27.1.2012 CoMa I – Nachbesprechung der Probeklausur

① 1. falsch (0 ist nicht eindeutig darstellbar)
$\pi, e, \sqrt{2}, \dots$

4. falsch, $\kappa_{abs} = |2x|$

6. falsch, $\kappa_{abs} \leq L$

7. falsch, $\lim_{x \to \infty} \frac{x!}{x} = \lim_{x \to \infty} (x-1)! = \infty$

9. wahr, $q_1 = s \cdot q_2$, $s \in \mathbb{N}$

10. falsch, Kondition (Einheitsmatrix) = 1

11. falsch, $x_{0,1,2,3} = \begin{matrix} +-0{,}9 \\ +-6 \end{matrix}$

12. falsch, $f(x) = 2x^2$, $g(x) = x^2$

② a) $1221_3 = 110100_3$

b) $3{,}1415_{10} = x_{20} = 3{,}2(16)(12)_{20} = 3{,}2GC_{20}$

$\quad = 3 + 0{,}1415$

$3 : 20 = 0 \; R\, 3$

$\frac{1415}{10000} \cdot 20 = 2 \quad R \; \frac{83}{100}$

$\frac{83}{100} \cdot 20 = 16 \quad R \; \frac{6}{10}$

$\frac{6}{10} \cdot 20 = 12 \quad R \; 0$

c) $ADCF_{16} = 44.495_{10}$

d) $q = 9$:

$123_9 \cdot 345_9$

```
  37000
   5030
    626
  -----
  43656 (9)
```

$q = 8$:

$123_8 \cdot 345_8$

```
  37100
   5140
    637
  -----
  45077 (8)
```

Generated by CamScanner from intsig.com

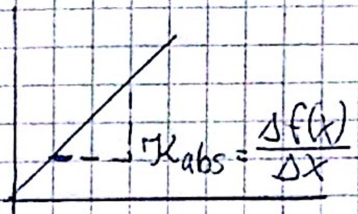
③ a) $f(x) = 1 \quad \forall x \qquad (\text{wegen } \sin^2(x) + \cos^2(x) = 1)$

$\rightsquigarrow \mathcal{K}_{abs} = |f'(x)| = 0$

$\rightsquigarrow \mathcal{K}_{rel} = \mathcal{K}_{abs} \frac{|x|}{|f(x)|} = 0$

b) $\frac{|f(x_0) - f(x)|}{|f(x_0)|} \leq \mathcal{K}_{rel} \cdot \frac{|x_0 - x|}{|x_0|} + \sigma(x_0 - x)$

$\mathcal{K}_{abs}$ = Betrag der Steigung



④ Gestern $(x_0) = 0$
Heute $(x_1) = 10$ } Morgen $(x_2) = 10 + 10 \cdot 5 = 60$

$\rightsquigarrow$ Übermorgen $(x_3) = \underbrace{10 + 10 \cdot 5}_{x_2} + 10 \cdot 10 + 10 \cdot 5 \cdot 5$

für 10 Läuse ist das mind. 2. Tag

10·5 haben gestern (also „Morgen (x_2)") je 5 Eier gelegt

$\rightsquigarrow x_{n+1} = \underbrace{x_n}_{\text{bisher da}} + \underbrace{10\, x_{n-1}}_{\text{mind. 2 Tage alt}} + 5 \underbrace{(x_n - x_{n-1})}_{\text{erst einen Tag alt}}$

$\rightsquigarrow x_{n+1} - 6 x_n - 5 x_{n-1} = 0$

$\rightsquigarrow \lambda^2 - 6\lambda - 5 = 0 \qquad$ wissen: $|\lambda_2| > |\lambda_1|$

$\rightsquigarrow \lambda_2 = 3 + \sqrt{14}$

$\lambda_1 = 3 - \sqrt{14}$

$\alpha(x_1) = \frac{\lambda_2 x_0 - x_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{-5}{\sqrt{14}} \quad \rightsquigarrow \beta(x_1) = x_0 - \alpha(x_1) = \frac{5}{\sqrt{14}}$

$\rightsquigarrow f(x_1) = \alpha(x_1) \cdot \lambda_1^k + \beta(x_1) \cdot \lambda_2^k$

$f_{20}(10) = \frac{-5}{\sqrt{14}} \cdot (3 - \sqrt{14})^{20} + \frac{5}{\sqrt{14}} \cdot (3 + \sqrt{14})^{20}$

$\approx 5{,}03 \cdot 10^{16}$

(5) in der Klausur verlangt:

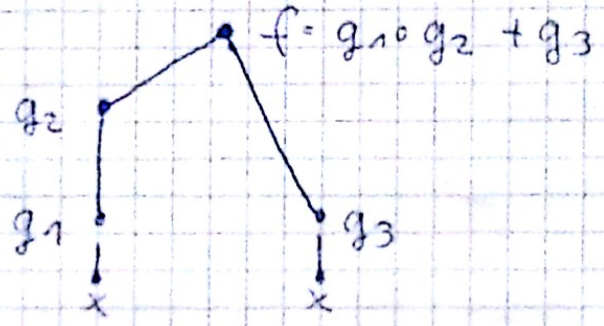
- Baum zeichnen
- evtl. Stabilitätsberechnung mit mehreren Variablen

a) $\sigma(g_1) = 1 \qquad \sigma_{g_2} = 1 \qquad \sigma_{g_3} = 1$

$$\sigma_{g_2 \circ g_1} \leq 1 + K_{rel\, g_2} \cdot \sigma_{g_1}$$
$$= 1 + K_{abs\, g_2} \cdot \frac{|y|}{|y-5|}$$
$$\overset{y=x^2}{=} 1 + \frac{|x^2|}{|x^2-5|}$$

$$\boxed{g_2 \circ g_1 = g_2(\underbrace{g_1(x)}_{y})} = g_2(y)$$

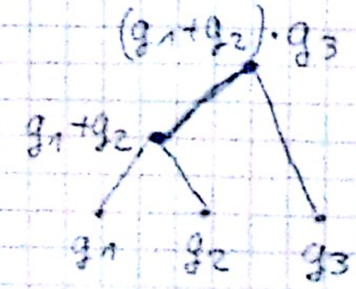
$$\sigma_f \leq 1 + \frac{|g_2 \circ g_1(x)| + |g_3(x)|}{|g_2 \circ g_1(x) + g_3(x)|} \cdot \max\{\sigma_{g_2 \circ g_1}, \sigma_{g_3}\}$$



b) $\sigma_{g_1} = \sigma_{g_2} = \sigma_{g_3} = 1$

$$\sigma_{g_1+g_2} \leq 1 + \frac{|g_1| + |g_2|}{|g_1+g_2|} \cdot \max\{\sigma g_1, \sigma g_2\}$$
$$= 1 + \frac{|x^2| + |\sqrt{x}|}{|x^2 + \sqrt{x}|}^{*} \cdot 1 = 2$$

$$\sigma_f \leq 1 + K_{rel} \cdot \max\{\sigma_{g_1+g_2}, \sigma_{g_3}\} = 1 + 2 \cdot 2 = 5$$



* können kürzen, da Funktionswerte ≥ 0

⑩ $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ $(n=4)$

s_1^1 s_2^1

s_2^2

$\rightsquigarrow n=4 \rightarrow 3$ Summen

$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8$ $(n=8)$

s_1^1 s_2^1 s_3^1 s_4^1

s_1^2 s_2^2

s_1^3

$\rightarrow$ für $n=8$ gibt es 7 Summen

$\Rightarrow a(n) = n-1$

$\rightsquigarrow O(n)$

⑥ $x = \begin{pmatrix} -3/5 \\ 2/5 \end{pmatrix}$

⑦ $R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightsquigarrow L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $K(A) = 24$

⑧ 1. Fehler: q fehlt bei dec2basis(n, q)

2. Fehler: Zeile 3: n==0 anstatt n=0

3. Fehler: Zeile 9: while (n!=0)

4. Fehler: Zeile 11: floor

5. Fehler: Zeile 14: ; fehlt & end fehlt

⑨ $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $v^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $v = (1 \ 0)$

$\rightsquigarrow \sqrt{v^T \cdot M \cdot v} = 0$, aber $v \neq 0$

$\rightarrow$ M muss positiv definiert sein

$(v^T \cdot M \cdot v > 0) \ \forall v \neq 0$

⑪ Liste wird aufsteigend sortiert

Ausgabe: [1 2 3 4 5 6 7]

⑥ Grundrechenarten bei anderer Basis

$$\left(\begin{array}{cc|c} 14_5 & 1_5 & -100_5 \\ 33_5 & 24_5 & -101_5 \end{array}\right) \xrightarrow{2\cdot I} \left(\begin{array}{cc|c} 33_5 & 2_5 & -200_5 \\ 33_5 & 24_5 & -101_5 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{II-I} \left(\begin{array}{cc|c} 33_5 & 2_5 & -200_5 \\ 0_5 & 22_5 & 44_5 \end{array}\right) \xrightarrow{II:22_5}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} 33_5 & 2_5 & -200_5 \\ 0_5 & 1_5 & 2_5 \end{array}\right) \xrightarrow{I-2II} \left(\begin{array}{cc|c} 33_5 & 0_5 & -204_5 \\ 0_5 & 1_5 & 2_5 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{I:33_5} \left(\begin{array}{cc|c} 1_5 & 0_5 & -3_5 \\ 0_5 & 1_5 & 2_5 \end{array}\right)$$

Themen in der Klausur

- ableiten von diffbaren Fkt.
- Lipschitz
- Kondition von nichtlinearen Funktionen
- Stabilität
- Kondition
- Zahlenumwandlung