中山大学本科生期中考试

考试科目：《离散数学》（A 卷）

学年学期：2017 学年第 2 学期　　　姓　　名：________________

学 院/系：数学学院（珠海）　　　学　　号：________________

考试方式：半开卷　　　年级专业：________________

考试时长：120 分钟　　　班　　别：________________

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条："考试作弊者，不授予学士学位。"

------------以下为试题区域，共三道大题，总分 100 分,考生请在答题纸上作答------------

一、填空题（共 8 小题 10 个空，每空 4 分，共 40 分）

1. 若$A=\{\emptyset\}$，$B=\mathcal{P}(\mathcal{P}(A))$，即集合A的幂集(power set)的幂集，$C=\mathcal{P}(A)^{\times n}$，即集合A的幂集的n次笛卡尔积(Cartesian product)，则$B\cup C$中有_______个元素.

2. 把x^6以$\{(x)_k\}$（falling factorials）为基底作展开，其中$(x)_5$项的系数是_______.

3. 下列伪代码(pseudocode)中第5行一共执行了_______次。

```
1: product = 1
2: for i = 1 to n
3:       for j = 1 to 2 * i
4:            for k = 1 to j
5:                 factorial = k * factorial
```

4. 对于迭代关系(recursive relation)$a_n=2a_{n-1}+a_{n-3}$，$n\geqslant 3$和$a_0=a_1=a_2=1$，其特征方程(character equation)为_______.

5. 假设$B=(\{0,1,x,y\},+,\cdot)$为一含有四个元素的布尔代数(Boolean algebra)，则 $\bar{x}=$

________，$x+y=$ ________.

6. 已知正整数n的剖分(partition)个数$p(n)$的生成函数为$\prod_{m=1}^{\infty}\frac{1}{(1-x^m)}$。定义$q(n)$为将n剖分为正奇数(即有$n=n_1+n_2+\cdots+n_k$且每个$n_i$都是正奇数，$1\le i\le k$)的剖分个数，则其生成函数为________，定义 $r(n)$为将n剖分为各不相同的正整数(即有$n=n_1+n_2+\cdots+n_k$且所有n_i两两不同，$1\le i\le k$)的剖分个数，则其生成函数为________.

7. 考虑 $G=(V_N,V_T,\sigma,P)$ 为正则文法，其中非终结符集为 $V_N=\{A,\sigma\}$，终结符集 $V_T=\{0,1\}$，生成关系集 $P=\{\sigma\to 1\sigma,\sigma\to 00A,A\to 0A，A\to 0\}$. 则G生成的语言为________.

8. $(\forall x)(\forall y)\big((\forall z)(P(x,z)\wedge P(y,z))\to(\exists u)Q(x,y,u)\big)$用等价前束范式表示为________.

二、计算题（共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分）

1. 对于搜索模式字串(pattern) “decedent”，写出Knuth-Morris-Pratt算法的移动表格(shift table) s[m]和最大配边表格(maximal border table) b[m].

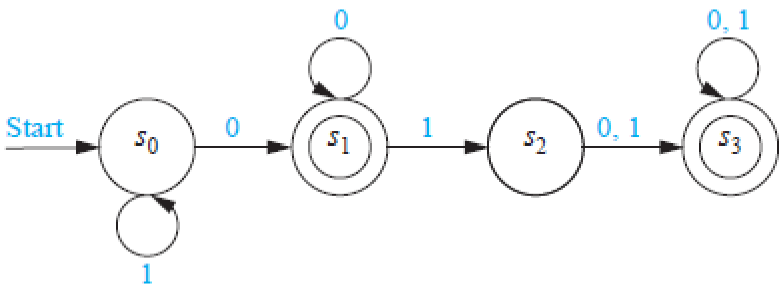
2. 求出满足$a_n=n^2a_{n-1}+n$（$n\ge 1$）和 $a_0=0$ 的迭代序列(recursive sequence)的生成函数(generating function)所满足的方程以及边值条件.

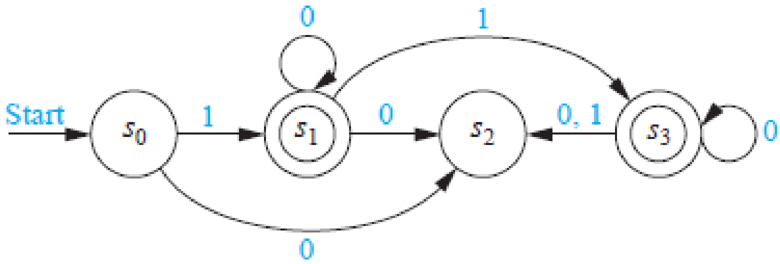
3. 找到包含$\begin{pmatrix}1&2&3&4\\2&1&4&3\\3&4&1&2\\4&3&2&1\end{pmatrix}$的所有两两正交的$4\times 4$拉丁方矩阵，并用基本替换操作将每个矩阵的第一行按照升序排列.

4. 给定全集(universal set)U，集合S为U的一个子集. 集合S的特征函数(map/morphism)是从U到集合{0, 1}的一个映射f满足当$x\in S$时$f_S(x)=1$，否则$f_S(x)=0$. 若A和B为U的两个子集，把以下特征函数用f_A和f_B表示：1) $f_{A\cap B}(x)$，2) $f_{A\cup B}(x)$，3) $f_{\bar{A}}(x)$.

5. 用特征方程法求解满足下列迭代关系 $a_n=\frac{a_{n-1}^3}{a_{n-2}}$ $(n\ge 2)$，$a_0=e$(欧拉数)，$a_1=e^3$的数列的显式表达.

6. 识别下列何者为确定的有限状态接收器(DFA)，何者为不确定的有限状态接收器(NFA)，并写出不确定的有限状态接收器(NFA)可接受的语言。





三、证明题（共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分）

1. 用定义证明 $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ 为可数集(countable set).
2. 证明若2^n-1 为素数,则 n 为素数.

排版要求：试卷一级标题须标注分值，至少占两行，字体加粗。行距适当留疏，格式整齐一致，保持卷面美观。各题之间不留答题区域，考生一律将答案写在专用答题纸上。

试卷头版式不可改变,内容可根据考试科目实际需要增减。

说明：此份仅为试卷模板，教师需根据实际内容将红色字迹替换。