习题(37)

37.1 对某种型号飞机的最大飞行速度进行了16次试验,测得最大飞行速度的样本均值为425(米/秒),样本方差为72,根据长期经验可认为最大飞行速度服从正态分布.给定置信水平95%,试求平均最大飞行速度的置信区间.

37.2 在一批铜丝中,随机抽取9根,测得其抗拉强度为:

578 582 574 568 596 572 570 584 578

设抗拉强度$X \sim N(\mu,\sigma^2)$,求σ^2的置信水平为0.95的置信区间.

37.3 对两个不同的水稻品种A,B分别统计了8个地区的单位面积产量(单位:公斤)如下:

品种A	86 87 56 93 84 93 75 79
品种B	80 79 58 91 77 82 76 66

假定这两个品种的产量分别服从同方差的正态分布.求单位面积平均产量之差的置信水平为95%的双侧置信区间.

37.4 设两位化验员A,B独立地对某种聚合物含氯量用相同的方法各作10次测定,其测定值的样本方差分别为$S_A^2=0.5419$,$S_B^2=0.6050$.设σ_A^2,σ_B^2分别为A,B所测定的测定值总体的方差,且总体均为正态分布.求方差比σ_A^2/σ_B^2的置信水平为0.95的置信区间.

习题(37)参考解答

37.1 解: 由最大飞行速度$X \sim N(\mu,\sigma^2)$,则平均最大飞行速度μ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为

$$[\overline{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}\cdot t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1),\ \overline{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}\cdot t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)].$$

已知$n=16$,$1-\alpha=0.95$,$\overline{X}=425$,$S^2=72$,查表:

$$t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.975}(15)=2.1315.$$

则所求平均最大飞行速度的置信区间为

$$[425-\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{16}}\times 2.1315,\ 425+\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{16}}\times 2.1315]=[420.48, 429.52].$$ ♣

37.2 解：σ^2 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间是: $[\dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \dfrac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}]$.

已知 $1-\alpha=0.95$, $n=9$, 查表:

$$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.025}(8)=2.180, \quad \chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.975}(8)=17.535.$$

计算得 $S^2=74$, 则得 σ^2 的置信水平为 0.95 的置信区间为

$$[\frac{8\times 74}{17.535}, \frac{8\times 74}{2.180}]=[33.761, 271.560].$$

♣

37.3 解： 已知 $X_1, X_2, \cdots, X_m$ 为总体 $N(\mu_1, \sigma^2)$ 的样本, $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ 为总体 $N(\mu_2, \sigma^2)$ 的样本,

且两组样本相互独立.在置信水平 $1-\alpha$ 下,则单位面积平均产量之差 $\mu_1-\mu_2$ 的双侧置信区间:

$$I \triangleq [\overline{X}-\overline{Y} \pm S_w \cdot \sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}} \cdot t_{1-\frac{\alpha}{2}}(m+n-2)],$$

其中

$$\overline{X}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} X_i, \quad S_1^2=\frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(X_i-\overline{X})^2,$$

$$\overline{Y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y_i, \quad S_2^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\overline{Y})^2, \quad S_w^2=\frac{(m-1)S_1^2+(n-1)S_2^2}{m+n-2}.$$

已知 $m=n=8$, $1-\alpha$=0.95,查表: $t_{1-\frac{\alpha}{2}}(m+n-2)=t_{0.975}(14)=2.1448$.

由样本值计算得

$$\overline{X}=81.625, S_1^2=145.6964; \overline{Y}=76.125, S_2^2=101.5536$$

$$\overline{X}-\overline{Y}=5.5, \quad S_w=11.1187.$$

故所求置信区间:

$$I=[-6.4237, 17.4237].$$

♣

37.4 解： 由方差比 σ_A^2/σ_B^2 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为

$$I \triangleq [\frac{S_A^2}{S_B^2}\cdot\frac{1}{F_{1-\frac{\alpha}{2}}(m-1, n-1)}, \frac{S_A^2}{S_B^2}\cdot\frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(m-1, n-1)}].$$

已知 $m=n=10$, $1-\alpha=0.95$, 查表:

$$F_{1-\frac{\alpha}{2}}(m-1, n-1)=F_{0.975}(9, 9)=4.03,$$

$$F_{\frac{\alpha}{2}}(m-1, n-1) = F_{0.025}(9, 9) = 1 / F_{0.975}(9, 9) = \frac{1}{4.03}.$$

由已知 $S_A^2 = 0.5419$, $S_B^2 = 0.6050$,则所求置信区间为

$$I = [\,\frac{0.5419}{0.6050} \times \frac{1}{4.03}, \frac{0.5419}{0.6050} \times 4.03\,] = [\,0.222, 3.610\,].$$ ♣