Nachbesprechung (9. Zettel)

Lösung zur Aufgabe 1

a) z.z.: 1. $\|x\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |x_i| = \underbrace{|x_1|}_{\geq 0} + \underbrace{|x_2|}_{\geq 0} + \underbrace{|x_3|}_{\geq 0} + \dots \Rightarrow \sum |x_i| \geq 0$

mit "=" $\Leftrightarrow x = 0$

2. $\|\alpha x\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |\alpha x_i| = \sum_{i=1}^{n} (|\alpha| |x_i|) = (\sum |x_i|) \cdot |\alpha| = |\alpha| \cdot \sum |x_i|$

$= |\alpha| \cdot \|x\|_1$

3. $\|x+y\| = \sum |x_i + y_i| \leq \sum ||x_i| + |y_i|| = \sum (|x_i| + |y_i|)$

$= \sum |x_i| + \sum |y_i|$

$= \|x\|_1 + \|y\|_1$

b) 1. $\|x\|_2 = \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^2\right)^{\frac{1}{2}} = (\underbrace{|x_1|^2}_{\geq 0} + \underbrace{|x_2|^2}_{\geq 0} + \dots + \underbrace{|x_n|^2}_{\geq 0})^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \|x\|_2 \geq 0$, "=" $\Leftrightarrow x = 0$

2. $\|\alpha x\|_2 = \left(\sum |\alpha x_i|^2\right)^{\frac{1}{2}} = \left(|\alpha x_1|^2 + |\alpha x_2|^2 + |\alpha x_3|^2 + \dots + |\alpha x_n|^2\right)^{\frac{1}{2}}$

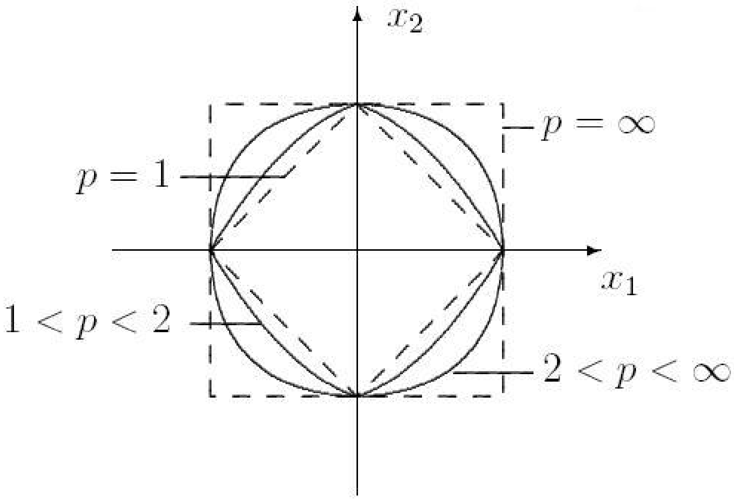
$= \left(|\alpha|^2 |x_1|^2 + |\alpha|^2 |x_2|^2 + \dots + |\alpha|^2 |x_n|^2\right)^{\frac{1}{2}}$

$= (|\alpha|^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (|x_1|^2 + \dots + |x_n|^2)^{\frac{1}{2}}$

$= |\alpha| \cdot \|x\|_2$

3. $\|x+y\|_2 = \left(\sum (|x_i + y_i|)^2\right)^{\frac{1}{2}} \underset{CSU}{\leq} \left(\sum |x_i|^2\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\sum |y_i|^2\right)^{\frac{1}{2}} = \|x\|_2 + \|y\|_2$

Lösung zur Aufgabe 2



Normen für verschiedene p. Ergänzung: Für $p = 2$ ergibt sich der Einheitskreis.
Quelle:
http://www3.mathematik.tu-darmstadt.de/fileadmin/home/users/186/Skripte_Alber/ana2.pdf

Lösung zur Aufgabe 3

__Autoren:__ **Pauline B., Regina M. und Christian B.**

```
function [R,L,y,x] = gauss(A)

tic;                                          % Beginn Zeitmessung.

% Prüfung ob erweiterte Koeffizienten-Matrix eingegeben wurde.

C = size(A);
z = C(1,1);
s = C(1,2);

if z+1 ~= s
   F = 'Bitte erweiterte Koeffizienten-Matrix eingeben. Danke!';
   disp(F)
else

   % Definition der Variablen für die LR-Zerlegung

   b = A(:,s);                                % Auslesen von b.
   B = A(1:z,1:s-1);                          % Auslesen von A.
   L = eye(z);                                % Identität mit dim = z.
   C = size(B);
   z = C(1,1);
   s = C(1,2);

   % LR - Zerlegung von A
   % ====================

   for k = 1:s                                % Spaltendurchlauf.
      if B(k,k) ~= 0                          % Prüfung auf 0Pivot.
         for i = k+1:z                        % Zeilendurchlauf.
            l = B(i,k)/B(k,k);
            B(i,k) = 0;
            L(i,k) = l;                       % L-Matrix wird gefüllt.
            for j = k+1:s
               B(i,j) = B(i,j)-l*B(k,j);      % Neuberechnung der Zeile j.
            end
         end
      else
         F = 'Fehler';
         disp(F)                              % Fehlerausgabe falls 0Pivot.
      end
   end

   R = B;                                     % Matrix R ist berechnet.
```

```
    % Vorwärts-Substitution
    % =======================

    y = zeros(z,1);                           % y-Vektor mit n Nullen.

    y(1,1) = b(1,1)/L(1,1);                   % Berechnung von y(1).

    for i = 2:z
        M = 0;
        for j = 1:i-1
            M = L(i,j)*y(j,1) + M;            % Berechnung Subtrahend.
        end
        y(i,1) = (b(i,1)-M)/L(i,i);           % Berechnung y(i).
    end

    % Rückwärts - Substitution
    % ==========================

    x = zeros(z,1);                           % x-Vektor mit n Nullen.

    x(z,1) = y(z,1)/R(z,z);                   % Berechnung von y(n).

    for i = z-1:(-1):1
        M = 0;
        for j = z:(-1):i
            M = R(i,j)*x(j,1) + M;            % Berechnung Subtrahend.
        end
        x(i,1) = (y(i,1)-M)/R(i,i);           % Berechnung x(i).
    end
L
R
y
x
end
toc                                           % Ende der Zeitmessung.
```

Laufzeit-Analyse:

Dimension	Laufzeit in s (programmabhängig)
10^0	0,0003
10^1	0,012
10^2	7,17

Man erkennt somit, dass die Laufzeit sehr rasant zunimmt.

Fragen/Probleme/Kritik/Anregung ⇒ Mailt mir!!! Andi