

习题(2)

2.1 写出下列随机试验的样本空间及事件中的样本点:

1) 将一枚均匀硬币连续掷两次,记事件

$A = \{\text{第一次出现正面}\}, B = \{\text{两次出现同一面}\}, C = \{\text{至少有一次正面出现}\}.$

2) 一个口袋中有 5 只外形完全相同的球,编号分别为 1,2,3,4,5,从中同时取 3 只球.记事件

$A = \{\text{球的最小号码为 1}\}.$

3) 10 件产品中有一件废品,从中任取两件,记事件 $A = \{\text{得一件废品}\}.$

4) 两个口袋各装一个白球与一个黑球,从第一袋中任取一球记下其颜色后放入第二袋,搅均后再从第二袋中任取一球.记事件 $A = \{\text{两次取出的球有相同颜色}\}.$

5) 掷两颗骰子,记事件 $A = \{\text{出现点数之和为奇数,且其中恰好有一个 1 点}\}, B = \{\text{出现点数之和为偶数,但没有一颗骰子出现 1 点}\}.$

2.2 设 A,B,C 为三个事件,用 A,B,C 的运算关系表示下列各事件:

1) A 发生;

2) 只有 A 发生;

3) A 与 B 发生而 C 不发生;

4) 三个事件都发生;

5) 三个事件中至少有一个发生;

6) 三个事件中恰好发生一个;

7) 三个事件中恰好发生两个;

8) 三个事件都不发生;

9) 三个事件中不多于两个发生.

2.3 试把事件 $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$ 表示成 n 个两两互不相容事件之并.

2.4 在电炉上安装了 4 个温控器,其显示温度的误差是随机的.在使用过程中,只要有两个温控器显示的温度不低于临界温度 t_0 ,电炉就断电.以 E 表示事件“电炉断电”,而 $T_{(1)} \leq T_{(2)} \leq T_{(3)} \leq T_{(4)}$ 为 4 个温控器显示的按递增顺序排列的温度值,则事件 E 等于 【 】

(A) $\{T_{(1)} \geq t_0\}$. (B) $\{T_{(2)} \geq t_0\}$. (C) $\{T_{(3)} \geq t_0\}$. (D) $\{T_{(4)} \geq t_0\}$.

习题(2)参考解答

2.1 解: 1) 以 H 表示正面出现; T 表示反面出现,样本空间记为 Ω .则

$$\Omega = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\};$$

$$A = \{(H, H), (H, T)\}; B = \{(H, H), (T, T)\}; C = \{(H, H), (H, T), (T, H)\}.$$

2) 由题意,可只考虑组合,则

$$\Omega = \left\{ (1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 2, 5), (1, 3, 4), (1, 3, 5), \right. \\ \left. (1, 4, 5), (2, 3, 4), (2, 3, 5), (2, 4, 5), (3, 4, 5) \right\};$$

$$A = \{ (1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 2, 5), (1, 3, 4), (1, 3, 5), (1, 4, 5) \}.$$

3) 用1,2,⋯,9号表示正品,10号表示废品.则

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{cccc} (1, 2), (1, 3), (1, 4), \dots, (1, 10) \\ (2, 3), (2, 4), \dots, (2, 10) \\ \ddots & & \vdots \\ & \ddots & (8, 10) \\ & & (9, 10) \end{array} \right\}; \quad A = \{ (1, 10), (2, 10), \dots, (9, 10) \}.$$

4) 记第一袋中的球为 (w_1, b_1) , 第二袋中的球为 (w_2, b_2) , 则

$$\Omega = \{ (w_1, w_2), (w_1, b_2), (w_1, w_1), (b_1, w_2), (b_1, b_2), (b_1, b_1) \};$$

$$A = \{ (w_1, w_2), (w_1, w_1), (b_1, b_2), (b_1, b_1) \}.$$

$$5) \quad \Omega = \left\{ \begin{array}{cccc} (1, 1), (1, 2), \dots, (1, 6) \\ (2, 1), (2, 2), \dots, (2, 6) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ (6, 1), (6, 2), \dots, (6, 6) \end{array} \right\};$$

$$A = \{ (1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (4, 1), (6, 1) \};$$

$$B = \left\{ \begin{array}{l} (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 3), (3, 5), (4, 2), (4, 4), \\ (4, 6), (5, 3), (5, 5), (6, 2), (6, 4), (6, 6) \end{array} \right\}.$$

注: 也可如下表示:

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{cccc} (1, 1), (1, 2), \dots, (1, 6) \\ (2, 2), \dots, (2, 6) \\ \ddots & & \vdots \\ & & (6, 6) \end{array} \right\};$$

$$A = \{ (1, 2), (1, 4), (1, 6) \};$$

$$B = \{ (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 3), (3, 5), (4, 4), (4, 6), (5, 5), (6, 6) \}.$$

♣

2.2 答案: 1) A ; 2) $A\bar{B}\bar{C}$; 3) $AB\bar{C}$; 4) ABC ;

5) $A \cup B \cup C$; 6) $A\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}B\bar{C} \cup \bar{A}\bar{B}C$;

7) $AB\bar{C} \cup A\bar{B}C \cup \bar{A}BC$; 8) $\bar{A}\bar{B}\bar{C} (= \overline{A \cup B \cup C})$;

9) $\overline{ABC} (= \overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C})$ (等价说法:至少有一个不发生).

♣

2.3 解: 由 $A_1 \cup A_2 = A_1 \cup \overline{A_1}A_2$ (如图), A_1 与 $\overline{A_1}A_2$ 互不相容, 则

$$\begin{aligned} A_1 \cup A_2 \cup A_3 &= A_1 \cup A_2 \cup (\overline{A_1} \cup \overline{A_2}A_3) \\ &= A_1 \cup \overline{A_1}A_2 \cup \overline{A_1}\overline{A_2}A_3, \end{aligned}$$

且 $A_1, \overline{A_1}A_2, \overline{A_1}\overline{A_2}A_3$ 两两互不相容. 依此类推, 则

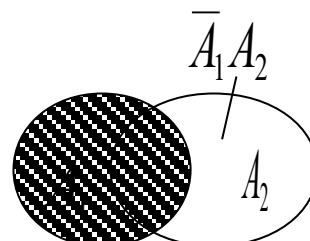
$$A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n = A_1 \cup \overline{A_1}A_2 \cup \overline{A_1}\overline{A_2}A_3 \cup \cdots \cup \overline{A_1} \cdots \overline{A_{n-1}}A_n,$$

且 n 个事件

$$A_1, \overline{A_1}A_2, \overline{A_1}\overline{A_2}A_3, \cdots, \overline{A_1} \cdots \overline{A_{n-1}}A_n$$

两两互不相容.

♣



2.4 解: 由右图可知, 答案应为(C).

♣

