合 肥 工 业 大 学 试 卷（A）

2019～2020 学年第 一 学期 课程代码 1400091B 课程名称 概率论与数理统计 学分 3 课程性质:必修 考试形式:闭卷

专业班级（教学班）________ 考试日期 2020.1.9 命题教师 集体 系（所或教研室）主任审批签名________

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 $P(A)=0.5, P(B)=0.3, P(A|B)=0.2$，则 $P(A\overline{B})=$________.

2. 设随机变量 $X\sim U[-1,2]$，$Y=X+|1-X|$. 则 $P\{Y=1\}=$________.

3. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X\sim P(1), Y\sim P(1)$，则 $P\{\min(X,Y)>0\}=$________.

4. 设随机变量 X 和 Y 的相关系数为 0.8，若 $Z=X+0.4$，则 Y 与 Z 的相关系数为________.

5. 设随机变量 $X\sim B(100,\ 0.1)$，则由中心极限定理计算得 $P\{X\le 13\}\approx$________.（结果用标准正态分布的分布函数 $\Phi(x)$ 表示）.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设随机事件 A 与 B 互不相容，则必有（　　）.

（A）$P(\overline{A}\,\overline{B})=0$　（B）$P(AB)=P(A)P(B)$　（C）$P(A)=1-P(B)$　（D）$P(\overline{A}\cup\overline{B})=1$

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-3)^2}{8}},(-\infty<x<+\infty)$，则下列随机变量中服从标准正态分布的是（　　）.

（A）$\dfrac{X+3}{\sqrt{2}}$　（B）$\dfrac{X+3}{2}$　（C）$\dfrac{X-3}{\sqrt{2}}$　（D）$\dfrac{X-3}{2}$

3. 设 X_1,X_2,X_3,X_4 为来自总体 $N(0,\sigma^2)$ 的简单随机样本，则统计量 $\dfrac{X_1-X_2}{\sqrt{X_3^2+X_4^2}}$ 服从的分布为（　　）.

（A）$N(0,1)$　（B）$t(2)$　（C）$\chi^2(2)$　（D）$F(1,2)$

4. 设一批零件的长度服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ,σ^2 均未知. 现从中随机抽取 25 个零件，测得样本均值 $\overline{x}=30$（cm），样本标准差 $s=1$（cm），则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间是（　　）.

（A）$(30-\frac{1}{5}t_{0.025}(25),30+\frac{1}{5}t_{0.025}(25))$　（B）$(30-\frac{1}{5}t_{0.05}(25),30+\frac{1}{5}t_{0.05}(25))$

（C）$(30-\frac{1}{5}t_{0.025}(24),30+\frac{1}{5}t_{0.025}(24))$　（D）$(30-\frac{1}{5}t_{0.05}(24),30+\frac{1}{5}t_{0.05}(24))$

5. 在假设检验中，原假设为 H_0. 则第一类错误是指（　　）.

（A）H_0 为真，其检验结果为拒绝 H_0　（B）H_0 为真，其检验结果为接受 H_0

（C）H_0 为假，其检验结果为接受 H_0　（D）H_0 为假，其检验结果为拒绝 H_0

三、（本题满分 10 分）设有来自三个地区的各 10 名、20 名和 30 名考生的报名表，其中女生的报名表分别为 6 份、12 份和 20 份. 现随机地取一个地区的报名表，从中任意抽出一份.

（1）求抽到的一份是男生的报名表的概率；

（2）已知抽到的一份是男生的报名表，求此表是来自第二个地区的概率.

四、（本题满分 12 分）设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}kx^2, & -1<x<1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$$

（1）求常数 k；（2）求随机变量 $Y=X^2$ 的概率密度 $f_Y(y)$.

五、（本题满分 14 分）设随机变量 X,Y 的分布律相同，X 的分布律为

$$P\{X=0\}=\frac{1}{3},P\{X=1\}=\frac{2}{3}，且\ E(XY)=\frac{5}{9}.$$

（1）求 (X,Y) 的分布律；（2）求 $P\{X+Y\le 1|X-Y=0\}$；（3）求 $Z=X^2+Y^2$ 的分布律.

六、（本题满分 14 分）设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}2(1-x), & 0<x<1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$

在给定 $X=x\ (0<x<1)$ 的条件下 Y 的条件概率密度为 $f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-x}, & x<y<1,\\ 0, & \text{其它}.\end{cases}$

（1）求 (X,Y) 的概率密度 $f(x,y)$；（2）求 Y 的边缘概率密度 $f_Y(y)$；（III）求 $P\{Y>2X\}$.

七、（本题满分 14 分）设总体 X 的概率密度为 $f(x,\theta)=\begin{cases}\dfrac{\theta^2}{x^3}e^{-\frac{\theta}{x}}, x>0\\ 0, \quad x\le 0\end{cases}$，其中 θ 为未知参数且大于零，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为来自总体 X 的简单随机样本.（1）求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_M$；（2）求 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}_L$.

八、（本题满分 6 分）设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本. 记

$\overline{X}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，$T=\overline{X}-S^2$.（Ⅰ）求 ET；（Ⅱ）求 DT.