合 肥 工 业 大 学 试 卷 （A） 本页答题无效

2018～2019 学年第__一__学期 课程代码__1400091B__ 课程名称__概率论与数理统计__ 学分__3__ 课程性质:必修 考试形式: 闭卷

专业班级（教学班）__________ 考试日期__2019.1.16 8:00—10:00__ 命题教师__集体__ 系（所或教研室）主任审批签名__________

一．填空题(每小题 3 分，共 15 分)

1．设 A与B 是两个随机事件，$P(B)=0.4$，$P(A\,|\,\overline{B})=0.5$，则概率 $P(A-B)=$________.

2．设随机变量 X 的分布律为$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0.1 & \alpha & 0.2 & 0.3 \end{pmatrix}$，其中 α 为待定常数，则概率 $P(X^2\le 1)=$________.

3．某人独立重复地做某试验，每次成功的概率为 $p\ (0<p<1)$,则此人第 4 次试验时恰第 2 次成功的概率为________.

4．设随机变量 $X\sim N(0,1)$，则 $Y=X^2$ 服从的分布为________ (需写出自由度).

5．设随机变量 X 的 $EX=m>0, E(X^2)=m(m+1)$, 则由切比雪夫不等式得 $P\{0<X<2m\}\ge$________.

二．选择题(每小题 3 分，共 15 分)

1．口袋中有 3 个红球与 2 个白球，每次从中任取一球，不再放回，则首次取得红球前已取出的白球数 X 的数学期望 $EX=$(　　)

(A) 1　　(B) 2　　(C) 1/3　　(D) 1/2

2．设随机变量 X 分布函数为 $F(x)=\begin{cases} A+Be^{-\lambda x}, x>0, \\ 0, \quad x\le 0. \end{cases}(\lambda>0)$，则 $(A,B)=$(　　)

(A) $(-1,1)$　　(B) $(1,-1)$　　(C) $(1,1)$　　(D) $(-1,-1)$

3．对任意两个随机变量 X , Y ，若 $E(XY)=EXEY$ ，则 (　　)

(A) X与Y 相互独立　　(B) X与Y 不相互独立

(C) $D(XY)=DXDY$　　(D) $D(2X+Y)=D(2X-Y)$

4．设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$,，记 $p=P(X>\mu-\sigma^2)$，则（　　）

(A) p 随 σ 的增大而增大　　(B) p 随 σ 的增大而减小

(C) p 随 μ 的增大而增大　　(D) p 随 μ 的增大而减小

5．设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自正态总体 X 的样本 $(n>1)$，$EX=\mu$，$DX=\sigma^2$，若 $\hat{\sigma}^2=k\sum_{i=1}^{n-1}(X_{i+1}-X_i)^2$ 为 σ^2 的无偏估计，则 $k=$(　　)

(A) $\frac{1}{2n}$　　(B) $\frac{1}{n}$　　(C) $\frac{1}{2(n-1)}$　　(D) $\frac{1}{n-1}$

三．(本题满分 12 分)设有一批产品分别由甲乙两台机床生产，其中 30% 由甲机床生产，70% 由乙机床生产，甲机床的次品率为 0.03，乙机床的次品率为 0.02；

(1) 求从中任意取一件产品是次品的概率；

(2) 若任取一件产品是次品，则为哪一台机床生产的可能性大？

四．(本题满分 12 分) 设随机变量 X 服从参数 $\lambda=2$ 的指数分布，求 $Y=1-e^{-2X}$ 的密度函数 $f_Y(y)$.

五．(本题满分 14 分)设二维随机变量 (X,Y) 的密度函数 $f(x,y)=\begin{cases} cxy, & 0<y<x<1, \\ 0, & 其他. \end{cases}$

求 (1)常数 c； (2) $P\{X+Y<1\}$； (3)边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$，并判断 X 与 Y 是否独立？

六．(本题满分 12 分) 设随机变量 $X\sim B(1,\frac{1}{2})$，$Y\sim\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1/4 & 3/4 \end{pmatrix}$，若 $P\{XY\ne 0\}=\frac{1}{4}$.

（1）求 (X,Y) 的联合分布律； （2） 问 X 与 Y 是否不相关？求其相关系数.

七．**本题满分 12 分)** 设总体 X 的密度函数 $f(x,\theta)=\begin{cases} \frac{2\theta^2}{x^3}, x>\theta, \\ 0, \quad x\le\theta. \end{cases}$ 其中 $\theta>0$ 为未知参数，

$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为其样本，试求参数 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_M$ 与极大似然估计量 $\hat{\theta}_L$.

八．(本题满分 8 分)设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为为来自正态总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本， μ,σ^2 均未知，

$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$，在 $1-\alpha$ 置信水平下，

（1）求样本容量 n 多大时，才能使 μ 的置信区间长度不大于正数 L？

（2）当 $\alpha=0.05, n=5, s=0.8$ 时，求 σ^2 的置信区间.

($\chi^2_{0.025}(4)=11.143$, $\chi^2_{0.975}(4)=0.484$，$\chi^2_{0.025}(5)=12.833$，$\chi^2_{0.975}(5)=0.831$)