习题(9)

9.1 一射手对同一目标独立地进行 4 次射击,若至少命中一次的概率为 $\frac{80}{81}$,求该射手的命中率.

9.2 一大楼装有 5 个同类型的供水设备,调查表明在任一时刻 t 每个设备被使用的概率为 0.1,问在同一时刻:

1) 恰有 2 个设备被使用的概率是多少?
2) 至多有 3 个设备被使用的概率是多少?
3) 至少有 1 个设备被使用的概率是多少?

9.3 设一个试验只有两个可能结果:成功或失败,且每次试验成功的概率为 $p(0<p<1)$,现进行重复试验,求下列 X 的分布律:

1) 将试验进行到出现一次成功为止,以 X 表示所需的试验次数;
2) 将试验进行到出现 k 次成功为止,以 X 表示获得 k 次成功时的试验次数(**巴斯卡分布**).

9.4 设某商店每月销售某商品的数量服从参数为 5 的泊松分布，问在月初进货多少才能保证当月不脱销的概率为 0.999.

习题(9)参考解答

9.1 解: 以 X 表示 4 次射击中命中目标的次数,p 为命中率,则 $X \sim b(4,p)$.由

$$\frac{80}{81} = P\{X \ge 1\} = 1 - P\{X=0\} = 1 - \binom{4}{0} p^0 (1-p)^4 = 1-(1-p)^4,$$

则得该射手的命中率 $p = \frac{2}{3}$. ♣

9.2 解: 以 X 表示在同一时刻设备被使用的个数,由题意知 $X \sim b(5, 0.1)$,要求:

$$P\{X=2\},\ P\{X \le 3\} \text{ 及 } P\{X \ge 1\}.$$

1) $P\{X=2\} = \binom{5}{2} \cdot 0.1^2 \cdot 0.9^3 = 0.0729$;

2) $P\{X \le 3\} = \sum_{k=0}^{3} \binom{5}{k} \cdot 0.1^k \cdot 0.9^{5-k} = 0.99954$;

3) $P\{X \ge 1\} = 1 - P\{X=0\} = 1 - \binom{5}{0} \cdot 0.9^5 = 0.40951$. ♣

9.3 解： 1) 由题设知,随机变量 X 的可能取值为:$1,2,\cdots$,且事件 $\{X=k\}$ 表示一共进行了 k 次试验,且前 $k-1$ 次均是失败,而第 k 次成功.记 $A_i=\{$第 i 次试验成功$\}$,则

$$P(A_i)=p\,,P(\overline{A_i})=1-p\,,i=1,2,\cdots$$

$$P\{X=k\}=P(\overline{A_1}\,\overline{A_2}\cdots\overline{A_{k-1}}A_k)=P(\overline{A_1})\cdot P(\overline{A_2})\cdots P(\overline{A_{k-1}})\cdot P(A_k)$$

$$=(1-p)^{k-1}p\,,\ k=1,2,\cdots.$$

则得 X 的分布律为

$$P\{X=k\}=(1-p)^{k-1}p\,,\ k=1,2,\cdots.$$

2) 由题设知，随机变量 X 的可能取值为:$k,\,k+1,\,k+2,\,\cdots$.而事件 $\{X=n\}$:表示一共进行了 n 次试验,且前 $n-1$ 次中成功了 $k-1$ 次，而第 n 次也成功.则得 X 的分布律为

$$P\{X=n\}=\binom{n-1}{k-1}\cdot(1-p)^{n-k}p^k\,,\ \ n=k,k+1,\cdots.$$ ♣

9.4 解：已知商品每月销售量 $X\sim P(5)$,设在月初进货量为 N,要求最小的 N,使

$$P\{X\le N\}\ge 0.999 \qquad P\{X>N\}\le 0.001.$$

由 $P\{X>N\}=\sum\limits_{k=N+1}^{+\infty}\dfrac{5^k\cdot e^{-5}}{k!}\le 0.001$,查泊松分布表得 $N+1=14$.

所以,所求月初进货量 $N=13$. ♣