合 肥 工 业 大 学 试 卷 （A） 答 案

2018～2019 学年第 一 学期 课程代码 1400091B 课程名称 概率论与数理统计 学分 3 课程性质:必修 考试形式: 闭卷

专业班级（教学班）________ 考试日期 2019.1.16 (周三) 8:00—10:00 命题教师 集体 系（所或教研室）主任审批签名________

一、填空题(每小题 3 分)

1、0.3，2、0.7，3、$C_3^1(1-p)^2p^2$，4、$\chi^2(1)$，5、$1-\dfrac{1}{m}$.

二、选择题(每小题 3 分)

1.D；2.B；3.D；4.A；5.C.

三、**(12 分)**【解】设 $A=\{$任意取出的零件是次品$\}$，$B=\{$取出的零件由甲机床加工$\}$,

(1) $P(A)=P(B)P(A|B)+P(\overline{B})P(A|\overline{B})=0.3\times0.03+0.7\times0.02=0.023$,

(2) $P(B|A)=\dfrac{P(BA)}{P(A)}=\dfrac{P(B)P(A|B)}{P(A)}=\dfrac{0.3\times0.03}{0.023}=\dfrac{9}{23}$.

$P(\overline{B}|A)=\dfrac{P(A\overline{B})}{P(A)}=\dfrac{P(\overline{B})P(A|\overline{B})}{P(A)}=\dfrac{0.7\times0.02}{0.023}=\dfrac{14}{23}$.

所以为乙机床生产的可能性大.

四、**(12 分)**【解】$X\sim f(x)=\begin{cases}2e^{-2x}, x>0\\ 0, \quad x\le 0\end{cases}$,

$Y=1-e^{-2X}\Rightarrow X=-\dfrac{1}{2}\ln(1-Y)$,

$$Y\sim f_Y(y)=\begin{cases}2e^{\ln(1-y)}\dfrac{1}{2(1-y)},0<y<1\\ 0, \quad 其他\end{cases}=\begin{cases}1,0<y<1\\ 0,其他\end{cases},$$

五、**(14 分)**【解】(1) $\because \iint f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\int_0^1\mathrm{d}x\int_1^x cxy\mathrm{d}y=1$,

$\therefore \dfrac{c}{2}\int_0^1(x-x^3)dx=\dfrac{c}{8}=1,c=8$,

(2) $P(X+Y<1)=\int_0^{\frac{1}{2}}dy\int_y^{1-y}8xydx=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6}$

(3) $f_X(x)=\begin{cases}\int_0^x 8xydy=4x^3,0\le x\le 1\\ 0, \quad 其他\end{cases}$, $f_Y(y)=\begin{cases}\int_y^1 8xydx=4y(1-y^2),0\le y\le 1\\ 0, \quad 其他\end{cases}$

由于 $f_X(x)\cdot f_Y(y)\ne f(x,y)$，所以 X 与 Y 不独立.

六、**(12 分)**【解】(1)由 $P\{XY\ne0\}=\dfrac{1}{4}$，得 $P\{X=1,Y=-1\}=\dfrac{1}{4}$,

所以 $P\{X=1,Y=0\}=P(X=1)-P(X=1,Y=-1)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{4}$,

$P\{X=0,Y=0\}=P\{Y=0\}-P\{X=1,Y=0\}=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{4}=0$,

从而 $P\{X=0,Y=-1\}=P\{Y=-1\}-P\{X=0,Y=-1\}=\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$,

(X,Y) 的联合分布律为

Y \ X	0	1	$p_{\cdot j}$
0	0	1/4	1/4
−1	1/2	1/4	3/4
$p_{i\cdot}$	1/2	1/2	1

(2) $EX=\dfrac{1}{2},EY=-\dfrac{3}{4},EXY=-\dfrac{1}{4},Cov(X,Y)=EXY-EXEY=(-\dfrac{1}{4})-\dfrac{1}{2}\cdot(-\dfrac{3}{4})=\dfrac{1}{8}$,

故 X 与 Y 线性相关；

$DX=\dfrac{1}{4},DY=EY^2-(EY)^2=\dfrac{3}{4}-(-\dfrac{3}{4})^2=\dfrac{3}{16},\rho_{XY}=\dfrac{Cov(X,Y)}{\sqrt{DX\cdot DY}}=\dfrac{1/8}{\sqrt{1/4\cdot3/16}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；

七、**(12 分)**【解】(1)矩估计 $EX=\int_\theta^{+\infty}x\dfrac{2\theta^2}{x^3}\mathrm{d}x=2\theta$,

令 $EX=A_1=\overline{X}$，因此 $\theta=\dfrac{1}{2}\overline{X}$，所以 θ 的矩估计量为 $\hat{\theta}_M=\dfrac{1}{2}\overline{X}$,

(2)极大似然估计

似然函数 $L(\theta)=\prod_{i=1}^n\dfrac{2\theta^2}{x_i^2}=2^n\theta^{2n}\prod_{i=1}^n\dfrac{1}{x_i^2}$，取对数可知

$\ln L=n\ln2+2n\ln\theta-2\sum_{i=1}^n\ln x_i$，$\dfrac{d\ln L}{d\theta}=\dfrac{2n}{\theta}>0$,所以 $\ln L(\theta)>0$,

又 $x_1,x_2,\cdots,x_n>\theta$，故 $\theta=\min\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$，即 $\hat{\theta}_L=\min\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$；

八、**(8 分)**【解】(1)由σ^2未知，可知μ的置信度为$1-\alpha$的置信区间为$\left(\overline{X}\pm t_{\alpha/2}(n-1)\dfrac{S}{\sqrt{n}}\right)$,

于是置信区间长度为$\dfrac{2S}{\sqrt{n}}\cdot t_{\alpha/2}(n-1)$,由$\dfrac{2S}{\sqrt{n}}\cdot t_{\alpha/2}(n-1)\le L$,得$n\ge\dfrac{4S^2(t_{\alpha/2}(n-1))^2}{L^2}$.

(2)因为$\chi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$，所以$\sigma^2$的置信度为$1-\alpha$的置信区间：$(\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha/2}(n-1)},\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(n-1)})$

代入$n=5,s=0.8$得：$(\dfrac{4\times0.8^2}{11.143},\dfrac{4\times0.8^2}{0.484})\approx(0.224,5.289)$，则$\sigma^2$的 95%的置信区间为$(0.224,5.289)$.