Name(n):

eigentlich kontrollierende(r) Tutor(in) (Postfach):

Aufgabe 1: Wahr oder falsch?

Kreuzen Sie an und berichtigen Sie die falschen Aussagen[1]!

Aussage	**Wahr**	**Falsch**
Es gibt keine natürliche Zahl x mit $x \in$ [91,101] und $x \in \mathbb{G}(10,1)$.		
$\forall\ x \in \mathbb{N}$ mit $x \in \mathbb{G}(6,5)$ gilt $x \in \mathbb{G}(7,5)$.		
Gesamtfehler = $\kappa_{rel} \cdot$ Eingabefehler + $\sigma_{rel} \cdot$ Auswertungsfehler.		
Im Dualsystem sind alle Zahlen exakt darstellbar.		
Sei f nicht stetig. Dann gilt $\forall\ x \in \mathbb{R} : \kappa_{rel}(f,x) = \infty$.		
Sei $f(x) := nx^n$. Dann gilt $\forall\ x \in \mathbb{N} : \kappa_{abs}(f,x) = n^2x^{n-1}$.		
Der Vorteil der expliziten Form der Drei-Term-Rekursion ist der, dass man nur einen Startwert braucht.		
Die Multiplikation ist -relativ betrachtet- genauso gut konditioniert wie die Division.		
Sei $f(x) := mx + b$. Dann ist die relative Kondition der Nullstellenbestimmung $\kappa_{rel} = 1$ bei konstantem $m = 1$ und variablem b.		
Sei $f(x) = x^6$ mit $f(x) = g_1(x) = x^6$ bzw. $f(x) = g_3(g_2(x))$ mit $g_2(x) = x^3$, $g_3(y) = y^2$. Dann gilt: $\sigma_{g_1} \leq \sigma_{g_3 \circ g_2}$.		
Die relative Stabilität ist die Eigenschaft eines gegebenen Problems.		
Es gibt eine konstante Funktion f mit $f = o(x)$, $x \to 0$.		

Folgende Aussagen sind falsch:

1. Es gibt keine natürliche Zahl x mit $x \in$ [91,101] und $x \in \mathbb{G}(10,1)$. Denn: $x = 100 \in \mathbb{G}(10,1)$.

4. Im Dualsystem sind alle Zahlen exakt darstellbar. Denn: Die Null ist nicht exakt darstellbar.

5. Sei f nicht stetig. Dann gilt $\forall\ x \in \mathbb{R} : \kappa_{rel}(f,x) = \infty$. Denn: $\kappa_{rel}(f,x) = \infty$ gilt nur an den Stellen x, wo f nicht stetig ist.

6. Sei $f(x) := nx^n$. Dann gilt $\forall\ x \in \mathbb{N} : \kappa_{abs}(f,x) = n^2x^{n-1}$. Denn: $\kappa_{abs}(f,x) = |n^2x^{n-1}|$.

7. Der Vorteil der expliziten Form der Drei-Term-Rekursion ist der, dass man nur einen Startwert braucht. Denn: Man braucht ebenso zwei Startwerte, x_0 und x_1.

11. Die relative Stabilität ist die Eigenschaft eines gegebenen Problems. Denn: Entweder „Die relative Kondition ist die Eigenschaft eines gegebenen Problems.“ oder „Die relative Stabilität ist die Eigenschaft eines gegebenen Algorithmuses.“.

[1] Die Berichtigung falscher Aussagen wird in der Klausur höchstwahrscheinlich nicht gefordert sein.

Aufgabe 2: Wie in der ersten Klasse...

1. Setzen Sie die Zeichen <, > oder = !

34_7 $\square 32_8$ $94,4_{10}$ $\square 1130{,}2_4$ $108,\overline{3}_{10}$ $\square 300{,}2_6$ 11011_2 $\square 20_{13}$

Lösung:

$34_7 < 32_8$ $94,4_{10} > 1130,2_4$ $108,\overline{3}_{10} = 300,2_6$ $11011_2 > 20_{13}$

2. Finden Sie die größte Zahl $x \in \mathbb{G}(5,4)$ mit $567,3_8 > x \cdot 43,3_6$!

Lösung:

$567,3_8 > x_5 \cdot 43,3_6 \Leftrightarrow 375,375_{10} > x_5 \cdot 27,5 \Leftrightarrow 13,65_{10} > x_5$. Offenbar gilt: $13,65_{10} = 23,3\overline{1}_5$. Daraus folgt, dass $x_5 < 23,3\overline{1}_5$ sein muss. Da x die Mantissenlänge 4 hat, wird an der 5. Stelle gerundet. Also ist $x = 23,31_5$.

3. Finden Sie die kleinste Zahl $y > 0$ mit $y \in \mathbb{G}(8,3)$, für die gilt: $256,431_7 > y + 74,76_9$!

Lösung:

Eine solche Zahl kann man nicht explizit angeben! Denn $256,431_7 > 74,76_9$. Eine sehr kleine Zahl wäre $y = 0,00000001$. Kleiner wäre aber $y = 0000000000001$, die ebenfalls in $\mathbb{G}(8,3)$ liegt. Und dieses „Spielchen" kann man ewig so weiterführen... Anhand der normalisierten Gleitkommadarstellung für $y = (-1)^0 \cdot 0,1 \cdot 8^e$ sieht man, dass y für alle e die gleiche Mantissenlänge hat ($l = 1$).