Künstliche Intelligenz

Hausaufgabe 4

N. Lehmann, A. Zubarev

21.05.2015

Aufgabe 1)

a)

$$\forall Z\ \exists Y\ \forall X\ (f(X,Y) \Longleftrightarrow (f(X,Z) \land \neg f(X,X)))$$

$$\equiv \forall Z\ \exists Y\ \forall X\ (f(X,Y) \lor \neg(f(X,Z) \land \neg f(X,X))) \land (\neg f(X,Y) \lor (f(X,Z) \land \neg f(X,X)))$$

$$\equiv \forall Z\ \exists Y\ \forall X\ (f(X,Y) \lor \neg f(X,Z) \lor f(X,X)) \land (\neg f(X,Y) \lor (f(X,Z) \land \neg f(X,X)))$$

$$\equiv \forall Z\ \exists Y\ \forall X\ (f(X,Y) \lor \neg f(X,Z) \lor f(X,X)) \land (\neg f(X,Y) \lor f(X,Z)) \land (\neg f(X,Y) \lor \neg f(X,X))$$

$$\equiv \forall Z\ \forall X\ (f(X,g(Z)) \lor \neg f(X,Z) \lor f(X,X)) \land (\neg f(X,g(Z)) \lor f(X,Z)) \land (\neg f(X,g(Z)) \lor \neg f(X,X))$$

$$\{\{f(X,g(Z)) \lor \neg f(X,Z) \lor f(X,X)\},\ \{\neg f(X,g(Z)) \lor f(X,Z)\},\ \{\neg f(X,g(Z)) \lor \neg f(X,X)\}\}$$

Die Lösung stimmt mit der Vergleichslösung überein, wobei nur die Benennung und die Reihenfolge in der Klausel selbst anders ist:
g(Z) = skA(B), X = A, Z = B

b)

$$\forall X\ \forall Y (q(X,Y) \Longleftrightarrow \forall Z (f(Z,X) \Longleftrightarrow f(Z,Y)))$$

$$\equiv \forall X\ \forall Y (q(X,Y) \Longleftrightarrow \forall Z ((f(Z,X) \lor \neg f(Z,Y)) \land (\neg f(Z,X) \lor f(Z,Y))))$$

$$\equiv \forall X\ \forall Y (q(X,Y) \lor \neg \forall Z ((f(Z,X) \lor \neg f(Z,Y)) \land (\neg f(Z,X) \lor f(Z,Y)))) \land (\neg q(X,Y) \lor \forall Z ((f(Z,X) \lor \neg f(Z,Y)) \land (\neg f(Z,X) \lor f(Z,Y))))$$

$$\equiv \forall X\ \forall Y (q(X,Y) \lor \exists Z (\neg (f(Z,X) \lor \neg f(Z,Y)) \lor \neg (\neg f(Z,X) \lor f(Z,Y)))) \land (\neg q(X,Y) \lor \forall Z ((f(Z,X) \lor \neg f(Z,Y)) \land (\neg f(Z,X) \lor f(Z,Y))))$$

$$\equiv \forall X\ \forall Y (q(X,Y) \lor \exists Z ((\neg f(Z,X) \land f(Z,Y)) \lor (f(Z,X) \land \neg f(Z,Y)))) \land (\neg q(X,Y) \lor \forall Z ((f(Z,X) \lor \neg f(Z,Y)) \land (\neg f(Z,X) \lor f(Z,Y))))$$

$$\equiv \forall X\ \forall Y\ \exists V\ \forall Z (q(X,Y) \lor (\neg f(V,X) \land f(V,Y)) \lor (f(V,X) \land \neg f(V,Y))) \land (\neg q(X,Y) \lor ((f(Z,X) \lor \neg f(Z,Y)) \land (\neg f(Z,X) \lor f(Z,Y))))$$

$$\equiv \forall X\ \forall Y\ \forall Z (q(X,Y) \lor (\neg f(g(X,Y),X) \land f(g(X),Y)) \lor (f(g(X,Y),X) \land \neg f(g(X,Y),Y))) \land (\neg q(X,Y) \lor ((f(Z,X) \lor \neg f(Z,Y)) \land (\neg f(Z,X) \lor f(Z,Y))))$$

$$\equiv \forall X \ \forall Y \ \forall Z (q(X,Y) \vee (\neg f(g(X,Y),X) \wedge f(g(X,Y),Y)) \vee (f(g(X,Y),X) \wedge \neg f(g(X,Y),Y))) \wedge \ldots$$

$$\ldots \wedge (\neg q(X,Y) \vee f(Z,X) \vee \neg f(Z,Y)) \wedge (\neg q(X,Y) \vee \neg f(Z,X) \vee f(Z,Y))$$

Da logisches ODER assoziativ ist bilden wir aus dem Rechten Teil die äquivalente KNF: (~a & b) | (a & ~b) ≡ `(~a | ~b) & (a | b)`

$$\equiv \forall X \ \forall Y \ \forall Z (q(X,Y) \vee ((\neg f(g(X,Y),X) \vee \neg f(g(X,Y),Y)) \wedge (f(g(X,Y),X) \vee f(g(X,Y),Y)))) \wedge \ldots$$

$$\ldots \wedge (\neg q(X,Y) \vee f(Z,X) \vee \neg f(Z,Y)) \wedge (\neg q(X,Y) \vee \neg f(Z,X) \vee f(Z,Y))$$

$$\equiv \forall X \ \forall Y \ \forall Z (q(X,Y) \vee \neg f(g(X,Y),X) \vee \neg f(g(X,Y),Y)) \wedge ((q(X,Y) \vee f(g(X,Y),X) \vee f(g(X,Y),Y))) \wedge \ldots$$

$$\ldots \wedge (\neg q(X,Y) \vee f(Z,X) \vee \neg f(Z,Y)) \wedge (\neg q(X,Y) \vee \neg f(Z,X) \vee f(Z,Y))$$

$$\{\{q(X,Y) \vee \neg f(g(X,Y),X) \vee \neg f(g(X,Y),Y)\},\ \{q(X,Y) \vee f(g(X,Y),X) \vee f(g(X,Y),Y)\},$$

$$\{\neg q(X,Y) \vee f(Z,X) \vee \neg f(Z,Y)\},\ \{\neg q(X,Y) \vee \neg f(Z,X) \vee f(Z,Y)\}\}$$

Nur die letzten beiden Terme stimmen mit der gegebenen Lösung überein. Außerdem ist unklar wie aus q(X,Y) plötzlich q(Y,X) werden soll (siehe Musterlösung q(B,A)). Falls das ein Tippfehler ist, dann stimmen 4 von 6 Terme überein. Möglicher Weise ist irgendwo auch ein Fehler vorhanden und es fehlen dadurch zwei Terme.

c)

$$\forall X \ \exists Y ((p(X,Y) \Leftarrow \forall X \ \exists T\, q(Y,X,T)) \Rightarrow r(Y))$$

$$\equiv \forall X \ \exists Y ((p(X,Y) \Leftarrow \forall Z \ \exists T\, q(Y,Z,T)) \Rightarrow r(Y))$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z \ \exists Y ((p(X,Y) \Leftarrow \exists T\, q(Y,Z,T)) \Rightarrow r(Y))$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z \ \exists Y (\exists T\, q(Y,Z,T) \Rightarrow p(X,Y)) \Rightarrow r(Y)$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z \ \exists Y (\neg(\exists T\, q(Y,Z,T)) \vee p(X,Y)) \Rightarrow r(Y)$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z \ \exists Y ((\forall T \neg q(Y,Z,T)) \vee p(X,Y)) \Rightarrow r(Y)$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z \ \exists Y \neg((\forall T \neg q(Y,Z,T)) \vee p(X,Y)) \vee r(Y)$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z \ \exists Y (\neg(\forall T \neg q(Y,Z,T)) \wedge \neg p(X,Y)) \vee r(Y)$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z \ \exists Y (\exists T \, q(Y,Z,T) \wedge \neg p(X,Y)) \vee r(Y)$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z \ \exists T \ \exists Y (q(Y,Z,T) \wedge \neg p(X,Y)) \vee r(Y)$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z \ \exists T (q(g(X),Z,T) \vee r(g(X))) \wedge (\neg p(X,g(X)) \vee r(g(X)))$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z (q(g(X),Z,h(X,Z)) \vee r(g(X))) \wedge (\neg p(X,g(X)) \vee r(g(X)))$$

$$\{\{q(g(X),Z,h(X,Z)) \vee r(g(X))\}, \{\neg p(X,g(X)) \vee r(g(X))\}\}$$

Die Lösung stimmt mit der gegebener Lösung fast vollständig überein. Der Unterschied liegt bei der Reihenfolge der Paramter der 'skeltom function' h(X,Z), wobei X = A, B = Z, sk1(A) = g(X), sk2(B,A) = h(X,Z). Aber da Quantoren in der Normalform in beliebiger Reihenfolge stehen können, müsste das Ergebnis so auch richtig sein.

d)

$$\forall X \ \forall Z (p(X,Z) \Rightarrow \exists Y \neg(q(X,Y) \vee \neg r(Y,Z)))$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z (p(X,Z) \Rightarrow \exists Y (\neg q(X,Y) \wedge r(Y,Z)))$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z (\neg p(X,Z) \vee \exists Y (\neg q(X,Y) \wedge r(Y,Z)))$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z \ \exists Y (\neg p(X,Z) \vee (\neg q(X,Y) \wedge r(Y,Z)))$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z \ \exists Y (\neg p(X,Z) \vee \neg q(X,Y)) \wedge (\neg p(X,Z) \vee r(Y,Z))$$

$$\equiv \forall X \ \forall Z (\neg p(X,Z) \vee \neg q(X,f(X,Z))) \wedge (\neg p(X,Z) \vee r(f(X,Z),Z))$$

$$\{\{\neg p(X,Z) \vee \neg q(X,f(X,Z))\},\ \{\neg p(X,Z) \vee r(f(X,Z),Z)\}\}$$

Die Umformung für diese Aufgabenstellung war im Vergleich zu den anderen sehr einfach und da keine Vergleichslösung angegeben wurde, können wir nur annehmen, dass diese Lösung korrekt ist.

Aufgabe 2)

KNF von der Webseite (Hinweise: wegen Unsicherheit steht am Ende die Conjucture):

{
{~ in_house(Cat) | cat(Cat) }, {~ gazer(Gazer) | suitable_pet(Gazer)},
{~ detested(Detested) | avoided(Detested)}, {~ carnivore(Carnivore) | prowler(Carnivore)},
{~ cat(Cat) | mouse_killer(Cat)}, {~ takes_to_me(Taken_animal) | in_house(Taken_animal)},
{~ kangaroo(Kangaroo) | ~ suitable_pet(Kangaroo)}, {~ mouse_killer(Killer) | carnivore(Killer)}
{takes_to_me(Animal) | detested(Animal)}, {~ prowler(Prowler) | gazer(Prowler)}
{kangaroo(the_kangaroo)}, {~ avoided(the_kangaroo)}
}

Vereinfachte Darstellung durch Substitution:

Q = Cat
R = Gazer
S = Detested
T = Carnivore
U = Taken_animal
V = Kangaroo
W = Killer
X = Animal
Y = Prowler
Z = the_kangaroo

a(x) = in_house(x)
b(x) = cat(x)
c(x) = gazer(x)
d(x) = suitable_pet(x)
e(x) = detested(x)
f(x) = avoided(x)
g(x) = carnivore(x)
h(x) = prowler(x)
i(x) = mouse_killer(x)
j(x) = takes_to_me(x)
k(x) = kangaroo(x)

Nun folgt die vereinfachte KNF Darstellung:

$$\{\{\neg a(Q)\lor b(Q)\},\ \{\neg c(R)\lor d(R)\},\ \{\neg e(S)\lor f(S)\},\ \{\neg g(T)\lor h(T)\},\ \{\neg b(Q)\lor i(Q)\},\ \{\neg j(U)\lor a(U)\},\ \{\neg k(V)\lor\neg d(V)\},\ \{\neg i(W)\lor g(W)\},\ \{j(X)\lor e(X)\},\ \{\neg h(Y)\lor c(Y)\},\ \{k(Z)\},\ \{\neg f(Z)\}\}$$

Da nun in der Email von Herrn Ulbrich aber steht, man solle alle Variablen durch „Z = the_kangaroo" ersetzen, bekommen wir nun die folgende KNF:

$$\{\{\neg a(Z)\lor b(Z)\},\ \{\neg c(Z)\lor d(Z)\},\ \{\neg e(Z)\lor f(Z)\},\ \{\neg g(Z)\lor h(Z)\},\ \{\neg b(Z)\lor i(Z)\},\ \{\neg j(Z)\lor a(Z)\},\ \{\neg k(Z)\lor\neg d(Z)\},\ \{\neg i(Z)\lor g(Z)\},\ \{j(Z)\lor e(Z)\},\ \{\neg h(Z)\lor c(Z)\},\ \{k(Z)\},\ \{\neg f(Z)\}\}$$

Theoretisch können wir auch alle Variablen weglassen um eine bessere Lesbarkeit zu erreichen.

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg k \vee \neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}, \{k\}, \{\neg f\}\}$

Nun ist die Anwendung des DPLL Algorithmus wesentlich einfacher.

Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{k\}$

1. Unit-Subsumption (Lösche Klauseln, in denen die Unit-Klausel vorkommt):

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg k \vee \neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}, \{\neg f\}\}$

2. Unit-Resolution (Lösche ~ Unit-Klausel aus allen Klauseln):

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}, \{\neg f\}\}$

3. Unit-Klause vorhanden? Ja: $\{\neg f\}$
4. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$

5. Unit-Resolution:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$

6. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{\neg e\}$
7. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$

8. Unit-Resolution:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j\}, \{\neg h \vee c\}\}$

9. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{j\}$
10. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

11. Unit-Resolution:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

12. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{a\}$
13. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

14. Unit-Resolution:

$\{\{b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

15. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{b\}$
16. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

17. Unit-Resolution:

$\{\{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{i\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

18. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{i\}$
19. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

20. Unit-Resolution:

$\{\{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg d\}, \{g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

21. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{\neg d\}$
22. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

23. Unit-Resolution:

$\{\{\neg c\}, \{\neg g \vee h\}, \{g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

24. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{\neg c\}$
25. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg g \vee h\}, \{g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

26. Unit-Resolution:

$\{\{\neg g \vee h\}, \{g\}, \{\neg h\}\}$

27. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{g\}$
28. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg g \vee h\}, \{\neg h\}\}$

29. Unit-Resolution:

$\{\{h\}, \{\neg h\}\}$

30. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{h\}$
31. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg h\}\}$

32. Unit-Resolution:
$\{\{\ \}\}$

Damit ist die Ausgangs-KNF nicht erfüllbar. Hier ist aber anzumerken, dass aus Unsicherheit auch die Conjuncture mit in die KNF einbezogen wurde. Als nächstes folgt der DPLL Algorithmus angewandt auf die KNF ohne der Conjuncture.

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg k \vee \neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}, \{k\}\}$$

Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{k\}$

1. Unit-Subsumption (Lösche Klauseln, in denen die Unit-Klausel vorkommt):

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg k \vee \neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$$

2. Unit-Resolution (Lösche ~ Unit-Klausel aus allen Klauseln):

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$$

3. Unit-Klause vorhanden? Ja: $\{\neg d\}$
4. Unit-Subsumption:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$$

5. Unit-Resolution:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$$

6. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{\neg c\}$
7. Unit-Subsumption:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$$

8. Unit-Resolution:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h\}\}$$

9. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{\neg h\}$
10. Unit-Subsumption:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}\}$$

11. Unit-Resolution:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}\}$$

12. Unit-Klausel vorhanden: Ja: $\{\neg g\}$
13. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}\}$

14. Unit-Resolution:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i\}, \{j \vee e\}\}$

15. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{\neg i\}$
16. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{j \vee e\}\}$

17. Unit-Resolution:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg b\}, \{\neg j \vee a\}, \{j \vee e\}\}$

18. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{\neg b\}$
19. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg j \vee a\}, \{j \vee e\}\}$

20. Unit-Resolution:

$\{\{\neg a\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg j \vee a\}, \{j \vee e\}\}$

21. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{\neg a\}$
22. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg e \vee f\}, \{\neg j \vee a\}, \{j \vee e\}\}$

23. Unit-Resolution:

$\{\{\neg e \vee f\}, \{\neg j\}, \{j \vee e\}\}$

24. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{\neg j\}$
25. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg e \vee f\}, \{j \vee e\}\}$

26. Unit-Resolution:

$\{\{\neg e \vee f\}, \{e\}\}$

27. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{e\}$
28. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg e \vee f\}\}$

29. Unit-Resolution:

$\{\{f\}\}$

30. Unit-Klausel vorhanden? Ja: $\{f\}$
31. Unit-Subsumption:

$\{\}$

Damit erhalten wir eine leere Menge und somit ist auch die Vermutung richtig, dass die Conjucture nicht zur Menge gehören sollte damit diese erfüllbar sein kann. Damit ist die logische Konsequenz der Axiome gezeigt worden.

Aufgabe 3: Herbrand Interpretation

$V = \{X, Y\}$
$F = \{vater\_von/1, mutter\_von/1, max/0\}$
$P = \{verheiratet/2\}$

<u>Herbrand Intepretation</u>:

$H_{Universum} = \{$
$max,$
$vater\_von(max),$
$mutter\_von(max),$
$vater\_von(vater\_von(max)),$
$vater\_von(mutter\_von(max)),$
$mutter\_von(vater\_von(max)),$
$mutter\_von(mutter\_von(max)),$
$vater\_von(vater\_von(vater\_von(max))),$
$vater\_von(mutter\_von(vater\_von(max))),$
$vater\_von(vater\_von(mutter\_von(max))),$
$vater\_von(mutter\_von(mutter\_von(max))),$
$mutter\_von(vater\_von(vater\_von(max))),$
$mutter\_von(mutter\_von(vater\_von(max))),$
$mutter\_von(vater\_von(mutter\_von(max))),$
$mutter\_von(mutter\_von(mutter\_von(max))),$
...
$\}$

$H_{Basis} = \{$
$verheiratet(max, max),$
$verheiratet(verheiratet(max, max), max),$
$verheiratet(max, verheiratet(max, max)),$
... ,
$verheiratet(vater\_von(max), max),$
$verheiratet(vater\_von(vater\_von(max)), max),$
... ,
$verheiratet(mutter\_von(max), max),$
$verheiratet(mutter\_von(mutter\_von(max)), max),$
... ,
$verheiratet(max, vater\_von(max)),$
$verheiratet(max, vater\_von(vater\_von(max))),$
... ,
$verheiratet(max, mutter\_von(max)),$
$verheiratet(max, mutter\_von(mutter\_von(max))),$
... ,
$verheiratet(vater\_von(max), vater\_von(max)),$
$verheiratet(vater\_von(max), vater\_von(vater\_von(max))),$
... ,
$verheiratet(vater\_von(max), mutter\_von(max)),$
$verheiratet(vater\_von(max), mutter\_von(mutter\_von(max))),$
...
$\}$