习题(8)

8.1 设随机变量 X 的分布律:$P\{X=x\}=c\cdot(\frac{2}{3})^x$, $x=1,2,3$.试求 c 的值.

8.2 一口袋中装有 m 个白球,$n-m$ 个黑球,连续无放回地从袋中取球,直到取出黑球为止,设此时取出了 X 个白球,求 X 的分布律.

8.3 设随机变量 X 的分布函数 $F(x)=\begin{cases}0, & x<-1\\ 0.4, & -1\le x<1\\ 0.8, & 1\le x<3\\ 1, & x\ge 3\end{cases}$,试求 X 的分布律.

8.4 已知 7 个晶体管中有 4 个正品和 3 个次品,每次任意抽取一个来测试,测试后不再放回去,直至把 4 个正品都找到为止,试求测试次数 X 的分布律.

习题(8)参考解答

8.1 解: 由 $1=\sum_{x=1}^{3}P\{X=x\}=\sum_{x=1}^{3}c\cdot(\frac{2}{3})^x=c\cdot\sum_{x=1}^{3}(\frac{2}{3})^x$ $\quad c=\frac{27}{38}$. ♣

8.2 解: 由题设知,随机变量 X 的可能取值为:$0,1,2,\cdots,m$.且事件 $\{X=k\}$ 表示一共取了 $k+1$ 次球,前 k 次取到的都是白球,第 $k+1$ 次取到的是黑球. 则分布律

$$P\{X=k\}=\frac{m}{n}\times\frac{m-1}{n-1}\times\cdots\times\frac{m-k+1}{n-k+1}\times\frac{n-m}{n-k}=\frac{n-m}{n-k}\cdot\prod_{i=0}^{k-1}\frac{m-i}{n-i}$$

(或 $=\dfrac{\binom{m}{k}\cdot(n-m)}{\binom{n}{k+1}\cdot(k+1)}=\dfrac{\binom{m}{k}\cdot(n-m)}{\binom{n}{k}\cdot(n-k)}$), $k=0,1,2,\cdots,m$. ♣

8.3 解: 由于 X 的分布函数为阶梯函数,则 X 为离散型随机变量,且 X 的可能取值为-1,1,3.再由

$$P\{X=-1\}=F(-1)-F(-1^-)=0.4-0=0.4,$$

$$P\{X=1\}=F(1)-F(1^-)=0.8-0.4=0.4,$$

$$P\{X=3\}=F(3)-F(3^-)=1-0.8=0.2,$$

即得 X 的分布律如下表

X	-1　1　3
p_k	0.4　0.4　0.2

♣

8.4 分析：首先要清楚随机变量 X 的可能取值为:4,5,6,7.再考虑事件 $\{X=k\}$ 表示“不放回抽取 k 次晶体管,第 k 次是正品,而前面 $k-1$ 次中有 3 次是正品,$k-4$ 次是次品.”,此时求概率考虑排列,样本点总数为 $\binom{7}{k}\times k!$,而事件 $\{X=k\}$ 包含:

$$\binom{k-1}{3}\times 3!\times\binom{3}{k-4}\times(k-4)!\times 4$$

种可能,用古典概型而得事件 $\{X=k\}$ 的概率,$k=4,5,6,7$,由此得 X 的分布律.

解：由题意知,随机变量 X 的可能取值为:4,5,6,7.且

$$P\{X=k\}=\frac{\binom{k-1}{3}\times 3!\times\binom{3}{k-4}\times(k-4)!\times 4}{\binom{7}{k}\times k!},\quad k=4,5,6,7.$$

以上就是随机变量 X 的分布律.经化简,X 的分布律也可表为

X	4　5　6　7
p_k	$\frac{1}{35}$　$\frac{4}{35}$　$\frac{10}{35}$　$\frac{20}{35}$

♣

注：此题也可逐点求解.由题意知,随机变量 X 的可能取值为:4,5,6,7.且

$$P\{X=4\}=\frac{3!\times 4}{\binom{7}{4}\times 4!}=\frac{1}{35}$$,(抽取 4 次: □□□□)

$$P\{X=5\}=\frac{\binom{4}{3}\times 3!\times\binom{3}{1}\times 4}{\binom{7}{5}\times 5!}=\frac{4}{35}$$,(抽取 5 次:□□□□□)

$$P\{X=6\}=\frac{\binom{5}{3}\times 3!\times\binom{3}{2}\times 2!\times 4}{\binom{7}{6}\times 6!}=\frac{10}{35}$$,(抽取 6 次:□□□□□□)

$$P\{X=7\}=\frac{\binom{6}{3}\times 3!\times 3!\times 4}{7!}=\frac{20}{35}$$.(抽取 7 次:□□□□□□□)　♣