

UB1 A2

$$\sum_{i=0}^{n-1} a_i r^i = \sum_{i=0}^{n-1} a_i q^{ki} \rightsquigarrow \sum_{l=0}^{n-1} b_l q^l$$

$$a_0 q^0 = b_0 q^0 + b_{k+1} q^1 + \dots + b_{k-1} q^{k-1}$$

$$a_1 q^1 = b_k q^k + b_{k+1} q^{k+1} + \dots + b_{2k-1} q^{2k-1}$$

$$\vdots$$

$$a_{n-1} q^{k(n-1)} = b_{k(n-1)} q^{k(n-1)} + \dots + b_{nk-1} q^{nk-1}$$

$$\Rightarrow kn - (k-1) \leq m \leq nk$$

$$a_i q^{ki} = b_{ki} q^{ki} + \dots + b_{ki+(k-1)} q^{ki+(k-1)}$$

$$b_{ki+(k-1)} = \left\lfloor \frac{a_i q^{ki} \mod (q^{ki+k})}{q^{ki+(k-1)}} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{(a_i) \mod (q^k)}{q^{k-1}} \right\rfloor$$

$$b_{ki+(k-2)} = \left\lfloor \frac{(a_i q^{ki}) \mod (q^{ki+(k-1)})}{q^{ki+(k-2)}} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{(a_i) \mod (q^{k-1})}{q^{k-2}} \right\rfloor$$

$$b_{ki} = \left\lfloor \frac{(a_i q^{ki}) \mod (q^{ki+1})}{q^{ki}} \right\rfloor = \sum (a_i) \mod (q)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} a_i q^{ki} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=0}^{k-1} \left\lfloor \frac{(a_i) \mod (q^{j+1})}{q^j} \right\rfloor q^{ki+j}$$

Alle Summanden  
zu Summieren

## Wiederholung

### Rundungsfehler und Gleitkommaarithmetik

$$x = a^* q^e \quad q^{-n} \leq a^* < 1$$

$$\tilde{x} = rd(x) = a q^e$$

$$a = \sum_{i=1}^l a_i q^{-i} + \begin{cases} 0 & a_{l+1} < \frac{q}{2} \\ q^{-l} & a_{l+1} \geq \frac{q}{2} \end{cases}$$

- absolute Rundungsfehler kann beliebig groß werden

$$|x - rd(x)| \geq q^N$$

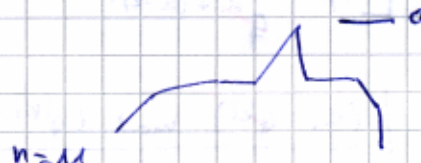
- relativer Fehler ist durch Maschinengenauigkeit beschränkt

$$\frac{|x - rd(x)|}{|x|} \leq \frac{1}{2} q^{-(l-1)}$$

### Zahlenmengen statt Zahlen

↪ Gleichheitsabfragen sind verboten

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - \pi}{\sin(x)} & \sin(x) \neq 0 \\ -1 & \sin(x) = 0 \end{cases}$$



$$G(l, q) \quad \text{Bsp: } G(4, 10)$$

$$1234 \hat{=} 0,1234 = 1234, (1234)$$

↙ muss gerundet werden  
da sonst nicht mehr in der  
Länge wäre

Gleitkommazahlen mit Gleitkommaarithmetik ist kein Körper mehr!!!

$$(a \hat{+} b) \hat{+} \neq a \hat{+} (b \hat{+} c)$$

$$a \hat{*} (b \hat{+} c) \neq a \hat{*} b \hat{+} a \hat{*} c$$