

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники»  
Факультет информационных технологий и управления  
Кафедра интеллектуальных информационных технологий

***ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СИСТЕМ***  
ПОСОБИЕ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ

*Рекомендовано УМО по образованию в области  
информатики и радиоэлектроники в качестве учебного пособия  
для специальности 1-40 03 01 «Искусственный интеллект»*

Минск БГУИР 2020

УДК 004.8:164(076)

ББК 32.813я7+22.12я7

М74

Авторы:

Н. А. Гулякина, Н. В. Гракова, Д. В. Шункевич

Рецензенты:

кафедра интеллектуальных систем Белорусского государственного  
университета (протокол №11 от 01.04.2014);

старший научный сотрудник государственного научного учреждения  
«Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук  
Беларуси», кандидат технических наук, доцент Н. А. Кириенко

**Общая теория систем.** Пособие учебно-методическое /

М74 Н. А. Гулякина [и др.]. – Минск: БГУИР, 2020. – 64 с. : ил.

ISBN 978-985-543-096-5.

Сформулированы основные положения, касающиеся лабораторного практикума по дисциплине «Общая теория системы», даны рекомендации по выполнению лабораторных работ, представлена теоретическая часть.

УДК 004.8:164(076)

ББК 32.813я7+22.12я7

ISBN 978-985-543-096-5

© УО «Белорусский государственный университет  
информатики и радиоэлектроники», 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ .....	5
Раздел 1. Общая теория систем. Понятие системы. Классификация систем .....	5
Раздел 2. Задача выбора. Многокритериальные задачи оптимизации. ....	15
Раздел 3. Иерархические структуры .....	25
ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.....	36
Лабораторная работа №1. Построение моделей систем и их исследование ....	36
Лабораторная работа №2. Решение многокритериальных задач.....	51
Лабораторная работа №3. Оптимальные и удовлетворительные решения .....	58
Лабораторная работа №5. Компьютерное моделирование .....	65
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	67

## ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Общая теория систем» является одной из основных дисциплин в процессе подготовки студентов по специальности «Искусственный интеллект», имеет четкую современную практическую направленность.

**Цель** преподавания учебной дисциплины: формирование у студентов базовых знаний об особенностях построения сложных систем, в частности, интеллектуальных систем, а также получение навыков формализации различных представлений, касающихся систем, подсистем и их взаимодействий.

**Задачи** изучения учебной дисциплины:

- приобретение знаний по принципам системного подхода при решении различных задач;
- формирование навыков математического и компьютерного моделирования;
- изучение принципов системного подхода к проектированию систем, в том числе интеллектуальных систем;
- овладение способами формального описания систем и их анализа.

Данное учебно-методическое пособие предназначено в помощь практической деятельности и получения знаний по учебной дисциплине «Общая теория систем». Данное пособие содержит теоретическую часть по основным разделам учебной дисциплины, а также рекомендации по выполнению лабораторного практикума.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

**знать:**

- принципы системного подхода;
- принципы построения многоуровневых иерархических структур;
- способы построения и исследования математических моделей систем;
- основные понятия строения и функционирования систем;
- основные понятия математического и компьютерного моделирования;
- информационные аспекты изучения систем;

**уметь:**

- строить модель системы;
- использовать операции математического моделирования;
- проектировать многоэшелонные системы;

**владеть:**

- основными приемами математического и компьютерного моделирования;
- способами формального описания систем и их анализа.

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

## Раздел 1. Общая теория систем. Понятие системы. Классификация систем

*Общая теория систем* — это общенаучная и логико-методологическая концепция исследований объектов, представляющих собой *системы*. Общая теория систем тесно связана с *системным подходом* и является конкретизацией и логико-методологическим выражением его принципов и методов. [1]

Основной задачей общей теории систем является унификация отдельных областей научного знания при помощи выяснения того, каким образом закономерности, установленные в ограниченных областях, могут быть поняты как частные случаи более общих закономерностей. [1]

В современном обществе системные представления уже достигли такого уровня, что мысль о полезности и важности системного подхода к решению возникающих в практике проблем вышла за рамки специальных научных истин и стала привычной, общепринятой. Уже не только ученые, но и инженеры, педагоги, организаторы производства, деятели культуры обнаружили системность собственной деятельности и стараются осуществлять свою работу осознанно системно. Широко распространилось понимание того, что наши успехи связаны с тем, насколько системно мы подходим к решению проблем, а наши неудачи вызваны отступлениями от системности.

Одним из ключевых понятий общей теории систем является собственно понятие системы. Система (греч. *systema* — составленное из частей, соединенное) трактуется философией как совокупность элементов, находящихся в отношениях и связях между собой и образующих определенную целостность, единство [2]. Но это не единственное определение системы.

Дадим характеристику системы [2]:

- в основе системы должен лежать некоторый материальный продукт;
- все системы ориентированы на человека и являются взаимосвязанными между собой;
- каждая система состоит из ряда специфичных по решаемым задачам элементов, но работа их подчинена глобальной цели, преследуемой системой и определяющей её предназначение (структура системы определяется сформулированной целью);
- системе присуще свойство развиваться, адаптироваться к новым условиям путем создания новых связей, элементов со своими локальными (частными) целями и средствами их достижения.

Рассмотрим свойства, которыми может обладать система. Эти свойства распадаются на три группы: *статические*, *динамические* и *синтетические*.

### 1.1 Свойства системы

#### Статические свойства системы

Рассмотрим статические свойства системы[3]:

1. **Целостность системы.** Всякая система выступает как нечто единое, целое, обособленное, отличающееся от всего остального. Данное свойство позволяет весь мир разделить на две части: систему и окружающую среду (рисунок 1).

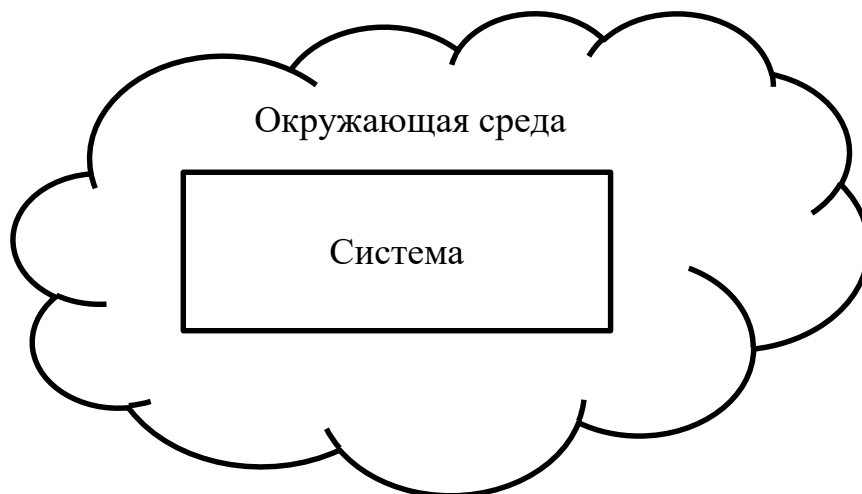


Рисунок 1 – Условное разделение мира на две части: систему и окружающую среду

2. **Открытость системы.** Системы не изолирована от окружающей среды, при этом системы и окружающая среда связаны и обмениваются между собой любыми видами ресурсов. Связи системы со средой имеют направленный характер. Если среда влияет на систему, то такие связи называются *входами* системы. Если же система оказывает влияние на среду, то такие связи называются *выходами* системы.

3. **Внутренняя неоднородность: различимость частей.** Система не однородна, не монолитна: можно обнаружить, что разные качества в разных местах отличаются. Описание внутренней неоднородности системы сводится к обособлению относительно однородных участков, проведению границ между ними, которые являются *частями системы*. При выделении таких крупных частей, оказывается, что эти части также неоднородны и требуют выделения более мелких частей. Таким образом получается иерархическая структура системы.

4. **Структурированность.** Части системы не зависимы, не изолированы друг от друга; они связаны между собой, взаимодействуют друг с другом.

### Динамические свойства системы

Рассмотрим динамические свойства системы [3], которые характеризуются изменениями со временем внутри системы и вне её:

1. **Функциональность.** Процессы  $Y(t)$ , происходящие на выходах системы ( $Y(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)\}$ , рисунок 2), рассматривается как её *функции*.

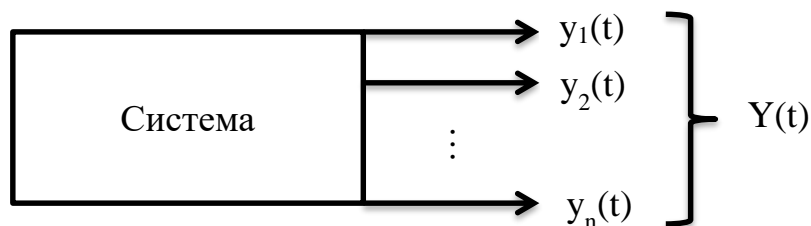


Рисунок 2 – Функциональность системы

Функции системы — это ее поведение во внешней среде; изменения, производимые системой в окружающей среде; результаты ее деятельности; продукция, производимая системой. Из множественности выходов следует множественность функций, каждая из которых может быть кем-то и для чего-то использована. Поэтому одна и та же система может служить для разных целей. [3]

2. **Стимулируемость.** На входах системы тоже происходят определённые процессы  $X(t) = \{x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)\}$  (рисунок 3), воздействующие на систему, превращаясь (после ряда преобразований в системе) в  $Y(t)$ . Назовем воздействие  $X(t)$  *стимулами*, а саму подверженность любой системы воздействиям извне и изменение её поведения под этими воздействиями – *стимулируемостью*.

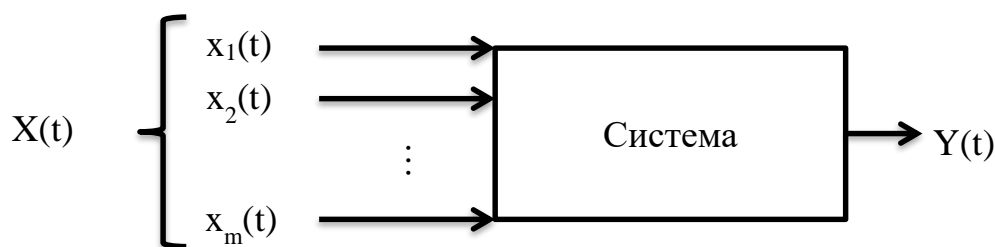


Рисунок 3 – Стимулируемость системы

3. **Изменчивость системы со временем.** В любой системе происходят изменения, которые надо учитывать: предусматривать и закладывать в проект будущей системы; способствовать или противодействовать им, ускоряя или замедляя их при работе с существующей системой. Изменяться в системе может что угодно.

4. **Существование в изменяющейся среде.** Изменяется не только исследуемая система, но и все остальные системы. Для исследуемой системы это выглядит как непрерывное изменение окружающей среды. При этом системе необходимо не только приспособливаться к внешним переменам, чтобы не погибнуть, но и приспособливаться к различным другим реакциям.

### Синтетические свойства системы

Рассмотрим синтетические свойства системы [3], Термин синтетический обозначает обобщающие, собирательные, интегральные свойства, при этом делающие упор на взаимодействия системы со средой, на целостность в самом общем понимании

1. **Эмерджентность.** Объединение частей в систему порождает у системы качественно новые свойства, не сводящиеся к свойствам частей, не выводящиеся из свойств частей, присущие только самой системе и существующие только пока система составляет одно целое. Система есть нечто большее, нежели простая совокупность частей. Качества системы, присущие только ей, называются эмерджентными (от англ. «возникать»).

2. **Неразделимость на части.** Если нам необходима сама система, а не что-то иное, то её нельзя разделять на части. При изъятии из системы некоторой части происходит два важных события. Во-первых, при этом изменяется состав системы, а значит, и ее структура. Это будет уже *другая* система, с отличающимися свойствами. Второе важное следствие изъятия части из системы состоит в том, что часть в системе и вне ее — это не одно и то же. Изменяются ее свойства в силу того, что свойства объекта проявляются во взаимодействиях с окружающими его объектами, а при изъятии из системы окружение элемента становится совсем другим.

3. **Ингерентность.** Система тем более ингерентна (от англ. inherent — являющийся неотъемлемой частью чего-то), чем лучше она согласована, приспособлена к окружающей среде, совместима с нею. Степень ингерентности бывает разной и может изменяться (обучение, забывание, эволюция, реформы, развитие, деградация и т.п.).

4. **Целесообразность.** В создаваемых человеком системах подчиненность всего (и состава, и структуры) поставленной цели настолько очевидна, что должна быть признана фундаментальным свойством любой искусственной системы. Назовем это свойство *целесообразностью*. Цель, ради которой создается система, определяет, какое эмерджентное свойство будет обеспечивать реализацию цели, а это, в свою очередь, диктует выбор состава и структуры системы. Одно из определений системы так и гласит: *система есть средство достижения цели*. Подразумевается, что если выдвинутая цель не может быть достигнута за счет уже имеющихся возможностей, то субъект komponует из окружающих его объектов новую систему, специально создаваемую, чтобы помочь достичь данную цель. Стоит заметить, что редко цель однозначно определяет состав и структуру создаваемой системы: важно, чтобы реализовалась нужная функция, а этого часто можно достичь разными способами. В то же время обращает на себя внимание подобие строения разных представителей внутри одного типа систем (живых организмов, транспортных средств, планетных систем, месторождений ископаемых и т.д.).

## 1.2 Различные классификации систем

**Классификацией** называется разбиение на классы по наиболее существенным признакам.



Под **классом** понимается совокупность объектов, обладающие некоторыми признаками общности.

**Признак** (или совокупность признаков) является основанием (критерием) классификации.

**Классификация** — это только модель реальности. Поэтому классификацию не следует абсолютизировать — реальность всегда сложнее любой модели.

По происхождению системы можно классифицировать на *естественные* (возникшие в природе без участия человека), *искусственные* (созданные человеком) и *смешанные* (объединяющие искусственные и естественные подсистемы) системы. Двухуровневая классификация данных систем представлена на рисунке 4.

Цель искусственной системы была определена как идеальный образ желаемого результата её деятельности, то есть как образ того, что должно бы быть, должно бы осуществиться. Такой идеальный образ будущего состояния системы и окружающей среды естественно назвать *субъективной целью*. При этом будущее реальное состояние системы является *объективной целью*. [4]

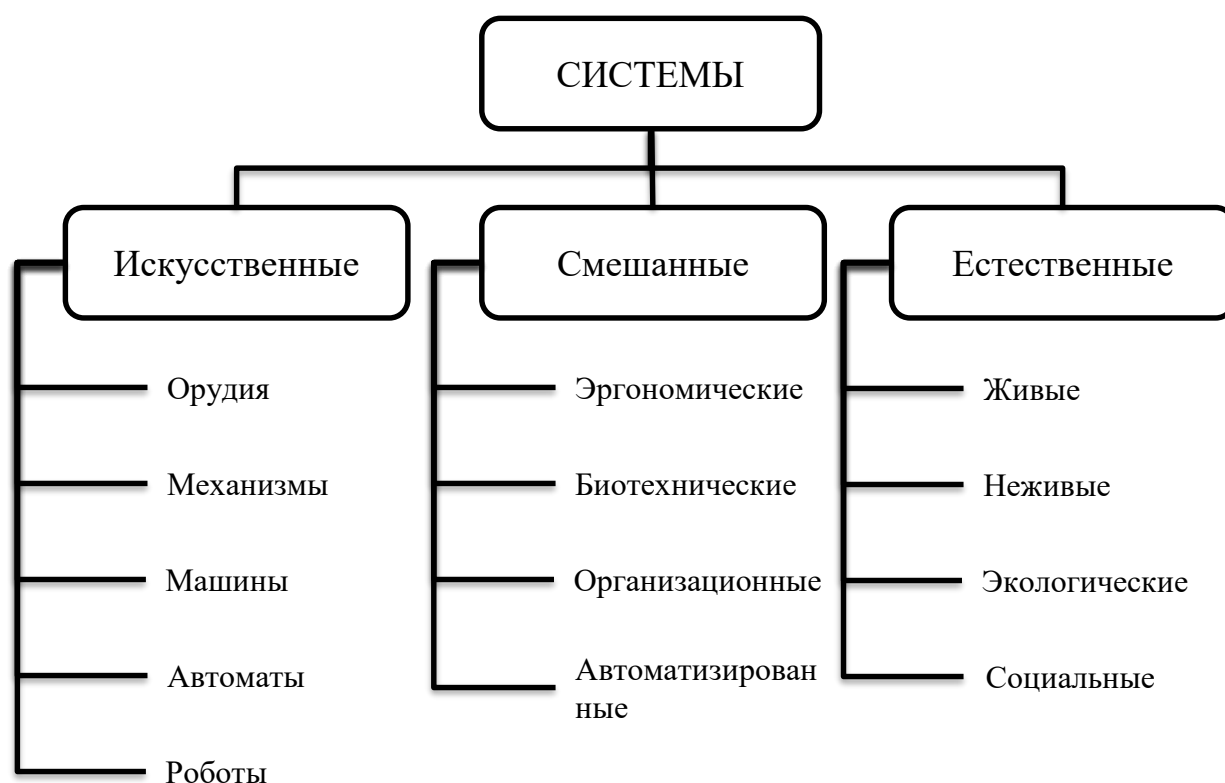


Рисунок 4 – Классификация систем по их происхождению

Рассмотрим следующую классификацию систем — по описанию переменных (рисунок 5) [4].

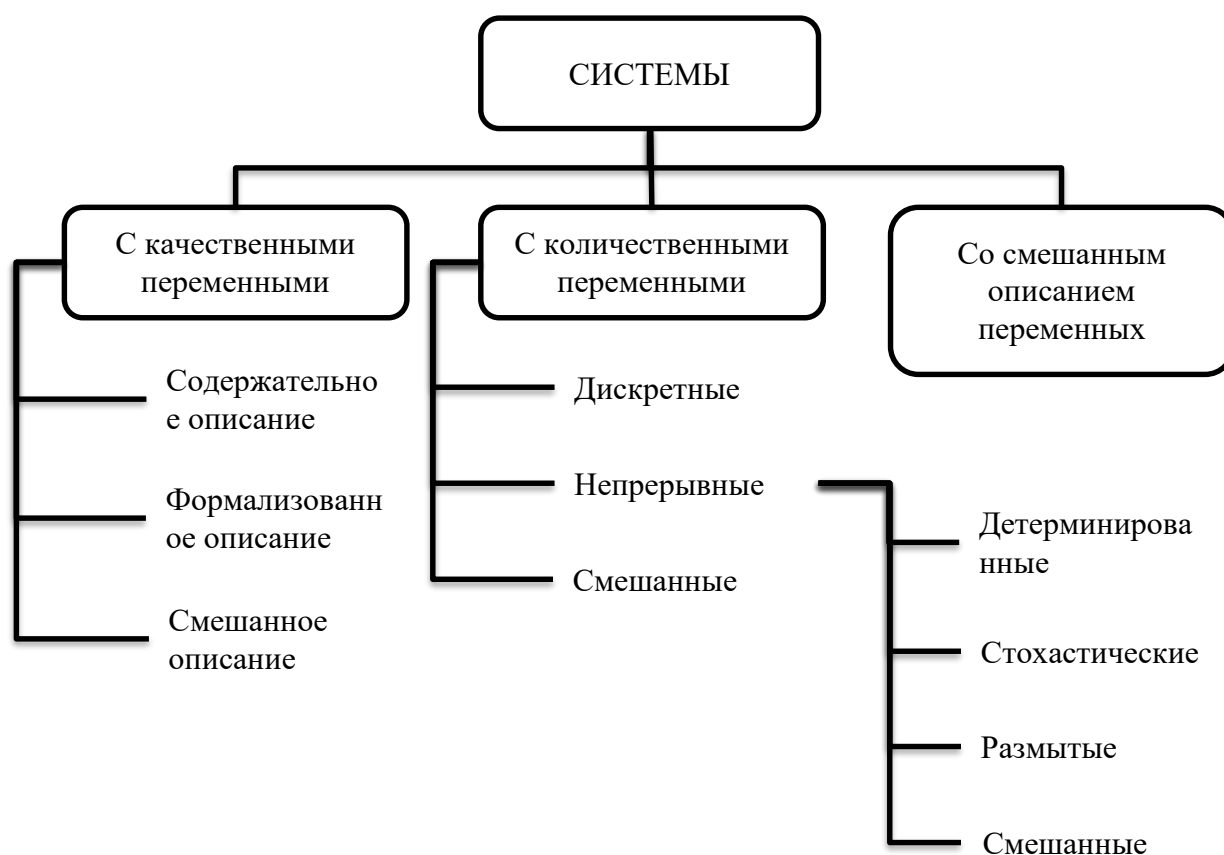


Рисунок 5 – Классификация систем по описанию переменных

Принципиально разных подходов требуют переменные, описываемые качественно и количественно, что и даёт основание для первого уровня классификации. Для полноты введен третий класс, к нему отнесены системы, у которых часть переменных носит качественный характер, а остальные являются количественными. На следующем уровне классификации систем с качественными переменными различаются случаи, когда описание ведется средствами естественного языка, и случаи, допускающие более глубокую формализацию. Второй уровень классификации систем с количественными переменными вызван различиями в методах дискретной и непрерывной математики, что и отражено в названиях вводимых классов; предусмотрен и случай, когда системы имеет как непрерывные, так и дискретные переменные. Для систем со смешанным количественно-качественным описанием переменных второй уровень является объединением классов первых двух ветвей и на рисунке не приводится. Третий уровень классификации одинаков для всех классов второго уровня и изображен только для одного из них. [4]

Следующая классификация по особенностям операторов системы, то есть классификация типов связей входными и выходными переменными, представлена на рисунке 6.

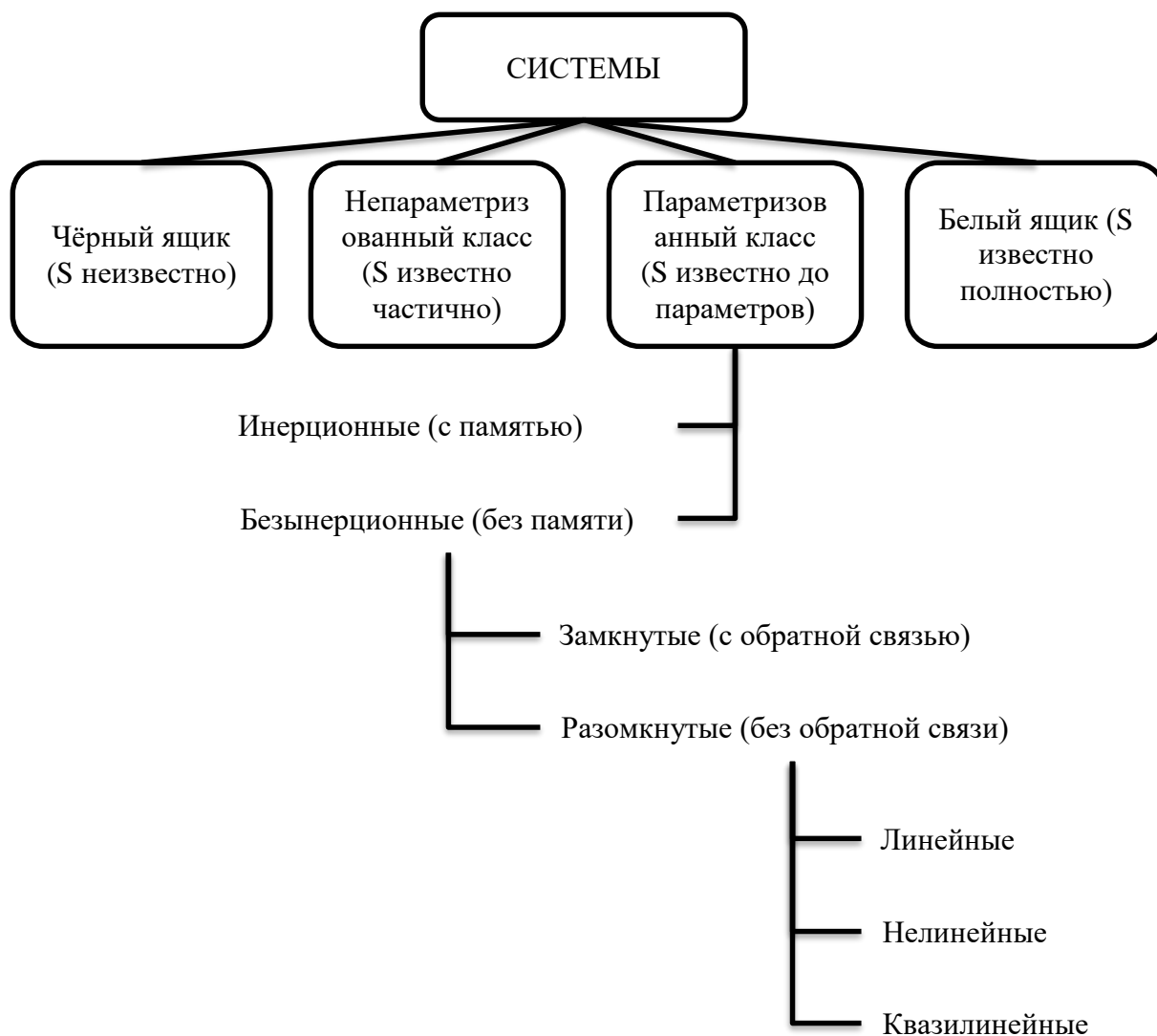


Рисунок 6 – Классификация систем по типу их операторов

На первом уровне расположены классы систем, отличающиеся степенью известности оператора  $S$ . Ветвь «черного ящика» на этом уровне кончается:  $S$  считается вообще неизвестным. Чем больше сведений об  $S$  мы имеем, тем больше различий можно рассмотреть и тем более развитой окажется классификация. Например, информация об  $S$  может носить настолько общий характер, что модель нельзя привести к параметризованной функциональной форме. [4]

Следующая классификация систем — по способам управления — приведена на рисунке 7.

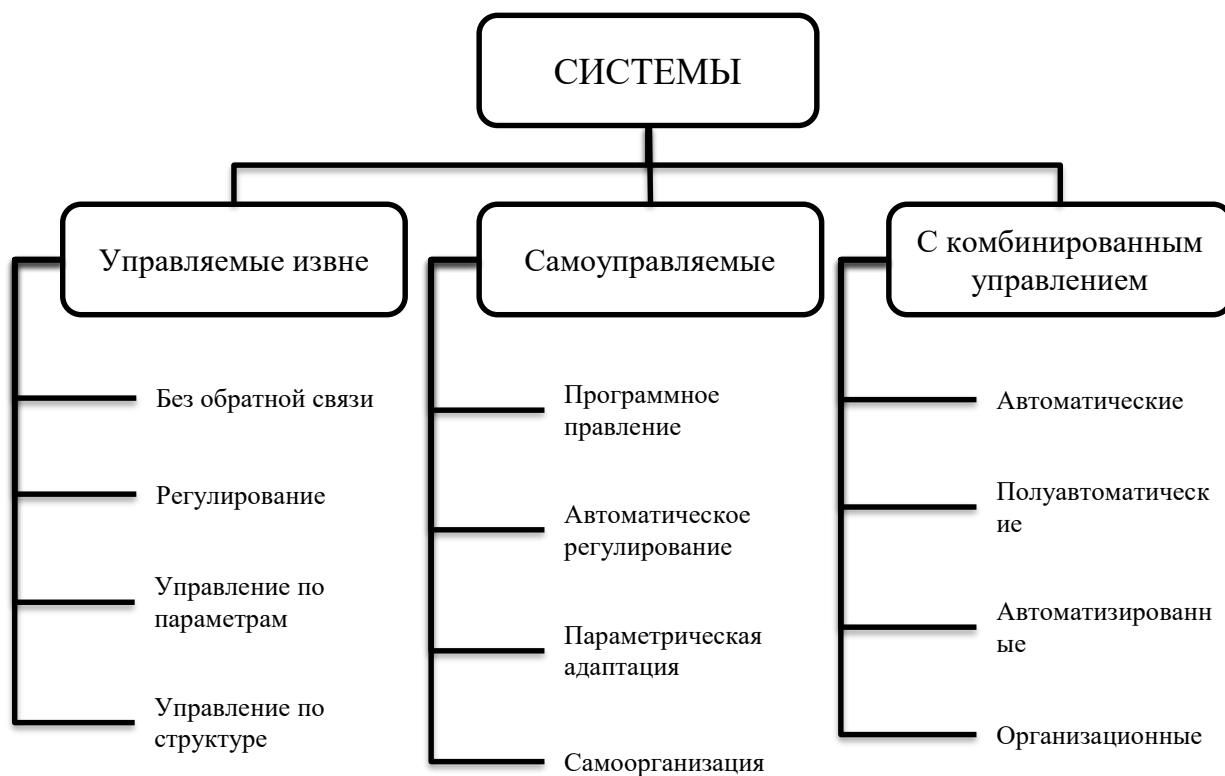


Рисунок 7 – Классификация систем по способу управления

Первый уровень классификация определяется тем, входит ли управляющий блок в систему или является внешним по отношению к ней; выделен также класс систем, управление которыми разделено и частично осуществляется извне, частично — внутри самой системы. [4]

Для того чтобы модель «заработала», или как говорят, была актуализирована, необходимы затраты ресурсов: модель нужно не только воплотить в каком-то реальном виде, но и обеспечить, чтобы она позволяла получать решение нужного качества и к нужному моменту времени. [4]

В реальности оказывается, что имеющиеся ресурсы не всегда позволяют обеспечить полное выполнение этих условий. Поэтому имеют место принципиально разные ситуации в зависимости от того, в какой степени обеспечено ресурсами управление; системы при этом выступают как качественно различные объекты управления (рисунок 8) [4].

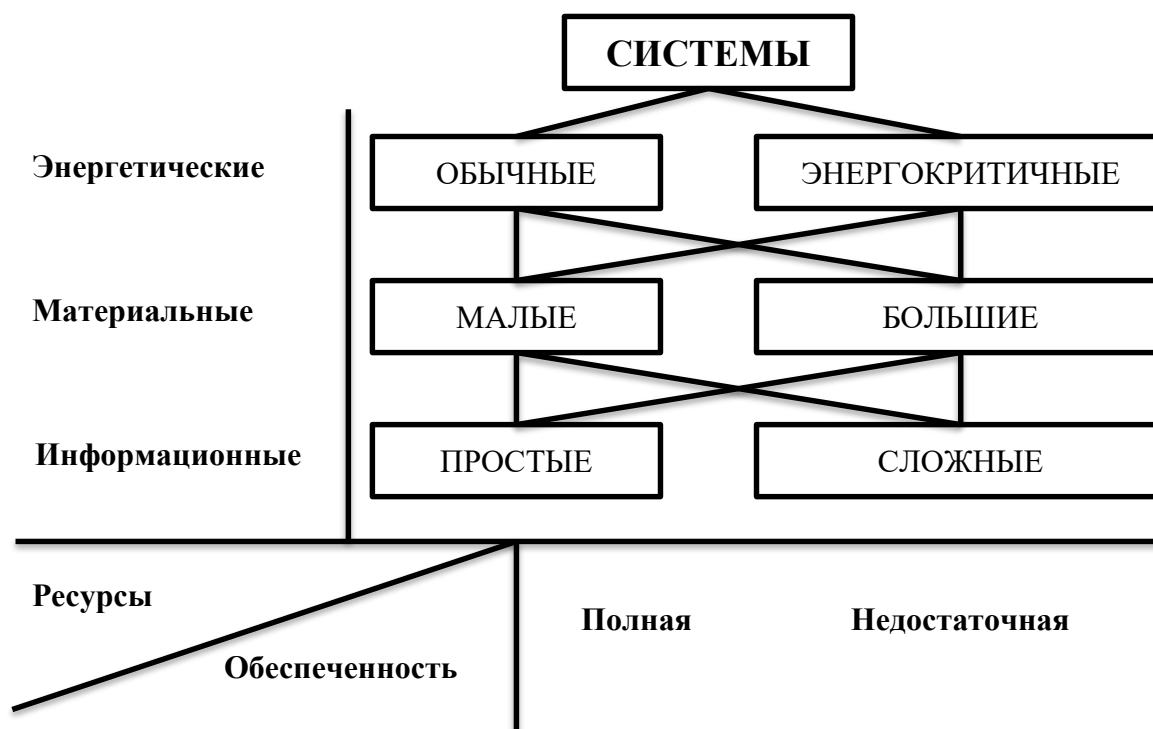


Рисунок 8 – Классификация систем по степени ресурсной обеспеченности управления

Данная классификация систем связана с материальными ресурсами, затрачиваемыми на актуализацию модели. Системы, моделирование которых затруднительно вследствие их размерности, будем называть *большими*. Существует два способа перевода больших систем в разряд малых: разрабатывать более мощные вычислительные средства либо осуществлять декомпозицию многомерной задачи на совокупность связанных задач меньшей размерности (если природа системы это позволяет). [4]

Признаком простоты системы, то есть достаточности информации для управления, является успешность управления. Однако если полученное с помощью модели управления приводит к неожиданным, непредвиденным или нежелательным результатам, то есть отличающимся от предсказанных моделью, это интерпретируется как сложность системы, а объясняется как недостаточность информации управления. Поэтому сложной системой будем называть систему, в модели которой не хватает информации для эффективного управления. [4]

### ***Модель системы***

Моделью называется некий объект-заместитель, который в определённых условиях может заменять объект оригинал, воспроизводя интересующие нас свойства и характеристики оригинала, причем имеет существенные преимущества удобства (наглядность, обозримость, доступность испытаний, легкость оперирования с ним и пр.) [4]

Всякий процесс труда есть деятельность, направленная на достижение определенной цели. Таким образом, цель — это образ желаемого будущего, то

есть модель состояния, на реализацию которого и направлена человеческая деятельность. [4]

При этом модель является целевым отображением, соответственно для разных целей необходимы разные модели.

Определим ещё два важных понятия.

**Субъективная цель** — цель как образ желаемого будущего.  
**Объективная цель** — цель как реальное будущее. [3]

Таким образом, *искусственные системы* создаются для достижения субъективных целей, а *естественные системы*, подчиняясь законам природы, реализуют объективные цели.

Мир, любой объект нашего мира являются бесконечными не только в пространстве и времени, но и в связях с другими объектами. Если при описании, к примеру, живых объектов, иметь в виду не только качества присущие всем живым организмам (структура глаза, волоса и пр.), но и учитывать то, что отличает два организма друг от друга, здесь возможности природы ограничены (конечны). Прежде всего ограничены наши собственные ресурсы — число нервных клеток мозга, число действий, которые мы можем выполнить в единицу времени, да и само время, которое мы можем затратить для решения какой-то задачи, — максимум вся сознательная жизнь.

Таким образом, получается, что необходимо позвать бесконечный мир конечными средствами.

Модель конечна, так как. [4]:

- 1) модель отображает оригинал лишь в конечно числе отношений;
- 2) ресурсы моделирования конечны. Модель всегда упрощенно отображает оригинал.

Причины упрощения модели:

- 1) конечность модели;
- 2) модель отображает только главные, наиболее существенные эффекты;
- 3) ограниченность средств оперирования с моделью.

Упрощенность характеризует качественные различия модели и оригинала.

Для того чтобы модель была актуальной, необходимы затраты ресурсов: модель необходимо не только воплотить в каком-то реальном виде, но и обеспечить, чтобы она позволяла получать решение нужного качества и к *нужному моменту времени*. [4]

## Раздел 2. Задача выбора. Многокритериальные задачи оптимизации.

**Выбор как стремление реализовать цель.** Рано или поздно наступает момент, когда дальнейшие действия могут быть различными, приводящими к разным результатам, а реализовать можно только одно действие, причем вернуться к ситуации, имевшей место в этот момент, уже нельзя. Наступает момент выбора. Естественно, выбирается тот вариант, который наиболее (по мнению выбирающего) соответствует его цели. Именно выбор является реализацией целенаправленности всей деятельности субъекта. Способность сделать правильный (т.е. наиболее приближающий к осуществлению цели) выбор — очень ценное качество, присущее людям в разной степени. [3]

**Выбор** является действием, придающим всей деятельности целенаправленность. Выбор реализует подчиненность всей деятельности определенной цели или совокупности целей.

Рано или поздно наступает момент, когда дальнейшие действия могут быть различными, приводящими к разным результатам, а реализовать можно только одно действие, причем вернуться к ситуации, имевшей место в этот момент, уже (как правило) нельзя.

Полная формализация нахождения наилучшего решения возможна, но лишь для хорошо изученных (хорошо структурированных) задач; для решения слабо структурированных задач полностью формальных алгоритмов не существует (если не считать тривиального и далеко не всегда приемлемого алгоритма полного перебора).

Разнообразие происходящих ситуаций простирается от хорошо изученных, достаточно формализованных, описываемых математически (так называемых «жестких», «твердых» — hard) ситуаций до плохо структурированных, описываемых на разговорном или профессиональных, далеких от математического, языках («мягких», «рыхлых» — soft) ситуаций с различными промежуточными вариантами. [3]

Для «жестких» задач выбора разработана вполне строгая формальная методика нахождения наилучшего в заданных условиях (*оптимального*) решения. В случае «рыхлой» постановки задачи осознана неединственность решения и разработана «мягкая» технология поиска приемлемых, «улучшающих» вмешательств. В промежуточных случаях сочетаются (в разных пропорциях) интеллектуальные способности человека решать неформальные задачи и подходящие формальные методы математики и компьютерного моделирования (системы поддержки принятия решений, экспертные системы, базы данных, автоматизированные системы управления и т.п.). [3]

Процесс определения выбора состоит из следующих шагов:

- 1) есть множество альтернатив, на котором предстоит сделать выбор;
- 2) определены цели, ради достижения которых производится выбор;
- 3) выбраны критерии для сравнения альтернатив по степени их пригодности для достижения целей.

В самом общем виде выбор можно определить как *целевое сужение множества альтернатив*: часть этого множества  $X$  признается приемлемым ( $C(X)$  на рисунке 9), остальные отвергаются. Обычно стараются свести к одной единственной альтернативе, но иногда это не разумно или даже невозможно. [3]

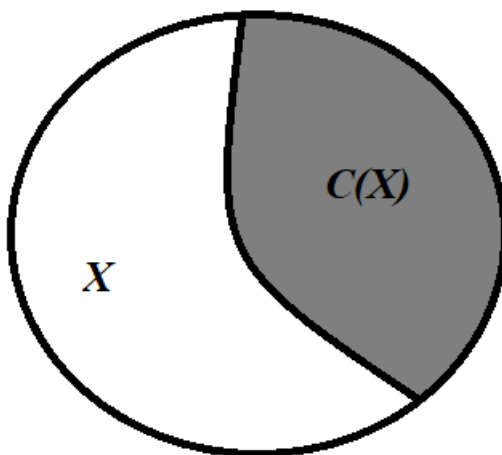


Рисунок 9 – Приемлемое множество  $C(X)$  из множества  $X$

Сужение множества альтернатив возможно, если имеется способ сравнения альтернатив между собой и определения наиболее предпочтительных. Каждый такой способ будем называть **критерием предпочтения**.

При таком описании выбора выделяются два важных этапа:

1. порождение множества альтернатив, на котором предстоит осуществлять выбор;
2. определение целей, ради достижения которых производится выбор.

Будем считать, что исходное множество альтернатив уже задано и преследуемые нами цели определены настолько детально, что уже имеются критерии оценки и сравнения любых альтернатив.

Даже в такой упрощенной постановке проблема выбора не тривиальна и допускает существенно различающиеся математические постановки задач. Дело в том, что каждая компонента ситуации выбора может реализовываться в качественно различных вариантах.

Применение математических методов при принятии решений предполагает построение подходящей математической модели, формализованно представляющей проблемную ситуацию, т. е. ситуацию выбора решения. Для задач принятия решений (задач оптимизации) в условиях определенности, когда случайные и неопределенные факторы отсутствуют, компонентами такой модели являются множество  $X$  всех (альтернативных) *решений*, из которых и надлежит произвести выбор одного наилучшего, или *оптимального решения*, и описание предпочтений лица, принимающего решение. Для того чтобы была обеспечена возможность (свобода) выбора, множество  $X$  должно содержать не менее двух решений. [5]



**Множественность задач выбора.** Перечислим факторы, определяющие характер выбора, и их градации. [3]

1. Множество альтернатив  $X$  может быть конечным, счетным или континуальным (что требует разных методов оптимизации).

2. Типы критериев могут принадлежать разным измерительным шкалам (грубо разобьем их на качественные и количественные).

3. Число критериев тоже влияет на методику выбора: весьма существенна разница между одно- и многокритериальными задачами.

4. Число лиц, принимающих решение (ЛПР), тоже приводит к совершенно разным способам выбора (будем различать односторонний и многосторонний выборы).

5. Степень согласия между ЛПР существенно влияет на способ выбора. По-разному принимаются решения при совпадении интересов сторон (коллективный выбор) и при их противоположности (выбор в конфликтной ситуации). Возможны промежуточные случаи (компромиссный выбор, коалиционный выбор, выбор в условиях конфликта, выбор при переменной конфликтности).

6. Характер неопределенности последствий выбора — варьируется от полной определенности (когда точно известны последствия выбора каждой альтернативы) до неопределенности разного типа: незнания последствий, знания вероятностей исходов, расплывчатой неопределенности. Каждый из этих вариантов требует совершенно специфичного подхода, иных математических методов.

7. Повторяемость ситуации выбора. Различны подходы к принятию решений при разовом (уникальном, неповторяемом, первом) выборе и выборе повторном, многократном в аналогичных ситуациях, допускающем использование предыдущего опыта, с учителем или без него и т.д.

8. Ответственность за последствия выбора. Неверный выбор ведет к потерям. Потери могут быть приемлемыми, небольшими, а могут быть нетерпимыми, недопустимыми. Конечно, в этих случаях выбор нужно делать по-разному.

**Критериальный выбор.** Рассмотрим данный вид выбора так, как предлагает это Тарасенко Ф.П. [3] Основой данного варианта выбора является предположение о том, что каждую отдельно взятую альтернативу можно оценить конкретным числом (значением критериальной функции). Тогда сравнение альтернатив сводится к сравнению соответствующих им чисел. Пусть  $x$  — некоторая альтернатива из множества  $X$ . Считается, что для всех  $x \in X$  может быть задана функция  $q(x)$ , которая называется *критерием* (*критерием качества, условной функцией, функцией предпочтения, функцией полезности* и т.д.) и обладает тем свойством, что если альтернатива  $x_i$  предпочтительнее альтернативы  $x_j$  (будем обозначать это  $x_i > x_j$ ), то  $q(x_i) > q(x_j)$ , и обратно[3]:

$$[x_j > x_i] \Leftrightarrow [q(x_j) > q(x_i)].$$

Если сделать предположением о том, что выбор любой альтернативы приводит к однозначно известным последствиям (то есть считается, что выбор осуществляется в условиях полной определённости) и значение  $q(x)$  численно выражает оценку этих последствий, то наилучшей альтернативой  $x^*$  является та, которая обладает наибольшим значением критерия:

$$x^* = \arg \left[ \max_{x \in X} q(x) \right].$$

Задача существенно усложняется при переходе от единственного к нескольким критериям. Правильнее даже будет сказать, что многокритериальная задача принципиально отличается от однокритериальной. Это проявляется уже на примере двухкритериальной задачи (рисунок 10) [3].

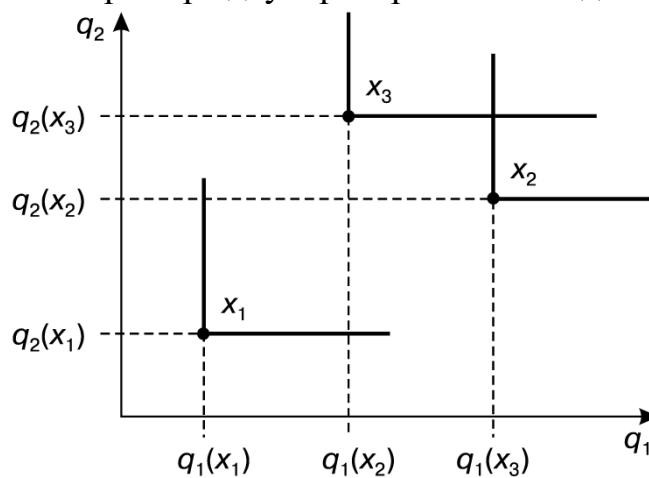


Рисунок 10 – Пример двухкритериальной задачи

Если сравнивать альтернативы  $x_1$  и  $x_2$  или  $x_1$  и  $x_3$ , то никаких сомнений не возникает, поскольку  $x_2$  и  $x_3$  по обоим критериям  $q_1$  и  $q_2$  лучше  $x_1$ . Но как сделать выбор между  $x_2$  и  $x_3$ ? Каждый из них лучше другого по одному критерию и хуже — по другому. [3]

Для того, чтобы решить данную задачу необходимо попытаться решать многокритериальную задачу путем сведения её к однокритериальной (или последовательности однокритериальных). Для этого существует несколько методов.

*Построение «суперкритерия», «глобального критерия»  $q_0(x)$  как некоторой комбинации локальных критериев  $q_1(x), \dots, q_k(x)$  [3]:*

$$q_0(x) = f[q_1(x), q_2(x), \dots, q_k(x)].$$

Наряду с техническими сложностями объединения критериев, измеряемых в разных шкалах (сложности решаемы искусственными приведениями их к одной шкале), все упирается в выбор упорядочивающей функции  $f$ : ее задание будет приводить к выбору единственной альтернативы,

но при переходе к другой упорядочивающей функции выбор будет иным. Чувствуется наличие нежелательного, но неизбежного произвола.

*Условная оптимизация*, при которой выделяется один «наиболее важный» критерий, остальные переводятся в разряд условий, то есть фиксируются на приемлемом для заказчика уровне. Вариантом такой задачи является задание условий в виде неравенств. И в этом случае налицо произвольность получаемого решения, которое зависит от задаваемых условий. [3]

*Метод уступок*, при котором критерии упорядочиваются по важности, а затем оптимизация производится по наиболее важному критерию. После этого назначается уступка по этому критерию, то есть величина, на которую мы согласны понизить достигнутое значение первого критерия, чтобы в пределах этой уступки максимально повысить значение второго. И так далее. Здесь произвол присутствует в виде упорядочения критериев и величин уступок по каждому из них. [3]

*Лексикографическое упорядочение*. В отличие от метода уступок, критерии считаются настолько сильно отличающимися по важности, что применение следующего критерия производится только в том случае, если предыдущий дал неоднозначный ответ, и без всяких уступок. Термин «лексикографический» применен в связи с тем, что этот принцип используется в словарях: там упорядочение слов соответствует порядку букв алфавита в искомом слове. [3]

*Метод задания уровня притязаний*. В отличие от предыдущих методов в данном случае производится не поиск лучшей (в том или ином смысле) альтернативы, а задание ее желательных качеств и проверка, есть ли среди наличных альтернатив  $X$  именно такая. При положительном ответе желательно указать существующие превосходящие заданную альтернативы, при отрицательном — существующие ближайшие по заданным критериям. [3]

### **Описание выбора на языке бинарных отношений.**

Основные положения языка [6]:

1) отдельная альтернатива не оценивается, то есть критериальная функция не вводится;

2) для каждой пары альтернатив  $(x, y)$  некоторым образом можно установить, что одна из них предпочтительнее другой либо они равноценны или несравнимы;

3) отношение предпочтения внутри любой пары альтернатив не зависит от остальных альтернатив, предъявленных к выбору.

Бинарное отношение  $R$  на множестве  $X$  определяется как определенное подмножество упорядоченных пар  $(x, y)$ . Удобно использовать обозначение  $xRy$ .

Задать отношение — это значит тем или иным способом указать все пары  $(x, y)$ , для которых выполнено отношение  $R$ .

На рисунке 11 показаны способы задания бинарных отношений.

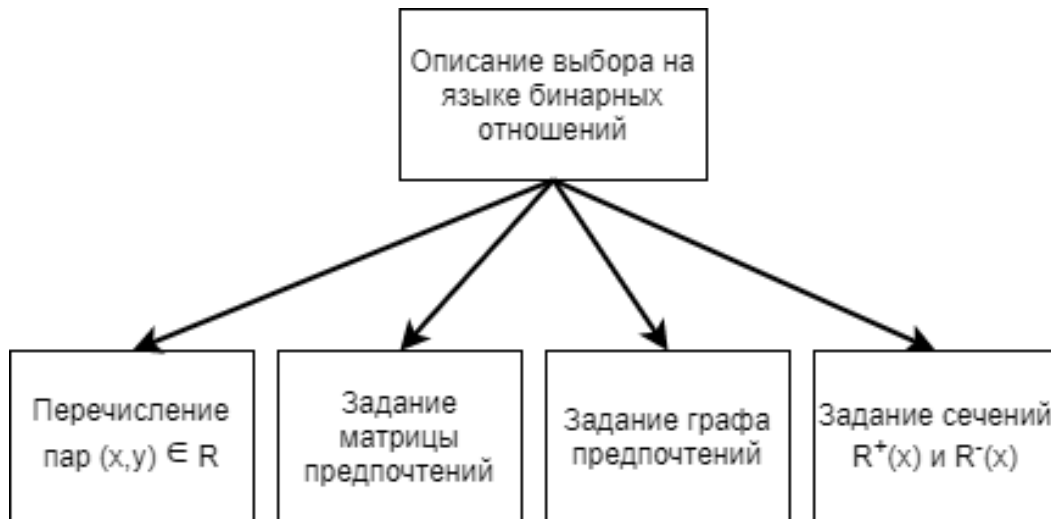


Рисунок 11 – Способы задания бинарных отношений

Для определения отношений на бесконечных множествах используется четвертый способ — задание отношения  $R$  сечениями. Множество

$$R^+(x) = \{y \in X | (y, x) \in R\}$$

называется верхним сечением отношения  $R$ , а множество

$$R^-(x) = \{y \in X | (x, y) \in R\}$$

— нижним сечением. Отношение однозначно определяется одним из своих сечений.

Бинарное отношение  $R$  на множестве называется [6]:

- **рефлексивным**, если  $xRx$  для каждого  $x \in X$ ;
- **антирефлексивным**, если  $x \not Rx \forall x \in X$  (т.е.  $R$  может выполняться только для несовпадающих элементов);
- **симметричным**, если  $xRy \rightarrow yRx \forall x, y \in X$ ;
- **асимметричным**, если  $xRy \rightarrow y \not Rx \forall x, y \in X$  (ясно, что асимметричное отношение  $R$  антирефлексивно);
- **антисимметричным**, если для всех  $x, y \in X (xRy, yRx) \rightarrow x = y$ ;
- **транзитивным**, если для всех  $x, y, z \in X (xRy, yRz) \rightarrow xRz$ ;
- **отрицательно транзитивным**, если отношение  $\neg R$  транзитивно;
- **сильно транзитивным**, если отношение одновременно транзитивно и отрицательно транзитивно.

• Отношение  $R$  на множестве  $X$  называют отношением **эквивалентности** ( $\sim$ ), если оно рефлексивно, симметрично и транзитивно. Задание отношения эквивалентности равносильно разбиению множества  $X$  на непересекающиеся классы эквивалентных элементов.

• Отношением **нестрогого порядка** ( $\Leftarrow$ ) называется рефлексивное, антисимметричное и транзитивное отношение. Отношением **строгого порядка** (обозначение  $<$ ) называется антирефлексивное, асимметричное и транзитивное отношение.

- Отношением **доминирования** называется отношение, обладающее антирефлексивностью и асимметричностью. Говорят, что "x доминирует y" (обозначается  $x \gg y$ ), когда x в каком-то смысле превосходит y.

В случае конечных множеств X очень удобно находить наилучшие альтернативы с помощью графа предпочтений, стрелки которого направлены в сторону менее предпочтительной альтернативы. Выделив вершины графа, из которых стрелки только исходят (6 и 10), мы находим недоминируемые, то есть наилучшие, альтернативы.

Можно показать, что если граф сильно транзитивен (то есть транзитивен и по наличию, и по отсутствию стрелок) и антирефлексивен (отсутствуют петли), то описываемый выбор сводится к однокритериальному выбору.

Выделение наиболее предпочтительных альтернатив возможно с помощью понятия **оптимальности** по отношению. Элемент  $x \in X$  называется **мажорантой** по отношению R на X, если для всех  $y \in X$  выполнено условие  $y \not R x$ . Множество  $X + (R)$  всех мажорант называется множеством **R-оптимальных элементов**.

В результате создания теории полезности строго доказана теорема:

«Если множество X конечно и между его элементами имеется отношение строгого порядка, то можно построить такую вещественную функцию  $u(x)$  на X, что

$$(x < y) \Rightarrow [u(x) < u(y)]$$

Функция  $u(x)$  называется **функцией полезности**. Наличие  $u(x)$  позволяет перейти от языка бинарных отношений к критериальному языку, взяв  $u(x)$  в качестве критериальной функции.

Таким образом, язык бинарных отношений применяется в случаях, когда критериальная функция не существует, т.е. оценку данной альтернативе можно дать только в результате ее сравнения с другой альтернативой.

### **Язык функций выбора.**

Некоторые особенности выбора привели к построению **третьего**, ещё более общего языка его описания. Во-первых, нередко приходится сталкиваться с ситуациями, когда предпочтение между двумя альтернативами **зависит от остальных** альтернатив. Во-вторых, возможны такие ситуации выбора, когда понятие предпочтения вообще **лишено смысла**.

Язык функций выбора описывает выбор как **операцию** над произвольным множеством альтернатив X, которая ставит этому множеству в соответствие некоторое его подмножество  $C(X)$ :  $C(X) \subset X$ . Допускается отказ от выбора, то есть пустой выбор  $C(X_i) = \emptyset$ , что также расширяет множество правил выбора.

Различие между классами правил выбора можно выразить через различные **ограничения**, которым подчиняется тот или иной тип функции выбора. Приведем некоторые из таких ограничений [6]:

- Аксиома наследования (Н):

$$X' \subseteq X \Rightarrow C(X') \supseteq C(X) \cap X'.$$

Смысл этой аксиомы сводится к требованию, чтобы в выбор на подмножестве  $X'$  вошли все те альтернативы из  $X'$ , которые входили в выбор на  $X$ .

- Аксиома согласия (C):

$$\bigcap_i C(X_i) \subseteq C(\bigcup_i X_i).$$

Это означает, что в выбор из объединения множеств обязательно должны входить альтернативы, общие для выборов из всех множеств.

- Аксиома отбрасывания (O):

$$C(X) \subseteq X' \subseteq X \Rightarrow C(X') = C(X).$$

Это означает, что если отбросить любую часть отвергнутых при выборе альтернатив, то выбор на оставшемся множестве не изменится. Поэтому данную аксиому называют также условием независимости от отвергнутых альтернатив.

- Аксиома Плотта (KC):

$$C(X_1 \cup X_2) = C(C(X_1) \cup C(X_2)).$$

Эту аксиому называют еще условием независимости от пути. Функции выбора, удовлетворяющие ей, называются квазисумматорными.

- Аксиома предпочтения (P):

$$X' \subseteq X \Rightarrow C(X) \cap X' = C(X').$$

Она требует, чтобы при сужении множества альтернатив в выборе оставались только те альтернативы, которые входили в выбор ранее.

Графически приведенные аксиомы можно проиллюстрировать как показано на рисунке 12 [6].

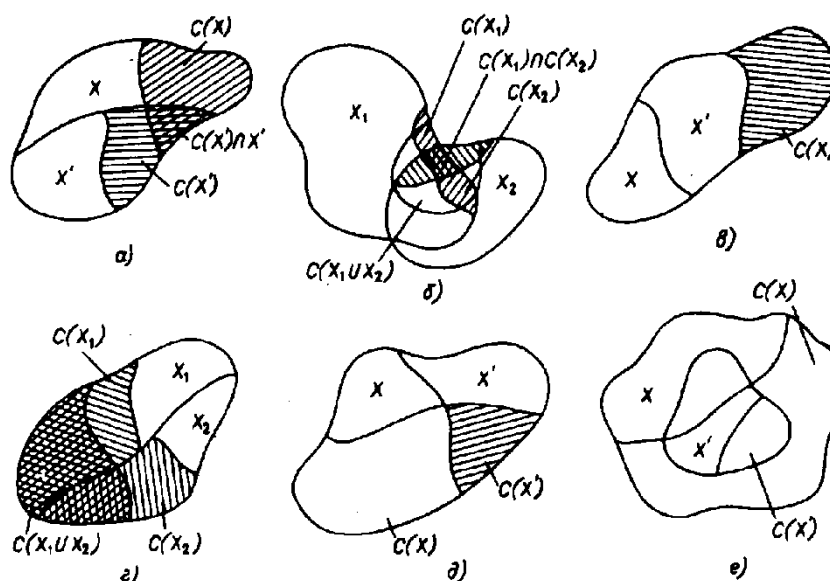


Рисунок 12 – Иллюстрации к аксиомам выбора

Таким образом, язык функций выбора является весьма общим и потенциально может описать любой выбор. Однако его теория находится в начальной стадии развития и пока еще занимается преимущественно описанием старых ситуаций в новых терминах.

### **Групповой выбор.**

Пусть на множестве альтернатив  $X$  задано  $n$  в общем случае различных индивидуальных предпочтений (для определенности будем говорить о бинарных отношениях)  $R_1, R_2, \dots, R_n$ . Ставится задача о выработке некоторого нового отношения  $R$ , которое согласует индивидуальные выборы, выражает в каком-то смысле "общее мнение" и принимается за групповой выбор. Очевидно, что это отношение должно быть какой-то функцией индивидуальных выборов:  $R = F(R_1, \dots, R_n)$ .

Один из наиболее распространенных принципов согласования — **правило большинства**. Принятой всеми считается альтернатива, получившая наибольшее число голосов. Недостатки:

- лишь обобщает индивидуальные предпочтения, и его результат не является критерием истины
- даже в простейшем случае выбор одной из двух альтернатив легко представить себе ситуацию, когда правило большинства не срабатывает: разделение голосов поровну при четном числе голосующих.

При любом из этих вариантов подразумевается отказ от принятия решения, если ни одна из альтернатив не получила необходимого процента голосов, что в реальной жизни не всегда приемлемо.

Если два эксперта дали противоположные предпочтения между двумя вариантами  $a$  и  $b$ , то можно сделать выбор, сравнивая "силу предпочтения" каждого эксперта. При возможности введения количественного критерия оценки это сводится к арифметической операции, но и при порядковом сравнении есть возможность оценки «силы предпочтения», например экспертам предлагается в одном ряду с  $a$  и  $b$  упорядочить по предпочтению еще несколько альтернатив.

Если не удастся достичь консенсуса не только по поводу самих альтернатив, но и относительно способа их проверки, то обычно принимается решение поручить выбор одному из авторитетных и ответственных лиц.

На первый взгляд, исключив возможность отказа от выбора из-за недостижения требуемого большинства, можно обеспечить принятие решения в любых случаях. Например, если три эксперта большинством голосов решают вопрос, какая из двух альтернатив более предпочтительна, то они не могут не сделать выбор. Однако, существует еще одна особенность правила голосования — его **нетранзитивности**.

Пусть определяется лучшая альтернатива из  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Чтобы гарантировать большинство на каждом шаге процедуры, альтернативы предъявляются попарно. Каждая сторона руководствуется при этом своим

набором предпочтений; пусть это соответственно последовательности  $(a > b > c)$ ,  $(b > c > a)$  и  $(c > a > b)$ .

Тогда обычное голосование не приведет к выяснению "общепризнанного" порядка альтернатив:  $a > b > c > a$ . В случае же применения процедуры, при которой после рассмотрения очередной пары отвергаемая альтернатива заменяется новой, окончательно принятое решение зависит от порядка предъявления альтернатив, что не отвечает идеалу согласованного группового выбора.

Приведенный пример — лишь частный по отношению к более общему явлению, получившего название **парадокса Эрроу** (или теоремы о невозможности).

Из всевозможных функций  $F$  индивидуальных выборов  $R_1, \dots, R_n$  выделим те, которые отвечают следующим требованиям [6]:

1) число голосующих  $\geq 2$ , число альтернатив  $\geq 3$ ,  $F$  определена для любых  $\{R_i\}$ ;

2) если в результате группового выбора предпочтение было отдано альтернативе  $x$ , то это решение не должно меняться, если кто-нибудь из ранее отвергавших  $x$  изменил свое предпочтение в его пользу (условие монотонности);

3) если изменения индивидуальных предпочтений не коснулись определенных альтернатив, то в новом групповом упорядочении порядок этих альтернатив не должен меняться (условие независимости несвязанных альтернатив);

4) для любой пары альтернатив  $x$  и  $y$  существует такой набор индивидуальных предпочтений, для которого  $F(R_1, \dots, R_n) = (x > y)$  (условие суверенности; без него возможно навязывание  $y$  независимо от порядков предпочтений индивидуумов);

5) не должно быть такого индивидуума, для которого из его предпочтения  $x > y$  (при любых  $x$  и  $y$ ) вытекает, что  $F(R_1, \dots, R_n) = (x > y)$  независимо от предпочтений других индивидуумов (условие отсутствия диктаторства).

**Парадокс Эрроу** состоит в том, что первые четыре условия противоречат пятому; **не существует правила  $F$** , удовлетворяющего всем пяти требованиям.

Еще одной особенностью, характерной для многоступенчатого голосования — возможность вмешательства коалиций в механизм голосования. Если число ступеней в голосовании не ограничивать, то теоретически побеждающее меньшинство может быть сколь угодно малым.

Один из простых и популярных способов коллективного выбора — голосование. Это широко применяемая и во многих случаях успешная процедура наряду с очевидными достоинствами обладает рядом скрытых особенностей, которые могут ослабить и даже извратить демократический характер голосования.



### Раздел 3. Иерархические структуры

#### **Теории организационных систем и многоуровневый системный подход.**

**Организация** — группа людей, деятельность которых сознательно координируется для достижения общих целей [7,8].

Теории организаций можно разделить на три категории [7,8]:

- классические (структурные);
- поведенческие (мотивационные);
- системно-ориентированные.

Прежде всего сопоставим эти направления, а затем укажем тот вклад, который дает многоуровневый системный подход в решение следующих вопросов [7,8]:

- 1) характерные особенности отдельно взятых членов организации— ее участников;
- 2) способ отображения структуры организации;
- 3) применимые в этой области инструменты и методы исследования.

Классическая теория имеет тенденцию рассматривать **участника организации** как “инструмент”, выполняющий порученную задачу. При этом предполагается, что участника побудили (кнутом или пряником) играть предписанную ему роль. Его задача состоит в том, чтобы наиболее эффективным образом выполнить свое задание. [7,8]

Теория поведения (мотивации) проявляет особый интерес к участникам организации. Она изучает реакцию участника на различные побудительные стимулы и воздействия как изнутри данной формальной организации, так и со стороны других групп, к которым он одновременно принадлежит.

В системно-ориентированных подходах, таких, как промышленная динамика, вообще говоря, отсутствует четкое выделение участников. Функционирование всей системы в целом описывается в динамических терминах. При этом ее эволюция исследуется без учета влияния человеческих факторов.

**Структура организации** в классической теории считается статичной. Организационная структура, отражает иерархию соподчиненности ее членов. При этом различным элементам предписаны конкретные цели. [7,8]

При подходе с точки зрения теории поведения акцент делается на участниках как членах неформальной группы. Иерархическая структура рассматривается лишь косвенно, причем молчаливо предполагается, что она играет второстепенную роль.

В системно-ориентированных подходах основной объект рассмотрения — общая эволюция системы во времени. Система представлена с помощью таких специфических элементов, как “временные задержки”, “усиления” и т. д. Иначе говоря, система может иметь любую структуру, лишь бы она обеспечивала нужную зависимость между входом и выходом.

**Инструменты и методы исследования.** Классический подход основывается на наблюдениях за действительными процессами и на приобретенном опыте по выполнению определенных задач в реальных организациях. Язык и основные понятия в значительной мере заимствованы из классической механики.

При поведенческом подходе за основу берутся наблюдения за психологическими реакциями и действиями участников. Разработанные модели более соответствуют неформальным, нежели формальным организациям.

Системные исследования и исследования с помощью ЭВМ в значительной степени сводятся к машинному моделированию, основанному на ряде наблюдений, имеющих отношение к реакции организации в целом.

**Теория многоуровневых систем** имеет много общего со всеми тремя перечисленными выше направлениями [7,8]:

1) она акцентирует внимание на иерархических структурах в смысле организационных блок-схем классической теории; иерархическое расположение элементов, принимающих решение, рассматривается как одна из наиболее важных характеристик организации;

2) она рассматривает участника как систему, принимающую решение (или выбирающую цель) в смысле современных поведенческих или, более определенно, мотивационных подходов. В ней явным образом учитываются уровни удовлетворения и расхождения между действительными и операционными, фактически наблюдаемыми целями;

3) она явным образом учитывает тот факт, что важнейшей особенностью организации неизменно является ее “организующая” роль в налаживании взаимной связи подсистем, принимающих решения.

Таким образом, **теория многоуровневых систем** [7,8]:

4) создает единую основу для различных подходов, вводя систему понятий и методов, посредством которых различные теории сравниваются, противопоставляются и взаимно дополняют друг друга;

5) позволяет математически строго сформулировать как основные понятия, так и получаемые результаты;

6) дает отправные точки для исследования различных аспектов и проблем анализа и проектирования организаций с помощью математических методов и моделирования на ЭВМ.

### **Понятие многоуровневой иерархической структуры.**

Существенные **характеристики**, присущие всем иерархическим системам [7,8]:

- последовательное вертикальное расположение подсистем, составляющих данную систему (вертикальная декомпозиция);
- приоритет действий или право вмешательства подсистем верхнего уровня;

- зависимость действий подсистем верхнего уровня от фактического исполнения нижними уровнями своих функций.

Любая иерархия состоит из вертикально соподчиненных подсистем. Т.е. вся система представляет собой семейство взаимодействующих подсистем, как показано на рисунке 13 [7,8].

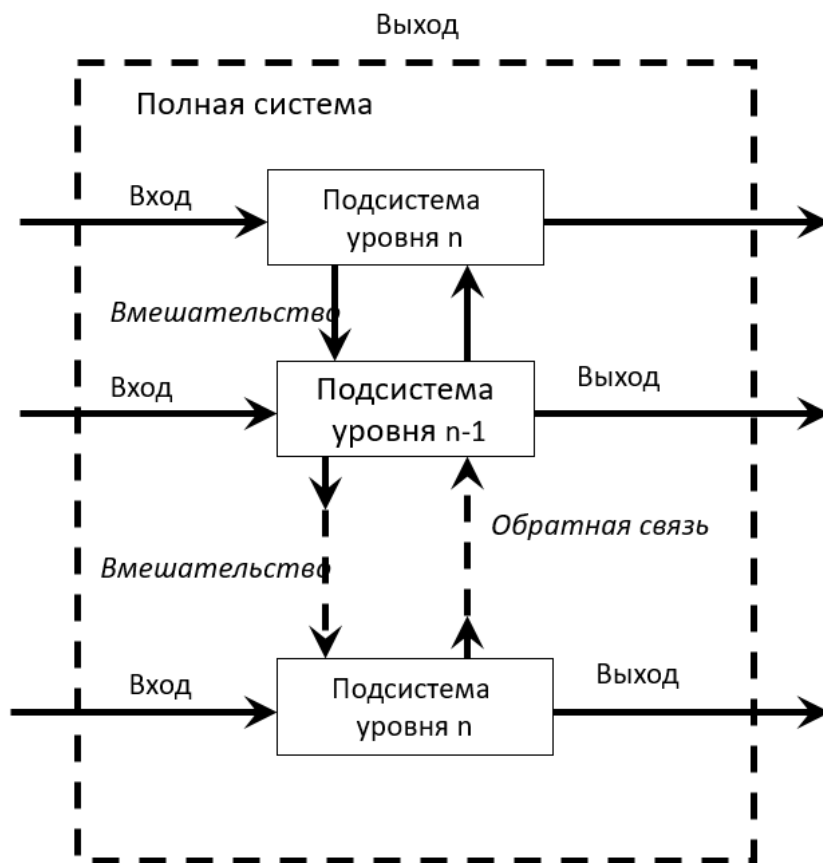


Рисунок 13 – Подчинение взаимодействующих подсистем

Под **системой** или **подсистемой** здесь понимается просто осуществление процесса преобразования входных данных в выходные.

Это преобразование может либо [7,8]:

- быть **динамическим**, протекающим чаще всего в реальном масштабе времени процессом с заранее заданным детерминированным алгоритмом и последовательно выполняемыми операциями;
- представлять собой так называемую процедуру “решения проблемы”, т.е. совокупность подлежащих выполнению операций, которые могут быть выполнены в разное время и в разной последовательности (системы с недетерминированным алгоритмом);

Входы и выходы могут быть распределены по всем уровням, хотя чаще всего обмен со средой происходит на более низком (или самом низком) уровне.

Рассматривая вертикальное расположение, мы будем говорить об **элементах верхнего и нижнего уровней** с вполне очевидной интерпретацией этих терминов. Взаимодействие между уровнями не обязательно происходит только между каждыми двумя близлежащими уровнями. На деятельность

подсистемы любого уровня явно выраженное воздействие оказывают вышерасположенные уровни, чаще всего ближайший старший уровень. Это воздействие носит для нижележащих уровней обязывающий характер и в нем находит свое выражение приоритет действий и целей более высоких уровней. Такое воздействие будем называть **вмешательством**.

В системах с **детерминированным** алгоритмом выполнения вмешательство обычно проявляется в виде изменения параметров подсистем нижележащего уровня. [7,8]

В системах с **недетерминированным** алгоритмом выполнения приоритет действий задает последовательный порядок получения решений на разных уровнях; обычно проблема (или алгоритм получения решения) на нижележащем уровне не определяется в окончательном виде до тех пор, пока не решена проблема на вышележащем уровне.

Для того чтобы подчеркнуть значение приоритета в установлении порядка действий, мы будем называть элементы верхнего и нижнего уровней соответственно **вышестоящими** (supremal) и **нижестоящими** (infimal).

Хотя вмешательство направлено сверху вниз, успешность действия системы в целом и фактически элементов любого уровня зависит от поведения всех элементов системы.

Так как само понятие приоритета подразумевает, что вмешательство предшествует действиям более низких уровней, успешность работы верхнего уровня зависит не только от осуществляемых им действий, но и от соответствующих реакций нижних уровней, точнее от их суммарного эффекта.

Можно считать, что качество работы всей системы обеспечивается обратной связью, т. е. реакциями на вмешательство, информация о которых направляется снизу вверх. Такая взаимозависимость особенно очевидна в уже упоминавшемся случае, где обмен с окружающей средой происходил в основном или исключительно на самом нижнем уровне системы.

### **Основные виды иерархий**

Сложную систему почти невозможно описать полно и детально. Основная дилемма состоит в нахождении компромисса между простотой описания, что является одной из предпосылок понимания, и необходимостью учета многочисленных поведенческих (т.е. типа вход — выход) характеристик сложной системы. Разрешение этой дилеммы ищется в иерархическом **описании**.

Введем три понятия уровней [7,8]:

- 1) уровень описания, или абстрагирования;
- 2) уровень сложности принимаемого решения;
- 3) организационный уровень.

Для их различения введем следующие термины: “**страта**”, “**слой**” и “**эшелон**”.

Термин “уровень” сохраним как родовой, относящийся к любому из этих понятий, когда нет необходимости в дальнейших уточнениях.

**Стратифицированное описание.** Уровни абстрагирования, включающие стратифицированное описание, будем называть **стратами**. На каждой страте в иерархии структур имеется свой собственный набор переменных, которые позволяют в значительной степени ограничить изучение только одной стратой. Независимость страт открывает возможность для более глубокого и детального изучения поведения системы; однако, предположение о полной независимости страт было бы неоправданным, поэтому пренебрежение их взаимной зависимостью может привести лишь к неполному пониманию поведения системы в целом. На рисунке 14 показан пример стратифицированного представления ЭВМ с помощью двух страт. [7,8]

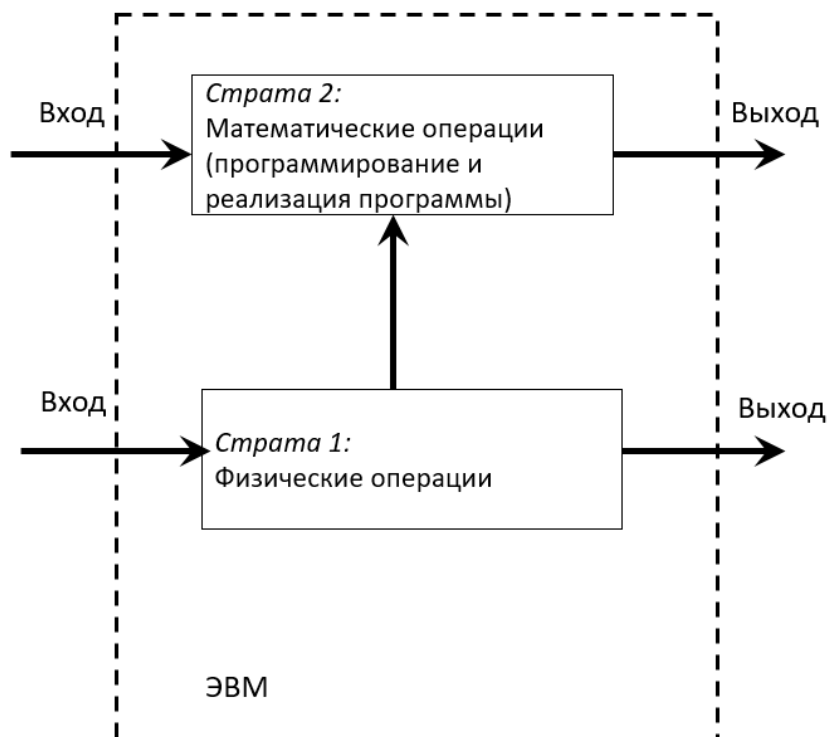


Рисунок 14 – Стратифицированное представление ЭВМ

На **страте физических законов** нас интересует правильное функционирование различных электронных компонентов.

На **страте обработки информации** мы имеем дело с проблемами вычисления, программирования и так далее, а стоящие за этим основные физические законы в явном виде не рассматриваются.

Может представить интерес и описание системы или каких-то ее подсистем на других стратах, помимо этих двух; так, **страта атомной физики** может представить интерес при конструировании некоторых электронных компонентов.

Общие характеристики стратифицированного описания систем [7,8]:

- Выбор страт, в терминах которых описывается данная система, зависит от наблюдателя, его знания и заинтересованности в деятельности системы. В общем случае стратификация неразрывно связана с интерпретацией производимых системой действий. Контекст, в котором рассматривается и

применяется система, определяет, какую стратегию выбрать как основную и какие стратегии вообще будут использоваться.

- Аспекты описания функционирования системы на различных стратегиях в общем случае не связаны между собой, поэтому принципы и законы, используемые для характеристики системы на любой стратегии, в общем случае не могут быть выведены из принципов, используемых на других стратегиях.

- Существует асимметричная зависимость между условиями функционирования системы на различных стратегиях. Требования, предъявляемые к работе системы на любой стратегии, выступают как условия или ограничения деятельности на нижестоящих стратегиях.

- На каждой стратегии имеется свой собственный набор терминов, концепций и принципов. То, что является объектом рассмотрения на данной стратегии, более подробно раскрывается на нижерасположенной стратегии; элемент становится набором; подсистема на данной стратегии является системой для нижележащей стратегии. Это отношение между стратегиями показано на рисунке:

- Понимание системы возрастает при последовательном переходе от одной стратегии к другой: чем ниже мы спускаемся по иерархии, тем более детальным становится раскрытие системы, чем выше мы, поднимаемся, тем яснее становится смысл и значение всей системы.

Можно сказать, что для правильного понимания сложной системы фундаментальную роль играет иерархический подход (стратифицированные модели). Вначале можно ограничиться, скажем, одной стратегией, в зависимости от интересующей нас задачи и имеющегося запаса знаний, а затем можем либо детализировать свои знания, двигаясь вниз по иерархии, либо добиться более глубокого понимания системы, двигаясь вверх по иерархии.

Другое понятие иерархии относится к **процессам принятия сложных решений**. Почти в любой реальной ситуации принятия решения существуют две предельно простые, но чрезвычайно важные особенности:

- Когда приходит время принимать решения, принятие и выполнение решения нельзя откладывать; любая отсрочка просто означает, что не найдено такого нового или изменения старого действия, которое было бы предпочтительнее других альтернатив.

- Неясность относительно последствий различных альтернативных действий и отсутствие достаточных знаний о имеющихся связях препятствуют достаточно полному формализованному описанию ситуации, необходимому для рационального выбора действий.

Эти два фактора приводят к основной **дилемме принятия решения**: с одной стороны, необходимо действовать немедленно, с другой же — столь же необходимо, прежде чем приступить к действиям, попытаться лучше понять ситуацию. При принятии решения в сложных ситуациях разрешение этой дилеммы ищут в иерархическом подходе.

Определяют семейство проблем, которые пытаются разрешить последовательным путем в том смысле, что решение любой проблемы из этой

последовательности определяет и фиксирует какие-то параметры в следующей проблеме, так что последняя становится полностью определенной и можно приступить к ее решению. Решение первоначальной проблемы достигнуто, как только решены все подпроблемы.

На рисунке 15 показан пример многослойная иерархии в системе принятия решений. [7,8]

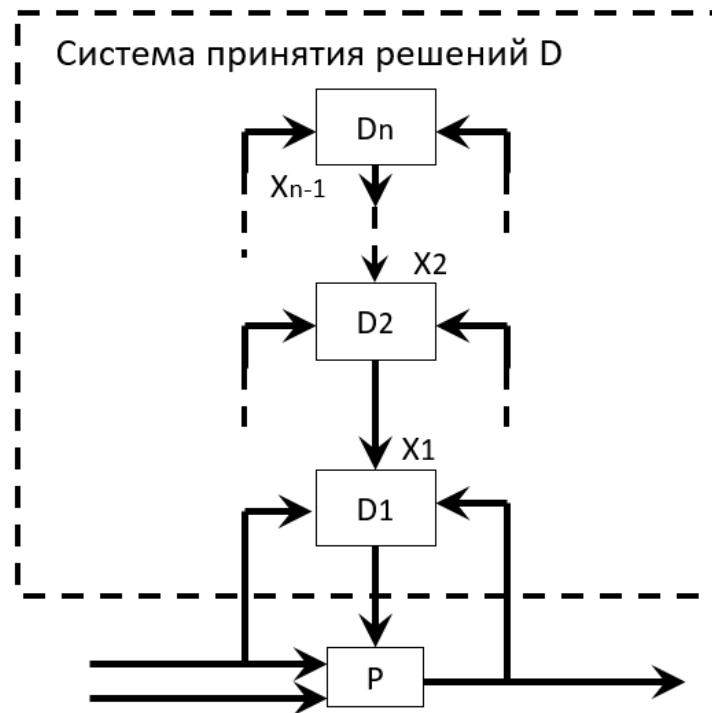


Рисунок 15 – Многослойная иерархия системы принятия решений

Каждый блок здесь представляет собой **принимающий решение элемент**. Выход элемента (например, D2) есть решение или последовательность решений задачи, зависящей от параметра, фиксируемого входом X2. Этот вход в свою очередь является выходом принимающего решение элемента более высокого уровня. Таким образом, сложная проблема принятия решения разбивается на семейство последовательно расположенных более простых подпроблем, так что решение всех подпроблем позволяет решить и исходную проблему. Такую иерархию мы будем называть **иерархией слоев принятия решений**, а всю систему принятия решений (обозначенную на рисунке через D) — **многослойной системой** (принятия решений).

### Многоэшелонные системы.

Понятие иерархии в этом случае подразумевает, что [7,8]:

- 1) система состоит из семейства четко выделенных взаимодействующих подсистем;
- 2) некоторые из подсистем являются принимающими решения (решающими) элементами и

3) принимающие решения элементы располагаются иерархически в том смысле, что некоторые из них находятся под влиянием или управляются другими решающими элементами.

На рисунке 16 показана общая структура многоэшелонной системы. [7,8]

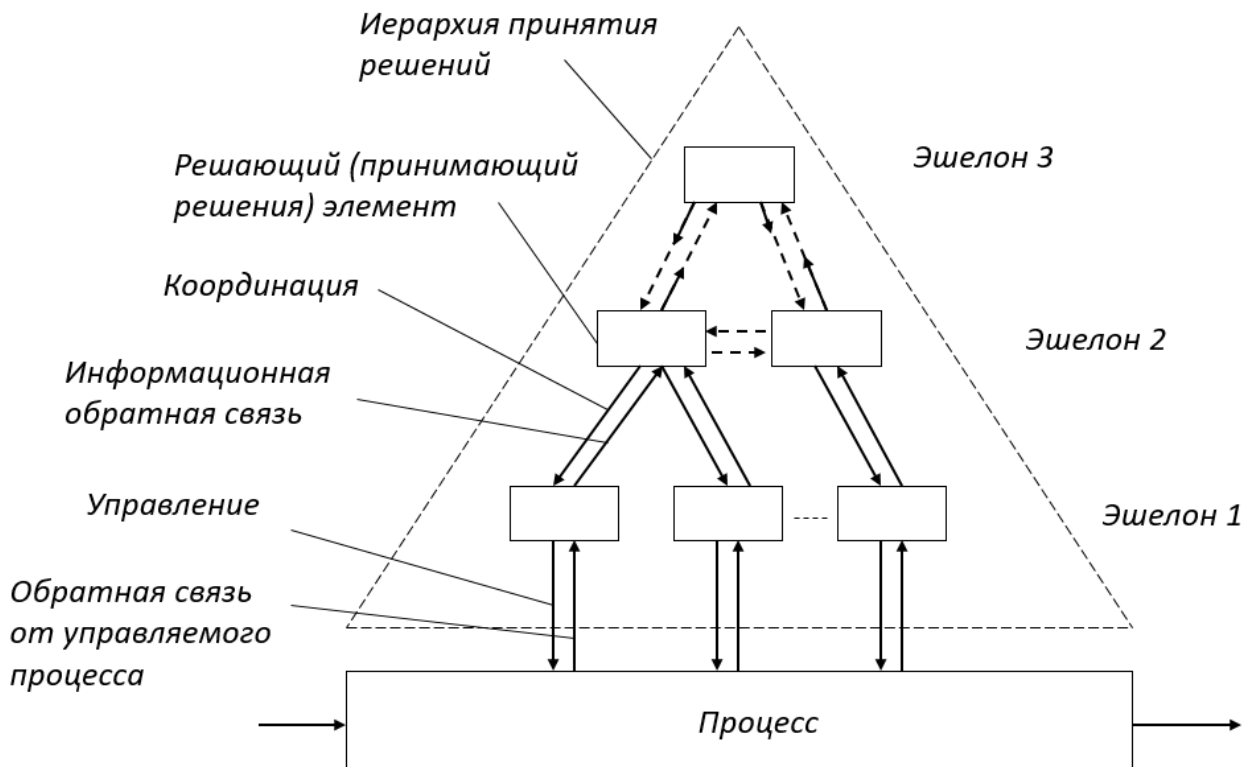


Рисунок 16 – Общая структура многоэшелонной системы

По характеру иерархического расположения образующих систему элементов можно указать следующие категории многоэшелонных систем принятия решений (рисунок 17) [7,8]:

- одноуровневые одноцелевые системы
- одноуровневые многоцелевые системы
- многоуровневые многоцелевые системы.



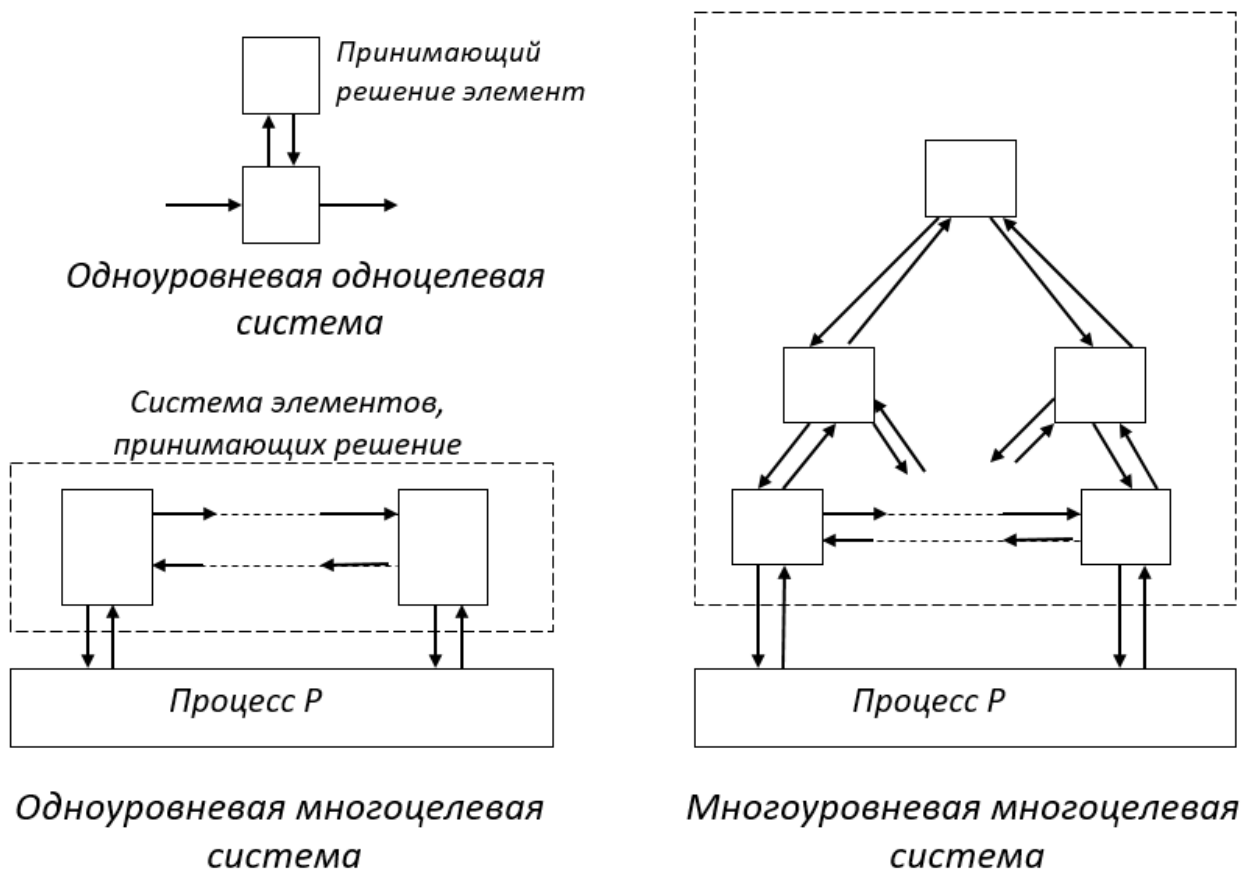


Рисунок 17 – Классификация многоэшелонных систем принятия решений

По характеру иерархического расположения образующих систему элементов можно указать следующие категории многоэшелонных систем принятия решений (рисунок 17) [7,8]:

**Одноуровневые одноцелевые системы.** Цель определяется для всей системы и все переменные выбираются так, чтобы обеспечить достижение этой цели. Следует подчеркнуть:

- концептуальную простоту одноуровневых одноцелевых систем,
- отсутствие конфликтов внутри таких систем.

**Одноуровневые многоцелевые системы.** Состоит из принимающих решения элементов, имеющих свои собственные цели. Эти цели не обязательно конфликтны. Конфликт между принимающими решения элементами может, однако, произойти; тогда он может быть разрешен только путем вмешательства более высокого уровня многоуровневые многоцелевые системы. Некоторые из элементов, обладающих правом принятия решений, могут образовывать коалиции.

**Многоуровневые многоцелевые системы.** Характеризуется наличием иерархических отношений между принимающими решения элементами этой системы. Принципиальная отличительная особенность - существование какого-то высшего командного элемента; проблема принятия решений на уровне этого элемента является основной проблемой в теории многоуровневых систем. [7,8]

## **Вмешательство.**

Возможны два варианта вмешательства с точки зрения момента времени [7,8]:

- Вмешательство до принятия решения.

Вышестоящий элемент может попытаться скоординировать действия нижестоящих элементов до того, как они примут свои решения.

- Вмешательство после принятия решения.

Через некоторое время вышестоящий элемент должен снова связаться с нижестоящими. В конце периода принятия решения вышестоящий элемент должен либо подтвердить, либо изменить сообщенные им в ходе вмешательства до принятия решения планы распределения ролей подсистем в обеспечении успеха всей системы.

Два вида сигналов связывают вышестоящий и нижестоящие элементы [7,8]:

- Сигнал, идущий сверху вниз, конкретизирует задачи, подлежащие решению на уровне нижестоящих элементов;
- Сигнал, посылаемый вверх, несет вышестоящему элементу информацию о состоянии нижестоящего уровня.

В связи с приоритетом действий вышестоящий элемент имеет широкие обязанности:

- *выбор способа координации* указывает нижестоящим элементам, как им следует действовать. Включает в себя выбор алгоритмов и правил поведения в разнообразных предполагаемых обстоятельствах
- *координация* (в широком смысле) включает способы и правила “регулирования”, целью которых является улучшение качества деятельности, выбор координационной переменной или переменной реального вмешательства.

Выделяют несколько основных категорий организации взаимодействия элементов нижестоящего уровня [7,8]:

1. Вышестоящий элемент посылает нижестоящим элементам **значения будущих связующих сигналов**. Тогда нижестоящие элементы начинают вырабатывать свои локальные решения в предположении, что связующие сигналы, которые в дальнейшем действительно к ним поступят, окажутся **именно такими**, какими их предсказал вышестоящий элемент.

2. Вышестоящий элемент задает **диапазон значений для связующих сигналов**. Нижестоящие элементы рассматривают эти сигналы как возмущения, могущие принимать любое значение в заданном диапазоне.

3. Элементы нижестоящего уровня трактуют связующий сигнал как **дополнительную переменную решения**.

4. Элементы нижестоящего уровня знают о наличии других элементов, также принимающих свои решения на том же уровне. Вышестоящий элемент снабжает нижестоящие элементы моделью зависимости между его действиями и откликом системы.

5. Элементы нижестоящего уровня знают о существовании других решающих элементов на том же уровне. Вышестоящий элемент определяет, какого рода связи разрешены между ними.

**Координация** имеет два важных аспекта: **аспект самоорганизации** и **аспект управления**. Изменения функций и взаимосвязей, используемых в процессе координации называются *модификациями*. [7,8]

Имеются два вида модификаций: модификация целей и модификация образов (для выбранного способа координации). Последняя предполагает, что требующаяся вышестоящему элементу информация о ниже расположенных уровнях зависит фактически от стоящей перед ним и требующей решения задачи, а также от образа (модели), используемого при решении этой задачи. Для этого должен иметься образ (или модель) поведения элементов нижестоящего уровня.

В свою очередь, элементы нижестоящего уровня могут влиять на действия вышестоящего элемента как непосредственно, так и косвенно. В ходе обмена информацией, имеющего место до принятия решения, вышестоящий элемент имеет превосходство над элементами нижестоящего уровня и может затребовать информацию нужного ему вида. Эта информация связана с оценкой процесса принятия решения нижестоящими элементами. Эти элементы, в свою очередь, могут использовать посылаемую вверх информацию как дополнительную переменную, определяющую выбор решения на нижестоящем уровне, с целью обеспечения для себя более выгодных условий.

## ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Лабораторная работа №1. Построение моделей систем и их исследование

**Цель:** построение и исследование модели «черный ящик», модели состава системы, модели структуры системы, структурной схемы системы.

**Модель** — некоторый виртуальный образ реального или другого виртуального объекта, создаваемый для его изучения.

**Моделирование** — это замещение одного объекта (оригинала) другим (моделью) и фиксация и изучение свойств модели. Замещение производится с целью упрощения, удешевления, ускорения изучения свойств оригинала.

В общем случае объектом-оригиналом может быть естественная или искусственная, реальная или воображаемая система. Она имеет множество параметров  $S_0$  и характеризуется определёнными свойствами. Количественной мерой свойств системы служит множество характеристик  $Y_0$ , система проявляет свои свойства под влиянием внешних воздействий

Множество параметров  $S$  и их значений отражает её внутреннее содержание — структуру и принципы функционирования. Характеристики  $S$  — это в основном её внешние признаки, которые важны при взаимодействии с другими  $S$ .

Познание любой системы ( $S$ ) сводится по существу к созданию её модели. Перед изготовлением каждого устройства или сооружения разрабатывается его модель — проект. Любое произведение искусства является моделью, фиксирующее действительность.

Рассмотрим компоненты различные модели описания системы как это описано в книге Перегудова [4].

#### Построение модели «черный ящик» для выбранной системы

Для более определенной и точной характеристики конструкции системы следует развивать ее модель, преобразуя имеющиеся сведения так, чтобы в результате получить более удобную форму модели, включая в модель по мере необходимости дополнительные сведения.

Для человека важную для человека роль играют наглядные, образные, визуальные модели, потому перейдем от определения системы к его визуальному эквиваленту.

Во-первых, определение системы ничего не говорит о внутреннем устройстве системы. Поэтому ее можно изобразить в виде непрозрачного "ящика", выделенного из окружающей среды. Подчеркнем, что уже эта, максимально простая, модель по-своему отражает два следующих важных свойства системы: целостность и обособленность от среды.

Во-вторых, в определении системы косвенно говорится о том, что хотя "ящик" и обособлен, выделен из среды, но не является полностью от нее изолированным.

В самом деле, ведь достигнутая цель — это запланированные заранее изменения в окружающей среде, какие-то продукты работы системы,

предназначенные для потребления вне ее. Иначе говоря, система связана со средой и с помощью этих связей воздействует на среду (рисунок 18).

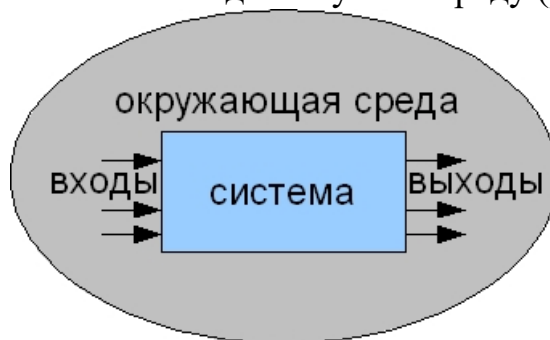


Рисунок 18 — Модель "черного ящика"

Стрелки, направленные от системы в среду называются **выходами системы**. Подчеркнем еще раз, что выходы системы в данной графической модели соответствуют слову "цель" в словесной модели системы.

Кроме того, в определении имеется указание и на наличие связей другого типа: система является средством, поэтому должны существовать и возможности ее использования, воздействия на нее, т.е. и такие связи со средой, которые направлены извне в систему. Изобразим эти связи также в виде соответствующих стрелок, направленных от среды в систему (см. рисунок 18), и назовем их **входами системы**.

В результате мы построили модель системы, которая получила название "**черного ящика**" (рисунок 18). Это название образно подчеркивает полное отсутствие сведений о внутреннем содержании "ящика": в этой модели задаются, фиксируются, перечисляются только входные и выходные связи системы со средой (даже "стенки ящика", т.е. границы между системой и средой, в этой модели обычно не описываются, а лишь подразумеваются, признаются существующими). Такая модель, несмотря на внешнюю простоту и на отсутствие сведений о внутренности системы, часто оказывается полезной.

Во многих случаях достаточно содержательного словесного описания входов и выходов; тогда модель "черного ящика" является просто их списком. Например, модель телевизора такова: входы — шнур электропитания, антенна, элементы управления и настройки; выходы — экран и динамики. В других случаях требуется количественное описание некоторых или всех входов и выходов. Пытаясь максимально формализовать модель "черного ящика", мы приходим к заданию двух множеств  $X$  и  $Y$  входных и выходных переменных, но никаких других отношений между этими множествами фиксировать нельзя (иначе это уже будет не "черный", а прозрачный ящик).

### Сложности построения модели "черного ящика"

Рассмотрим принципиально важный вопрос об обманчивой простоте модели "черного ящика". Казалось бы, так просто: перечислить входы и выходы системы — и модель готова. Но как только это потребуется сделать для

конкретной реальной системы, мы сталкиваемся с трудностями. Проиллюстрируем это сначала на хорошо знакомых примерах.

**Пример 1.** Опишем выходы системы "наручные часы". Учитывая, что выходы соответствуют конкретизации цели, фиксируем в качестве выхода *показать значение текущего времени в произвольный момент*. Затем принимаем во внимание, что сформулированная таким образом цель относится ко всем часам, а не только к нашим наручным часам. Чтобы различить их, вносим следующее добавление (выход): *удобство ношения часов на запястье*; тогда появляется обязательность ремешка или браслета, а с ним и еще один выход: *удовлетворение требований санитарии и гигиены*, так как не любое крепление часов на руке допустимо с этой точки зрения.

Далее, представив себе условия эксплуатации часов, можно добавить *достаточную в бытовых условиях прочность, пылевлагонепроницаемость*.

Затем, расширив понятие "условия эксплуатации часов", добавим еще два выхода: *достаточную для бытовых нужд точность; легкость прочтения показаний часов при беглом взгляде на циферблат*.

Можно еще более расширить круг учитываемых требований к часам, что позволит добавить несколько выходов: *соответствие моде и понятию красоты; соответствие цены часов покупательной способности потребителя*. Очевидно, что список желаемых, т.е. включаемых в модель, выходов можно продолжать. Например, можно потребовать, чтобы имелась *возможность прочтения показаний часов в полной темноте*, и реализация этого выхода приведет к существенному изменению конструкции часов, в которой могут быть различные варианты самосвечения, подсветки, считывания на ощупь или подачи звуковых сигналов. А ведь мы в явной форме еще не говорили о габаритах, весе, многих других физических, химических, экономических и социальных аспектах использования наручных часов...

**Пример 2.** Попробуем перечислить входы системы "легковой автомобиль". Исходя из определения системы как средства достижения цели, мы связали понятие входа с управляющим воздействием на систему, воздействием, "подталкивающим" систему к цели. Поэтому сразу же выделим в автомобиле в качестве входов те его элементы, которые предназначены для управления во время движения: *руль, педали сцепления, газа и тормоза, рычаг переключения коробки передач, переключатели сигнализации и освещения, ручка аварийного и стояночного тормоза*.

Затем, учитывая, что регулирующие воздействия приходится осуществлять не только на ходу, в список входов автомобиля вносим *регулирующие винты, гайки, эксцентрики*.

Смазка и заправка — это также регулирующее и управляющее воздействия. Поэтому *точки смазки и заправочные отверстия* являются входами.

Нельзя не учитывать входы в буквальном смысле. Поэтому добавляем *двери салона и (заодно) крышки багажника и капота*.

И тут мы начинаем понимать, что входное воздействие на автомобиль оказывает не только водитель, но и пассажиры, а также окружающая среда. Записываем в перечень входов *окна и зеркала*, с помощью которых поступает информация к водителю и пассажирам. Но тогда можно отметить, что свойства поверхности, по которой движется автомобиль, также оказывают входное воздействие: по-разному приходится действовать водителю при езде по асфальту, песку, гравию, в случае гололеда, грязи... Добавляем к списку входов *механическое воздействие грунта на колеса*.

Однако различие между песком и асфальтом для автомобиля существенно лишь потому, что существует поле тяготения Земли.

Вместе с тем мы еще не упомянули многие реально существующие способы воздействия среды на данную систему: ручки стеклоподъемников, аэродинамическое сопротивление воздуха, кнопки радиоприемника или кондиционера, входы вычислительных устройств. А разве не влияют на автомобиль и его пассажиров электрические и магнитные поля? Не зря же рекомендуют прикреплять к автомобилю проводящий ремень, который отводит накапливающиеся на кузове электрические заряды. Далее, стали обязательными пристяжные ремни, так как нельзя пренебрегать тем, что существует еще один вход — силы инерции, которые при авариях достигают опасных для здоровья и жизни величин. Очевидно, что список входов может быть еще продолжен.

Рассмотренные примеры свидетельствуют, что построение модели "черного ящика" не является тривиальной задачей, так как на вопрос о том, сколько и какие именно входы и выходы следует включать в модель, ответ не прост и не всегда однозначен. Установим причины этого факта.

### **Множественность входов и выходов**

Главной причиной множественности входов и выходов в модели "черного ящика" является то, что всякая реальная система, как и любой объект, взаимодействует с объектами окружающей среды неограниченным числом способов.

Строя модель системы, мы из этого бесчисленного множества связей отбираем конечное их число для включения в список входов и выходов. Критерием отбора при этом является целевое назначение модели, существенность той или иной связи по отношению к этой цели. То, что существенно, важно, включается в модель, то, что несущественно, неважно, — не включается. Именно здесь возможны ошибки. Тот факт, что мы не учитываем в модели, исключаем из рассмотрения остальные связи, не лишает их реальности, они все равно действуют независимо от нас. И нередко оказывается, что казавшееся несущественным или неизвестным для нас на самом деле является важным и должно быть учтено.

Особое значение этот момент имеет при задании цели системы, т.е. при определении ее выходов. Это относится и к описанию существующей системы по результатам ее обследования, и к проекту пока еще не существующей системы. Реальная система неизбежно вступает во взаимодействия со всеми

объектами окружающей среды, поэтому важно как можно раньше, лучше всего еще на стадии построения (проектирования) модели, учесть все наиболее важное. В результате главную цель приходится сопровождать заданием дополнительных целей. К примеру 2 можно добавить пример пассажирского самолета; нужно не только чтобы он летал, но и чтобы при этом обеспечивались необходимый комфорт и безопасность пассажиров, не создавался слишком сильный шум при полете над населенными пунктами, не требовались слишком длинные взлетно-посадочные полосы, соблюдались экономические выгоды в эксплуатации и многое другое. Важно подчеркнуть, что выполнения только основной цели недостаточно, что невыполнение дополнительных целей может сделать ненужным или даже вредным и опасным достижение основной цели. Этот момент заслуживает особого внимания, так как на практике часто обнаруживается незнание, непонимание или недооценка важности указанного положения. Между тем оно является одним из центральных во всей системологии.

**Пример 3.** Лет тридцать назад свечение цифр и стрелок наручных часов было достигнуто применением фосфоресцирующей краски (т.н. «белый фосфор»). Впоследствии оказалось, что кроме полезного эффекта возникали вредные для здоровья излучения, и выпуск таких часов пришлось прекратить. Теперь найдены нерадиоактивные светящиеся материалы, и светящиеся часы вновь появились в продаже.

Модель "черного ящика" часто оказывается не только очень полезной, но в ряде случаев единственно применимой при изучении систем. Например, при исследовании психики человека или влияния лекарства на живой организм мы лишены возможности вмешательства в систему иначе, как только через ее входы, и выводы делаем только на основании наблюдения за ее выходами. Это вообще относится к таким исследованиям, в результате проведения которых нужно получить данные о системе в обычной для нее обстановке, где следует специально заботиться о том, чтобы измерения как можно меньше влияли на саму систему. Другая причина того, что приходится ограничиваться только моделью "черного ящика", — действительное отсутствие данных о внутреннем устройстве системы. Например, мы не знаем, как "устроен" электрон, но знаем, как он взаимодействует с электрическими и магнитными полями, с гравитационным полем. Это и есть описание электрона на уровне модели "черного ящика".

Все входы и выходы нашей системы могут быть как желательными (то есть соответствующие целям нашей системы, так и нежелательными. Нежелательные входы могут дестабилизировать систему и привести к неожиданным чаще всего нежелательным выходам. При обнаружении нежелательных выходов системы обязательно необходимо найти пути решения для устранения таких исходов (недостатков системы).

Например, для системы «микроволновая печь» нежелательными выходами системы являются:



- Нарушение целостности посуды для печи;
- Погрешность времени разогрева продуктов;
- Прекращение подсветки камеры;
- Прекращение разогрева пищи.

Устранение недостатков (нежелательных выходов):

- Своевременная замена посуды для печи;
- Осуществление периодической настройки таймера;
- Замена или ремонт подсветки;
- Ремонт микроволновой печи.

### Построение модели состава системы

Очевидно, что вопросы, касающиеся внутреннего устройства системы, невозможно решить только с помощью модели "черного ящика". Для этого необходимы более развитые, более детальные модели.

Компоненты модели состава

При рассмотрении любой системы прежде всего обнаруживается то, что ее целостность и обособленность (отображенные в модели черного ящика) выступают как внешние свойства. Внутренность же "ящика" оказывается неоднородной, что позволяет различать составные части самой системы. При более детальном рассмотрении некоторые части системы могут быть, в свою очередь, разбиты на составные части и т.д. Те части системы, которые мы рассматриваем как неделимые, будем называть *элементами*. Части системы, состоящие более чем из одного элемента, назовем *подсистемами*. При необходимости можно ввести обозначения или термины, указывающие на иерархию частей (например, "подподсистемы", или "подсистемы такого-то уровня").

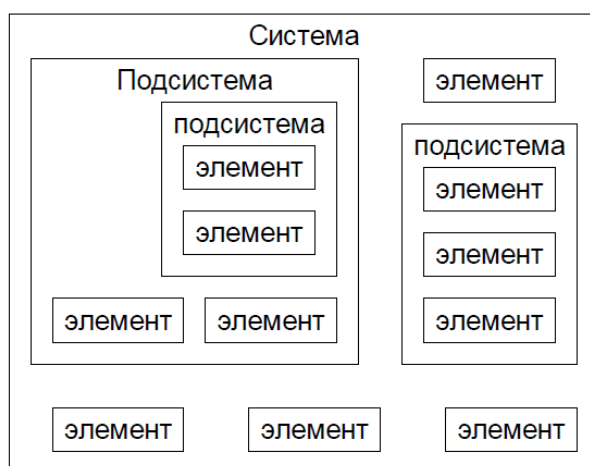


Рисунок 19 — Модель состава системы

В результате получается *модель состава системы*, описывающая, из каких подсистем и элементов она состоит (рисунок 19).

Рассмотрим упрощенные примеры моделей состава для некоторых систем (таблица 1).

Таблица 1 — Примеры моделей состава для некоторых систем

№	Система	Подсистемы	Элементы
1	Система телевидения “Орбита”	Подсистема передачи	Центральная телестудия. Антенно-передающий центр
		Канал связи	Среда распространения радиоволн. Спутники-ретрансляторы
		Приемная подсистема	Местные телецентры. Телевизоры потребителей.
2	Семья	Члены семьи	Муж Жена Предки Потомки Другие родственники
		Имущество семьи	Общее жилье и хозяйство. Личная собственность членов семьи.
3	Отопительная система жилого дома	Источники тепла	Котельная или отвод от центральной теплотрассы
		Подсистема распределения и доставки	Трубы Калориферы Вентиляторы
		Подсистема эксплуатации	Службы эксплуатации и ремонта. Персонал.

### Сложности построения модели состава системы

Построение модели состава системы только на первый взгляд кажется простым делом. Если дать разным экспертам задание определить состав одной и той же системы, то результаты их работы будут различаться, и иногда довольно значительно. Причины этого состоят не только в том, что у них может быть различная степень знания системы: один и тот же эксперт при разных условиях также может дать разные модели. Существуют, по крайней мере, еще три важные причины этого факта.

Во-первых, разные модели состава получаются вследствие того, что понятие элементарности можно определить по-разному. То, что с одной точки

зрения является элементом, с другой — оказывается подсистемой, подлежащей дальнейшему разделению.

Во-вторых, как и любые модели, модель состава является целевой, и для различных целей один и тот же объект потребуется разбить на разные части. Например, один и тот же завод для директора, главного бухгалтера, начальника пожарной охраны состоит из совершенно различных подсистем. Точно так же модели состава самолета с точек зрения летчика, стюардессы, пассажира и аэродромного диспетчера окажутся различными. То, что для одного обязательно войдет в модель может совершенно не интересовать другого.

В-третьих, модели состава различаются потому, что всякое деление целого на части, всякое деление системы на подсистемы является относительным, в определенной степени условным. Например, тормозную систему автомобиля можно отнести либо к ходовой части, либо к подсистеме управления. Другими словами, границы между подсистемами условны, относительны, модельны.

Это относится и к границам между самой системой и окружающей средой; поэтому остановимся на этом моменте подробнее. В качестве примера рассмотрим систему "часы". Какую бы природу ни имели устройства, которые мы называем часами, в них можно выделить две подсистемы: **датчик времени**, то есть процесс, ход которого изображает течение времени (это может быть равномерное раскручивание пружины, электрический ток с некоторым постоянным параметром, равномерное течение струйки песка, вращение Земли вокруг своей оси, колебания некоторой молекулы и т.д.); **индикатор времени**, то есть устройство, преобразующее, отображающее состояние датчика в сигнал времени для пользователя. Модель состава часов можно считать полностью исчерпанной (если снова не разбивать эти две подсистемы). Однако, поскольку фактически каждые часы показывают состояние своего датчика, рано или поздно их показания разойдутся между собой. Выход из этого положения состоит в синхронизации всех часов с неким общим для всех **эталонном времени**, например с помощью сигналов "точного времени", передаваемых по радио. Здесь и возникает вопрос: включать ли эталон времени в состав часов как системы или рассматривать часы как подсистему в общей системе указания времени?

Из всего вышесказанного можно сделать вывод:

Модель состава системы отображает, из каких частей (подсистем и элементов) состоит система. Главная трудность в построении модели состава заключается в том, что деление целостной системы на части является относительным, условным, зависящим от целей моделирования (это относится не только к границам между частями системы, но и к границам самой системы). Кроме того, относительным является и определение самой малой части — элемента.

### **Построение модели структуры системы**

Еще раз подчеркнем, что для достижения ряда практических целей достаточно модели "черного ящика" или модели состава. Однако очевидно, что есть вопросы, решить которые с помощью этих моделей нельзя. Чтобы получить велосипед, недостаточно иметь "ящик" со всеми отдельными его деталями (состав налицо). Необходимо еще правильно соединить все детали между собой, или, говоря более общно, установить между элементами определенные связи — *отношения*. Совокупность необходимых и достаточных для достижения цели отношений между элементами называется **структурой системы**.

### Отношения и структуры

Перечень связей между элементами (то есть структура системы) является отвлеченной, абстрактной моделью: установлены только отношения между элементами, но не рассмотрены сами элементы. Хотя на практике безотносительно к элементам говорить о связях можно лишь после того, как отдельно рассмотрены сами элементы (то есть рассмотрена модель состава), теоретически модель структуры можно изучать отдельно.

Бесконечность природы проявляется и в том, что между реальными объектами, вовлеченными в систему, имеется невообразимое (может быть, бесчисленное) количество отношений. Однако когда мы рассматриваем некоторую совокупность объектов как систему, то из всех отношений важными, т.е. существенными для достижения цели, являются лишь некоторые. Точнее, в модель структуры (т.е. в список отношений) мы включаем только конечное число связей, которые, по нашему мнению, существенны по отношению к рассматриваемой цели.

**Пример.** Рассмотрим систему "часы вообще". Считаем, что в состав такой системы входят три элемента: датчик, индикатор и эталон времени. Структура часов определяется следующими отношениями между парами элементов:

Пара элементов	Связь между ними
Датчик и индикатор	Приблизительное соответствие
Эталон и датчик	Приблизительное соответствие
Индикатор и эталон	Периодическое сравнение и устранение расхождения

Отношения между элементами могут быть самыми разнообразными. Однако можно попытаться их классифицировать и по возможности перечислить. Трудность состоит в том, что мы знаем не все реально существующие отношения и вообще неизвестно, является ли конечным их число. Интересное исследование было проведено с естественными языками. Выделение языковых конструкций, выражающих отношения (типа находиться на (под, около, ...), быть причиной, быть подобным, быть одновременно, состоять из, двигаться к (от, вокруг, ...) и т.п.), привело к выводу, что в английском, итальянском и русском языках число выражаемых отношений примерно одинаково и немного превышает 200. Этот результат не может

служить доказательством конечности числа отношений, но сам факт дает повод для размышлений.

### **Свойства и отношения**

Рассмотрим связь между понятиями "отношение" и "свойство". В отношении участвует не менее двух объектов, а свойством мы называем некий атрибут одного объекта. Это различие отражается и при их математическом описании.

Пусть  $E$  — множество. Любое свойство, которым может обладать элемент  $x \in E$ , задает в  $E$  подмножество  $A \subseteq E$  всех элементов, обладающих этим свойством. Пусть задано некоторое отношение  $R$ , в котором могут находиться элементы  $x$  и  $y$  множества  $E$ , записанные в указанном порядке. Если они находятся в заданном отношении, то используется запись  $xRy$ , если нет — запись  $x\bar{R}y$ . Множество всех упорядоченных пар  $(x, y)$  (т.е.  $(x, y)$  и  $(y, x)$  — разные пары при  $x \neq y$ ) называется произведением  $E \times E$ . Рассмотрим подмножество  $R \subseteq E \times E$  всех пар, для которых  $xRy$ . Задание этого подмножества и является заданием отношения. Если теперь ввести понятие многоместного (а не только двуместного, бинарного) отношения, то *свойство оказывается одноместным (унарным) отношением*.

Однако нас интересует не только формальное доказательство того, что свойство есть частный случай отношения: это скорее следствие теоретико-множественного определения отношения как подмножества. Важнее проследить содержательную связь свойства и отношения. Во-первых, любое свойство, даже если его понимать как потенциальную способность обладать определенным качеством, выявляется в процессе взаимодействия объекта (носителя свойства) с другими объектами, т.е. в результате установления некоторого отношения. Чтобы убедиться в том, что мяч красный, мало иметь мяч, нужны еще источник белого света и анализатор света, отраженного от мяча (еще и не всякий анализатор пригоден; например, глаз дальтоника не может установить цвет мяча). Во-вторых, можно сделать дальнейшее обобщение и выдвинуть следующее предположение: свойство — это не атрибут объекта, а лишь определенная абстракция отношения, экономящая мышление. Мы "коротко и ясно" говорим, что стекло прозрачно, вместо того чтобы каждый раз говорить об отношении между лучом света, падающим на поверхность стекла, самим листом стекла и приемником света, находящимся по другую сторону этого листа. Другими словами, можно утверждать, что свойство — это свернутое отношение.

**Вывод:** модель структуры системы отображает связи между компонентами модели ее состава, т.е. совокупность связанных между собой моделей "черного ящика" для каждой из частей системы.

### **Построение структурной схемы системы**

Объединяя все изложенное в предыдущих параграфах, можно сформулировать второе определение системы: *система есть совокупность*

*взаимосвязанных элементов, обособленная от среды и взаимодействующая с ней как целое [4].*

### Структурная схема системы как соединение моделей

Очевидно, что это определение охватывает модели "черного ящика", состава и структуры. Все вместе они образуют еще одну модель, которую будем называть *структурной схемой системы*; в литературе встречаются также термины "белый ящик", "прозрачный ящик", подчеркивающие ее отличие от модели "черного ящика", а также термин "конструкция системы", который мы будем использовать для обозначения материальной реализации структурной схемы системы. В структурной схеме (пример представлен на рисунке 20) указываются все элементы системы, все связи между элементами внутри системы и связи определенных элементов с окружающей средой (входы и выходы системы).

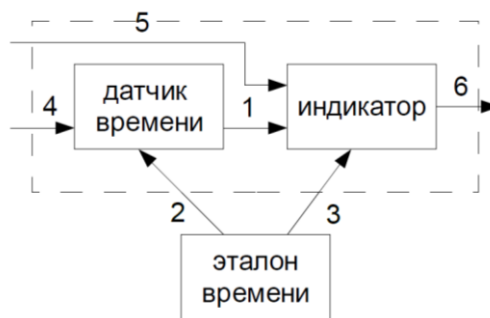


Рисунок 20 — Структурная схема часов

**Пример 1.** Структурная схема системы "синхронизируемые часы" приведена на рисунке 20. Элементы системы изображены в виде прямоугольников; вход 4 изображает поступление энергии извне; вход 5 соответствует регулировке индикатора; выход 6 — показание часов.

Все структурные схемы имеют нечто общее, и это побудило математиков рассматривать их как особый объект математических исследований. Для этого пришлось абстрагироваться от содержательной стороны структурных схем, оставив в рассматриваемой модели только общее для каждой схемы. В результате получилась схема, в которой обозначается только наличие элементов и связей между ними, а также (в случае необходимости) разница между элементами и между связями. Такая схема называется *графом*. Следовательно, граф состоит из обозначений элементов произвольной природы, называемых *вершинами*, и обозначений связей между ними, называемых *ребрами* (иногда дугами). На рисунке 21 изображен граф: вершины обозначены в виде кружков, ребра — в виде линий. Часто бывает необходимо отразить несимметричность некоторых связей; в таких случаях линию, изображающую ребро, снабжают стрелкой (в таком случае ребро становится дугой). Если направления связей не обозначаются, то граф называется *неориентированным*, при наличии стрелок — *ориентированным* (полностью или частично). Данная пара вершин может быть соединена любым количеством

ребер; вершина может быть соединена сама с собой (тогда ребро называется *петлей*). Если в графе требуется отразить другие различия между элементами или связями, то либо приписывают разным ребрам различные веса (*взвешенные графы*), либо раскрашивают вершины или ребра (*раскрашенные графы*).

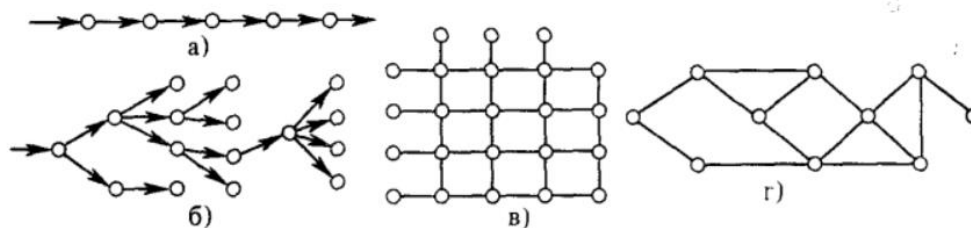


Рисунок 21 — Графы, соответствующие различным структурам: а) линейная структура; б) древовидная структура; в) матричная структура; г) сетевая структура

Оказалось, что для графов может быть построена интересная и содержательная теория, имеющая многочисленные приложения. Разнообразные задачи этой теории связаны с различными преобразованиями графов, а также с возможностью рассмотрения различных отношений в графах: весов, рангов, цветов, вероятностных характеристик (*стохастические графы*) и т.д. В связи с тем, что множества вершин и ребер формально можно поменять местами, получается два разных представления системы в виде *вершинного* или в виде *реберного* графа. Оказывается, что в одних задачах удобнее использовать вершинный, а в других — реберный граф.

Графы могут изображать любые структуры, если не накладывать ограничений на пересекаемость ребер. Некоторые типы структур имеют особенности, важные для практики, они выделены из других и получили специальные названия. Так, в организационных системах часто встречаются *линейные*, *древовидные (иерархические)* и *матричные структуры*; в технических системах чаще встречаются сетевые структуры (см. рисунок 21); особое место в теории систем занимают *структуры с обратными связями*, которые соответствуют кольцевым путям в ориентированных графах.

**Пример 2.** Структурная схема ЭВМ пятого поколения, с помощью которой пользователь, не умеющий программировать, может решать достаточно сложные задачи, приведена на рисунке 22. Отметим, что в этой схеме имеются и иерархические, и линейные, и обратные связи.

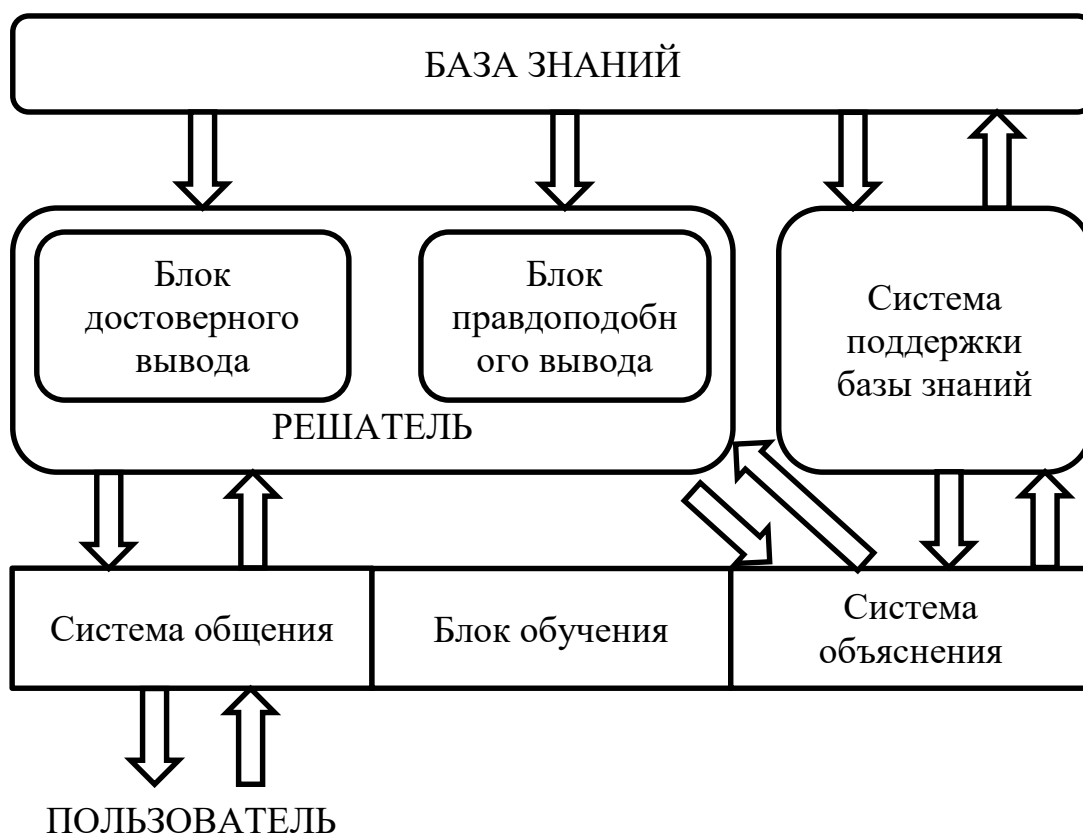


Рисунок 22 — Структурная схема ЭВМ

Одной структурной информации, которая содержится в графах, для ряда исследований недостаточно. В таких случаях методы теории графов становятся вспомогательными, а главным является рассмотрение конкретных функциональных связей между входными, внутренними и выходными переменными системы.

**Вывод.** Структурная схема системы является наиболее подробной и полной моделью любой системы на данном этапе нашего познания. При этом остается актуальным вопрос об адекватности этой модели, разрешаемый только на практике.

Объединив модели "черного ящика", состава и структуры системы, мы получим самую полную (для наших целей), самую подробную (для нашего уровня знаний) модель системы — ее структурную схему.

### Вопросы для самопроверки

1. Дайте понятие цели.
2. Что представляет собой система?
3. Главное свойство системы.
4. Модель «черный ящик» и трудности ее построения.
5. Свойства системы.
6. Множественность «входов» и «выходов» «черного ящика».
7. Расскажите о неуказанных Вами «входах» и «выходах» вследствие их малой значимости.



8. Дайте понятие системы.
9. Назовите делимые и неделимые части системы.
10. Что представляет собой подсистема?
11. Расскажите о своей модели состава системы.
12. В чем заключаются сложности построения модели состава системы?
13. Что отображает модель состава системы?
14. Что представляют собой системные границы? Приведите примеры.
15. Какие отношения могут быть между элементами системы?
16. Что собой представляет модель структуры системы?
17. Что такое граф и из каких элементов он состоит?
18. Какие виды графов знаете? Охарактеризуйте их.

### **Возможные варианты систем для моделирования**

1. Ноутбук
2. Автомобиль
3. Смартфон
4. Принтер
5. Кофемолка
6. Чайник
7. Стиральная машина
8. GPS-навигатор
9. Опрыскиватель растений
10. Электropодъемник для склада
11. Фонарик
12. Фен
13. Студент (не как человек вообще, а именно как учащийся)
14. Квартира
15. Дачный участок

### **Задание**

1. Выберите систему для моделирования. При выборе учитывайте, что вам должны быть известны хотя бы в общих чертах структура и принципы функционирования системы, а так же ее назначение.
2. Дать краткую характеристику выбранной системе (для чего предназначена, где используется, кто является потенциальным пользователем, кто или что использует данную систему).
3. Постройте модель чёрного ящика для выбранной системы. Перечислите входы и выходы, нежелательные входы и выходы, а также предложите способы устранения недостатков системы.
4. Постройте модель состава системы.
5. Постройте модель структуры системы: свойства системы, свойства подсистем, отношения между подсистемами.

6. Постройте структурную схему системы. Для реализации предлагается использовать такие программные средства, как Microsoft Visio или Draw.io.

7. Оформить всё в виде отчета. При этом вначале необходимо указать цель работы и выбранную модель.

## **Лабораторная работа №2. Решение многокритериальных задач**

**Цель:** построение алгоритма и разработка программы сведения многокритериальной задачи к однокритериальной.

В процессе принятия решений люди могут играть разные роли. Человека, фактически осуществляющего выбор наилучшего варианта действий, принято называть *лицом, принимающим решения (ЛПР)*.

**Альтернативы.** Принятие решения всегда предполагает выбор одного из возможных вариантов действий. Такие возможные варианты действий принято называть *альтернативами*. Составление списка альтернатив или ограничений, выделяющих потенциально реализуемые альтернативы среди всевозможных, — неотъемлемая часть формализации проблемы принятия решений: для наличия задачи выбора решений необходимо иметь хотя бы две альтернативы.

Существенно различаются задачи принятия решений, в которых список альтернатив заранее задан, так что необходимо лишь выбрать лучшие из этого списка, и задачи, в которых заданы ограничения, а сами альтернативы пока не известны. В качестве примера задачи первого типа можно привести задачу выбора наиболее подходящего университета, автомобиля и т.д. К задаче второго типа относится, например, разработка правила выдачи кредитов в банке для организаций или частных лиц.

Когда альтернатив много (сотни и тысячи), ЛПР не может уделить достаточно времени и внимания для анализа каждой из них, поэтому возникает необходимость в средствах поддержки выбора решений. В подобных средствах может существовать потребность и тогда, когда число альтернатив невелико (скажем, до 20). В таких задачах, как, например, выбор трассы газопровода или плана развития города, число альтернатив, с рассмотрения которых начинается выбор, сравнительно немного. Но они не являются единственными возможными. Часто на их основе в процессе выбора возникают новые альтернативы. Первичные, основные, альтернативы не всегда устраивают участников процесса выбора. Однако они помогают понять, чего конкретно не хватает в рассматриваемых альтернативах при данной ситуации. Этот класс задач называют *задачами с конструируемыми альтернативами*.

**Критерии выбора решения.** В современной теории принятия решений считается, что варианты решений характеризуются различными показателями их привлекательности для ЛПР. Эти показатели называют признаками, факторами, атрибутами или показателями качества. Все они служат критериями выбора решения. В подавляющем большинстве реальных задач имеется достаточно много критериев. Эти критерии могут быть независимыми или зависимыми.

Допустим, две сравниваемые альтернативы имеют различные оценки по первой группе критериев и одинаковые — по второй группе. В теории принятия решений критерии считаются зависимыми, если предпочтения ЛПР при сравнении альтернатив меняются в зависимости от значений одинаковых оценок по второй группе критериев. Предположим, что человек при покупке

автомобиля учитывает три критерия: цену (чем меньше, тем лучше), размер (чем больше, тем лучше) и конструкцию коробки передач (автоматическая лучше механической). Пусть по третьему критерию сравниваемые автомобили имеют одинаковую оценку. Тогда ЛПР предпочитает большую и сравнительно дешевую машину небольшой и более дорогой при автоматической коробке передач. Но его предпочтения могут измениться на противоположные при механической коробке передач из-за трудностей в вождении большой машины. В данном примере критерии являются зависимыми.

На сложность задач принятия решений влияет также число критериев. При небольшом числе критериев (скажем, при двух) задача сравнения двух альтернатив достаточно проста и прозрачна, значения критериев могут быть непосредственно сопоставлены и может быть выработана предпочтительная альтернатива. При большом числе критериев задача становится необозримой для ЛПР. К счастью, при большом числе критериев они обычно могут быть объединены в группы, имеющие конкретное смысловое значение. Такие группы критериев, как правило, независимы. Выявление структуры на множестве критериев делает процесс принятия решений значительно более осмысленным и эффективным.

Использование критериев выбора решения для оценки альтернатив требует определения градаций величин критериев: лучших, худших и промежуточных оценок. Другими словами, существуют шкалы оценок по критериям. В принятии решений различают шкалы непрерывных и дискретных оценок, шкалы количественных и качественных оценок. Так, для критерия “стоимость автомобиля” может быть использована непрерывная количественная шкала оценок (в денежных единицах). Для критерия “цвет автомобиля” должна быть использована качественная шкала. Существуют и другие, более тонкие классификации шкал.

**Выделение наилучшей альтернативы.** Задача выделения наилучшей альтернативы считается одной из основных в принятии решений. Хорошо известны такие примеры как выбор одного предмета при покупке, выбор места работы, выбор проекта сложного технического устройства. Задачи выбора распространены в мире политических решений, где альтернатив бывает сравнительно немного, но они достаточно сложны для изучения и сравнения.

Рассмотрим наиболее употребительные способы решения многокритериальных задач. Первый способ состоит в том, чтобы *многокритериальную задачу свести к однокритериальной*.

Классификация метода «Сведение к однокритериальным» приведена на рисунке 23:

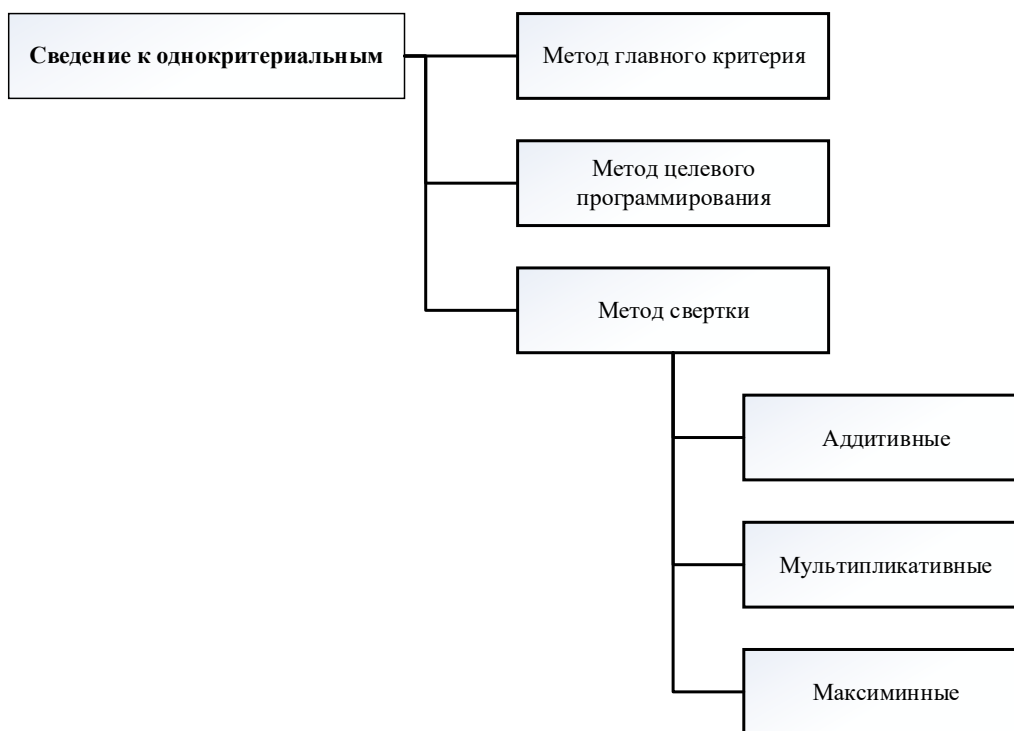


Рисунок 23 — Классификация метода «Сведение к однокритериальным»

Критериальный подход основывается на том, что всякую альтернативу можно охарактеризовать одним или несколькими свойствами (параметрами), которые можно измерить в одной из сильных шкал. Это означает введение суперкритерия, т.е. скалярной функции векторного аргумента. Каждый критерий для какой-либо альтернативы представляется как:

$$q(x_i)$$

или вектор

$$q(x_i) = \{(q_1(x), q_2(x), \dots, q_p(x))\}.$$

В случае, когда критерий один: алгоритм называется **максимизацией критерия** (выбирается альтернатива с максимальным значением данного критерия):

$$x^* = \arg \max \{q(x_i)\}.$$

$$x^* = \arg \max_{x \in X} g_0(q_1(x), q_2(x), \dots, q_p(x)).$$

В случае многокритериальной задачи осуществляется введение суперкритерия некоторой функции, зависящей от всех критериев:

$$q_0(x) = g_0(q_1(x), q_2(x), \dots, q_p(x))$$

Соответственно

$$x^* = \arg \max_{x \in X} g_0(q_1(x), q_2(x), \dots, q_p(x)).$$

Суперкритерий позволяет упорядочить альтернативы по величине  $q_0$ , выделив тем самым наилучшую (в смысле этого критерия). Вид функции  $q_0$  определяется тем, как мы представляем себе вклад каждого критерия в суперкритерий; обычно используют аддитивные или мультипликативные функции.

Суперкритерий может быть аддитивным – сложение выполняется всех критериев к одной безразмерной величине и единому масштабу:

$$q_0 = \sum_{i=1}^p \frac{\alpha_i \cdot q_i}{S_i}$$

где  $\frac{q_i}{S_i}$  — частный критерий;  $q_i$  — критерий;  $S_i$  — коэффициент, обеспечивающий безразмерность;  $\alpha_i$  — весовой коэффициент параметра, показывает степень влияния данного критерия на суперкритерий, при этом  $\sum_{i=1}^p \alpha_i = 1$ ;  $p$  — количество критериев;  $i$  — номер критерия.

Суперкритерий может быть мультипликативным:

$$1 - q_0 = \prod_{i=1}^p \left(1 - \frac{\beta_i \cdot q_i}{S_i}\right)$$

где  $\frac{\beta_i \cdot q_i}{S_i} < 1$ ,  $\beta_i$  — относительный вклад частных критериев в суперкритерий.

Коэффициенты  $S_i$  обеспечивают, во-первых, безразмерность числа  $q_i/S_i$  (частные критерии могут иметь разную размерность, и тогда некоторые арифметические операции над ними, например сложение, не имеют смысла) и, во-вторых, в необходимых случаях (как в вышеприведенной формуле) выполнение условия  $\frac{\beta_i q_i}{S_i} \leq 1$ . Коэффициенты  $\alpha_i$  и  $\beta_i$ , отражают относительный вклад частных критериев в суперкритерий.

Итак, при данном способе задача сводится к максимизации суперкритерия.

Очевидные достоинства объединения нескольких критериев в один суперкритерий сопровождаются рядом трудностей и недостатков, которые необходимо учитывать при использовании этого метода. Оставив в стороне трудности построения самой функции и вычислительные трудности ее максимизации, обратим внимание на следующий очень важный момент. Упорядочение точек в многомерном пространстве в принципе не может быть однозначным и полностью определяется видом упорядочивающей функции. Суперкритерий играет роль этой упорядочивающей функции, и его даже "небольшое" изменение может привести к тому, что оптимальная в новом смысле альтернатива окажется очень сильно отличающейся от старой. Заметим, что линейные комбинации частных критериев придают упорядочению следующий смысл: "чем дальше от нуля в заданном направлении, тем лучше".

Идея такого упорядочивания в многомерном пространстве заложена в некоторых балльных системах оценки вариантов. Другой вариант поиска альтернативы, самой удаленной от нуля в заданном направлении, дает максимизация минимального критерия:

$$x^* = \arg \max_{x \in X} \left\{ \min_i \frac{\alpha_i q_i(x)}{S_i} \right\},$$

что означает поиск вокруг направления  $\frac{\alpha_i q_i}{S_i} = \text{const}$  методом "подтягивания самого отстающего".

### Построение графа предпочтений.

Отношения порядка и эквивалентности позволяют создать модель такого важного вида деятельности, как принятие решений (выбор). Выбор приходится осуществлять очень часто и в самых различных ситуациях – от бытовых случаев до проектирования сложных технических систем. Бинарные отношения позволяют сравнивать между собой различные варианты (которые называются альтернативами), являющиеся элементами множества  $X$ , и выбирать из двух более предпочтительную альтернативу. Так, в случае конечных множеств  $X$  удобно находить наилучшие альтернативы с помощью **графа предпочтений**, стрелки которого направлены в сторону менее предпочитаемой альтернативы (рисунок 24). Выделенные вершины графа, из которых ребра (стрелки) только выходят, — это так называемые *недоминируемые* (наилучшие) альтернативы.

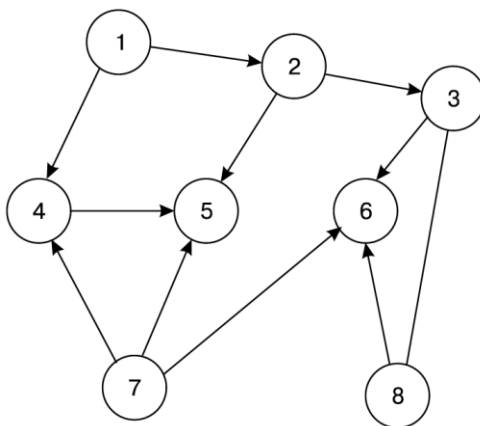


Рисунок 24 – Пример графа предпочтений

На рисунке 24:

- 1) кружочками изображаются альтернативы;
- 2) они пронумеровываются (это будут вершины графа);
- 3) если какие-то две альтернативы сравниваются, между ними проводится линия (называемая ребром или дугой графа);
- 4) если в сравнении «победила» одна альтернатива, это обозначается стрелкой в сторону проигравшего;
- 5) если исход ничейный, линия остается ненаправленной.

Если в результате граф *сильно транзитивен* (то есть транзитивен и по наличию, и по отсутствию стрелок) и *антирефлексивен* (отсутствуют петли), то такой выбор сводится к *однокритериальному выбору*. Другие ситуации выбора можно описать другими типами графов.

### **Возможные варианты систем для моделирования с характеристиками**

#### **1. Система: Ноутбук**

*Критерии:* Объём оперативной памяти (+, 256Мб-16Гб), Объём жесткого диска (+, 500Гб-2Тб), Тактовая частота процессора (+, 1,0-4ГГц).

#### **2. Система: Автомобиль**

*Критерии:* Стоимость (-, 3000\$-100000\$), Объём двигателя (+, 1л-4л), Степень износа (-, 0-80%)

#### **3. Система: Смартфон**

*Критерии:* Диагональ (+, 3'-7'), Объём памяти (+, 1Гб-256Гб), Стоимость (-, 100\$-2000\$)

#### **4. Система: Принтер**

*Критерии:* Число страниц без перезарядки (+, 500-3000), Скорость печати (+, 10стр/мин-100стр/мин), Стоимость перезаправки (-, 10р-100р)

#### **5. Система: Кофемолка**

*Критерии:* Стоимость (-, 50\$-300\$), Максимальная загрузка (+, 50г-500г), Скорость (+, 50г/мин-150г/мин)

#### **6. Система: Чайник**

*Критерии:* Объём (+, 0,9л-2,5л), Мощность (+, 800Вт-3КВт), Стоимость (-, 50\$-200\$)

#### **7. Система: Стиральная машина**

*Критерии:* Максимальная загрузка (+, 1,5кг-6кг), Количество режимов (+, 1-15), Класс энергопотребления (-, 1-5)

#### **8. Система: GPS-навигатор**

*Критерии:* Погрешность (-, 3м-20м), Масса (-, 100г-300г), Срок службы без перезарядки (+, 10часов-2суток)

#### **9. Система: Опрыскиватель растений**

*Критерии:* Вместимость (+, 2л-10л), Масса (-, 3кг-12кг), Дальность рассеивания (+, 3м-10м)

#### **10. Система: Электropодъёмник для склада**

*Критерии:* Грузоподъёмность (+, 50кг-300кг), Вместительность (+, 1м<sup>3</sup>-3м<sup>3</sup>), Продолжительность автономной работы (+, 5ч-1сутки)

#### **11. Система: Фонарик**

*Критерии:* Дальность (+, 10м-200м), Число батареек (-, 2-6), Продолжительность автономной работы (+, 5ч-1сутки)



12. Система: Фен

Критерии: Мощность (+, 500Вт-2500Вт), Количество режимов (+, 1-6), Температура потока (+, 15°C-50°C)

13. Система: Студент

Критерии: Средний балл (+, 4-10), Количество ЯП (+, 1-8), Количество оценок ниже «хорошо» (-, 0-40)

14. Система: Квартира

Критерии: Площадь (+, 15-200), Количество комнат (+, 1-8), Коэффициент начисления квартплаты (-, 0,7-3,75)

15. Система: Дачный участок

Критерии: Площадь (+, 4сотки-20соток), Расстояние от города (-, 10км-100км), Число готовых построек на участке (+, 0-6)

Примечание:

В скобках знаком «+» отмечены положительные характеристики (чем значение больше, тем лучше), знаком «-» – отрицательные характеристики (чем значение меньше, тем лучше). Это необходимо учесть при выборе весовых коэффициентов. Кроме того, необходимо выполнить нормализацию характеристик (подобрать коэффициенты  $S_i$ ) таким образом, чтобы значения всех характеристик находились в одном интервале, например [0..1] или [0..10].

**Задание** Определите набор критериев и возможные варианты выбора для смоделированной системы в лабораторной работе №1.

2. Создайте несколько вариантов функции сведения многокритериальной задачи к однокритериальной

3. Покажите зависимость выбора оптимального варианта в зависимости от весов коэффициентов ( $\alpha$  и  $\beta$ )

4. Из выбранного набора критериев постройте Покажите, что если граф предпочтения сильно транзитивен и антирефлексивен, то выбор сводится к однокритериальной задаче.

5. Сделайте вывод о полученных результатах. Какая из выбранных альтернатив оказалась наилучшей?

6. Полученные результаты зафиксируете в виде отчета.

### Лабораторная работа №3. Оптимальные и удовлетворительные решения

**Цель:** построение алгоритма и разработка программы нахождения оптимальных и удовлетворительных решений

#### Поиск альтернативы с заданными свойствами (минимизация расстояний)

Данный способ многокритериального выбора относится к случаю, когда заранее могут быть указаны значения частных критериев (или их границы), и задача состоит в том, чтобы найти альтернативу, удовлетворяющую этим требованиям, либо, установив, что такая альтернатива во множестве  $X$  отсутствует, найти в  $X$  альтернативу, которая подходит к поставленным целям ближе всего.

Характеристики решения такой задачи (сложность процесса вычислений, скорость сходимости, конечная точность и пр.) зависят от многих факторов.

Удобным свойством является возможность задавать желательные значения  $\bar{q}_i$ , критериев как точно, так и в виде верхних или нижних границ; назначаемые значения величин  $\bar{q}_i$  иногда называют *уровнями притязаний*, а точку их пересечения в  $p$ -мерном пространстве критериев  $x^*$  — *целью* или *опорной точкой* (идеальной точкой).

Поскольку уровни притязаний задаются без точного знания структуры множества  $X$  в пространстве частных критериев, целевая точка может оказаться как внутри, так и вне  $X$  (достижимая или недостижимая цель).

Идея оптимизации состоит в том, чтобы, начав с любой альтернативы, приближаться к  $x^*$  по некоторой траектории в пространстве  $X$ . Это достигается введением числовой меры близости между очередной альтернативой  $x$  и целью  $x^*$ , то есть между векторами  $q(x) = (q_1(x), \dots, q_p(x))$  и  $\bar{q} = (\bar{q}_1, \dots, \bar{q}_p)$ .

Можно по-разному количественно описать эту близость. Например, используя расстояния типа

$$d_k(q, \bar{q}) = \left( \sum_{i=1}^p \omega_i |q_i(x) - \bar{q}_i|^k \right)^{1/k}$$

При этом  $\omega_i = \frac{\alpha_i}{s_i}$  — коэффициент, приводящий слагаемые к одинаковой размерности и одновременно учитывающий разноважность критериев;  $d_k(q, \bar{q})$  — удаленность альтернативы от эталона;  $\bar{q}_i$  — эталонный, желаемый набор критериев (целевые значения).

Целевое значение — минимальное значение из полученных:

$$x^* = \arg \min \{ \dots, \dots, \dots \}$$

#### Нахождение множества Парето

Еще один полностью формализуемый способ многокритериального выбора состоит в отказе от выделения единственной "наилучшей"

альтернативы и соглашении о том, что *предпочтение одной альтернативе перед другой можно отдавать только если первая по всем критериям лучше второй*. Если же предпочтение хотя бы по одному критерию расходится с предпочтением по-другому, то такие альтернативы признаются несравнимыми. В результате попарного сравнения альтернатив все худшие по всем критериям альтернативы отбрасываются, а все оставшиеся несравнимые между собой (недоминируемые) принимаются. Если все максимально достижимые значения частных критериев относятся к одной и той же альтернативе, то принятые альтернативы образуют **множество Парето** и выбор на этом заканчивается. На рисунке 25 жирной линией выделено множество Парето для рассматриваемого примера. При необходимости же выбора единственной альтернативы следует привлекать дополнительные соображения: вводить новые добавочные критерии и ограничения, либо бросать жребий, либо прибегать к услугам экспертов.

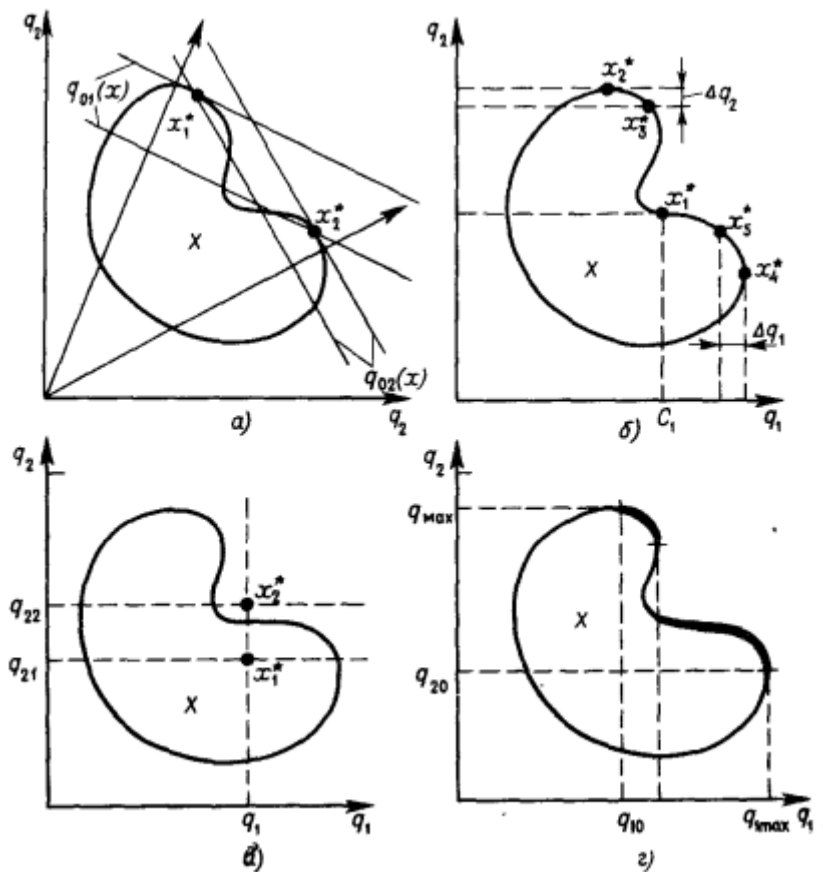


Рисунок 25 – Иллюстрация методов решения многокритериальных задач: а) оптимизация по одному «суперкритерию», являющемуся линейной комбинацией частных критериев; б) метод уступок; в) задание уровней притязания; г) нахождение паретовского множества альтернатив

**Рассмотрим пример.**

Пусть у нас имеется набор для 2 критериев: (1,2), (2,2), (1,3), (2, 1), (1,1), (2,2). Множество Парето для этого набора будет (2,2), (1,3), (2,2), а если мы добавим ещё (3,2), то останется (3,2) и (1,3).

Замечание: Множество Парето, содержит в себе подмножество всех элементов, каждый из которых является «не хуже» всех остальных.

Окружность в двумерном пространстве. Множеством Парето (рисунок 26) будет выделенная дуга, где концевые точки это наилучшие значения критериев, но несравнимые между собой.

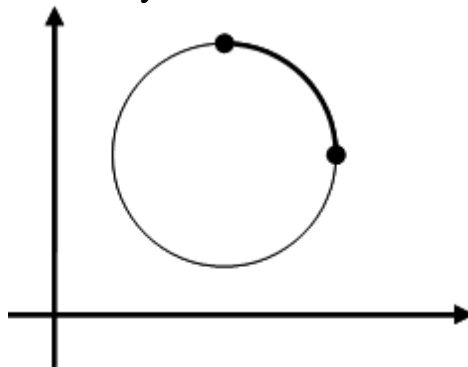


Рисунок 26 — Графическое изображение множества Парето

### Задание

1. Составьте пример выбора альтернативы с заданными свойствами (можно использовать системы из лабораторных работ №1-2):

- ✓ определите набор критериев
- ✓ определите набор альтернатив
- ✓ определите набор целевых значений критериев
- ✓ найдите альтернативы с заданными свойствами либо наиболее близкие к ним

2. На основе набора критериев и набора альтернатив постройте множество Парето. Для построения множества Парето выберите **2 любых критерия**.

3. Сделайте вывод о полученных результатах

4. Полученные результаты представьте в виде отчёта

#### **Лабораторная работа №4. Построение и анализ когнитивной карты**

**Цель:** Построение когнитивной карты для заданной предметной области и ее анализ.

Когнитивное картирование, как и другие формы представления исторического знания (фреймы, семантические сети, когнитивная компьютерная графика) с помощью элементарных семантических единиц (рисунок, стрелки, геометрические фигуры) дает возможность пользователю построить модель изучаемого вопроса, символично закодировать и представить слабоструктурированный исторический текст в качестве логичной, наглядной схемы. Когнитивная психология, в рамках которой и возникло когнитивное картирование, акцентирует свое внимание на поиске в структуре мышления человека познавательных базовых конструкций, благодаря которым происходит осмысление реальной информации. Это акцент сделался главным в современном стратегическом менеджменте, различных управленческих компаниях, научной, образовательной и производственной сфер деятельности.

**Когнитивная карта** (карта познания, cognitive mapping) – это вид математической модели, представленной в виде графа и позволяющей описывать субъективное восприятие человеком или группой людей какого-либо сложного объекта, проблемы или функционирования системы.

Создание когнитивной карты исторического слабоструктурированного текста следует начать с предварительного определения общей направленности исследований. Затем идет выделение исторических фактов, основных понятий, характеризующих изучаемую проблему. Основные понятия объединяются в блоки. Построение частных когнитивных карт отражает отдельные смысловые модули схемы. Каждая частная когнитивная карта есть представление отдельного вопроса исследуемой исторической проблемы. Частные когнитивные карты объединяются в общее представление об исследуемом объекте.

Важным процедурным действием является определение и оценивание значимости связей и взаимосвязей между фактами, внутри и между блоками фактов. Определяются направления и сила влияний и взаимовлияний между фактами. Когнитивная карта-схема рисуется вручную или с помощью специальных программ, где указываются основные понятия и связи между ними, которые указываются стрелками, линиями. Центральным образом (исходным понятием) впоследствии станет то, от которого в итоге отходит больше всего значимых линий. При этом каузальность может быть положительной (есть причинно-следственная связь); отрицательной (отрицание между фактами) и нулевая (связь не детерминирована). Необходима и верификация когнитивной карты (модели), например, путем повторения процедуры другими исполнителями, путем критического осмысления.

Элементы изучаемой системы или объекта называются **концептами**. Концепты в графе представляются вершинами, причинно-следственные связи – направленными дугами, связывающими концепты.

## Построение когнитивной карты.

Понятие когнитивная карта отсылается к семейству слабо-формализованных или формальных моделей (представления знаний субъекта), представляющих структуру причинно-следственных влияний исследуемой слабоструктурированной ситуации (рисунок 27 [9]).

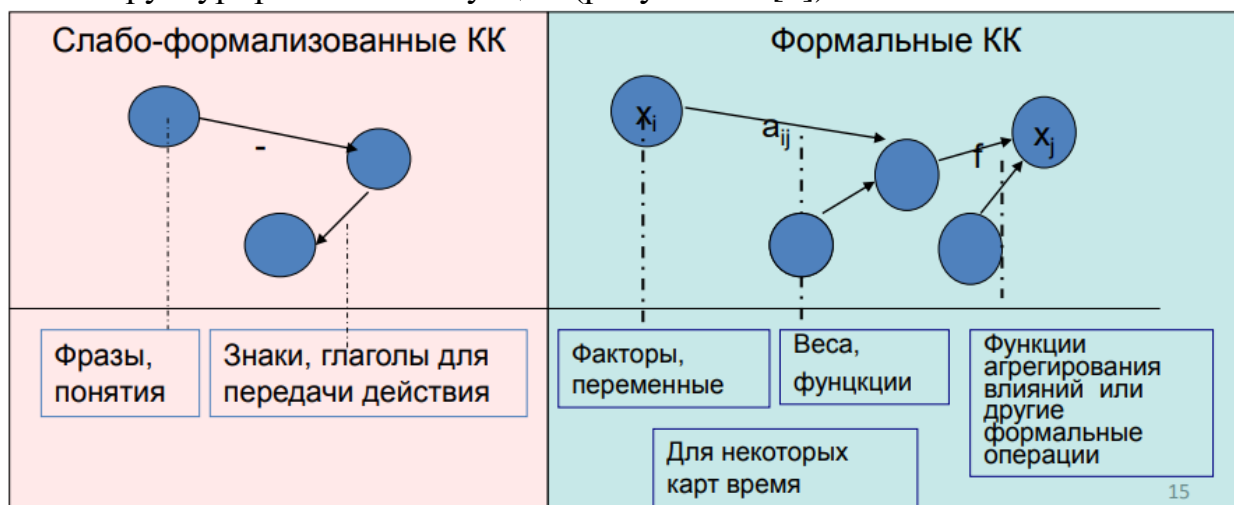


Рисунок 27 – Слабо-формализованные и формальные когнитивные карты

При **определении весов** необходимо учитывать следующее:

- положительное значение между парой факторов возможно при:
  - рост  $\langle \text{имя фактора} \rangle_i$  приводит к росту  $\langle \text{имя фактора} \rangle_j$
  - ИЛИ
  - снижение  $\langle \text{имя фактора} \rangle_i$  приводит к снижению  $\langle \text{имя фактора} \rangle_j$
- отрицательное значение возможно при:
  - рост  $\langle \text{имя фактора} \rangle_i$  приводит к снижению  $\langle \text{имя фактора} \rangle_j$
  - ИЛИ
  - снижение  $\langle \text{имя фактора} \rangle_i$  приводит к росту  $\langle \text{имя фактора} \rangle_j$

**Примеры когнитивных карт** представлены на рисунках 28 [10] и 29 [11].

## Анализ потребления электроэнергии в регионе

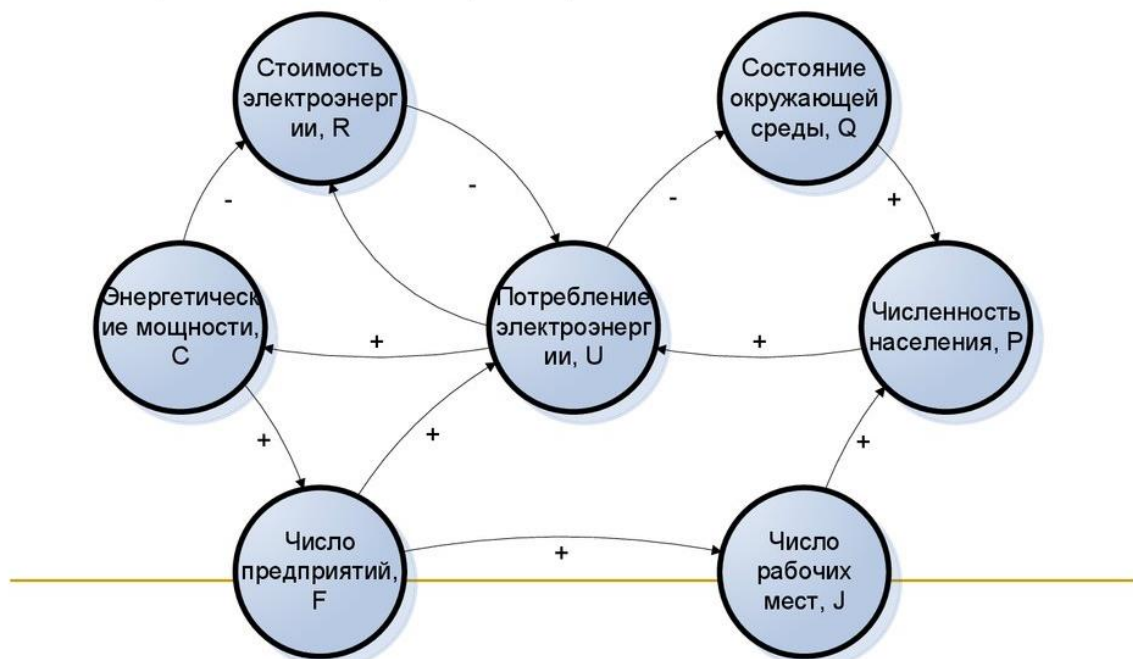


Рисунок 28 — Анализ потребления электроэнергии в регионе

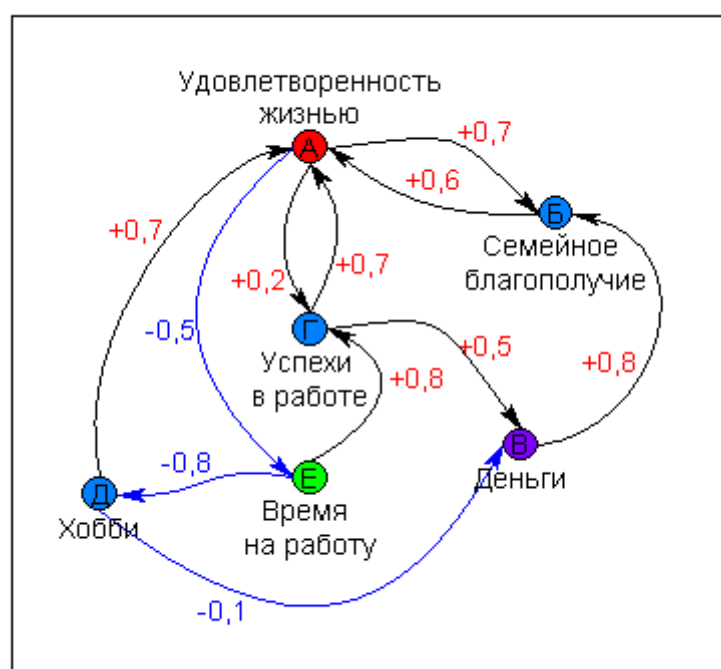


Рисунок 29 — Удовлетворенность жизнью

## Задание

1. Для выбранной системы построить когнитивную карту. В качестве концептов использовать критерии, выбранные на предыдущих этапах. При необходимости добавить новые.

2. Определить влияние между двумя факторами (критериями).  
Объяснить, почему выбраны положительные и/или отрицательные отношения.  
Для отрицательных значений указать, пути уменьшения их влияния.



## Лабораторная работа №5. Компьютерное моделирование

**Цель:** разработка программы, обеспечивающей выполнение основных операций математического моделирования для заданной математической модели.

**Результат** — программный продукт, реализующий алгоритм математического моделирования для заданной математической модели.

В соответствии со своим номером в группе необходимо разработать программу, осуществляющую решение задачи по варианту.

Варианты заданий:

Вариант	Задание
1	Графическое приложение для визуализации результата сравнения альтернатив на языке бинарных отношений (графа предпочтений). Свойства, по которым осуществляется сравнение, должны задаваться через графический интерфейс.
2	Компьютерное моделирование поиска оптимальной альтернативы путем сведения многокритериальной задачи к однокритериальной с использованием аддитивной формулы. Значения параметров альтернатив и весовые коэффициенты вводятся через графический интерфейс.
3	Компьютерное моделирование поиска оптимальной альтернативы путем сведения многокритериальной задачи к однокритериальной с использованием мультипликативной формулы. Значения параметров альтернатив и весовые коэффициенты вводятся через графический интерфейс.
4	Компьютерное моделирование поиска ближайшей альтернативы для заданной. Значения параметров альтернатив вводятся через графический интерфейс.
5	Визуализация двумерного (или трехмерного) множества Парето для заданного множества альтернатив. Значения параметров альтернатив вводятся через графический интерфейс.
6	Графическое приложение для построения и визуализации модели черного ящика произвольной системы.
7	Графическое приложение для построения и визуализации модели структуры произвольной системы.
8	Графическое приложение для построения и визуализации модели состава произвольной системы.

9	Графическое приложение для создания когнитивных карт.
10	Графическое приложение для построения графа предпочтений для абстрактных сущностей (указываются в качестве вершин графа).

Конкретная система и набор характеристик для выбранного варианта задания выбирается студентом самостоятельно и согласовывается с преподавателем.

Примеры систем и их характеристик для реализации моделирования процессов решения многокритериальных задач, а также построения различных моделей систем можно взять из лабораторных работ №1-2.

**Примечание:** При сдаче лабораторной работы необходимо продемонстрировать работоспособность всех реализованных функций в соответствии с требованиями данной лабораторной работы.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Садовский, В. Н. Общая теория систем. Гуманитарная энциклопедия: Концепты [Электронный ресурс] / В. Н. Садовский, В. С. Бернштейн. — Центр гуманитарных технологий, 2002–2020 (последняя редакция: 22.09.2020). — Режим доступа: <https://gtmarket.ru/concepts/7102>
2. Могилевский, В. Д. Методология систем (вербальный подход). / В. Д. Могилевский. — Москва «Экономика», 1999. — 256 с.
3. Тарасенко, Ф. П. Прикладной системный анализ : учебное пособие / Ф. П. Тарасенко. — М. : КНОРУС, 2010. — 224 с.
4. Перегудов, Ф. И. Введение в системный анализ / Ф. И. Перегудов, Ф. П. Тарасенко. — М.: Высшая школа, 1989. — 320 с.
5. Подиновский, В. В. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / В. В. Подиновский, В. Д. Ногин. — М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. — 256 с.
6. Перегудов, Ф. И. Основы системного анализа: Учеб. / Ф. И. Перегудов, Ф. П. Тарасенко. — 2-е изд., доп. — Томск: Изд-во НТЛ, 1997. — 396 с.
7. Месарович, М. Общая теория систем : математические основы / М. Месарович, И. Такахара. — М. : Мир, 1978. — 311 с.
8. Месарович, М. Теория иерархических многоуровневых систем / М. Месарович, Д. Мако, И. Такахара. — М. : Мир, 1973. — 344 с.
9. Авдеева, З. К. Лекция по теории и практике когнитивных карт [Электронный ресурс] / З. К. Авдеева. — Режим доступа: [https://mipt.ipu.ru/sites/default/files/page\\_file/Авдеева.pdf](https://mipt.ipu.ru/sites/default/files/page_file/Авдеева.pdf)
10. Презентация на тему Когнитивное моделирование проблемных ситуаций [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <https://metodolog.ru/node/932>
11. Анфилатов, В. С. Системный анализ в управлении: Учеб. пособие / В. С. Анфилатов, А. А. Емельянов, А. А. Кукушкин. — М.: Финансы и статистика, 2009. — 368 с.
12. Волкова, В. Н. Теория систем и системный анализ : учебник для академического бакалавриата / В. Н. Волкова, А. А. Денисов. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2014. — 616 с.
13. Калужский, М. Л. Общая теория систем : учеб. Пособие / М. Л. Калужский — ОМСК, 2001. — 178 с.
14. Качала, В. В. Основы теории систем и системного анализа. Учебное пособие для вузов / В. В. Качала. — М.: Горячая линия-Телеком, 2007. — 216 с.
15. Общая теория систем / А. М. Иванов [и др.]. — СПб.: Научная мысль, 2005. — 480 с.
16. Прангишвили, И. В. Системный подход и общесистемные закономерности / И. В. Прангишвили. — М.: СИНТЕГ, 2000. — 528 с.
17. Спицнадель, В. Н. Основы системного анализа / В. Н. Спицнадель. — СПб.: Изд. Дом «Бизнес-пресса», 2000. — 326 с.

18. Статические и динамические экспертные системы / Э. В. Попов [и др.]. — М. : Финансы и статистика, 1996. — 320 с.
19. Тарасов, В. Б. От многоагентных систем к интеллектуальным организациям. / В. Б. Тарасов. — М.: 2002. — 351 с.
20. Теоретические основы системного анализа / В. И. Новосельцев [и др.]. — М.: Майор, 2006. — 592 с.
21. Теория систем и системный анализ в управлении организациями: Справочник: Учеб. пособие / Под ред. В.Н. Волковой и А.А. Емельянова. — М.: Финансы и статистика, 2006. — 848 с.
22. Фоменков, С. А. Системный анализ: Учебное пособие / С. А. Фоменков, А. В. Заболеева-Зотова, В. А. Борзыкин. — Волгоград: Издательство ВолГТУ, 2006. — 96 с.
23. Чернышов, В. Н. Теория систем и системный анализ : учеб. пособие / В. Н. Чернышов, А. В. Чернышов. — Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2008. — 96 с.
24. Шрейдер, Ю. А. Системы и модели / Ю. А. Шрейдер, А. А. Шаров. — М. : Радио и связь, 1982. — 152 с.



*Пособие учебно-методическое*

**Гулякина Наталья Анатольевна**  
**Гракова Наталья Викторовна**  
**Шункевич Даниил Вячеславович**

**ОБЩАЯ ТЕОРИЯ СИСТЕМ**  
**ПОСОБИЕ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ**

Редактор *М. А. Зайцева*

Корректор *Е. Н. Батурчик*

Компьютерная правка, оригинал-макет *В. М. Задоя*

Подписано в печать 28.09.2014. Формат 60х84 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Отпечатано на ризографе. Усл. печ. л. 6,63. Уч.-изд. л. 7,3. Тираж 100 экз. Заказ. 148.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

220013, Минск, П. Бровки, 6