

Computerorientierte Mathematik I

Übung 3

Gideon Schröder¹

Samanta Scharmacher²

Nicolas Lehmann³ (Dipl. Kfm., BSC)

¹ Freie Universität Berlin, FB Physik,
Institut für Physik, gideon.2610@hotmail.de

² Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik,
Institut für Informatik, scharbrecht@zedat.fu-berlin.de

³ Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik,
Institut für Informatik, AG Datenbanksysteme, Raum 170,
mail@nicolaslehmann.de, <http://www.nicolaslehmann.de>



Lösungen zu den gestellten Aufgaben

Aufgabe 1

Für die durchgeführte Rechnung gilt:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 181 & 40 \\ 1 & 175 & 65 \\ 1 & 180 & 50 \\ 1 & 170 & 25 \\ 1 & 178 & 48 \\ 1 & 182 & 52 \\ 1 & 185 & 36 \\ 1 & 170 & 60 \end{pmatrix}$$
$$(X' \cdot X)^{-1} = \begin{pmatrix} 154.8644 & -0.8504 & -0.0786 \\ -0.8504 & 0.0047 & 0.0002 \\ -0.0786 & 0.0002 & 0.0009 \end{pmatrix}$$
$$(X' \cdot X)^{-1} \neq \begin{pmatrix} 154.86 & -0.85 & -0.08 \\ -0.85 & 0.005 & 0.0002 \\ -0.08 & 0.0002 & 0.0008 \end{pmatrix}$$

Die Frage „Wer hat Recht?“ kann nicht eindeutig beantwortet werden.

- 1) Der Rechenweg beider Parteien ist korrekt.
- 2) Beide Parteien sind aufgrund unterschiedlicher Daten zu unterschiedlichen Ergebnissen gekommen.

Aufgabe 2

Teilaufgabe a)

```
function erg=runden(x,L)

    shift_counter = 0; % bestimmt die Richtung des Verschiebens
    x_is_neg = 1;      % Initialisierung des "x ist Negativ"-Flags,
                        % wenn x positiv --> x_is_neg = 1 oder
                        % x negativ --> x_is_neg = -1.
                        % Wird dann spaeter mit dem Ergebnis multipliziert.

    % Schritt 0: Pruefe ob x negativ ist, wenn ja, dann mache x positiv
    %              und merke, dass sie mal negativ war
    if (x<0)
        x=x*-1;
        x_is_neg=-1;
    end

    % Schritt 1: Bits shiften bis Mantissen-Normalform
    if (x>1)                                     % Bsp.: 12.3 --> 0.123
        while (x>1)
            x = x/10;
            shift_counter = shift_counter + 1;
        end
    else                                         % Bsp.: 0.00123 --> 0.123
        while (x>0 && x<0.1)
            x = x*10;
            shift_counter = shift_counter - 1;
        end
    end

    % Schritt 3: Shifte die von x bleibenden Ziffern in den ganzzahligen
    %              Bereich, so dass L=3: 0.1234 --> 123.4
    x=x*10^L;

    % Schritt 4.1: finde eine annaehernde ganzzahlige Darstellung von x
    %              (Nachkommastellen abschneiden)
    k=0;
    while(k<x-1)
        k=k+1;
    end

    % Schritt 4.2: finde den Rest von x
    rest=x-k;
```

```
% Schritt 5: schaue, ob gerundet werden muss
if(rest >=0.5)
    k=k+1;
end;

% Schritt 6.1: mache alle Shifts rueckgaengig
erg=k*10^(-L)*10^(shift_counter);

% Schritt 6.2: wenn x negativ war,
%              dann ist in x_is_neg = -1,
%              sonst x_is_neg = 1
erg=erg*x_is_neg;

end %eof
```

Teilaufgabe b)

Die Besser Darstellung ist $(a + b)^2$

```
function erg=taschenrechner(L,x,y,op)

% Schritt 0: runden der Eingabeparmeter
x=runden(x,L);
y=runden(y,L);

% Schritt 1: welche Rechenoperation
switch (op)

% case 1 = case '+' (Addition)
case 0
    erg = runden(x+y,L);
case '+'
    erg = runden(x+y,L);

% case 1 = case '-' (Subtraktion)
case 1
    erg = runden(x-y,L);
case '-'
    erg = runden(x-y,L);

% case 2 = case '*' (Multiplikation)
case 2
    erg = runden(x*y,L);
case '*'
    erg = runden(x*y,L);

% case 3 = case '/' (Division)
case 3
    erg = runden(x/y,L);
case '/'
    erg = runden(x/y,L);

% sonst unbekannte Rechenoperation
otherwise
    error('Unknown operator!')
end
end
```

Aufgabe 3

Teilaufgabe a)

$$\begin{aligned}
 x &= 4,7 \\
 y &= 5,6 \\
 x + y &= z \\
 z &= 10,3 \\
 rd(x) &= 5 \\
 rd(y) &= 6 \\
 rd(z) &= 10 \\
 rd(x) + rd(y) &= 11 \\
 10 &\neq 11 \\
 &\nmid
 \end{aligned}$$

$$(1) \nRightarrow (2)$$

Teilaufgabe b)

$$\begin{aligned}
 x + y = s &\Rightarrow |rd(x) + rd(y) - rd(s)| \leq 4 \cdot |rd(s)| \cdot eps \\
 &\Rightarrow |x \cdot (1 + \epsilon_x) + y \cdot (1 + \epsilon_y) - s \cdot (1 + \epsilon_z)| \leq 4 \cdot |s \cdot (1 + \epsilon_s)| \cdot \frac{1}{2} \\
 &\Rightarrow |x \cdot (1 + \frac{1}{2}) + y \cdot (1 + \frac{1}{2}) - s \cdot (1 + \frac{1}{2})| \leq 4 \cdot |s \cdot (1 + \frac{1}{2})| \cdot \frac{1}{2} \\
 &\Rightarrow |\frac{3}{2}(x + y - s)| \leq 2 \cdot |\frac{3}{2} \cdot s| \\
 &\Rightarrow \frac{3}{2} \cdot |(x + y - s)| \leq \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot |s| \\
 &\Rightarrow |(x + y - s)| \leq 2 \cdot |s| \\
 &\Rightarrow |(x + y - (x + y))| \leq 2 \cdot |s| \\
 &\Rightarrow 0 \leq 2 \cdot |s| \\
 &\Rightarrow 0 \leq |s|
 \end{aligned}$$

$$(1) \Rightarrow (3)$$

□