# Computerorientierte Mathematik I
## Übung 4

Gideon Schröder[1]
Samanta Scharmacher[2]
Nicolas Lehmann[3] (Dipl. Kfm., BSC)

[1] Freie Universität Berlin, FB Physik,
Institut für Physik, gideon.2610@hotmail.de
[2] Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik,
Institut für Informatik, scharbrecht@zedat.fu-berlin.de
[3] Freie Universität Berlin, FB Mathematik und Informatik,
Institut für Informatik, AG Datenbanksysteme, Raum 170,
mail@nicolaslehmann.de, http://www.nicolaslehmann.de

# Lösungen zu den gestellten Aufgaben

## Aufgabe 1

### Teilaufgabe i)

Direkter Beweis:

$$f(x) \in o(x)$$
$$g(x) \in o(x)$$

$$\begin{aligned} z.z.: f(x) + g(x) = h_1(x) &\in o(x) \\ lim_{x\to 0} \frac{f(x)+g(x)}{x} &= 0 \\ lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} + lim_{x\to 0} \frac{g(x)}{x} &= 0 \\ 0 + 0 &= 0 \qquad \square \end{aligned}$$

Gegenbeispiel: sei $f(x) = x^3$, $g(x) = x^2$

$$\begin{aligned} z.z.: f(x) \cdot \frac{1}{g(x)} &= h_2(x) \in o(x) \\ lim_{x\to 0} \left( \frac{\frac{f(x)}{g(x)}}{x} \right) &= 0 \\ lim_{x\to 0} \left( \frac{x^3}{x^2 \cdot x} \right) &= 0 \\ lim_{x\to 0} (1) &= 0 \\ 1 &= 0 \qquad \lightning \end{aligned}$$

Direkter Beweis:

$$\begin{aligned} z.z.: f(x) \cdot g(x) &= h_3(x) \in o(x) \\ lim_{x\to 0} \frac{f(x)\cdot g(x)}{x} &= 0 \\ lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} \cdot lim_{x\to 0} \frac{g(x)}{1} &= 0 \\ lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} \cdot lim_{x\to 0} \frac{g(x)}{x} \cdot lim_{x\to 0} x &= 0 \\ 0 \cdot 0 \cdot 0 &= 0 \qquad \square \end{aligned}$$

**Teilaufgabe ii)**

$$z.z.: \frac{|x - rd(x)|}{|x|} = \frac{|rd(x) - x|}{|rd(x)|} + o(eps)$$

Keine Beweisidee gefunden!

## Aufgabe 2

Die absolute Kondition ist 0, da die Kondition des ersten Operanden 1 ist und die Kondition des zweiten Operanden −1 ist.

$$\begin{aligned}
\kappa_{abs} &= ||f'(x)|| \\
x &= (x_1, x_2)^T \\
f(x) &= x_1 - x_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{df(x)}{dx_1} &= 1 \\
\frac{df(x)}{dx_2} &= -1
\end{aligned}$$

$$\kappa_{abs} = sup\left(\frac{|x_1 + x_2|}{|x_1| + |x_2|}\right) = sup\left(\frac{0}{2}\right) = 0$$

## Aufgabe 3

$$\begin{aligned}
\kappa_{abs} &= f'(x) \\
f(x) &= (x-2)^2 \\
f'(x) &= 2 \cdot (x-2) \\
x_0 &= 4 \\
f'(x_0) &= 2 \cdot (4-2) = 4 \\
\kappa_{abs} &= 4
\end{aligned}$$