习题(41)

41.1 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本,其中 μ,σ^2 均未知. $\overline{X},S^2$ 分别为样本均值和样本方差.则检验假设 $H_0:\sigma^2=\sigma_0^2$ 所用的检验统计量和它所服从的分布为 【 】

(A) $\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma_0/\sqrt{n}}\overset{H_0\text{为真时}}{\sim}N(0,1)$. (B) $\dfrac{1}{\sigma_0^2}\cdot\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2\overset{H_0\text{为真时}}{\sim}\chi^2(n-1)$.

(C) $\dfrac{n\cdot S^2}{\sigma_0^2}\overset{H_0\text{为真时}}{\sim}\chi^2(n)$. (D) $\dfrac{1}{\sigma_0^2}\cdot\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2\overset{H_0\text{为真时}}{\sim}\chi^2(n)$.

41.2 某电器元件平均电阻值一直保持 2.64Ω,今测得采用新工艺生产 36 个元件的平均阻值为 2.61Ω,假定在正常条件下,电阻值服从正态分布,而且新工艺不改变电阻的标准差.已知改变工艺前的标准偏差为 0.06Ω,问新工艺对产品的电阻值是否有显著性影响$(\alpha=0.01)$?

41.3 某厂对废水进行处理,要求某种有害物质的浓度不超过 19(毫克/立升),抽样检查得到 10 个数据,其样本均值 $\overline{X}=19.5$,样本方差 $S^2=1.25$.假设有害物质的浓度服从正态分布,问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下,能认为处理后的废水符合标准吗?

41.4 加工某一机器零件,根据其精度要求,零件尺寸的标准差不得超过 0.9.现从该产品中随机抽取容量为 19 的样本,得样本标准差 $S=1.2$,当 $\alpha=0.05$ 时,可否认为标准差变大?(假定零件尺寸服从正态分布).

习题(41)参考解答

41.1 解: 检验假设

$$H_0:\sigma^2=\sigma_0^2;\qquad H_1:\sigma^2\neq\sigma_0^2$$

所用的检验统计量为

$$\frac{(n-1)\cdot S^2}{\sigma_0^2}\overset{H_0\text{为真时}}{\sim}\chi^2(n-1),$$

而统计量

$$\frac{(n-1)\cdot S^2}{\sigma_0^2}=\frac{n-1}{\sigma_0^2}\cdot\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2=\frac{1}{\sigma_0^2}\cdot\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2,$$

所以答案应为(B). ♣

41．2 解： 已知电器元件电阻值$X \sim N(\mu, 0.06^2)$,要检验

$$H_0: \mu = 2.64; \quad H_1: \mu \neq 2.64$$

用检验统计量

$$u = \frac{\overline{X} - 2.64}{0.06/\sqrt{n}},$$

在显著性水平α 下,拒绝H_0的拒绝域:$|u| > u_{1-\frac{\alpha}{2}}$.

已知 $n = 36$, $\overline{X} = 2.61$, $\alpha = 0.01$,查表:$u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{0.995} = 2.58$.计算

$$|u| = \frac{|2.61 - 2.64|}{0.06/\sqrt{36}} = 3 > 2.58,$$

所以拒绝H_0,即认为新工艺对产品的电阻值有显著影响. ♣

41．3 解: 设有害物质的浓度$X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 要检验

$$H_0: \mu \leq 19; \quad H_1: \mu > 19$$

用检验统计量$t = \sqrt{n} \cdot \dfrac{\overline{X} - 19}{S}$; 拒绝$H_0$的拒绝域: $t > t_{1-\alpha}(n-1)$.

已知$\overline{X} = 19.5$, $S^2 = 1.25$, $\alpha = 0.05$, $n = 10$,而$t_{1-\alpha}(n-1) = t_{0.95}(9) = 1.8331$,计算

$$t = \sqrt{10} \cdot \frac{19.5 - 19}{\sqrt{1.25}} = 1.4142 < 1.8331,$$

所以接受H_0,即认为处理后的废水符合标准. ♣

41．4 解: 设X为零件尺寸,则$X \sim N(\mu, \sigma^2)$.要检验

$$H_0: \sigma \leq 0.9; \quad H_1: \sigma > 0.9$$

所用检验统计量$\dfrac{(n-1) \cdot S^2}{0.9^2}$; 在显著性水平$\alpha$ 下,拒绝H_0的拒绝域:$\dfrac{(n-1) \cdot S^2}{0.9^2} > \chi^2_{1-\alpha}(n-1)$.

已知 $n = 19$, $S = 1.2$, $\alpha = 0.05$,查表: $\chi^2_{1-\alpha}(n-1) = \chi^2_{0.95}(18) = 28.869$.计算

$$\frac{(19-1) \times 1.2^2}{0.9^2} = 32 > 28.869,$$

所以拒绝H_0,即认为标准差显著变大. ♣