

## Aufgabe 2)

KNF von der Webseite (Hinweise: wegen Unsicherheit steht am Ende die Conjunction):

```
{
  {~ in_house(Cat) | cat(Cat)}, {~ gazer(Gazer) | suitable_pet(Gazer)},
  {~ detested(Detested) | avoided(Detested)}, {~ carnivore(Carnivore) | prowler(Carnivore)},
  {~ cat(Cat) | mouse_killer(Cat)}, {~ takes_to_me(Taken_animal) | in_house(Taken_animal)},
  {~ kangaroo(Kangaroo) | ~ suitable_pet(Kangaroo)}, {~ mouse_killer(Killer) | carnivore(Killer)}
  {takes_to_me(Animal) | detested(Animal)}, {~ prowler(Prowler) | gazer(Prowler)}
  {kangaroo(the_kangaroo)}, {~ avoided(the_kangaroo)}
}
```

Vereinfachte Darstellung durch Substitution:

Q = Cat  
R = Gazer  
S = Detested  
T = Carnivore  
U = Taken\_animal  
V = Kangaroo  
W = Killer  
X = Animal  
Y = Prowler  
Z = the\_kangaroo

a(x) = in\_house(x)  
b(x) = cat(x)  
c(x) = gazer(x)  
d(x) = suitable\_pet(x)  
e(x) = detested(x)  
f(x) = avoided(x)  
g(x) = carnivore(x)  
h(x) = prowler(x)  
i(x) = mouse\_killer(x)  
j(x) = takes\_to\_me(x)  
k(x) = kangaroo(x)

Nun folgt die vereinfachte KNF Darstellung:

$$\{ \{ \neg a(Q) \vee b(Q) \}, \{ \neg c(R) \vee d(R) \}, \{ \neg e(S) \vee f(S) \}, \{ \neg g(T) \vee h(T) \}, \{ \neg b(Q) \vee i(Q) \}, \\ \{ \neg j(U) \vee a(U) \}, \{ \neg k(V) \vee \neg d(V) \}, \{ \neg i(W) \vee g(W) \}, \{ j(X) \vee e(X) \}, \{ \neg h(Y) \vee c(Y) \}, \\ \{ k(Z) \}, \{ \neg f(Z) \} \}$$

Da nun in der Email von Herrn Ulbrich aber steht, man solle alle Variablen durch „Z = the\_kangaroo“ ersetzen, bekommen wir nun die folgende KNF:

$$\{ \{ \neg a(Z) \vee b(Z) \}, \{ \neg c(Z) \vee d(Z) \}, \{ \neg e(Z) \vee f(Z) \}, \{ \neg g(Z) \vee h(Z) \}, \{ \neg b(Z) \vee i(Z) \}, \\ \{ \neg j(Z) \vee a(Z) \}, \{ \neg k(Z) \vee \neg d(Z) \}, \{ \neg i(Z) \vee g(Z) \}, \{ j(Z) \vee e(Z) \}, \{ \neg h(Z) \vee c(Z) \}, \\ \{ k(Z) \}, \{ \neg f(Z) \} \}$$

Theoretisch können wir auch alle Variablen weglassen um eine bessere Lesbarkeit zu erreichen.

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg k \vee \neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}, \{k\}, \{\neg f\}\}$$

Nun ist die Anwendung des DPLL Algorithmus wesentlich einfacher.

Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{k\}$

1. Unit-Subsumption (Lösche Klauseln, in denen die Unit-Klausel vorkommt):

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg k \vee \neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}, \{\neg f\}\}$$

2. Unit-Resolution (Lösche  $\sim$  Unit-Klausel aus allen Klauseln):

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}, \{\neg f\}\}$$

3. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{\neg f\}$

4. Unit-Subsumption:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$$

5. Unit-Resolution:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$$

6. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{\neg e\}$

7. Unit-Subsumption:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$$

8. Unit-Resolution:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j\}, \{\neg h \vee c\}\}$$

9. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{j\}$

10. Unit-Subsumption:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{\neg h \vee c\}\}$$

11. Unit-Resolution:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{\neg h \vee c\}\}$$

12. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{a\}$

13. Unit-Subsumption:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{\neg h \vee c\}\}$$

14. Unit-Resolution:

$\{\{b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

15. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{b\}$

16. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

17. Unit-Resolution:

$\{\{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{i\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

18. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{i\}$

19. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

20. Unit-Resolution:

$\{\{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg d\}, \{g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

21. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{\neg d\}$

22. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg c \vee d\}, \{\neg g \vee h\}, \{g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

23. Unit-Resolution:

$\{\{\neg c\}, \{\neg g \vee h\}, \{g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

24. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{\neg c\}$

25. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg g \vee h\}, \{g\}, \{\neg h \vee c\}\}$

26. Unit-Resolution:

$\{\{\neg g \vee h\}, \{g\}, \{\neg h\}\}$

27. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{g\}$

28. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg g \vee h\}, \{\neg h\}\}$

29. Unit-Resolution:

$\{\{h\}, \{\neg h\}\}$

30. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{h\}$

31. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg h\}\}$

32. Unit-Resolution:

$\{\{\}\}$

Damit ist die Ausgangs-KNF nicht erfüllbar. Hier ist aber anzumerken, dass aus Unsicherheit auch die Conjunction mit in die KNF einbezogen wurde. Als nächstes folgt der DPLL Algorithmus angewandt auf die KNF ohne der Conjunction.

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg k \vee \neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}, \{k\}\}$

Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{k\}$

1. Unit-Subsumption (Lösche Klauseln, in denen die Unit-Klausel vorkommt):

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg k \vee \neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$

2. Unit-Resolution (Lösche ~ Unit-Klausel aus allen Klauseln):

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg d\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$

3. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{\neg d\}$

4. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c \vee d\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$

5. Unit-Resolution:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg c\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$

6. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{\neg c\}$

7. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h \vee c\}\}$

8. Unit-Resolution:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}, \{\neg h\}\}$

9. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{\neg h\}$

10. Unit-Subsumption:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g \vee h\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}\}$

11. Unit-Resolution:

$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg g\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}\}$

12. Unit-Klausel vorhanden: Ja:  $\{\neg g\}$

13. Unit-Subsumption:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i \vee g\}, \{j \vee e\}\}$$

14. Unit-Resolution:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{\neg i\}, \{j \vee e\}\}$$

15. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{\neg i\}$

16. Unit-Subsumption:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg b \vee i\}, \{\neg j \vee a\}, \{j \vee e\}\}$$

17. Unit-Resolution:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg b\}, \{\neg j \vee a\}, \{j \vee e\}\}$$

18. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{\neg b\}$

19. Unit-Subsumption:

$$\{\{\neg a \vee b\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg j \vee a\}, \{j \vee e\}\}$$

20. Unit-Resolution:

$$\{\{\neg a\}, \{\neg e \vee f\}, \{\neg j \vee a\}, \{j \vee e\}\}$$

21. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{\neg a\}$

22. Unit-Subsumption:

$$\{\{\neg e \vee f\}, \{\neg j \vee a\}, \{j \vee e\}\}$$

23. Unit-Resolution:

$$\{\{\neg e \vee f\}, \{\neg j\}, \{j \vee e\}\}$$

24. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{\neg j\}$

25. Unit-Subsumption:

$$\{\{\neg e \vee f\}, \{j \vee e\}\}$$

26. Unit-Resolution:

$$\{\{\neg e \vee f\}, \{e\}\}$$

27. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{e\}$

28. Unit-Subsumption:

$$\{\{\neg e \vee f\}\}$$

29. Unit-Resolution:

$\{\{f\}\}$

30. Unit-Klausel vorhanden? Ja:  $\{f\}$

31. Unit-Subsumption:

$\{\}$

Damit erhalten wir eine leere Menge und somit ist auch die Vermutung richtig, dass die Conjecture nicht zur Menge gehören sollte damit diese erfüllbar sein kann. Damit ist die logische Konsequenz der Axiome gezeigt worden.