

9. Übungszettel zur Vorlesung „Computerorientierte Mathematik I“

Wintersemester 2012/13

Prof. Dr. Rupert Klein
Anna Hartkopf, Martin Götze

Abgabe in die Tutorenfächer oder im Tutorium
bis spätestens Donnerstag, den 31. Januar 2013, 18⁰⁰

Aufgabe 1 (6 Punkte).

Zeigen Sie für $p = 1$ und $p = 2$, dass $\|x\|_p = (\sum_{i=1}^n |x_i|^p)^{\frac{1}{p}}$ eine Norm auf \mathbb{R}^n ist. Für $p = 2$ können Sie die Cauchy-Schwarzsche Ungleichung

$$|\langle x, y \rangle| \leq \|x\|_2 \|y\|_2 \quad \forall x, y \in \mathbb{R}^n$$

verwenden.

Aufgabe 2 (4 Punkte).

Zeichnen Sie jeweils die Einheitskugel

$$B_{1,\alpha}(0) := \{x \mid x \in \mathbb{R}^2, \|x\|_\alpha \leq 1\}$$

für $\alpha \in \{1, 2, 4, \infty\}$, d.h. die Einheitskugeln bezüglich der Normen $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$, $\|\cdot\|_4$ und $\|\cdot\|_\infty$.

Aufgabe 3 (10 Punkte).

Implementieren Sie den Gaußschen Algorithmus (LR -Zerlegung) für quadratische Matrizen in MATLAB und überlegen Sie sich, wie Sie dabei möglichst speichersparend vorgehen können. Stellen Sie dazu drei Routinen zur Verfügung, und zwar die eigentliche LR -Zerlegung, die Vorwärts- und die Rückwärtssubstitution. Testen Sie den von Ihnen geschriebenen Algorithmus an linearen Gleichungssystemen der Dimension $n = 10^0, 10^1, 10^2, \dots$ (dazu können Sie z.B. auch den `rand`-Befehl nutzen) und protokollieren Sie die Laufzeiten.

Hinweis: Am 1.2.2013 um 14-18 Uhr findet in der Rost-/Silberlaube im Hörsaal 1A die Probeklausur statt. Die Teilnahme ist selbstverständlich freiwillig