

习题(4)

4.1 设一个人的生日在星期几是等可能的.求 6 个人的生日都集中在一星期中的某两天但不在同一天的概率.

4.2 设有 n 个人,每人都被等可能地分配到 $N(N \geq n)$ 个房间中的任一间.求下列事件的概率:

- 1) 指定的 n 间房里各住一人;
- 2) 恰有 n 间房,其中各住一人.

4.3 在 $1, 2, \dots, 200$ 这两百个整数中任取一个数,求该数能被 2 或 3 整除的概率.

4.4 在区间 $(0,1)$ 中随机地取两个数,试求两数之差的绝对值小于 0.5 的概率;

习题(4)参考解答

4.1 解: 所有可能情况为 7^6 种,则所求概率为 $p = \frac{\binom{7}{2} \times (2^6 - 2)}{7^6}$. ♣

4.2 解: 所有可能情况为 N^n 种,则所求概率分别为

$$1) p_1 = \frac{n!}{N^n}; \quad 2) p_2 = \binom{N}{n} \cdot \frac{n!}{N^n}. \quad \clubsuit$$

4.3 解: 记事件 $A = \{\text{所取数能被 2 整除}\}$, $B = \{\text{所取数能被 3 整除}\}$, 要求: $P(A \cup B)$?

由 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$, 且事件 AB 表示所取数能被 6 整除.

由于 $\frac{200}{2} = 100$, $66 < \frac{200}{3} < 67$, $33 < \frac{200}{6} < 34$, 则

$$P(A) = \frac{100}{200}, \quad P(B) = \frac{66}{200}, \quad P(AB) = \frac{33}{200}.$$

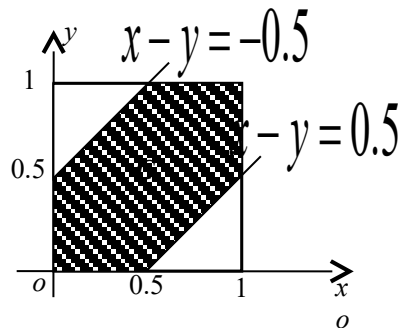
所求概率为

$$P(A \cup B) = \frac{100}{200} + \frac{66}{200} - \frac{33}{200} = 0.665. \quad \clubsuit$$

4.4 解: 以 x, y 分别表示所取数, 则样本空间

$$\Omega = \{(x, y) | 0 < x, y < 1\},$$

这是一个几何概率问题. 记事件



$$A = \{\text{所取两数之差的绝对值小于 } 0.5\},$$

则

$$A = \{(x, y) \mid |x - y| < 0.5, 0 < x, y < 1\}$$

$$= \{(x, y) \mid (x, y) \in G\} \text{ (如图的区域 } G \text{)},$$

利用对立事件求概率, 则所求概率为

$$P(A) = 1 - \frac{2 \times \frac{1}{2} \times (\frac{1}{2})^2}{1^2} = \frac{3}{4}. \quad \clubsuit$$