Chương 1 : Tín hiệu và hệ thống rời rạc

* 1. **Nhập môn**
     1. **Các định nghĩa**

1. định nghĩa tín hiệu

Tín hiệu là biểu diễn vật lý của thông tin

Ví dụ : các tín hiệu nhìn thấy là sóng ánh sáng mang thông tin tới mắt chúng ta

1. biểu diễn toán học của tín hiệu

về mặt toán học các tín hiệu được biểu diễn bởi hàm của một hoặc nhiều biến số độc lập

1. định ngĩa tín hiệu liên tục

Nếu biến độc lập của sự biểu diễn toán học của một tín hiệu là liên tục,thì tín hiệu đó gọi là tín hiệu liên tục

Theo định nghĩa tín hiệu liên tục ở đây được hiểu theo là liên tục theo biến số.

Nếu dựa vào hàm số chúng ta có thể phân tín hiệu liên tục ra làm hai loại

* tín hiệu tương tự :nếu hàm của tín hiệu liên tục là liên tục thì tín hiệu đó được gọi là tín hiệu tương tự
* Tín hiệu lượng tử hóa : nếu hàm của tín hiệu liên tục là rời rạc thì tín hiệu đó gọi là tín hiệu lượng tử hóa

1. Định nghĩa tín hiệu rời rạc

Nếu tín hiệu được biểu diễn bởi hàm của các tín hiệu rời rạc thì tín hiệu đó được gọi là tín hiệu rời rạc

* Nhận xét : Từ rời rạc ở đây được hiểu là rời rạc theo biến số

Nếu dựa vào biên độ chúng ta cũng có thể phân tín hiệu rời rạc ra làm hai loại

* Tín hiệu lấy mẫu : nếu hàm của tín hiệu rời rạc là liên tục (không được lượng tử hóa) thì đó được gọi là tín hiệu lấy mẫu
* Tín hiệu số : nếu hàm tín hiệu rời rạc là rời rạc thì đó gọi là tín hiệu số
  + 1. **Các hệ thống xử lý tín hiệu**

Hệ thống tương tự

Tín hiệu (n) vào là tín hiệu tương tự

Tín hiệu ra (n) là tín hiệu tương tự

**Hệ Thống Tương Tự**

Tín hiệu vào (n) là tín hiệu số

Tín hiệu ra (n) là tín hiệu số

Hệ Thống Số

Sơ đồ tổng quát hệ thống xử lý số tín hiệu

DAC

Hệ thống số

ADC

Tín hiệu vào là (n) sau khi qua ADC cho tín hiệu số (n)

Đi qua bộ lọc số cho ra tín hiệu (n) là tín hiệu số

Tín hiệu (n) qua bộ xử lý DAC cho tín hiệu ra (n) là tín hiệu tương tự

* 1. **Tín hiệu rời rạc**
     1. **Biểu diễn tín hiệu rời rạc**

1. **Biểu diễn toán học**

Một tín hiệu rời rạc được biểu diễn bởi một dãy các giá trị thực hoặc phức.

Nếu nó được hình thành bởi các giá trị thực gọi là tín hiệu thực,hình thành bởi các tín hiệu phức gọi là giá trị phức.

Ký hiệu :

: tín hiệu lấy mẫu

: tín hiệu số

Bây giờ thống nhất ký hiệu chung tín hiệu rời rạc là . là biến độc lập, n là số nguyên, là chu kỳ lấy mẫu

Để tiện cho cách biểu diễn tín hiệu rời rạc,chúng ta sẽ chuẩn hóa biến số độc lập bởi chu kỳ lấy mẫu như sau :

= n

cách biểu diễn tín hiệu rời rạc cụ thể như sau :

ví dụ :

ở đây N1=0 và N2=4

1. **biểu diễn đồ thị**

ví dụ : ta có đồ thị của tín hiệu rời rạc

1. biểu diễn bằng dãy số

Chúng ta liệt kê các giá trị x(n) thành một dãy số như sau :

x(n) ={ ….,x(n-1), x(n) , x(n+1) , …}

* + 1. **Một vài dãy cơ bảnΔ**

1. **Dãy xung đơn vị**
2. **Dãy nhảy đơn vị**
3. **Dãy chữ nhật**
4. **Dãy dốc đơn vị**
5. **Dãy mũ thực**

ở đây a là tham số

1. **Dãy sin**

s(n) =sin ()

1. **Dãy mũ phức**

x(n) = exp[(ϭ+jѡ)n]

nhờ công thức euler ta có

x(n) =

* + 1. **Một số định nghĩa**

1. **Dãy chu kỳ (dãy tuần hoàn)**

một dãy tuần hoàn với chu kỳ N nếu ta có :

x(n) = x(n + N) = x(n + kN) với mọi N

1. **dãy có chiều dài hữu hạn**

dãy được xác định với số N hữu hạn gọi là dãy có chiều dài hữu hạn

N gọi là chiều dài dãy

1. Năng lượng và công suất dãy

Năng lượng của dãy được định nghĩa là :

công suất trung bình của dãy được định nghĩa là :

Dãy năng lượng : nếu năng lượng của dãy x(n) là hữu hạn (tức là 0 < Ex < ∞) thì dãy x(n) gọi là dãy năng lượng.

Dãy công suất : nếu Px là hữu hạn thì x(n) gọi là dãy công suất

Ví dụ : tính năng lượng của dãy U(n) :

Năng lượng :   
 =

Công suất trung bình :

=

1. **Tổng của hai dãy**

Định nghĩa : Tổng của hai dãy nhận được bằng cách cộng từng đôi một các giá trị mẫu đối với cùng một giá trị độc lập biến số.

ví dụ : x1(n) =rect3(n) x2(n) =rect2 (n-2)

tìm dãy x3 là tổng 2 dãy x1 và x2

Giải : x1={1, 1, 1, 0}

X2= {0, 0, 1, 1}

Có x3=x1+x2 = {1, 1, 2, 1 }

1. **Tích của hai dãy**

tích của 2 dãy nhận được bằng cách nhân từng đôi một giá trị mẫu đối với cùng một giá trị số của biến độc lập.

Ví dụ : x1= rect5(n) x2=rect3(n-4)

Tính x3=x1 . x2

Ta có x1 = { 1, 1, 1, 1 ,1}

X2 ={0,0,0,0,1,1,1}

X3=x1 .x2 ={0,0,0,0,1,0,0}

1. **Tích hằng số**

Tích của một dãy với hằng số nhận được bằng cách nhân tất cả các giá trị mẫu của dãy với hằng số đó.

Ví dụ :tính dãy x2=2.x1 với dãy x1= rect\_3(n-1)

Giải : có x1={0,1,1,1}

X2=2.X1 ={ 0,2,2,2}

1. **Trễ dịch**

Ta nói dãy x2(n) là trễ của dãy x1(n) nếu ta có :

x2(n) = x1( n -) với mọi số n và

ví dụ : tìm trễ dãy x2(n) của dãy x1(n) với x2(n)=x1(n-1)

x1=rect\_3(n)

Giải : ta có x1={1,1,1}

X2={0,1,1,1}

* 1. **Các hệ thống tuyến tính bất biến** 
     1. **Các hệ thống tuyến tính**

**a. Định nghĩa**

ta có đầu vào x(n) và đầu ra là y(n) :

hệ thống

Kích thước và đáp ứng : Dãy vào được gọi là kích thước , dãy ra được gọi là đáp ứng của hệ thống với kích thước của dãy vào

Đặc trưng của hệ thống : Một hệ thống xử lý số được đặc trưng bởi một toán tử T làm nhiệm vụ biến đổi dãy x(n) ra thành dãy y(n). Chúng ta có thể sử dụng 2 loại ký hiệu toán tử sau đây :

T[x(n)] = y(n)

Ví dụ : Nếu T là toán tử trễ ta có :

T [x(n)] = x( n - ) = y(n)

b**. các hệ thống tuyến tính**

T [a ] = aT + bT [ (n)]

ở đây a,b là hai hằng số bất kỳ

y1 là đáp ứng của kích thước x1

y2 là đáp ứng của kích thước x2

ví dụ : xét toán tử trễ T [x(n)] = x( n - ) = y(n)

Giải : T [a ] = aT + bT [ (n)]

=a+b

c. Đáp ứng xung của hệ thống tuyến tính

Ta thấy một dãy bất kỳ x(n) có thể biểu diễn bằng tổng sau :

ta có đầu ra

với

đáp ứng hk được gọi là đáp ứng xung của hệ thống

Nhận xét :

* các hệ thống tuyến tính đặc trưng hoàn toàn bởi đáp ứng xung của nó
* hệ thống tuyến tính phụ thuộc vào biến k

**1.3.2 Các hệ thống tuyến tính bất biến**

**a. Định nghĩa**

nếu y(n) là đáp ứng với kích thước x(n) thì hệ thống tuyến tính gọi là bất biến khi y(n-k) là đáp ứng của kích thước x(n-k)

nếu biến số là thời gian ta nói bất biến theo thời gian.

Ví dụ : hệ thống y(n)=2x(n)+3x(n-1) là hệ thống tuyến tính bất biến

**b. Tích chập**

Ví dụ : tính tích chập hai dãy sau :x1= {1,1,1,2,1} và x2={3,4,7,5}

Ta có x3=x1\*x2

Lập bảng

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 6 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 8 | 4 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 14 | 7 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 10 | 5 |

=3

=4+3=7

=7+4+3=14

=5+7+4+6=22

=5+7+8+3=23

=5+14+4=23

=10+7=17

=5

Ta có ={3 ,7 , 14, 22 ,23 ,23 ,17, 5}

**c. Các tính chất của tích chập**

tính giao hoán :

tính kết hợp :

tính phân phối :

**1.3.3 Hệ thống bất biến và nhân quả**

**a. Định nghĩa :**

nếu đáp ứng ra của nó ở một thời điểm bất kỳ n= hoàn toàn độc lập với kích thước của nó ở thời điểm tương lai thì gọi là bất biến nhân quả

**b. Đáp ứng xung của hệ thống bất biến nhân quả**

Hệ thống bất biến nhân quả khi và chỉ khi đáp ứng xung h(n) = 0 với mọi n.

Định lý đảo : nếu đáp ứng xung h(n) của hệ thống tuyến tính bất biến bằng 0 với n<0 thì hệ thống đó là hệ thống nhân quả

Ví dụ : kiểm tra tính nhân quả của hệ thống tuyến tính bất biến được cho bởi pt sau:

y(n) =2x(n-1) + x(n-2)

Giải : đặt x(n)= suy ra y(n)=h(n)

Ta có h(n)=2 + \

Ta có h(n)=0 với mọt n<0 suy ra hệ thống nhân quả

**c. Dãy nhân quả**

một dãy gọi là nhân quả khi x(n) = 0 với n < 0.

**d. Tín hiệu và hệ thống phản nhân quả**

một tín hiệu rời rạc x(n) được gọi là phản nhân quả nếu chúng ta có :

x(n) = 0 với n > 0

chiều dài của tín hiệu phản nhân quả là từ -∞ tới 0

một hệ thống rời rạc được gọi là phản nhân quả nếu :

h(n) = 0 với n > 0

**1.3.4 Hệ thống tuyến tính bất ổn định**

**a. Định nghĩa**

Một hệ thống được gọi là ổn định nếu ứng với dãy đầu vào giới hạn ta có dãy đầu ra giới hạn.

tức là | x(n) | < ∞ ta có | y(n) | < ∞

ví dụ : ta có h1(n)=rect\_4(n)

xét sự ổn định của hệ thống này.

Giải :

Ta có dãy | x1(n) |=1< với mọi n

y(n)= x1(n) \* u(n) =x1(n) \* rect\_4(n)

| y(n) | ≤ 4 < với mọi n => hệ thống ổn định

**b. Định lý** :

Một hệ thống tuyến tính bất ổn định nếu và chỉ nếu đáp ứng xung của nó thỏa mãn điều kiện sau :

S = < ∞

Ví dụ : hãy xét tính nhân quả và tính ổn định của hệ thống có đáp ứng xung

**Giải**

**Hệ thống nhân quả**

**Xét tính ổn định**

**Có S = =**

**Nếu |a|<1 chuỗi hội tụ về S= => hệ thống ổn định**

**Nếu |a|>1 chuỗi phân kỳ => hệ thống không ổn định**

**1.4. CÁC PHƯƠNG PHÁP SAI PHÂN TUYẾN KHI TÍNH HỆ SỐ HẰNG**

Phương trình sai phân tuyến tính có dạng:

y(n-k) =

Phương trình này chính là ảnh rời rạc của phương trình vi phân tuyến tính đới với các hệ số liên tục, phương trình có dạng :

Chúng ta có thể nhận được 1 phương trình sai phân tuyến tính từ một phương trình vi phan tuyến tính bằng cách thay gần đúng các đạo hàm vào các vị trí của các đạo hàm . Như là đạo hàm bậc 1, ta có gần đúng sau :

**Ví dụ 1.4.1.1:**

Chúng ta có 2 hệ thống tuyến tính được cho bởi hai phương trình sai phaan tuyến tính sau:

1. Y(n) = nx(n)
2. Y(n) = 2x(n) + 3x(n-1)

Hãy tìm hệ số và

**Giải :**

Hệ thống (1) : N = 0 ; M = 0 là hệ thống bậc 0

Ở đâyhằng số, nhưng là phụ thuộc biến số n, không phải là hằng số.

Hệ thống (2) : N = 0 ; M = 1 là hệ thống bậc 0

Ở đây các hệ số đều là hằng số độc lập với n .

**1.4.2. PHƯƠNG TRÌNH SAI PHÂN TUYẾN TÍNH HỆ SỐ HẰNG**

**a) Dạng tổng quát**

Một phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng bậc N có dạng sau :

**Ví dụ 1.4.2.1.**

Ta có phương trình sai phân bậc nhất sau :

Hãy tìm đáp ứng xung của hệ thống với điều kiện đầu với n<0 và y(n)=0 với n>0

**Giải :** Nếu

- Với điều kiện đầu y(n) = 0 với ta có :

. . .

Hệ thống này là hệ thống nhân quả.

* Với điều kiện đầu y(n) =0 với n>0

= 0

Hệ thống này là không nhân quả.

**1.4.3. CÁC HỆ THỐNG KHÔNG ĐỆ QUY VÀ ĐỆ QUY**

**a) Hệ thống số không đệ quy**

Chúng ta đã biết rằng các hệ thống tuyến tính bất biến được đặc trưng bởi phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng bậc N như sau :

Trường hợp nếu N=0, ta có:

;

Từ đây ta có định nghĩa sau : Hệ thống đặc trưng bởi phương trình sai phân tuyến tính bậc không (N=0) được gọi là hệ thống không đệ quy.

Nhận xét : Hệ thống đệ quy là hệ thống mà đáp ứng ra y(n) của nó chỉ phụ thuộc vào kích thích ở thời điểm hiện tại và quá khứ

**Ví dụ 1.4.3.1.:**

Hãy tìm đáp ứng xung của hệ thống không đệ quy cho bởi phương trình sai phân sau:

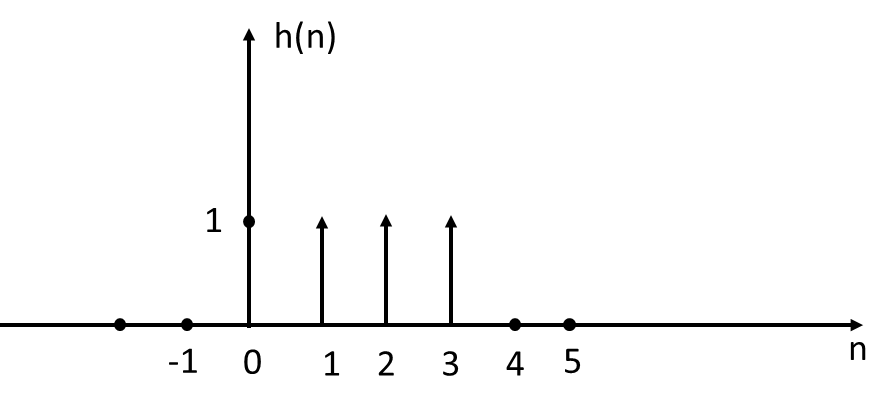
**Giải :**

Trong trường hợp này N = 0 , M = 3,

Vậy hệ thống này là không đệ quy và LĐể tìm h(n) ta thay

Ta có :

Vậy hệ thống này là hệ thống FIR, h(n) được biểu diễn trên hình 1.4.3.1



Hình 1.4.3.1

**b) Hệ thống số đệ quy**

Trong trường hợp nếu N>0 ta có phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng bậc N như sau:

Định nghĩa : Hệ thống được đặc trưng bởi phương trình sai phân bậc N>0 được gọi là hệ thống đệ quy.

Nhận xét : Hệ thống đệ quy là hệ thóng mà đáp ứng xung h(n) của nó có chiều dài vô hạn.

**Ví dụ 1.4.3.2**

Hãy tìm đáp ứng xung của hệ thống đệ quy cho bởi phương trình sai phân sau:

Với điều kiện đầu y(n)=0 với n<0 .

**Giải :**

Trong trường hợp này N = 1 ,M = 0, vậy hệ thống này là hệ thống đệ quy. Nếu ta thay x(n) =ta sẽ có y(n) = h(n) . Bởi phương trình này đơn giản ta có thể dung phương pháp thế để tìm h(n) và sau các phép tính đơn giản ta có

h(n) được biểu diễn bằng đồ thị trên hình 1.4.3.3

Đây là hệ thống đệ quy và cùng là hệ thống IIR,

Bây giờ ta xét tính ổn định:

Nếu thì S sẽ hội tụ:

S

Vậy hệ thống IIR này sẽ ổn định.

0

1

2

3

4

-1

n

-2

0.25

1

**c) Hệ thống đệ quy thuần túy**

Hệ thống đệ quy thuần túy là trường hợp riêng của hệ thống đệ quy khi M=0.

Nếu N>0 và M=0 ta có phương trình sai phân tuyến tính bậc N như sau:

**Ví dụ 1.4.3.3.**

Cho hệ thống đệ quy thuần túy mô tả bởi phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng sau:

Hãy tìm đáp ứng xung h(n) và xét độ ởn định của nó với điều kiện đầu y(n0=0 với n<0.

**1.4.4. CÁC PHẦN TỬ THỰC HIỆN HỆ THỐNG TUYẾN TÍNH BẤT BIẾN**

**a) Các phần tử thực hiện**

Các phần tử thực hiện được biểu diễn trên hình :

Bộ trễ

(D : Delay: Trễ)

Bộ cộng

Bộ nhân với hằng số

Bộ nhân với hằng số

Hệ thống không đệ quy :

Hệ thống đệ quy :

Hệ thống đệ quy thuần túy :

**b) Thực hiện các hệ thống rời rạc**

Một hệ thống tuyến tính bất biến nhân quả và ổn định là hệ thống thực hiện được về mặt vật lý, dù cho là hệ thống đó là không đệ quy, đệ quy hay đệ quy thuần túy.

Nhận xét:

* Hệ thống không đệ quy, sơ đồ của nó không có nhánh phản hồi ,vì vậy nó luôn luôn ổn định, tức là hệ thóng FIR luôn ổn định.
* Hệ thống đệ quy, sơ đồ của nó gồm hai khối F1 và F2, F1 giống hệ thống không đệ quy còn F2 là nhánh phản hồi.
* Hệ thóng đệ quy thuần túy, sơ đồ của nó chỉ có b0 và khối F2 do F2 là nhanh phản hồi nên ta phải xét độ ổn định của nó.

**1.5. TƯƠNG QUAN CỦA CÁC TÍN HIỆU**

**1.5.1. MỞ ĐẦU**

Trong việc xử lý tín hiệu, chúng ta luôn cần phải so sánh các tín hiệu với nhau, chẳng hạn như vấn đề của tín hiệu rada,rada sẽ tìm tín hiệu để phát mục tiêu là x(n), tín hiệu này sau khi đạp vào mục tiêu sẽ phản xạ trở lại rada, rada thu lại tín hiệu này nhưng bị trễ đi một thời gian D=, tín hiệu mà rada thu lại tin hiệu , Vậy tổng cộng nếu thời gia có mục tiêu mà rada phát hiện được thì rada sẽ thu được tín hiệu

**1.5.2. TƯƠNG QUAN CHÉO VÀ TƯƠNG QUAN**

**a) Định nghĩa tương quan chéo**

**n=0,**

**Ví dụ 1.5.2.1**

Cho 2 tín hiệu x(n) và y(n) sau đây

x(n)=ect5(n)

0, n còn lại

Hãy tìm tương quan chéo của x(n) và y(n)

**b) Định nghĩa tương quan**

Trong định nghĩa tương quan chéo nếu ta có x(n)= y(n) thì ta có định nghĩa tương tự tương quan

Vậy hàm tương tự tương quan được định nghĩa như sau:

là hàm tự tương quan của dãy x(n)

**Ví dụ 1.5.2.2**

Cho dãy : x(n)= rect3(n)

Hãy tìm hàm tương tự tương quanho nhận xét về kết quả thu được