习题(6)

6.1 某射击小组有 20 名射手,其中一级射手 4 人,二级 8 人,三级 7 人,四级 1 人,各级射手能通过选拔进入比赛的概率依次为 0.9,0.7,0.5,0.2.求任选一名射手能通过选拔进入比赛的概率.

6.2 玻璃杯成箱出售,每箱 20 只.假定各箱含 0,1,2 只残次品的概率相应为 0.8,0.1,0.1. 一顾客欲购一箱玻璃杯,在购买时,售货员随意取一箱,向顾客开箱随机地察看 4 只: 若无残次品,则买下该箱玻璃杯,否则退回.试求:

1) 顾客买下该箱的概率;

2) 已知顾客买下该箱的条件下,该箱确实无残次品的概率.

6.3 有朋友自远方来,他乘火车、轮船、汽车、飞机来的概率分别是 0.3,0.2,0.1,0.4.如果他乘火车、轮船、汽车,则迟到的概率分别是 1/4,1/3,1/12;而乘飞机不会迟到.可他迟到了,问他是乘火车来的概率为多少?

6.4 对以往数据分析结果表明,当机器调整得良好时,产品的合格率为 0.98; 而当机器发生某种故障时,产品的合格率为 0.55.每天早上机器开动时,机器调整良好的概率为 0.95.试求:已知某日早上的第一件产品是合格品时,机器调整得良好的概率.

习题(6)参考解答

6.1 解 记事件 $B=$\{所选射手能进入比赛\}, $A_i=$\{所选射手为第 i 级\}, $i=1,2,3,4$.已知

$$P(A_1)=\frac{4}{20},\ P(A_2)=\frac{8}{20},\ P(A_3)=\frac{7}{20},\ P(A_4)=\frac{1}{20},$$

$$P(B\mid A_1)=0.9,\ P(B\mid A_2)=0.7,\ P(B\mid A_3)=0.5,\ P(B\mid A_4)=0.2.$$

用全概率公式,则所求概率为

$$P(B)=\sum_{i=1}^{4}P(A_i)\cdot P(B\mid A_i)$$

$$=\frac{4}{20}\times 0.9+\frac{8}{20}\times 0.7+\frac{7}{20}\times 0.5+\frac{1}{20}\times 0.2=0.645.$$ ♣

6.2 解 记事件 $A=$\{顾客买下该箱玻璃杯\}, $B_i=$\{所取的一箱玻璃杯含 i 只残次品\}, $i=0,1,2$.

要求: 1) $P(A)$? 2) $P(B_0\mid A)$?

已知 $P(B_0)=0.8$, $P(B_1)=0.1$, $P(B_2)=0.1$, 且

$$P(A\mid B_0)=1,\ P(A\mid B_1)=\frac{\binom{19}{4}}{\binom{20}{4}}=\frac{4}{5},\ P(A\mid B_2)=\frac{\binom{18}{4}}{\binom{20}{4}}=\frac{12}{19}.$$

1) 由全概率公式,则

$$P(A)=\sum_{i=0}^{2}P(B_i)\cdot P(A\mid B_i)=0.8\times1+0.1\times\frac{4}{5}+0.1\times\frac{12}{19}\approx 0.9432.$$

2) 由贝叶斯公式,则

$$P(B_0\mid A)=\frac{P(AB_0)}{P(A)}=\frac{P(B_0)\cdot P(A\mid B_0)}{P(A)}=\frac{0.8\times1}{0.9432}\approx 0.8482.$$ ♣

6.3 解 记事件 A_1, A_2, A_3, A_4 分别表示朋友乘火车、轮船、汽车、飞机来; 事件 $B=${朋友迟到}.

要求: $P(A_1\mid B)$? 已知

$$P(A_1)=0.3,\quad P(A_2)=0.2,\quad P(A_3)=0.1,\quad P(A_4)=0.4,$$

$$P(B\mid A_1)=\frac{1}{4},\ P(B\mid A_2)=\frac{1}{3},\ P(B\mid A_3)=\frac{1}{12},\ P(B\mid A_4)=0.$$

则

$$P(B)=\sum_{i=1}^{4}P(A_i)\cdot P(B\mid A_i)=0.3\times\frac{1}{4}+0.2\times\frac{1}{3}+0.1\times\frac{1}{12}+0.4\times0=0.15.$$

由贝叶斯公式,则所求概率为

$$P(A_1\mid B)=\frac{P(A_1)\cdot P(B\mid A_1)}{P(B)}=\frac{0.3\times\frac{1}{4}}{0.15}=0.5.$$ ♣

6.4 解 记事件 $A=${产品合格}, $B=${机器调整良好},要求: $P(B\mid A)$? 已知

$$P(B)=0.95,\ P(\overline{B})=0.05;\ P(A\mid B)=0.98,\ P(A\mid\overline{B})=0.55,$$

由贝叶斯公式

$$P(B\mid A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{P(B)\cdot P(A\mid B)}{P(B)\cdot P(A\mid B)+P(\overline{B})\cdot P(A\mid\overline{B})},$$

则

$$P(B\mid A)=\frac{0.95\times0.98}{0.95\times0.98+0.05\times0.55}\approx 0.971.$$ ♣