(525 + 530) * (620 + 130)}{525 + 620 + 530 + 130} = 588,3657\Omega$$

**3. Vypočítame prúd  $I_x$  :**

$$I_x = \frac{U}{R_{12456}} = \frac{50}{588,3657} = 0,0849A$$

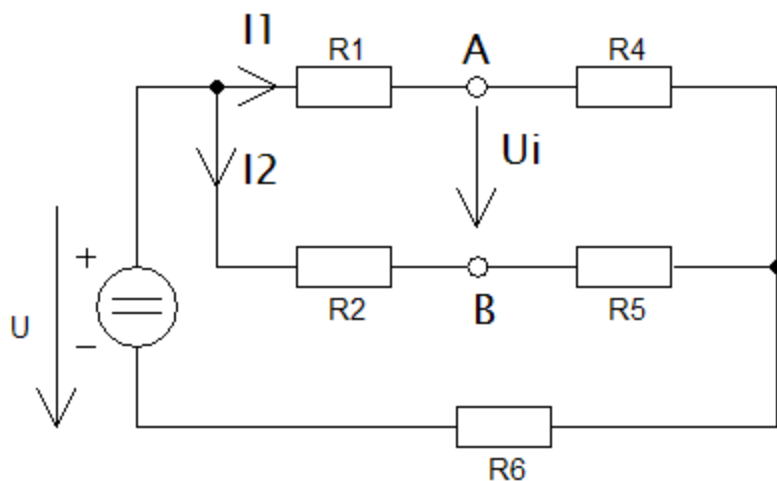
**4. Vypočítame napätie  $U$  celkového odporu bez  $R_3$  :**

$$U_{R1245} = I_x * R_{1245} = 0,0849 * 438,3657 = 37,2172V$$

**5. Vypočítame prúdy pretekajúce obvodom :**

$$I_1 = \frac{U_{R1245}}{R_1 + R_4} = \frac{37,2172}{1055} = 0,0353A$$

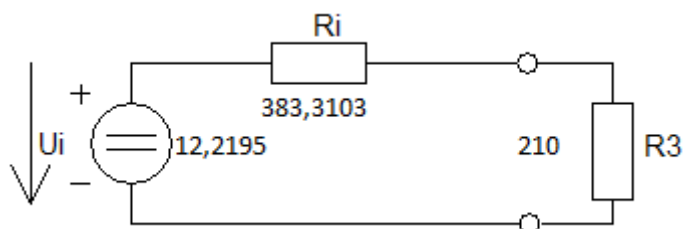
$$I_2 = \frac{U_{R1245}}{R_2 + R_5} = \frac{37,2172}{750} = 0,0496A$$



6. Vypočítame napätie  $U_i$  :

$$U_i = I_2 * R_2 - I_1 * R_1 = 30,752 - 18,5325 = 12,2195V$$

7. Nakreslíme náhradnú schému zapojenia :



8. Vypočítame  $I_{R3}$  a  $U_{R3}$  :

$$I_{R3} = \frac{U_i}{R_i + R_3} = \frac{12,2195}{383,3103 + 210} = 0,0206A$$

$$U_{R3} = I_{R3} * R_3 = 0,0206 * 210 = 4,3251V$$

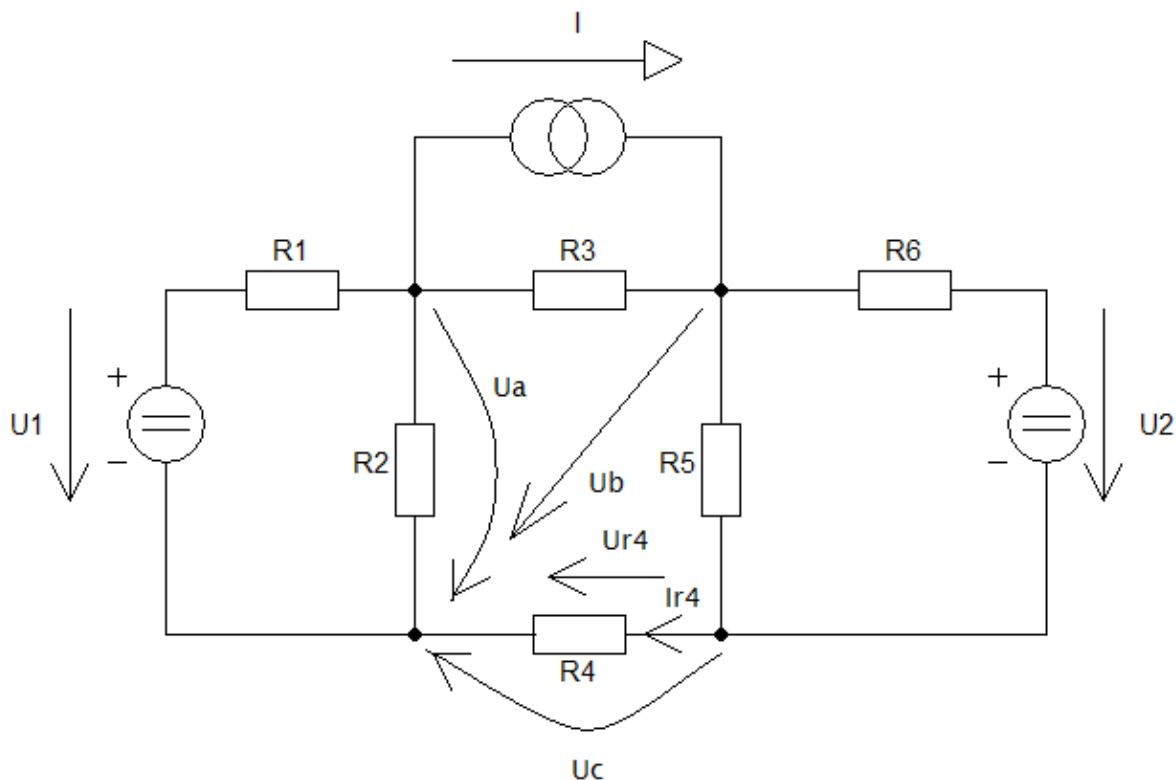
### Príklad 3 - variant A

Stanovte napätie  $U_{R5}$  a prúd  $I_{R5}$ . Použite metódu uzlových napätí ( $U_A, U_B, U_C$ ).

Zadané hodnoty :

| $U_1$ [V] | $U_2$ [V] | $I$ [A] | $R_1$ [ $\Omega$ ] | $R_2$ [ $\Omega$ ] | $R_3$ [ $\Omega$ ] | $R_4$ [ $\Omega$ ] | $R_5$ [ $\Omega$ ] | $R_6$ [ $\Omega$ ] |
|-----------|-----------|---------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 120       | 90        | 0,7     | 530                | 490                | 650                | 390                | 320                | 120                |

Schéma zapojenia :



1. Vyjadríme rovnice pre jednotlivé uzly :

$$1 : I_{R1} - I - I_{R3} - I_{R2} = 0$$

$$2 : I + I_{R3} + I_{R6} - I_{R5} = 0$$

$$3 : I_{R5} - I_{R4} - I_{R6} = 0$$

2. Vyjadríme jednotlivé prúdy :

$$I_{R1} = \frac{U_1 - U_A}{R_1}$$

$$I_{R2} = \frac{U_A}{R_2}$$

$$I_{R3} = \frac{U_A - U_B}{R_3}$$

$$I_{R4} = \frac{U_C}{R_4}$$

$$I_{R5} = \frac{U_B - U_C}{R_5}$$

$$I_{R6} = \frac{U_C - U_B + U_2}{R_6}$$



### 3. Vyjadrené prúdy dosadíme do rovníc :

$$1: \quad \frac{U_1 - U_A}{R_1} - I - \frac{U_A - U_B}{R_3} - \frac{U_A}{R_2} = 0$$

$$2: \quad I + \frac{U_A - U_B}{R_3} + \frac{U_C - U_B + U_2}{R_6} - \frac{U_B - U_C}{R_5} = 0$$

$$3: \quad \frac{U_B - U_C}{R_5} - \frac{U_C}{R_4} - \frac{U_C - U_B + U_2}{R_6} = 0$$

### 4. Riešime rovnice o troch neznámych :

$$1: \quad \frac{120 - U_A}{530} - 0,7 - \frac{U_A - U_B}{650} - \frac{U_A}{490} = 0$$

$$2: \quad 0,7 + \frac{U_A - U_B}{650} + \frac{U_C - U_B + 90}{120} - \frac{U_B - U_C}{320} = 0$$

$$3: \quad \frac{U_B - U_C}{650} - \frac{U_C}{390} - \frac{U_C - U_B + 90}{120} = 0$$

### Výsledky rovníc :

$$U_A = -24,748 \text{ V}$$

$$U_B = 219,895 \text{ V}$$

$$U_C = 126,206 \text{ V}$$

### 5. Vypočítame $I_{R5}$ a $U_{R5}$ :

$$I_{R5} = \frac{U_B - U_C}{R_5} = \frac{219,895 - 126,206}{320} = 0,2928 \text{ A}$$

$$U_{R5} = I_{R5} * R_5 = 0,2928 * 320 = 93,696 \text{ V}$$

### Príklad 4 - variant B

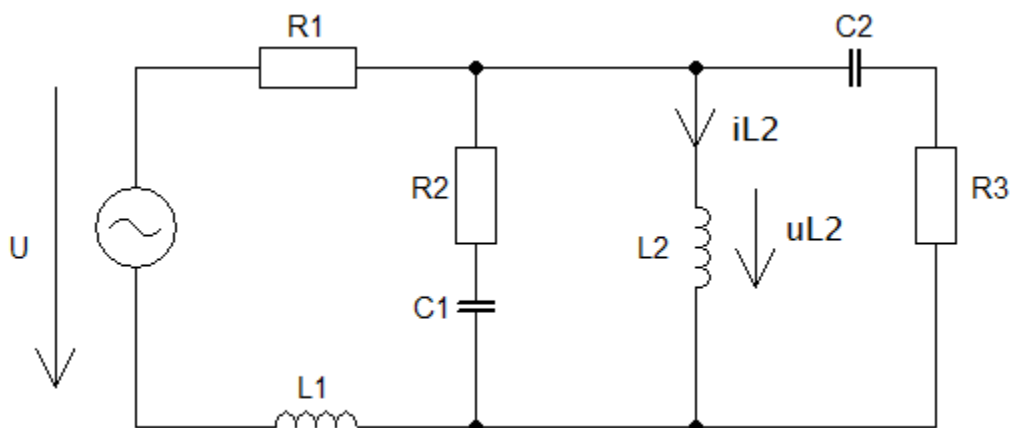
Pre napájacie napätie platí :  $u=U*\sin(2\pi ft)$ .

Vo vzťahu pre napätie  $u_{L2} = U_{L2}*\sin(2\pi ft+\varphi_{L2})$ , určite  $|U_{L2}|$  a  $\varphi_{L2}$ . Použite metódu zjednodušovania obvodu.

Zadané hodnoty :

| U[V] | R <sub>1</sub> [Ω] | R <sub>2</sub> [Ω] | R <sub>3</sub> [Ω] | L <sub>1</sub> [mH] | L <sub>2</sub> [mH] | C <sub>1</sub> [F] | C <sub>2</sub> [F] | f [Hz] |
|------|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|--------------------|--------------------|--------|
| 35   | 160                | 220                | 270                | 480                 | 420                 | 440                | 170                | 85     |

Schéma zapojenia :



**1. Vypočítame uhlovú rýchlosť :**

$$\omega = 2\pi * f = 2\pi * 85 = 534,0710 \text{ rad/s}$$

**2. Odporý cievok a kondenzátorov :**

$$XC_1 = \frac{-1}{\omega C_1} j = \frac{-1}{534,0710 * 440 * 10^{-6}} = -j4,2553 \Omega$$

$$XC_2 = \frac{-1}{\omega C_2} j = \frac{-1}{534,0710 * 170 * 10^{-6}} = -j11,0132 \Omega$$

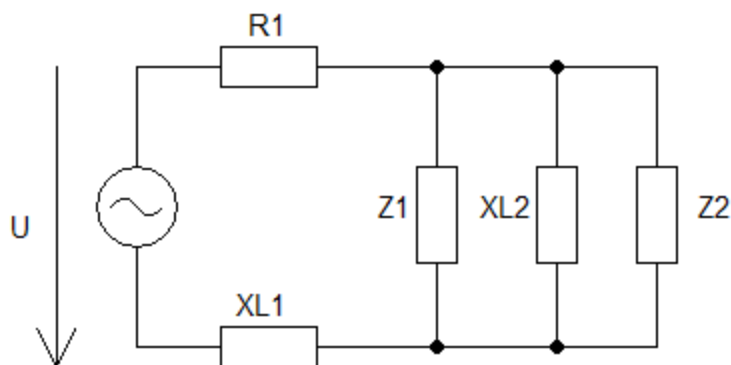
$$XL_1 = \omega * L_1 * j = 534,0710 * 480 * 10^{-3} * j = j256,3541 \Omega$$

$$XL_2 = \omega * L_2 * j = 534,0710 * 420 * 10^{-3} * j = j224,3098 \Omega$$

### 3. Spojíme sériové zapojenie $R_2$ a $X_{C1}$ , $R_3$ a $X_{C2}$ :

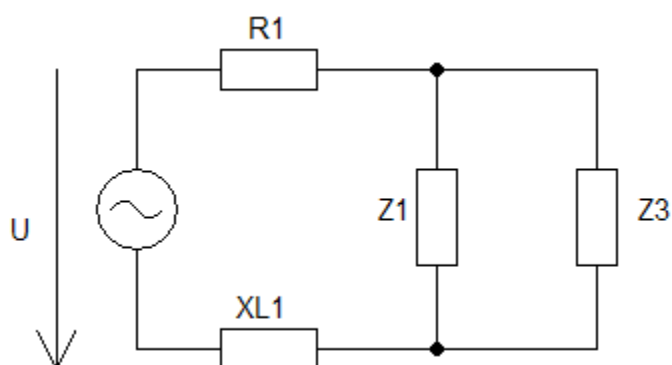
$$Z_1 = R_2 + X_{C1} = 220 + (-j4,2553) = 220 - j4,2553 \Omega$$

$$Z_2 = R_3 + X_{C2} = 270 + (-j11,0132) = 270 - j11,0132 \Omega$$

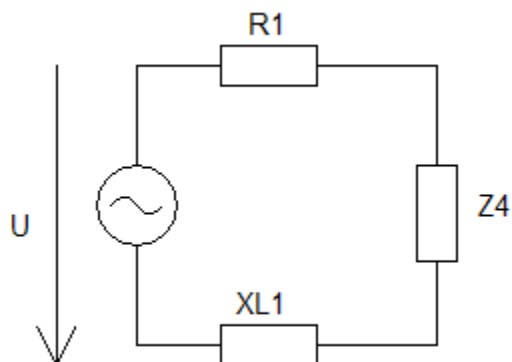


### 4. Spojíme paralelne zapojenia $Z_2$ a $X_{L2}$ , a vypočítané $Z_3$ so $Z_1$ :

$$Z_3 = \frac{Z_2 * X_{L2}}{Z_2 + X_{L2}} = \frac{(270 - j11,0132) * (j224,3098)}{270 - j11,0132 + j224,3098} = 114,6436 + j133,0255$$



$$Z_4 = \frac{Z_3 * Z_1}{Z_3 + Z_1} = \frac{(114,6436 + j133,0255) * (220 - j4,2553)}{(114,6436 + j133,0255) + (220 - j4,2553)} = 95,7130 + j49,2725 \Omega$$



**5. Dovočítame výslednú impedanciu obvodu :**

$$Z = Z_4 + R_1 + X_{L1} = (95,7130 + j49,2725) + 160 + j256,3541 \\ = 256,1394 + j305,5756 \Omega$$

**6. Vypočítame prúd tečúci obvodom :**

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{35}{256,1394 + j305,5756} = 0,5639 - j0,0673 \text{ A}$$

**7. Vypočítame napätie  $U_{Z4}$  :**

$$U_{Z4} = I * Z_4 = 0,5639 - j0,0673 * (95,7130 + j49,2725) = 8,7332 - j3,6919 \text{ V}$$

**8. Vypočítame  $I_{L2}$  a  $U_{L2}$  :**

$$I_{L2} = \frac{U_{Z4}}{X_{L2}} = \frac{8,7332 - j3,6919}{j224,3098} = -0,0165 - j0,0389 \text{ A}$$

$$U_{L2} = I_{L2} * X_{L2} = -0,0165 - j0,0389 * j224,3098 = 8,7324 - j3,6919 \text{ V}$$

**9. Vypočítame  $|U_{L2}|$  a  $\varphi_{L2}$  :**

$$|U_{L2}| = \sqrt{Rm^2 + I^2} = \sqrt{8,7324^2 + 3,6919^2} = 9,4808 \text{ V}$$

$$\varphi_{L2} = \arctan \frac{I}{Rm} = \arctan \frac{-3,6919}{8,7324} = -0,3999 \text{ rad} \rightarrow -22,9081^\circ$$

## Príklad 5 - variant A

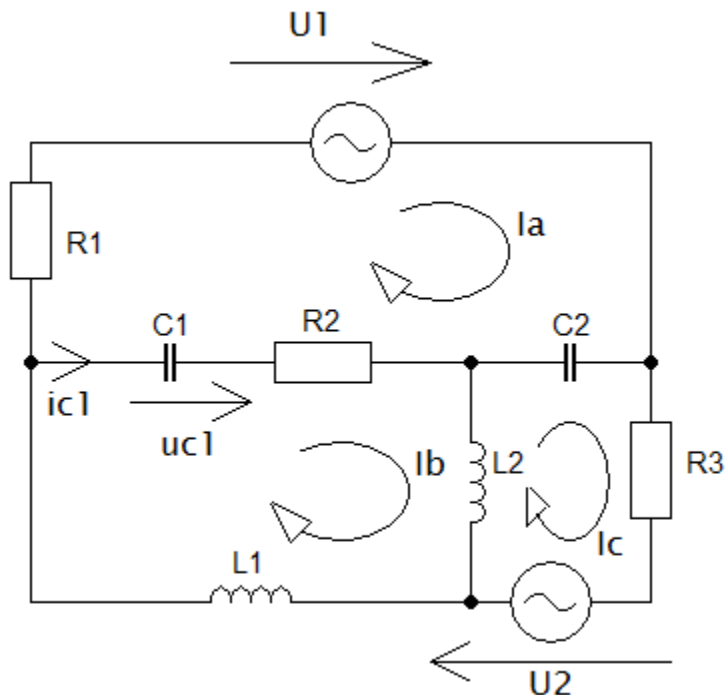
Pre napájacie napätie platí :  $u_L = U_1 \sin(2\pi ft)$ ,  $u_2 = U_2 \sin(2\pi ft)$ .

Vo vzťahu pre napätie  $u_{C1} = U_{C1} \sin(2\pi ft + \varphi_{C1})$ , určite  $|U_{C1}|$  a  $\varphi_{C2}$ . Použite metódu zjednodušovania obvodu.

Zadané hodnoty :

| $U_1$ [V] | $U_2$ [V] | $R_1$ [ $\Omega$ ] | $R_2$ [ $\Omega$ ] | $R_3$ [ $\Omega$ ] | $L_1$ [mH] | $L_2$ [mH] | $C_1$ [F] | $C_2$ [F] | $f$ [Hz] |
|-----------|-----------|--------------------|--------------------|--------------------|------------|------------|-----------|-----------|----------|
| 35        | 55        | 125                | 140                | 180                | 120        | 100        | 200       | 105       | 70       |

Schéma zapojenia :



### 1. Vypočítame uhlovú rýchlosť

$$\omega = 2\pi * f = 2\pi * 70 = 439,8230 \text{ rad/s}$$

### 2. Odporov cievok a kondenzátorov :

$$XC_1 = \frac{-1}{\omega C_1} j = \frac{-1}{439,823 * 200 * 10^{-6}} = -j11,3682 \Omega$$

$$XC_2 = \frac{-1}{\omega C_2} j = \frac{-1}{439,823 * 105 * 10^{-6}} = -j21,6538 \Omega$$

$$XL_1 = \omega * L_1 * j = 439,823 * 120 * 10^{-3} * j = j52,7788 \Omega$$

$$XL_2 = \omega * L_2 * j = 439,823 * 100 * 10^{-3} * j = j43,9823 \Omega$$

### 3. Zostavíme rovnice pre jednotlivé prúdy :

$$I_a: I_a R_1 + X_{C1} * (I_a - I_b) + R_2 * (I_a - I_b) + X_{C2} * (I_a - I_c) + U_1 = 0$$

$$I_b: I_b X_{L1} + X_{C1} * (I_b - I_a) + R_2 * (I_b - I_a) + X_{L2} * (I_b - I_c) = 0$$

$$I_c: I_c R_3 + X_{C2} * (I_c - I_a) + X_{L2} * (I_c - I_b) + U_2 = 0$$

### 4. Do rovníc dosadíme známe hodnoty :

$$125I_a - j11,3682 * (I_a - I_b) + 140 * (I_a - I_b) - j21,6538 * (I_a - I_c) + 35 = 0$$

$$I_b j52,7788 - j11,3682 * (I_b - I_a) + 140 * (I_b - I_a) + j43,9823 * (I_b - I_c) = 0$$

$$180 I_c - j21,6538 * (I_c - I_a) + j43,9823 * (I_c - I_b) + 55 = 0$$

### 5. Vypočítame sústavu rovníc :

$$I_a = -0,2307 + j0,0469 A$$

$$I_b = -0,1853 + j0,0793 A$$

$$I_c = -0,0776 - j0,0406 A$$

### 6. Vypočítame $U_{C1}$ a $\varphi_{C1}$ :

$$\begin{aligned} U_{C1} &= (I_b - I_a) * X_{C1} = ((-0,1853 + j0,0793) - (-0,2307 + j0,0469)) * (-j11,6538) \\ &= 0,3673 - j0,5153V \end{aligned}$$

$$|U_{C1}| = \sqrt{Im_{U_{C1}}^2 + Re_{U_{C1}}^2} = \sqrt{0,3673^2 + 0,5153^2} = 0,6328 V$$

$$\varphi_{C1} = \arctan \frac{Im_{U_{C1}}}{Re_{U_{C1}}} = \frac{-0,5153}{0,3673} = -0,9515 rad \rightarrow 119,4232^\circ$$

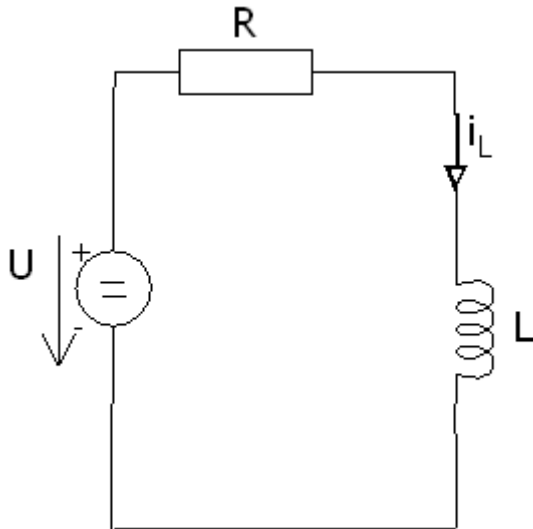
### Príklad 6 – variant A

Zostavte diferenciálnu rovnicu popisujúcu chovanie obvodu na obrázku, upravte ju dosadením hodnôt parametrov. Vypočítajte analytické riešenie  $i_L = f(t)$ . Skontrolujte dosadením do zostavenej rovnice.

Zadané hodnoty :

| U[V] | R [Ω] | L[mH] | $I_L(0)$ [V] |
|------|-------|-------|--------------|
| 20   | 10    | 40    | 9            |

Schéma zapojenia :



**1. Vyjadríme  $U_L$  pomocou kirchiffovho zákona, dosadíme do axiómu :**

$$U_L = U - U_R$$

$$i'_L = \frac{1}{L} * (U - U_R) = \frac{1}{L} * (U - R * i_L)$$

$$L * i'_L + R * i_L = U$$

**2. Dosadíme do rovnice :**

$$40i'_L + 10i_L = 20$$

**3. Vypočítame  $\lambda$  :**

$$\lambda = -\frac{1}{4}$$

**4. Očakávaný tvar :**

$$i_L(t) = c(t) * e^{\lambda t} = c(t) * e^{-\frac{1}{4}t}$$

## 5. Riešime rovnicu :

### 5.1 Derivujeme $i_L$

$$i'_L = c'(t) * e^{-\frac{1}{4}t} + c(t) * e^{-\frac{1}{4}t} * \left(-\frac{1}{4}\right)$$

### 5.2 Dosadíme hodnotu $i_L$ a $i'_L$ , zjednodušíme :

$$40 c'(t) * e^{-\frac{1}{4}t} - 10c(t) * e^{-\frac{1}{4}t} + 10c(t) * e^{-\frac{1}{4}t} = 20$$

$$40c'(t) * e^{-\frac{1}{4}t} = 20$$

$$c'(t) * e^{-\frac{1}{4}t} = 0,5$$

$$c'(t) = \frac{0,5}{e^{-\frac{1}{4}t}}$$

$$c'(t) = 0,5 * e^{\frac{1}{4}t}$$

### 5.3 Integrujeme $c'(t)$ :

$$\int c'(t)dt = \int 0,5 * e^{\frac{1}{4}t} dt$$

$$c(t) + k1 = 0,5 * e^{\frac{1}{4}t} * \frac{1}{\frac{1}{4}} + K2$$

$$c(t) = 2 * e^{\frac{1}{4}t} + k$$

### 5.4 Dosadíme $c(t)$ do očakávaného riešenia :

$$i_L(t) = \left(2 * e^{\frac{1}{4}t} + k\right) * e^{-\frac{1}{4}t}$$

$$i_L(t) = 2 + k * e^{-\frac{1}{4}t}$$

### 5.5 Dosadíme počiatočnú podmienku $i_L$ a dopočítame konštantu $k$ :

$$9 = 2 + k * e^{-\frac{1}{4}t}$$

$$9 = 2 + k * e^{-\frac{1}{4}0}$$

$$9 = 2 + k$$

$$k = 9 - 2 = 7$$



## 6. Výsledok :

$$i_L(t) = 2 + 7 * e^{-\frac{1}{4}t}$$

## 7. Skúška výsledku :

$$i_L = 2 + 7 * e^{-\frac{1}{4}t}$$

$$i'_L = 7 * e^{-\frac{1}{4}t} * \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$40 * \left(7 * e^{-\frac{1}{4}t} * \left(-\frac{1}{4}\right)\right) + 10 * \left(2 + 7 * e^{-\frac{1}{4}t}\right) = 20$$

$$-70 * e^{-\frac{1}{4}t} + 20 + 70 * e^{-\frac{1}{4}t} = 20$$

$$20 = 20$$

### Tabuľka výsledkov

| Príklad č. | Variant zadania | Výsledok                          |                                 |
|------------|-----------------|-----------------------------------|---------------------------------|
| 1          | B               | $U_{R7} = 13,1682 \text{ V}$      | $I_{R7} = 38,7 \text{ mA}$      |
| 2          | A               | $U_{R3} = 4,3251 \text{ V}$       | $I_{R3} = 20,6 \text{ mA}$      |
| 3          | A               | $U_{R5} = 93,6960 \text{ V}$      | $I_{R5} = 292,8 \text{ mA}$     |
| 4          | B               | $ U_{L2}  = 9,4808 \text{ V}$     | $\varphi_{L2} = -22,9081^\circ$ |
| 5          | A               | $ U_{C1}  = 0,6328 \text{ V}$     | $\varphi_{C1} = 119,4232^\circ$ |
| 6          | A               | $i_L(t) = 2 + 7e^{-\frac{1}{4}t}$ |                                 |