

# 1. Übungszettel zur Vorlesung „Computerorientierte Mathematik I“

Wintersemester 2012/13

Prof. Dr. Rupert Klein  
Anna Hartkopf, Martin Götze

Abgabe in die Tutorenfächer oder im Tutorium  
bis spätestens Donnerstag, den 8. November 2012, 18<sup>00</sup>

## Aufgabe 1. Zahlen und ihre Darstellung [4 Punkte]

Bestimmen Sie jeweils die Darstellung  $x$  der gegebenen natürlichen Zahl in der angegebenen Basis. Achten Sie hierbei darauf, Ihre einzelnen Rechenschritte nachvollziehbar darzustellen.

*Eine alleinige Angabe der Lösung genügt nicht!*

(a)  $2012_{10} = x_2$

(b)  $ABC_{13} = x_3$

(c)  $23_7 = x_{17}$

(d)  $1101681_9 = x_{36}$

## Aufgabe 2. Einfache Umrechnung [6 Punkte]

Wie wir unter anderem aus Aufgabe 1 wissen, ist die Umrechnung einer Zahl von der Darstellung in einer Basis in die andere nicht immer einfach. Es gibt jedoch Fälle, in denen das einfacher als oben geht: Wir betrachten einmal die Zahlen  $\{0, \dots, 16\}$  in den Basen 2, 4 und 10.

Basis 10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Basis 2	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111	10000
Basis 4	0	1	2	3	10	11	12	13	20	21	22	23	30	31	32	33	100

Können Sie einen Zusammenhang zwischen der Darstellung zur Basis 4 und der zur Basis 2 erkennen (*Hinweis*: Beachten Sie die Gruppierung der Ziffern)?

Notieren Sie Ihre Beobachtung als mathematische Aussage über die Zahldarstellung und beweisen Sie, dass sie wahr ist. Nutzen Sie die gefundene Aussage, um  $10100110101100101_2$  zur Basis 4 und  $13021031201_4$  zur Basis 2 darzustellen.

*Freiwilliger Zusatz*: [3 Zusatzpunkte] Welcher Zusammenhang muß zwischen zwei Basen  $q$  und  $r$  bestehen, damit ein ähnlicher Umwandlungstrick wie oben klappt? Beweisen Sie Ihre Behauptung!

**Aufgabe 3.** *Umrechnung mit dem Rechner* [10 Punkte]

Verfassen Sie eine schrittweise Anleitung für die Umrechnung der Darstellung einer Zahl  $n \in \mathbb{N}$  in der Basis 10 in die Basis 2, d. h. beschreiben Sie in eigenen Worten wie Sie zum Beispiel in Aufgabe 1 vorgegangen sind.

Implementieren Sie Ihr oben beschriebenes Verfahren in Matlab/Octave. Testen Sie Ihre Implementierung mit den Beispielen  $1000_{10}$ ,  $1024_{10}$ ,  $12_{10}$  und  $23_{10}$ .

*Hinweis:* Folgende Matlab/Octave-Funktionen könnten eventuell hilfreich sein:

- **mod(n,k)** : Berechnet den Rest bei Division mit Rest von  $n$  durch  $k$ , d. h. dasjenige  $r \in \{0, \dots, k-1\}$ , so dass  $n = qk + r$  mit ganzzahligem  $q$  gilt.
- **floor(x)** : Berechnet die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich  $x$  ist, d. h. **floor** rundet ab, z. B. ist **floor(4.2) = 4** und **floor(-3.4) = -4**.
- **ceil(x)** : Berechnet die kleinste ganze Zahl, die größer oder gleich  $x$  ist, d. h. **ceil** rundet auf, z. B. ist **ceil(4.2) = 5** und **ceil(-3.4) = -3**.