序号 ____________ 班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 ____________

第一章 随机事件及其概率

习题 1—1 随机试验与随机事件

1.某城市发行甲、乙、丙三种报纸. 设 A、B、C 分别表示某居民订阅甲报、乙报、丙报，请用 A、B、C 表示下列事件：

(1)该居民只订阅甲报的；(2)该居民只订阅甲、乙两报的；(3)该居民只订阅一种报纸的.

2．某人对一目标接连射击三次，设 $A_i=\{第\,i\,次命中目标\}$，$i=1,2,3$；$B_j=\{恰好\,j\,次命中目标\}$，$j=0,1,2,3$；$C_k=\{至少k次命中目标\}$，$k=0,1,2,3$.

(1)由 A_1, A_2, A_3 表示 B_2； (2)由 B_0, B_1, B_2, B_3 表示 C_1-C_3.

3. 设 A, B, C 为三个事件，指出下列各等式成立的充分必要条件

(1) $ABC=A$； (2) $A\bigcup B\bigcup C=A$； (3) $A\bigcup B=AB$.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

习题 1—2　概率及其性质

1．设 $\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)=\mathrm{P}(C)=\dfrac{1}{4}$，$\mathrm{P}(AB)=\mathrm{P}(AC)=\mathrm{P}(BC)=\dfrac{1}{8}$，$\mathrm{P}(ABC)=\dfrac{1}{16}$，求下列概率：

(1) $\mathrm{P}(A\cup B\cup C)$；(2) $\mathrm{P}(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C})$.

2. 设事件 A,B 的概率分别为 $\dfrac{1}{5}$ 和 $\dfrac{1}{2}$，试在情况一：A 与 B 互不相容；情况二：$A\subset B$ 下，分别求 $\mathrm{P}(\overline{A}B)$ 和 $\mathrm{P}(A\overline{B})$.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

习题 1—3 古典概型与几何概型

1．在手机号码簿中任取一个号码，(1)求后面四个数全不相同的概率(后面四个数中的每一个数都是等可能地取 0,1,2，…,9)；(2)求后面四个数中最大数字为 6 的概率.

2．在区间$[0,1]$中随机地任取两个数，设 A 表示两数之和小于$\dfrac{5}{4}$，B 表示两数之积大于$\dfrac{1}{4}$，C 表示两数之和小于$\dfrac{5}{4}$，且两数之积大于$\dfrac{1}{4}$，分别求$P(A),P(B),P(C)$.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

习题 1-4 条件概率与乘法公式

1. 根据电路停电情况的统计资料知，由于变电器损坏造成停电占 5%；由于电路线损坏造成停电占 80%；由于两者同时损坏造成停电占 1%. 试在停电状态下，分别求下列各情况发生的概率：

(1)在已知变电器损坏的条件下，电路线损坏；　(2)变电器损坏，但电路线完好；

(3)在已知电路线没损坏的条件下，变电器损坏.

2. 设 100 只灯泡中有 10 只次品，现不放回地从中抽取 3 次，每次取一只，问第 3 次才取到合格品的概率是多少？

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

习题 1-5　全概率公式与贝叶斯公式

1. 根据以往的考试结果分析，努力学习的学生中有 90%的考试及格，不努力学习的学生中有 90%的考试不及格，据调查，学生中有 90%的人是努力学习的.

(1)任取一位学生，求该学生考试及格的概率；

(2)如果该学生考试及格，问其属于不努力学习学生的概率是多少？

2. 设肺癌的发病率为 0.1%，患肺癌的人群中吸烟者占 90%，不患肺癌的人群中吸烟者占 20%，试分别求吸烟者与不吸烟者的人群中患肺癌的概率各为多少？

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

习题 1—6　事件的独立性与贝努里概型

1．设 A, B 为两个事件，且 $P(A)=0.8, P(B)=0.6, P(A-B)=0.32$，问 A 和 B 是否相互独立？为什么？

2．某射手对一目标独立地进行四次射击，若至少命中一次的概率为 $\frac{80}{81}$，求该射手每次射击时的命中率.

3．某实习生用一台机器独立地制造了3个同种零件，其中第 i 个零件不合格的概率为 $p_i=\frac{1}{i+1}\ (i=1,2,3)$.

(1)求三个零件中前两个合格，而第三个不合格的概率；(2)求三个零件中至少有一个合格的概率.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

第二章　一维随机变量及其分布

习题 2－1　随机变量及其分布函数

1. 已知随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} a+be^{-\frac{x^2}{2}}, & x>0, \\ 0, & x\le 0, \end{cases}$ 求常数 a,b 以及 $P\{1<X<2\}$.

2. 分别判断下列各函数是否可以作为某个随机变量的分布函数，并给出理由.

(1) $F(x)=\dfrac{1}{1+x^2}, -\infty<x<+\infty$；　　(2) $F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$, 其中 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$；

(3) $F(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{2}(1-e^{-x}), & x>0, \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

习题 2－2　离散型随机变量及其分布律

1. 一汽车到达目的地的途中需经过 4 个装有红绿灯的交叉路口，假设在各交叉路口遇到红灯的概率均为 0.6，且各交叉路口出现红灯是相互独立的，求汽车首次停止时已经经过的交叉路口数 X 的分布律和分布函数.

2. 设实验室有 4 台同类设备，且每台设备一年里需要维修的概率为 0.25.
   (1)求一年里需要维修的设备台数 X 的分布律；
   (2)求一年里没有设备需要维修的概率；
   (3)求一年里至少有两台设备需要维修的概率.

序号 ____________ 班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 ____________

习题 2－3　连续型随机变量及其密度函数

1. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=k|x|e^{-|x|}, x\in(-\infty,+\infty)$.

(1)求常数 k；(2)求 $P\{-1<X<2\}$； (3)求 X 的分布函数 $F(x)$.

2. 若连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} 0, & x<1, \\ \ln x, & 1\le x\le e, \\ 1, & x>e. \end{cases}$

(1)求 $\mathrm{P}\{X<2\}$ 和 $\mathrm{P}\{0<X\le 3\}$；(2)求 X 的密度函数 $f(x)$.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

3. 设某年级学生的数学考试成绩(单位：分) $X\sim N(72,\sigma^2)$.

(1)若 $\sigma=10$，且规定 90 分以上的成绩为“优秀”，求考试成绩“优秀”学生占该年级学生的比例；

(2)若 σ 未知，但已知 96 分以上的学生占该年级学生的比例为 2.3%，求考试成绩在 60 分至 84 分之间的概率.

4. 设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$ 以 Y 表示对 X 的三次独立重复观察中事件 $\{X\le\frac{1}{2}\}$ 出现的次数，求 $\mathrm{P}\{Y=2\}$.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

习题 2－4 一维随机变量函数的分布

1. 已知离散型随机变量 X 的分布律为

X	-2	-1	0	1	3
p_k	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{15}$	a

(1)确定常数 a；(2)求 $Y = X^2$ 的分布律.

2. 设随机变量 $X \sim \mathrm{N}(0,1)$，求 $Y = e^X$ 的密度函数.

3. 设随机变量 X 服从参数 $\lambda = 2$ 的指数分布，证明：$Y = 1 - e^{-2X}$ 服从[0,1]上的均匀分布.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 ____________

第三章 多维随机变量及其分布

习题 3—1 二维随机变量及其分布函数

1. 设二维随机变量(X,Y)的分布函数为$F(x,y)$，试用$F(x,y)$表示下列概率：

(1) $\mathrm{P}\{X \le b, Y < +\infty\}$； (2) $\mathrm{P}\{a < X \le b, Y \le d\}$； (3) $\mathrm{P}\{X > a, Y > c\}$；

其中a,b,c,d为常数，且$a < b$.

习题 3—2 二维离散型随机变量及其分布律

1. 掷骰子 2 次，记X为掷得偶数点的次数, 记Y为掷得奇数点的次数,(1)求(X,Y)的分布律；(2)求 $P\{X \ge Y\}$和$P\{X < 1 | Y > 0\}$.

序号 ____________ 班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 ____________

习题 3—3 二维连续型随机变量及其密度函数

1. 设二维随机变量 (X,Y) 在区域 $D=\{(x,y)\mid 0<x<2,-1<y<2)\}$ 上服从均匀分布，试求(1) $\mathrm{P}\{X\le Y\}$，(2) $\mathrm{P}\{X+Y>1\}$.

2．设二维随机变量的联合概率密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} ke^{-2(x+y)}, 0<x<+\infty, 0<y<+\infty, \\ 0, \quad 其他. \end{cases}$

求：(1)常数 k 的值；(2) $\mathrm{P}\{(X,Y)\in D\}$，其中 $D=\{(x,y)\mid x+y\le 1\}$；

(3)随机变量 X 与 Y 至少有一个小于 2 的概率.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

习题 3—4 边缘分布

1．设一射手每次击中目标的概率为0.7，射击进行到击中目标两次为止．设X表示第一次击中目标所进行的射击次数，以Y表示总射击次数．(1)求(X,Y)的分布律；(2)分别求(X,Y)关于X与Y的边缘分布律．

2．设二维随机变量(X,Y)的密度函数为$f(x,y)=\begin{cases} k(x^2+xy), & 0\le x\le 1, 0\le y\le 2, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$

(1)求常数k的值； (2)分别求(X,Y)关于X与Y的密度函数$f_X(x)$和$f_Y(y)$.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

习题 3—5　条件分布

1. 设二维随机变量(X,Y)的密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}\sin(x+y), 0<x<\dfrac{\pi}{2}, 0<y<\dfrac{\pi}{2}, \\ \quad 0, \qquad\qquad \text{其他}.\end{cases}$

试分别求$f_{X|Y}(x\,|\,y)$ $(0<y<\dfrac{\pi}{2})$和$f_{Y|X}(y\,|\,x)$ $(0<x<\dfrac{\pi}{2})$.

2．设 10 件产品中有 2 件一级品，7 件二级品和 1 件次品，从中不放回地抽取 3 件，用X表示其中一级品的个数，用Y表示其中二级品的个数，(1)求在$X=0$的条件下，Y的条件分布律；(2)求在$Y=2$的条件下，X的条件分布律.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 ______________

习题 3—6 随机变量的独立性

1．设随机变量 Y 的密度函数为 $f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y}, & y>0,\\ 0, & y\le 0,\end{cases}$ 令 $X_k=\begin{cases}2, & Y\le k,\\ 3, & Y>k\end{cases}$ $(k=1,\ 2)$，求 X_1 和 X_2 的联合分布律，并判断 X_1 与 X_2 是否相互独立.

2．设随机变量 X 与 Y 相互独立，X 服从 $(0,1)$ 内的均匀分布，Y 的密度函数为 $f_Y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{2}e^{-y/2}, & y>0,\\ 0, & y\le 0.\end{cases}$

(1)求 X 与 Y 的联合密度函数；(2)求 t 为未知量的二次方程 $t^2+2Xt+Y^2=0$ 有实根的概率 p .

序号 ____________ 班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 ____________

习题 3—7　二维随机变量函数的分布

1.设随机变量 X 与 Y 相互独立，其分布律分别为 $X \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{pmatrix}, Y \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ \frac{2}{5} & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$，令 $U = 2X + Y, V = XY$，

(1)求 U 的分布律；(2)求 (U,V) 的分布律.

2．设随机变量 $X \sim B(n_1, p),\ Y \sim B(n_2, p)$,且 X 与 Y 相互独立，证明 $X + Y \sim B(n_1 + n_2, p)$.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

3．设二维随机变量 (X,Y) 的密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases}3x, 0<x<1, 0<y<x, \\ 0, \quad 其它.\end{cases}$ 求 $Z=X-Y$ 的密度函数 $f_Z(z)$.

4．设随机变量 X 和 Y 相互独立，且均服从 $[0,1]$ 上的均匀分布，求 $Z=\min(X,Y)$ 的密度函数 $f_Z(z)$.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

第四章　随机变量的数字特征

习题 4-1　数学期望

1．将 n 只球随机地放到 m 个盒子中，每个盒子可装任意多个球，每个球以相同的概率落入每个盒子中，求有球的盒子数 X 的数学期望.

2. 已知二维随机变量 (X,Y) 服从二维正态分布，其密度函数为

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi}e^{-\frac{1}{2}(x^2+y^2)}，-\infty<x<+\infty,-\infty<y<+\infty，$$

分别计算 EX 和 $E(\sqrt{X^2+Y^2})$.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

习题 4-2　方差

1. 设随机变量 X 的分布律为 $X \sim \begin{pmatrix} -2 & 0 & 2 \\ 0.4 & 0.3 & 0.3 \end{pmatrix}$，分别计算 $\mathrm{D}X$ 和 $\mathrm{D}(-3X^2-5)$.

2. 设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} 0, & x<0, \\ kx+b, & 0 \le x \le \pi, \\ 1, & x>\pi. \end{cases}$ (1)分别求常数 k,b；(2)计算 $\mathrm{D}X$.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 ____________

习题 4-3 常见分布的数学期望与方差

1. 设随机变量X服从参数为λ的泊松分布，如果$E[(X-1)(X-2)]=1$,求$P\{X\ge 1\}$.

2. 设随机变量X和Y相互独立，且$X\sim \mathrm{N}(2,1)$, $Y\sim \mathrm{N}(-2,4)$, Z=$3X-2Y+4$.(1)计算$\mathrm{E}(Z)$, $\mathrm{D}(Z)$；(2)求$\mathrm{P}\left\{Z\le 9\right\}$.

序号 ____________ 班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 ____________

习题 4-4　协方差和相关系数

1. 设二维随机变量$\left(X,Y\right)$服从区域$D=\{(x,y)|x^2+y^2\le 1\}$上的均匀分布.

(1)分别求X和Y的数学期望和方差；

(2)求X与Y的协方差$\mathrm{Cov}\left(X,Y\right)$和相关系数$\rho_{XY}$；

(3)判断X和Y是否不相关，又是否相互独立，给出你的理由.

2. 设有随机变量X,Y,Z，已知$\mathrm{E}X=1$, $\mathrm{E}Y=2$, $\mathrm{E}Z=-1$, $\mathrm{D}X=1$, $\mathrm{D}Y=2$, $\mathrm{D}Z=3$，且

$\rho_{XY}=0$, $\rho_{XZ}=\dfrac{1}{2}$, $\rho_{YZ}=-\dfrac{1}{2}$，求$\mathrm{D}(X+Y+Z)$和$\mathrm{E}[(X+Y+Z)^2]$.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

第五章　大数定律与中心极限定理

习题 5—1　切比雪夫不等式与大数定律

1．设随机变量X与Y的数学期望分别为-2和2，方差分别为1和4，X与Y的相关系数为-0.5，利用切比雪夫不等式估计$P\{|X+Y|\geq 6\}$.

2．抛一枚匀质硬币 1000 次，利用切比雪夫不等式估计出现正面的次数在 400 次与 600 次之间的概率.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

习题 5—2 中心极限定理

1．设一本 400 页的书中，每一页上印刷错误的个数服从参数 $\lambda = 0.16$ 的泊松分布，且各页上印刷错误的个数是相互独立的，试用中心极限定理求这本书印刷错误的总数不多于 80 个的概率.

2. 某车间有同型号机床 200 台，每台机床开动的概率为 0.7，每台机床开动时要消耗电能 15 单位.假定各机床开机是相互独立的，问电厂至少要供应多少电能，才能以不低于 95%的概率确保该车间不会因为供电不足而影响生产.

序号 ____________ 班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

第六章　数理统计的基础知识

习题 6—1　数理统计的基本概念

1. 设总体 X 的数学期望 $\mathrm{E}X=\mu$ 已知，方差 $\mathrm{D}X=\sigma^2$ 未知，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 为其一个样本，试判别

$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，$\frac{1}{2}(X_1+X_2)-\mu$，$\min\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$，$\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$，$\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

之中哪些是统计量，哪些不是统计量，为什么？

2. 设总体 X 服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的泊松分布，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)(n\geq 2)$ 为来自总体 X 的一个样本，令

$T_1=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$T_2=\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}X_i+\dfrac{1}{n}X_n$，$S_n^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$，求 ET_1,ET_2,DT_1,DT_2 以及 $E(S_n^2)$.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 ____________

习题 6—2 抽样分布

1. 设总体 $X \sim \mathrm{N}(0,1)$，$(X_1, X_2, \cdots, X_n)$ $(n > 2)$ 为其一个样本，试分别求出下列统计量所服从的分布.

(1) $\dfrac{X_1 - X_2}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2}}$；(2) $\dfrac{1}{m}(\sum\limits_{i=1}^{m} X_i)^2 + \dfrac{1}{n-m}(\sum\limits_{i=m+1}^{n} X_i)^2$ $(0 < m < n)$；(3) $\dfrac{(n-2)\sum\limits_{i=1}^{2} X_i^2}{2\sum\limits_{i=3}^{n} X_i^2}$.

2. 设随机变量 $U \sim N(0,1)$，$\chi^2 \sim \chi^2(1)$，α 为满足 $0 < \alpha < 1$ 的实数，数 U_α，$\chi^2{}_\alpha(1)$ 分别满足 $P\left\{U > U_\alpha\right\} = \alpha$，$P\left\{\chi^2 > \chi^2{}_\alpha(1)\right\} = \alpha$. 证明 $U_{\frac{\alpha}{2}}^2 = \chi^2{}_\alpha(1)$.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 ______________

习题 6—3 正态总体样本均值和样本方差的分布

1. 设总体 $X \sim \mathrm{N}(\mu,\sigma^2)$, $(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 为其一个样本，求 $\mathrm{P}\{(\overline{X}-\mu)^2 \le \frac{4\sigma^2}{n}\}$.

2.设 $(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ $(n>1)$ 是来自总体 $X \sim \mathrm{N}(\mu,\sigma^2)$ 的样本，记

$$S_1^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2, S_2^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2, S_3^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2, S_4^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2,$$

则服从自由度为 $n-1$ 的 t 分布是随机变量是(　　).

(A) $\frac{\overline{X}-\mu}{S_1/\sqrt{n-1}}$　　(B) $\frac{\overline{X}-\mu}{S_2/\sqrt{n-1}}$　　(C) $\frac{\overline{X}-\mu}{S_3/\sqrt{n}}$　　(D) $\frac{\overline{X}-\mu}{S_4/\sqrt{n}}$

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

第七章　参数估计

习题 7—1　点估计

1.设$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$为来自$X\sim B(1,p)$的一个样本，求未知参数p的矩估计量$\widehat{p}_M$和极大似然估计量$\widehat{p}_L$.

2. 设总体X的分布函数为$F(x;\beta)=\begin{cases}1-\dfrac{1}{x^{\beta}}, x>1,\\ 0, x\le 1,\end{cases}$其中未知参数$\beta>0$，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$为其样本，求$\beta$的矩估计量$\widehat{\beta}_M$和极大似然估计量$\widehat{\beta}_L$.

序号 ____________ 班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

3．设总体 X 的密度函数为 $f(x;\theta)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}, & 0\le x\le\theta, \\ 0, & 其他,\end{cases}$ 其中未知参数 $\theta>0$，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 为来自总体 X 的一个样本，试求 θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}$.

序号 ____________ 班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 ____________

习题 7—2 估计量的评价标准

1. 设总体 $X \sim \mathrm{N}(\mu,\sigma^2)$，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 为其一个样本，试确定常数 k，使得 $\dfrac{k}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|X_i-\mu\right|$ 为 σ 的无偏估计.

2. 设 (X_1,X_2) 为取自总体 X 的样本，$\mathrm{E}X=\mu, \mathrm{D}X=\sigma^2$，$c_1,c_2$ 为常数，且 $c_1+c_2=1$.

(1) 证明 $\widehat{\mu}=c_1X_1+c_2X_2$ 为 $EX=\mu$ 的无偏估计；

(2) 证明当 $c_1=c_2=\dfrac{1}{2}$ 时，即 $\widehat{\mu}=\overline{X}$，其方差 $\mathrm{D}(\widehat{\mu})$ 最小.

序号 ____________班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 _____________

习题 7—3 区间估计

1. 某大型公司希望估计其职工实际探亲的平均天数μ.为此,通过抽取若干个职工调查,并且希望其平均探亲天数与μ的误差不超过 2 天,且置信度不低于 0.9，假定职工实际探亲天数$X \sim N(\mu, 15^2)$,问至少应调查多少职工?

2. 为比较两种品牌的小卡车的燃料经济效益如何，做一项试验.取 13 辆甲品牌车和 10 辆乙品牌车，以 $90\ km/h$的不变速度来使用，测得结果为：$\overline{x}_1 = 16\ km/L$千米/公升，$s_1 = 1.0\ km/L$；$\overline{x}_2 = 11\ km/L$千米/公升，$s_2 = 0.8\ km/L$.假设每辆甲品牌车每公升所走的距离$X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$，每辆乙品牌车每公升所走的距离$X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$.

(1)求标准差比$\dfrac{\sigma_1}{\sigma_2}$的置信度为$98\%$的置信区间；

(2)若$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$，求数学期望之差$\mu_1 - \mu_2$的置信度为98%的置信区间.

序号 ____________ 班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 ____________

第八章　假设检验

习题 8—1　　假设检验的基本概念

1. 甲制药厂进行有关麻疹疫苗效果的研究，用 X 表示用这种疫苗注射后人体的抗体强度，并假定 X 服从 $X \sim \mathrm{N}(\mu,\sigma^2)$. 另外已知乙制药厂的同种疫苗注射后人体的平均抗体强度为 1.9. 现甲厂欲通过抽样，利用假设检验来证实其产品比乙厂有更高的抗体强度.

(1)如何提出假设 H_0 和 H_1？(2)请描述第一类错误和第二类错误在该题中分别反映什么现象.

习题 8—2　单正态总体中均值和方差的假设检验

1．某大学去年大一女生身高(单位：cm) $X \sim N(162.5, 6.9^2)$，现从今年大一女生中随机选出 50 名女生，测得其平均身高为 165.2cm，假设方差不变，试问在显著水平 $\alpha = 0.02$ 下，可否认为今年大一女生的平均身高发生了改变?

序号 ____________ 班级 ____________ 学号 ____________ 姓名 ____________

2. 某品牌香烟的每支尼古丁含量(单位：mg)服从 $N(\mu, 1.3^2)$.若从中随机抽取 8 支此品牌香烟，测得其样本标准差为 $s = 1.8mg$ ，试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下,检验假设 $\mathrm{H}_0 : \sigma = 1.3, H_1 : \sigma \neq 1.3$.

习题 8—3　双正态总体中均值和方差的假设检验

1．中药厂从某药材中提取有效成份,为提高效率,改革提炼方法.现对同一品质的药材用新、旧两种方法各做 10 次试验,其效率分别为：

旧方法的效率 X	72.4	76.2	74.3	77.4	78.4	78.1	76.0	75.5	76.7	77.3
新方法的效率 Y	81.0	79.1	77.3	79.1	80.0	79.1	79.1	77.3	80.2	82.1

设这两个样本分别来自正态总体 $X \sim \mathrm{N}(\mu_1, \sigma_1^2)$ ，$Y \sim \mathrm{N}(\mu_2, \sigma_2^2)$ ，且两个样本相互独立.

(1)试问新旧方法的方差是否有变化？取 $\alpha = 0.01$ ；($\mathrm{H}_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2, \mathrm{H}_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$)

(2)试问新方法比旧方法的效率是否更高？取 $\alpha = 0.01$.($\mathrm{H}_0 : \mu_1 = \mu_2, \mathrm{H}_1 : \mu_1 < \mu_2$)