第一章　半导体中的电子状态

1．设晶格常数为 a 的一维晶格，导带极小值附近能量 $E_c(k)$ 和价带极大值附近能量 $E_v(k)$ 分别为：

$$E_c(k)=\frac{h^2k^2}{3m_0}+\frac{h^2(k-k_1)^2}{m_0} \text{和} E_v(k)=\frac{h^2k^2}{6m_0}-\frac{3h^2k^2}{m_0};$$

m_0 为电子惯性质量，$k_1=1/2a$；$a=0.314nm$。试求：

①禁带宽度；

②导带底电子有效质量；

③价带顶电子有效质量；

④价带顶电子跃迁到导带底时准动量的变化。

[解] ①禁带宽度 Eg

根据 $\frac{dEc(k)}{dk}=\frac{2\hbar^2k}{3m_0}+\frac{2\hbar^2(k-k_1)}{m_0}=0$；可求出对应导带能量极小值 E_{min} 的 k 值：

$$k_{min}=\frac{3}{4}k_1,$$

由题中 E_C 式可得：$E_{min}=E_C(K)|k=k_{min}=\frac{\hbar}{4m_0}k_1^2$；

由题中 E_V 式可看出，对应价带能量极大值 Emax 的 k 值为：$k_{max}=0$；

并且 $E_{min}=E_V(k)|k=k_{max}=\frac{\hbar_2 k_1^2}{6m_0}$；$\therefore Eg=E_{min}-E_{max}=\frac{\hbar^2k_1^2}{12m_0}=\frac{h^2}{48m_0a^2}$

$$=\frac{(6.62\times10^{-27})^2}{48\times9.1\times10^{-28}\times(3.14\times10^{-8})^2\times1.6\times10^{-11}}=0.64eV$$

②导带底电子有效质量 m_n

$$\frac{d^2E_C}{dk^2}=\frac{2\hbar^2}{3m_0}+\frac{2h^2}{m_0}=\frac{8\hbar^2}{3m_0};\quad \therefore\ m_n=\hbar^2/\frac{d^2E_C}{dk^2}=\frac{3}{8}m_0$$

③价带顶电子有效质量 m’

$$\frac{d^2E_V}{dk^2}=-\frac{6\hbar^2}{m_0},\quad \therefore m_n'=\hbar^2/\frac{d^2E_V}{dk^2}=-\frac{1}{6}m_0$$

④准动量的改变量

$$\hbar\triangle k=\hbar(k_{min}-k_{max})=\frac{3}{4}\hbar k_1=\frac{3h}{8a}$$

2．晶格常数为 0.25nm 的一维晶格，当外加 $10^2V/m$，$10^7V/m$ 的电场时，试分别计算电子自能带底运动到能带顶所需的时间。

[解]　设电场强度为 E，$\because F=h\dfrac{dk}{dt}=qE$（取绝对值）　$\therefore dt=\dfrac{h}{qE}dk$

$\therefore t=\int_0^t dt=\int_0^{\frac{1}{2a}}\dfrac{h}{qE}dk=\dfrac{h}{qE}\dfrac{1}{2a}$　　代入数据得：

$$t=\frac{6.62\times10^{-34}}{2\times1.6\times10^{-19}\times2.5\times10^{-10}\times E}=\frac{8.3\times10^{-6}}{E}\ (s)$$

当 $E=10^2$ V/m 时，$t=8.3\times10^{-8}$（s）；$E=10^7$ V/m 时，$t=8.3\times10^{-13}$（s）。

3. 如果 n 型半导体导带峰值在 [110] 轴上及相应对称方向上，回旋共振实验结果应如何？

[解] 根据立方对称性，应有下列 12 个方向上的旋转椭球面：

$[110],[101],[011],[\bar{1}\bar{1}0],$

$[\bar{1}0\bar{1}],[0\bar{1}\bar{1}];$

$[1\bar{1}0],[10\bar{1}],[01\bar{1}],[\bar{1}10],$

$[\bar{1}01],[0\bar{1}1];$

则由解析几何定理得，B 与 k_3 的夹角余弦 $\cos\theta$ 为：

$$\cos\theta=\frac{b_1k_1+b_2k_2+b_3k_3}{\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}\cdot\sqrt{k_1^2+k_2^2+k_3^2}}$$

式中，$B=b_1i+b_2j+b_3k$.

对不同方向的旋转椭球面取不同的一组 (k_1,k_2,k_3) .

(1) 若 B 沿 [111] 方向，则 $\cos\theta$ 可以取两组数 .

对 $[110],[\bar{1}\bar{1}0],[101],[\bar{1}0\bar{1}],[0\bar{1}\bar{1}],[011]$ 方向的旋转椭球得：

$$\cos\theta=\sqrt{\frac{2}{3}}$$

对 $[1\bar{1}0],[\bar{1}10],[\bar{1}01],[10\bar{1}],[0\bar{1}1],[01\bar{1}]$ 方向的旋转椭球得：

$$\cos\theta=0$$

$\therefore$ 当 $\cos\theta=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ 时：　　$\cos^2\theta=\dfrac{2}{3}$　　$\sin^2\theta=\dfrac{1}{3}$

$$\because m_n = m_t\sqrt{\frac{m_l}{m_t\sin^2\theta + m_l\cos^2\theta}}$$

$$\therefore m_n^* = \sqrt{\frac{3m_l}{m_l + 2m_t}}\cdot m_t$$

当 $\cos\theta = 0$ 时；　$\cos^2\theta = 0$　　$\sin^2\theta = 1$

同理得：$m_n^* = \sqrt{m_l m_t}$

由 $\omega_c = qB/m_n^*$ 可知，当 B 沿 (111) 方向时应有两个共振吸收峰.

(2) 若 B 沿 (110) 方向，则 $\cos\theta$ 可以取三组数.

对 $[110],[\bar{1}\bar{1}0]$

方向旋转椭球，$\cos\theta = 1$

对 $[1\bar{1}0],[\bar{1}10]$

方向旋转椭球，$\cos\theta = 0$

对 $[011],[0\bar{1}1],[01\bar{1}],[0\bar{1}\bar{1}],[101],[\bar{1}0\bar{1}],[10\bar{1}],[\bar{1}01]$ 方向的旋转椭球，$\cos\theta = \frac{1}{2}$

当 $|\cos\theta| = 1$ 时：$\cos^2\theta = 1$　　$\sin^2\theta = 0$

得：$m_n^* = m_t$

当 $|\cos\theta| = 0$ 时：$\cos^2\theta = 0$　　$\sin^2\theta = 1$

得：$m_n^* = \sqrt{m_l m_t}$

当 $|\cos\theta| = \frac{1}{2}$ 时：$\cos^2\theta = \frac{1}{4}$　　$\sin^2\theta = \frac{3}{4}$

得：$m_n^* = m_t\sqrt{\frac{4m_l}{3m_t + m_l}}$；故，应有三个吸收峰.

(3)若 B 沿 [100]方向，则 $\cos\theta$ 可以取两组数.

对 $[110],[\bar{1}10],[1\bar{1}0],[\bar{1}\bar{1}0],[\bar{1}01],[10\bar{1}],[\bar{1}0\bar{1}],[101]$ 方向上的旋转椭球得：

$$|\cos\theta| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

对 $[011],[0\bar{1}1],[01\bar{1}],[0\bar{1}\bar{1}]$ 方向上的旋转椭球得：

$$|\cos\theta| = 0$$

当$|\cos\theta| = \frac{1}{\sqrt{2}}$时，$\cos^2\theta = \frac{1}{2}$　　$\sin^2\theta = \frac{1}{2}$

得：$m_n^* = m_t t\sqrt{\frac{2m_l}{m_t + m_l}}$

当$|\cos\theta| = 0$时：$\cos^2\theta = 0$　　$\sin^2\theta = 1$

得$m_n^* = \sqrt{m_l m_t}$

∴应有两个共振吸收峰.

(4) B沿空间任意方向时，$\cos\theta$最多可有六个不同值,故可以求六个m_n^*,所对应的六个共振吸收峰.

第二章　　半导体中的杂志和缺陷能级

第 2 题，第 3 题 略

7. 锑化铟的禁带宽度$E_g = 0.18eV$，相对介电常数$\varepsilon_r = 17$，电子的有效质量$m_n^* = 0.015m_0$，m_0为电子的惯性质量，求 i ）施主杂质的电离能，ii ）施主的若束缚电子基态轨道半径。

[解]：$\Delta E_D = \frac{m_n^*}{m_0}\cdot\frac{E_0}{\varepsilon_r^2}$，　$r_n = n^2\varepsilon_r(\frac{m_0}{m_n^*})\cdot a_0$

已知，$E_0 = \frac{m_0\cdot q^4}{8\varepsilon_r^2\cdot h^2} = 13.6eV$，$a_0 = \frac{\varepsilon_0\cdot h^2}{m_0\cdot e^2\pi} = 0.53\mathring{A}$

当$\varepsilon_r = 17$，$m_n^* = 0.015m_0$时

$$\Delta E_D = \frac{m_n^*}{m_0}\cdot\frac{E_0}{\varepsilon_r^2} = 0.015\times\frac{13.6}{17^2} = 7.06\times10^{-4}eV$$

$$r_{1,n} = \varepsilon_r(\frac{m_0}{m_n^*})\cdot a_0 = 17\times\frac{1}{0.015}\times0.53 = 600.67\mathring{A}$$

8. 磷化镓的禁带宽度$E_g = 2.26eV$，相对介电常数$\varepsilon_r = 11.1$，空穴的有效质量$m_p^* = 0.86m_0$，m_0为电子的惯性质量，求 i ）受主杂质的电离能，ii ）受主所若

束缚的空穴基态轨道半径。

[解]：$\Delta E_A=\frac{m_p^*}{m_0}\cdot\frac{E_0}{\varepsilon_r^{\ 2}}$，　$r_p=n^2\varepsilon_r\ (\frac{m_0}{m_p^*})\cdot a_0$

已知，$E_0=\frac{m_0\cdot q^4}{8\varepsilon_r^2\cdot h^2}=13.6eV$，$a_0=\frac{\varepsilon_0\cdot h^2}{m_0\cdot e^2\pi}=0.53\mathring{A}$

当$\varepsilon_r=11.1$，$m_p^*=0.86m_0$时

$$\Delta E_A=\frac{m_p^*}{m_0}\cdot\frac{E_0}{\varepsilon_r^{\ 2}}=0.86\times\frac{13.6}{11.1^2}=9.49\times10^{-2}eV$$

$$r_{1,p}=\varepsilon_r\ (\frac{m_0}{m_p^*})\cdot a_0=11.1\times\frac{1}{0.86}\times0.53=6.84\mathring{A}$$

第三章　　热平衡时半导体中载流子的统计分布

3. 计算能量$E=E_c$到$E=E_c+100\left(\frac{h^2}{8m_n^*L^2}\right)$之间单位体积中的量子态数。

［解］导带底E_c附近单位能量间隔量子态数：

$$g_c(E)=4\pi V\frac{(2m_{dn})^{3/2}}{h^3}(E-E_c)^{\frac{1}{2}}$$

g_c即状态密度。

在dE范围内单位体积中的量子态数：

$$\frac{dZ}{V}=g_c(E)\frac{1}{V}dE$$

$$\therefore\qquad Z=\frac{1}{V}\int_{E_1}^{E_2}dZ=4\pi\frac{(2m_{dn})^{3/2}}{h^3}\int_{E_c}^{E_c+100\left(\frac{h^2}{8m_n^*L^2}\right)}(E-E_c)^{\frac{1}{2}}dE$$

$$=4\pi\frac{(2m_{dn})^{3/2}}{h^3}\times\frac{2}{3}\times\left(100\frac{h^2}{8m_n^*L^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

故：$Z=1000\pi/3L^3$

7. ①在室温下，锗的有效状态密度$Nc=1.05\times10^{19}cm^{-3}$，$Nv=5.7\times10^{18}cm^{-3}$，试求锗的载流子有效质量$m_n^*$和$m_p^*$。计算77k时的Nc和Nv。已知300k时，Eg＝0.67eV。77k时Eg＝0.76eV。求这两个温度时锗的本征载流子浓度。②77k，锗的电子浓度为$10^{17}cm^{-3}$，假定浓度为零，而$Ec-E_D=0.01eV$,求锗中施主浓度N_D

为多少？

[解] ①室温下，T=300k（27℃），k_0=1.380×10^{-23}J/K，h=6.625×10^{-34}J·S，

对于锗：Nc＝1.05×$10^{19}cm^{-3}$，Nv=5.7×$10^{18}cm^{-3}$：

＃求 300k 时的 Nc 和 Nv：

根据（3－18）式：

$$Nc=\frac{2(2\pi\cdot m_n^*k_0T)^{\frac{3}{2}}}{h^3}\Rightarrow m_n^*=\frac{h^2(\frac{Nc}{2})^{\frac{2}{3}}}{2\pi\cdot k_0T}=\frac{(6.625\times10^{-34})^2(\frac{1.05\times10^{19}}{2})^{\frac{2}{3}}}{2\times3.14\times1.38\times10^{-23}\times300}=5.0968\times10^{-31}Kg$$

根据（3－23）式：

$$Nv=\frac{2(2\pi\cdot m_p^*k_0T)^{\frac{3}{2}}}{h^3}\Rightarrow m_p^*=\frac{h^2(\frac{Nv}{2})^{\frac{2}{3}}}{2\pi\cdot k_0T}=\frac{(6.625\times10^{-34})^2(\frac{5.7\times10^{18}}{2})^{\frac{2}{3}}}{2\times3.14\times1.38\times10^{-23}\times300}=3.39173\times10^{-31}Kg$$

＃求 77k 时的 Nc 和 Nv：

$$\frac{N_c'}{N_c}=\frac{\frac{2(2\pi\cdot m_n^*k_0T')^{\frac{3}{2}}}{h^3}}{\frac{2(2\pi\cdot m_n^*k_0T)^{\frac{3}{2}}}{h^3}}=(\frac{T'}{T})^{\frac{3}{2}};N_c'=(\frac{T'}{T})^{\frac{3}{2}}N_c=(\frac{77}{300})^{\frac{3}{2}}\times1.05\times10^{19}=1.365\times10^{18}cm^{-3}$$

同理：

$$N_v'=(\frac{T'}{T})^{\frac{3}{2}}N_v=(\frac{77}{300})^{\frac{3}{2}}\times5.7\times10^{18}=7.41\times10^{17}cm^{-3}$$

＃求 300k 时的 n_i：

$$n_i=(NcNv)^{\frac{1}{2}}\exp(-\frac{Eg}{2k_0T})=(1.05\times10^{19}\times5.7\times10^{18})\exp(-\frac{0.67}{0.052})=1.96\times10^{13}cm^{-3}$$

求 77k 时的 n_i：

$$n_i=(NcNv)^{\frac{1}{2}}\exp(-\frac{Eg}{2k_0T})=(1.05\times10^{19}\times5.7\times10^{18})\exp(-\frac{0.76\times1.6\times10^{-19}}{2\times1.38\times10^{-23}\times77})=1.094\times10^{-7}cm^{-3}$$

②77k 时，由（3－46）式得到：

$Ec-E_D$＝0.01eV；T＝77k；k_0＝1.38×10^{-23}J/K；n_0＝$10^{17}cm^{-3}$；Nc＝1.365×$10^{19}cm^{-3}$；

Po 可忽略不计，由于 $n_0=n_D^+$，即 $N_C\exp(-\frac{E_C-E_F}{k_0T})=\frac{N_D}{1+2\exp(-\frac{E_D-E_F}{k_0T})}$

$$N_D=10^{17}+2\cdot10^{17}\cdot\frac{10^{17}}{1.36\times10^{18}}\cdot\exp(\frac{0.01}{k_0T})=1.658\times10^{17}cm^{-3}$$

8．利用题 7 所给的 Nc 和 Nv 数值及 Eg＝0.67eV，求温度为 300k 和 500k 时，含施主浓度 $N_D=5\times10^{15}cm^{-3}$，受主浓度 $N_A=2\times10^{9}cm^{-3}$ 的锗中电子及空穴浓度为多少？

[解] 1) T＝300k 时，对于锗：$N_D=5\times10^{15}cm^{-3}$，$N_A=2\times109cm^{-3}$：

$$n_i=(NcNv)^{\frac{1}{2}}\exp(-\frac{Eg}{2k_0T})=1.96\times10^{13}cm^{-3};$$

$$n_0=N_D-N_A=5\times10^{15}-2\times10^{9}\approx5\times10^{15}cm^{-3};$$

$$n_0>>n_i;$$

$$p_0=\frac{n_i^2}{n_0}=\frac{(1.96\times10^{13})^2}{5\times10^{15}}\approx7.7\times10^{10}cm^{-3};$$

2）T＝300k 时：

$$Eg(500)=Eg(0)-\frac{\alpha\cdot T^2}{T+\beta}=0.7437-\frac{4.774\times10^{-4}\times500^2}{500+235}\approx0.58132eV;$$

查图 3-7 (P_{61})可得：$n_i\approx2.2\times10^{16}$，属于过渡区，

$$n_0=\frac{(N_D-N_A)+[(N_D-N_A)^2+4n_i^2]^{\frac{1}{2}}}{2}=2.464\times10^{16}cm^{-3};$$

$$p_0=\frac{n_i^2}{n_0}=1.964\times10^{16}cm^{-3}。$$

（此题中，也可以用另外的方法得到 n_i：

$N_c'=\frac{(Nc)_{300k}}{300^{\frac{3}{2}}}\times500^{\frac{3}{2}}$；$N_v'=\frac{(Nv)_{300k}}{300^{\frac{3}{2}}}\times500^{\frac{3}{2}}$；$n_i=(NcNv)^{\frac{1}{2}}\exp(-\frac{Eg}{2k_0T})$ 求得 n_i）

11．若锗中杂质电离能 $\triangle E_D=0.01eV$，施主杂质浓度分别为 $N_D=10^{14}cm^{-3}$ 及 $10^{17}cm^{-3}$，计算(1)99%电离，(2)90%电离，(3)50%电离时温度各为多少？

[解] 未电离杂质占的百分比为：

$$D\_=\frac{2N_D}{Nc}\exp\frac{\Delta E_D}{k_0T}\Rightarrow\frac{\Delta E_D}{k_0T}=\ln\frac{D\_Nc}{2N_D};$$

求得：

$$\frac{\Delta E_D}{k_0T}=\frac{0.01}{1.38\times10^{-23}}\times1.6\times10^{-19}=116;$$

$$Nc=\frac{2(2\pi m_n^*k_0)^{\frac{3}{2}}}{h^3}=2\times10^{15}(T^{\frac{3}{2}}/cm^3)$$

$$\therefore \frac{116}{T} = \ln\frac{D\_Nc}{2N_D} = \ln(\frac{D\_\times 2\times 10^{15}\times T^{\frac{3}{2}}}{2N_D}) = \ln(\frac{10^{15}}{N_D}D\_T^{\frac{3}{2}})$$

(1) $N_D=10^{14}cm^{-3}$，99%电离，即 D_=1-99%=0.01

$$\frac{116}{T} = \ln(10^{-1}T^{\frac{3}{2}}) = \frac{3}{2}\ln T - 2.3$$

即：$\frac{116}{T} = \frac{3}{2}\ln T - 2.3$

将 $N_D=10^{17}cm^{-3}$，D_=0.01 代入得：

$$\frac{116}{T} = \ln 10^4 T^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}\ln T - 4\ln 10$$

即：$\frac{116}{T} = \frac{3}{2}\ln T - 9.2$

(2) 90% 时，D_=0.1

$$N_D = 10^{14}cm^{-3} \qquad \frac{\Delta E_D}{k_0T} = \ln\frac{0.1Nc}{2N_D}$$

$$\frac{116}{T} = \ln\frac{0.1\times 2\times 10^{15}}{2N_D}T^{\frac{3}{2}} = \ln\frac{10^{14}}{N_D}T^{\frac{3}{2}}$$

即：$\frac{116}{T} = \frac{3}{2}\ln T$

$N_D=10^{17}cm^{-3}$得：$\frac{116}{T} = \frac{3}{2}\ln T - 3\ln 10$

即：$\frac{116}{T} = \frac{3}{2}\ln T - 6.9$；

(3) 50%电离不能再用上式

$$\because n_D = n_D^+ = \frac{N_D}{2}$$

即：$\frac{N_D}{1+\frac{1}{2}\exp(\frac{E_D-E_F}{k_0T})} = \frac{N_D}{1+2\exp(-\frac{E_D-E_F}{k_0T})}$

$$\therefore \exp(\frac{E_D-E_F}{k_0T}) = 4\exp(-\frac{E_D-E_F}{k_0T})$$

$$\frac{E_D-E_F}{k_0T} = \ln 4 - \frac{E_D-E_F}{k_0T}$$

即：$E_F = E_D - k_0T\ln 2$

$$n_0 = Nc\exp(-\frac{E_c - E_F}{k_0T}) = \frac{N_D}{2}$$

取对数后得：

$$-\frac{E_C - E_D + k_0T\ln 2}{k_0T} = \ln\frac{N_D}{2Nc}$$

整理得下式：

$$-\frac{\Delta E_D}{k_0T} - \ln 2 = \ln\frac{N_D}{2Nc} \quad \therefore \quad -\frac{\Delta E_D}{k_0T} = \ln\frac{N_D}{Nc}$$

即：$\frac{\Delta E_D}{k_0T} = \ln\frac{Nc}{N_D}$

当 $N_D=10^{14}cm^{-3}$ 时，

$$\frac{116}{T} = \ln\frac{2\times10^{15}\times T^{\frac{3}{2}}}{10^{14}} = \ln(20T^{\frac{3}{2}}) = \frac{3}{2}\ln T + \ln 20$$

得 $\frac{116}{T} = \frac{3}{2}\ln T + 3$

当 $N_D=10^{17}cm^{-3}$ 时 $\frac{116}{T} = \frac{3}{2}\ln T - 3.9$

此对数方程可用图解法或迭代法解出。

迭代法：

以 99% 电离为例取 $N_D = 10^{14}/cm^3$，得：

$$\frac{116}{T} = \frac{3}{2}\ln T - 2.3$$

解出:，$T = \frac{116}{\frac{3}{2}\ln T - 2.3}$，列下表：

T_n^0 (K)	$\ln T_n$	T_{n+1}
300	5.71	18.5
18.5	2.92	32.6
32.6	3.48	39.6
39.6	3.68	35.0
35.0	3.66	36.3
36.3	3.59	37.3
37.3	3.62	7.1
37.1	3.65	37.1

∴， $T = 37.1(K)$，对其他情况可能类似处理。

18. 掺磷的 n 型硅，已知磷的电离能为 0.04eV，求室温下杂质一般电离时费米能级的位置和磷的浓度。

[解] n 型硅，$\triangle E_D$＝0.044eV，依题意得：

$$n_0 = n_D^+ = 0.5N_D$$

$$\therefore \frac{N_D}{1+2\exp(-\frac{E_D-E_F}{k_0T})} = 0.5N_D$$

$$\therefore 1+2\exp(-\frac{E_D-E_F}{k_0T}) = 2 \Rightarrow \exp(-\frac{E_D-E_F}{k_0T}) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore E_D - E_F = -k_0T\ln\frac{1}{2} = k_0T\ln 2 \Rightarrow E_D - E_C + E_C - E_F = k_0T\ln 2$$

$$\because \Delta E_D = E_C - E_D = 0.044$$

$$\therefore E_F = E_C - k_0T\ln 2 - 0.044 \Rightarrow E_F - E_C = -k_0T\ln 2 - 0.044 = 0.062eV$$

$$N_D = 2N_C\exp(-\frac{E_C-E_F}{k_0T}) = 2\times 2.8\times 10^{19}\exp(-\frac{0.062}{0.026}) \approx 5.16\times 10^{18}(cm^{-3})$$

20. 制造晶体管一般是在高杂质浓度的 n 型衬底上外延一层 n 型的外延层，再在外延层中扩散硼、磷而成。①设 n 型硅单晶衬底是掺锑的，锑的电离能为 0.039eV，300k 时的 E_F 位于导带底下面 0.026eV 处，计算锑的浓度和导带中电子浓度。②设 n 型外延层杂志均匀分布，杂质浓度为 $4.6\times10^{15}cm^{-3}$，计算 300K 时的 E_F 位置和电子空穴浓度。③在外延层中扩散硼后，硼的浓度分布随样品深度变化。设扩散层某一深度处硼的浓度为 $5.2\times10^{15}cm^{-3}$，计算 300K 时 E_F 位置和电子空穴浓度。④如温度升高到 500，计算③中电子空穴的浓度（本征载流子浓度数值查图 3-7）

[解] ①根据第 19 题讨论，此时 Ti 为高掺杂，未完全电离：

$0 < E_C - E_F = 0.026 < 0.052 = 2k_0T$，即此时为弱简并

$$\because n_0 \approx n_D^+ = \frac{N_D}{1+2\exp(\frac{E_F-E_D}{k_0T})}$$

$$E_F - E_D = (E_C - E_D) - (E_C - E_F) = 0.039 - 0.026 = 0.013(eV)$$

$$N_D=\frac{2Nc}{\sqrt{\pi}}[1+2\exp(\frac{E_F-Ec}{k_0T})\times\exp(\frac{\Delta E_D}{k_0T})]F_{\frac{1}{2}}(\frac{E_F-E_C}{k_0T})$$

$$=\frac{2\times2.8\times10^{19}}{\sqrt{\pi}}[1+2\exp(-1)\times\exp(\frac{0.039}{0.026})]F_{\frac{1}{2}}(-1)$$

$$\approx4.07\times10^{19}(cm^{-3})$$

其中 $F_{\frac{1}{2}}(-1)=0.3$

$$n_0=Nc\frac{2}{\sqrt{\pi}}F_{\frac{1}{2}}(\frac{E_F-E_C}{k0T})=\frac{2\times2.8\times1019}{\sqrt{\pi}}F_{\frac{1}{2}}(\frac{-0.026}{0.026})\approx9.5\times10^{18}(cm^{-3})$$

②判断为强电离区

$n_0\approx N_D=4.6\times10^{15}cm^{-3}$；

$$p_0=\frac{n_i^2}{n_0}=\frac{(7.8\times10^9)^2}{4.6\times10^{15}}=1.32\times10^4cm^{-3}$$

$$E_F=E_C+k_0T\ln\frac{N_D}{N_C}=E_C-0.227ev$$

③ 掺入 $N_A=5.2\times10^{15}cm^{-3}$ 补偿后，300K 依旧在强电离区

$p_0\approx N_A-N_D=6\times10^{14}cm^{-3}$；

$n_0=\frac{n_i^2}{p_0}=\frac{(7.8\times10^9)^2}{6\times10^{14}}=1.01\times10^5cm^{-3}$；

$$E_F=E_V-k_0T\ln\frac{N_A-N_D}{N_V}=E_V+0.255ev$$

④500K， $n_i=2\times10^{14}cm^{-3}$ 与杂志浓度数量级相同，判断为过渡区

$$p_0=\frac{N_A-N_D}{2}+\sqrt{(\frac{N_A-N_D}{2})^2+n_i^2}\quad;$$

$$=3\times10^{14}+\sqrt{9\times10^{28}+4\times10^{28}}=6.61\times10^{14}cm^{-3}$$

$$n_0=\frac{n_i^2}{p_0}=6.05\times10^{13}cm^{-3}$$

第四章　半导体的导电性

1. 300K 时，Ge 的本征电阻率为 47Ω·cm，如电子和空穴迁移率分别为

3900cm^2/V·S 和 1900cm^2/V·S，试求本征 Ge的载流子浓度。

[解]T=300K，ρ=47Ω·cm，μ_n=3900cm^2/V·S，μ_p=1900 cm^2/V·S

$$\rho=\frac{1}{n_i q(\mu_n+\mu_p)} \Rightarrow n_i=\frac{1}{\rho q(\mu_n+\mu_p)}=\frac{1}{47\times1.602\times10^{-19}(3900+1900)}=2.29\times10^{13}cm^{-3}$$

2. 试计算本征 Si在室温时的电导率，设电子和空穴迁移率分别为 1350cm^2/V·S 和 500cm^2/V·S。当掺入百万分之一的 As后，设杂质全部电离，试计算其电导率。比本征 Si的电导率增大了多少倍？

[解] T=300K，μ_n=1350cm^2/V·S，μ_p=500 cm^2/V·S

$$\sigma=n_i q(\mu_n+\mu_p)=1.5\times10^{10}\times1.602\times10^{-19}\times(1350+500)=4.45\times10^{-6}s/cm$$

掺入 As浓度为 N_D=5.00×10^{22}×10^{-6}=5.00×10^{16}cm^{-3}

杂质全部电离，$N_D>>n_i^2$，查 P_{89}页，图 4－14 可查此时μ_n=900cm^2/V·S

$$\sigma_2=nq\mu_n=5\times10^{16}\times1.6\times10^{-19}\times900=7.2S/cm$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma}=\frac{7.2}{4.45\times10^{-6}}=1.62\times10^{6}$$

3. 电阻率为 10Ω•m 的 p型 Si样品，试计算室温时多数载流子和少数载流子浓度。

[解]：根据$1/\rho=pqu_p$代入$u_p=500cm^2/V\cdot s$

所以，$p=\frac{1}{\rho q u_p}=\frac{1}{10^3\times1.6\times10^{-19}\times500}=1.25\times10^{13}cm^{-3}$

$$n=\frac{n_i^2}{p}=1.8\times10^{7}cm^{-3}$$

注：这道题，为近似计算下，事实上，由于掺杂，空穴迁移率肯定小于$500cm^2/V\cdot s$，因此，计算时候带入较小的一个迁移率数值，也算正确。

7. 长为 2cm 的具有矩形截面的 Ge样品，截面线度分别为 1 和 2mm，掺有$10^{22}m^{-3}$受主，试求室温时电阻的电导率和电阻。再掺入$5\times10^{22}m^{-3}$施主后，求室温下样品的电导率和电阻。

[解]：①只掺入受主杂质，查表得$u_p=1200\sim1900cm^2/V\cdot s$

因此，$\sigma=pqu_p=10^{16}\times1.6\times10^{-19}\times u_p=(1.92\sim3.04)S/cm$

$$R=\frac{1}{\sigma}\frac{l}{s}=(32.57\sim52.1)\Omega$$

②再掺入施主杂质，补偿后载流子浓度 $n=4\times10^{16}cm^{-3}$

总的杂质浓度 $N=6\times10^{16}cm^{-3}$，查表得，$u_n=(2900\sim3900)cm^2/V\cdot s$

因此，$\sigma=nqu_p=4\times10^{16}\times1.6\times10^{-19}\times u_n=(18.6\sim24.96)S/cm$

$$R=\frac{1}{\sigma}\frac{l}{s}=(4\sim5.38)\Omega$$

注：此题由于查表的误差，结果在这个范围内都算正确。

17．①证明当 $\mu_p\neq\mu_n$ 时，电子浓度 $n=n_i\sqrt{\mu_p/\mu_n}$，$p=n_i\sqrt{\mu_n/\mu_p}$ 时，其电阻率 σ 为最小值。式中 n_i 是本征载流子浓度，μ_p,μ_n 分别为空穴和电子的迁移率。试求 σ_{min}。

②求 300K 下时，Ge 和 Si 样品的最小电导率并和本征电导率比较。

[解]（1）$\because\sigma=n_0q\mu_n+p_0q\mu_p$

又 $p_0n_0=n_i^2$

$$\therefore\sigma=n_0q\mu_n+\frac{n_i^2}{n_0}q\mu_p$$

则：$$\frac{d\sigma}{dn_0}=q\mu_n-\frac{n_i^2}{n_0^2}q\mu_p$$

令 $\frac{d\sigma}{dn_0}=0$ 得

$$n=n_i\sqrt{\mu_p/\mu_n}$$

又 $$\because\frac{d^2\sigma}{dn_0^2}=2\frac{n_i^2}{n_0^3}q\mu_p\succ0$$

故当 $n=n_i\sqrt{\mu_p/\mu_n}$，$p_0=\frac{n_i^2}{n_0}=n_i\sqrt{\mu_n/\mu_p}$ 时，电导率取得最小值。

$$\sigma_{min}=n_iq\sqrt{\mu_n/\mu_p}\cdot\mu_p+n_iq\sqrt{\mu_p/\mu_n}\cdot\mu_n$$
$$=2n_iq\sqrt{\mu_n\mu_p}$$

（2）对 Ge代入数据：

$$\sigma_{min} = 2\times 2.5\times 10^{13}\times 1.6\times 10^{-19}\times\sqrt{(1900\times 3800)}$$
$$= 2.12\times 10^{-2}\ (S/cm)$$
$$\sigma_i = n_i q(\mu_n + \mu_p)$$
$$= 2.5\times 10^{13}\times 1.6\times 10^{-19}\times (1900 + 3800)$$
$$= 2.28\times 10^{-2}\ (S/cm)$$

对于 Si，带入数据：

$$\sigma_{min} = 2\times 1.5\times 10^{10}\times 1.6\times 10^{-19}\times\sqrt{(1350\times 500)}$$
$$= 3.94\times 10^{-6}\ (S/cm)$$
$$\sigma_i = n_i q(\mu_n + \mu_p)$$
$$= 1.5\times 10^{10}\times 1.6\times 10^{-19}\times (1350 + 500)$$
$$= 4.44\times 10^{-6}\ (S/cm)$$

第五章　　非平衡载流子

2. 用强光照射 n 型样品，假定光被均匀的吸收，产生过剩载流子，长生率为 g_p，空穴寿命为 τ：

① 写出光照下过剩载流子满足的方程；
② 求出光照达到稳定状态过剩载流子的浓度

[解]：①过剩载流子满足的方程：$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = g_p - \frac{\Delta p}{\tau}$

② 达到稳定状态，过剩载流子浓度不随时间变化，因此

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = 0 = g_p - \frac{\Delta p}{\tau}\quad \text{推出：}\ g_p = \frac{\Delta p}{\tau}\quad \text{即得到：}\ \Delta p = g_p\cdot\tau$$

3. 有一块半导体材料的寿命是 1us，无光照的电阻率是 $10\Omega\cdot cm$。今用光照射，光被半导体均匀吸收，电子-空穴的产生率是 $10^{22}cm^{-3}\cdot s^{-1}$，试计算光照下样品的电阻率，并求电导中少数载流子的贡献占多少比例？

[解]：查表电阻率是 $10\Omega\cdot cm$ 的掺杂浓度大概是 $7\times 10^{14}cm^{-3}$

近似认为 $n = 7\times 10^{14}cm^{-3}$，光照产生率 g_p 为 $10^{22}cm^{-3}\cdot s^{-1}$，

平衡时，$\Delta n = \Delta p = g_p\cdot\tau = 10^{22}cm^{-3}\cdot s^{-1}\times 10^{-6}s = 10^{16}cm^{-3}$

所以，

$n = n_0 + \Delta n = 1.07\times 10^{16} cm^{-3}$ ； $p = p_0 + \Delta p = 10^{16} cm^{-3}$

$$\rho = \frac{1}{nqu_n + pqu_p} = \frac{1}{(1.07\times 10^{16}\times 1350 + 10^{16}\times 500)\times 1.6\times 10^{-19}} = 0.32\Omega\cdot cm$$

少子对电导的贡献：

$$\frac{pqu_p}{nqu_n + pqu_p} = \frac{10^{16}\times 500\times 1.6\times 10^{-19}}{(1.07\times 10^{16}\times 1350 + 10^{16}\times 500)\times 1.6\times 10^{-19}} = 0.25 = 25\%$$

4. 有一块半导体材料的寿命是 $\tau = 10us$，光照在材料中会产生非平衡载流子，试求光照突然停止 20us 后，其中非平衡载流子将衰减到原来的百分之几？

[解]： $\tau = 10us$， t=20us

$$\Delta n(20us) = \Delta n(0)e^{-\frac{20}{10}} = \Delta n(0)\cdot 13.5\%$$

因此，将衰减到原来的 13.5%

7. 掺施主浓度 $N_D = 10^{15} cm^{-3}$ 的 n 型硅，由于光的照射产生了非平衡载流子 $\Delta n = \Delta p = 10^{14} cm^{-3}$。试计算这种情况下准费米能级的位置，并和原来的费米能级做比较。

[解]：对于 n 型硅， $N_D = 10^{15} cm^{-3}$， $\Delta n = \Delta p = 10^{14} cm^{-3}$；

假设室温，则杂质全部电离， $n_0 = N_D = 10^{15} cm^{-3}$

则： $E_F = E_C + k_0T\ln\frac{N_D}{N_C} = E_i + k_0T\ln\frac{N_D}{n_i} = E_i + 0.026\ln\frac{10^{15}}{7.8\times 10^9} = E_i + 0.036ev$

光注入非平衡载流子后，

$$n = n_0 + \Delta n = n_i\exp(-\frac{E_i - E_F{}^n}{k_0T})$$

$$p = p_0 + \Delta p \approx \Delta p = n_i\exp(-\frac{E_F{}^P - E_i}{k_0T})$$

因此， $E_F^n = E_i + k_0T\ln\frac{n}{n_i} = E_i + 0.026\ln\frac{1.1\times 10^{15}}{7.8\times 10^9} = E_i + 0.308ev$

$$E_F^p = E_i + k_0T\ln\frac{n_i}{p} = E_i + 0.026\ln\frac{7.8\times 10^9}{10^{14}} = E_i - 0.246ev$$

可见： $E_F^n - E_F = 0.002ev$， $E_F - E_F^p = 0.552ev$

8. 在一块 p 型半导体中，有一种复合-产生中心，小注入时被这些中心俘获的电子发射回导带的过程和它与空穴复合的过程有相同的几率。试求这种复合-产生中心的能级位置，并说明它能否成为有效的复合中心？

[解]：设 $n_1 = N_C e^{-\frac{E_C - E_t}{k_0 T}}$

由题设条件知： $s_- \cdot n_t = r_p \cdot n_t \cdot p$ 推得：$s_{-t} = r_p \cdot p$

也就是：$r_n \cdot n_1 = r_p \cdot p$

对于一般复合中心：$r_n \approx r_p$ 因此，$n_1 = p$

∴ 小注入条件下，由 $n_1 = p = p_0 + \Delta p$ 可得：

$$n_1 \approx p_0$$

即
$$N_C e^{-\frac{E_t - E_C}{k_0 T}} = N_v e^{-\frac{E_v - E_F}{k_0 T}}$$

故
$$E_t = E_C + E_v - E_F - k_0 T \ln \frac{N_C}{N_v}$$

∵ 本征费米能级
$$E_i = \frac{1}{2}\left(E_c + E_v - k_0 T \ln \frac{N_c}{N_v}\right)$$

∴ $E_t = 2E_i - E_F$ 可写成：$E_t - Ei = E_i - E_F$

一般 p 型半导体室温下，E_F 远在 E_i 之下。所以 E_t 远在 E_i 之上 ；故不是有效复合中心。

13.室温下，p 型锗半导体的电子的寿命 $\tau_n = 350\mu s$，电子的迁移率 $\mu_n = 3600 cm^2 / V \cdot s$，试求电子的扩散长度。

[解]：根据爱因斯坦关系：$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{k_0 T}{q}$ 得，$D_n = \mu_n \cdot \frac{k_0 T}{q}$

室温下，$D_n = \mu_n \cdot \frac{k_0 T}{q} = 3600 \times 0.026 = 93.6 cm^2 / s$

$L_n = \sqrt{D_n \cdot \tau_n} = \sqrt{9.36 \times 350 \times 10^{-6}} = 0.18 cm$

17. 光照一个$1\Omega\cdot cm$的 n 型硅样品，均匀地产生非平衡载流子，电子-空穴对的产生率为$10^{17}/cm^3\cdot s$。设样品的寿命为10us，表面复合速度为$100cm/s$。试计算：

（1） 单位时间单位表面积在表面复合的空穴数；
（2） 单位时间单位表面积在离表面三个扩散长度中体内复合掉的空穴数。

[解]：（1）设单位时间单位表面积在表面复合的空穴数即复合率U_s为：

$$U_s = s_p\left[p(x)-p_0\right]\Big|_{x=0}$$

s_p为表面复合速度。

连续性方程：$D_P\dfrac{\partial^2\Delta p(x)}{\partial x^2}-\dfrac{\Delta p(x)}{\tau_P}+g_P=0$

根据实际情况确定其通解：$\Delta p(x)=Ce^{-\frac{x}{L_P}}+B$

边界条件：①$\Delta p(\infty)=\tau_P g_P$　　②$D_P\dfrac{\partial\Delta p(x)}{\partial x}\Big|_{x=0}=S_P[p(0)-p_0]$

解得：$B=\tau_P g_P$；$C=-\tau_P g_P\cdot\dfrac{s_p\tau_p}{L_p+s_p\tau_p}$

因此 $p(x)=p_0+\tau_p g_p\left(1-\dfrac{s_p\tau_p}{L_p+s_p\tau_p}e^{-\frac{x}{L_p}}\right)$

在$x=0$处，　$p(0)-p_0=\tau_p g_p\left(1-\dfrac{s_p\tau_p}{L_p+s_p\tau_p}\right)$

对$\rho=1\Omega\cdot cm$的 n 型硅

查表得：$N_D=5\times10^{15}/cm^3$，$\mu_p=400(cm^2/V\bullet s)$

$$\therefore\quad L_p=\sqrt{\frac{k_0T}{q}\mu_p\tau_p}=\sqrt{\frac{1}{40}\times400\times10\times10^{-6}}=10^{-2}(cm)$$

代入上式后得：

$$p(0)-p_0=10\times10^{-6}\times10^{17}\times\left(1-\frac{100\times10^{-6}\times10}{10^{-2}+100\times10^{-6}\times10}\right)$$

$$=10^{12}\left(1-\frac{10^{-3}}{10^{-2}+10^{-3}}\right)$$

$$\therefore\quad p(0)-p_0=0.91\times10^{12}(1/cm^3)$$

故 $$u_s = s_p\left[p(0)-p_0\right] = 0.91\times10^{12}\times100 = 9.1\times10^{13}\left(1/cm^2\bullet s\right)$$

（3） 求 $\Delta p = \int_0^{3L_p} p(x)dx - \int_0^{3L_p} p_0 dx$

又 $$p(x) = p_0 + \tau_p g_p\left(1-\frac{s_p\tau_p}{L_p+s_p\tau_p}e^{-\frac{x}{L_p}}\right)$$

∴ $$\Delta p = \int_0^{3L_p}\tau_p g_p\left(1-\frac{s_p\tau_p}{L_p+s_p\tau_p}e^{-\frac{x}{L_p}}\right)dx$$

$$= 3\tau_p g_p L_p + \frac{g_p s_p\tau_p L_p}{L_p+s_p\tau_p}e^{-\frac{x}{L_p}}\Bigg|_0^{3L_p}$$

代入数据得：

$$\Delta p = 3\times10\times10^{-6}\times10^{17}\times10^{-2} + \frac{10^{17}\times100\times\left(10\times10^{-6}\right)^2\times10^{-2}}{10^{-2}+10^{2}\times10\times10^{-6}}\left(e^{-3}-1\right)$$

$$= 2.9\times10^{10}\left(1/cm^2\right)$$

故单位时间复合掉的空穴数为：

$$\frac{\Delta p}{\tau} = \frac{29\times10^{10}}{10^{-5}} = 2.9\times10^{15}\left(1/cm^2\bullet s\right)$$

18. 一块掺施主浓度为 $2\times10^{16}/cm^3$ 的硅片，在 $920^{\circ}C$ 下掺金到饱和浓度。然后经氧化等处理，最后此硅片的表面复合中心为 $10^{10}/cm^2$。

① 计算体寿命，扩散长度和表面复合速度；

② 如果用光照射硅片并被样品均匀吸收，电子–空穴对的产生率为 $10^{11}/cm^3\bullet s$，试求表面处的空穴浓度以及流向表面的空穴流密度是多少？

[**解**]：认为复合中心 N_t 分布是均匀的，则由表面复合中心可求得：

$$N_t = 10^{15}/cm^3$$

① 体寿命 $$\tau = \frac{1}{r_p N_t}$$

已知金的空穴俘获率 $r_p = 1.15\times10^{-7}cm^3/s$

$$N_t = 10^{15}/cm^3$$

代入得：　　$$\tau=\frac{1}{1.15\times10^{-7}\times10^{15}}=8.7\times10^{-9}(s)$$

又因为迁移率μ_p与总的杂质浓度有关。

$$N_i=N_D+N_t=2\times10^{16}+10^{15}=2.1\times10^{16}cm^{-3}$$

由图 4-14 查得：　　$$\mu_p=350\left(cm^2/V\bullet s\right)$$

∴　　$$D_P=\frac{k_0T}{q}\mu_p=\frac{1}{40}\times350=8.75cm^2/s$$

故扩散长度：　$$L_p=\sqrt{D_p\tau_p}=\sqrt{8.75\times8.7\times10^{-9}}=2.76\times10^{-4}(cm)$$

表面复合速度：　$$s_p=r_pN_{st}=1.15\times10^{-7}\times10^{10}=1.15\times10^{3}(cm/s)$$

②∵　$$p(x)=p_0+\tau_pg_p\left(1-\frac{s_p\tau_p}{L_p+s_p\tau_p}e^{-\frac{x}{L_p}}\right)$$

$$p_0=\frac{n_i^2}{n_0}$$

∵ 金在 n 型 Si 中起受主作用

∴　$$n_0=N_D-N_t=1.9\times10^{16}/cm^3$$

故　　$$p_0=\frac{n_i^2}{1.9\times10^{16}}=\frac{\left(1.5\times10^{10}\right)^2}{1.9\times10^{16}}=1.18\times10^{4}/cm^3$$

∴在 $x=0$ 处　　$$p(0)=p_0+\tau_pg_p\left(1-\frac{s_p\tau_p}{L_p+s_p\tau_p}\right)$$

代入数据得：

$$p(0)=1.18\times10^4+8.7\times10^{-9}\times10^{17}$$

$$\times\left(1-\frac{1.15\times10^3\times8.7\times10^{-9}}{2.76\times10^{-4}+1.15\times10^3\times8.7\times10^{-9}}\right)$$

$$=1.18\times10^4+8.7\times10^{-9}\times10^{17}$$

$$\times\left(1-\frac{1.15\times8.7\times10^{-6}}{2.76\times10^{-4}+1\times10^{-5}}\right)$$

$$=1.18\times10^4+8.7\times10^{-9}\times10^{17}\times(1-0.035)$$

$$=1.18\times10^4+8.7\times10^{8}\times0.965$$

$$=1.18\times10^{4}+8.4\times10^{8}$$
$$=8.4\times10^{8}\left(1/cm^{3}\right)$$

故根据表面复合速度的物理意义，可求得流向表面的空穴流密度为：

$$J_p=s_p\left(p(0)-p_0\right)$$

代入数据得：$J_p=1.15\times10^{3}\times\left(8.4\times10^{8}-1.18\times10^{4}\right)$

$$=9.66\times10^{11}\left(1/cm^{2}\cdot s\right)$$

第七章　导体中的电子状态

2. 两种金属 A 和 B 通过金属 C 相接触，若温度相等，证明其两端 a，b 的电势差同 A，B 直接接触的电势差一样。如果 A 是 Au，B 是 Ag，C 是 Cu 或 Al，则 Vab 为多少？

[解]: $V_{ac}=-\dfrac{W_a-W_c}{q}$，$V_{cb}=\dfrac{W_b-W_c}{q}$

$$V_{ab}=V_{ac}+V_{cb}=\frac{W_c-W_a}{q}+\frac{W_b-W_c}{q}=\frac{W_b-W_a}{q}$$

可得证。

$W_{au}=4.8eV$，$W_{ag}=4.4eV$

故：$V_{ab}=\dfrac{W_b-W_a}{q}=\dfrac{4.4-4.8}{q}=-0.4V$

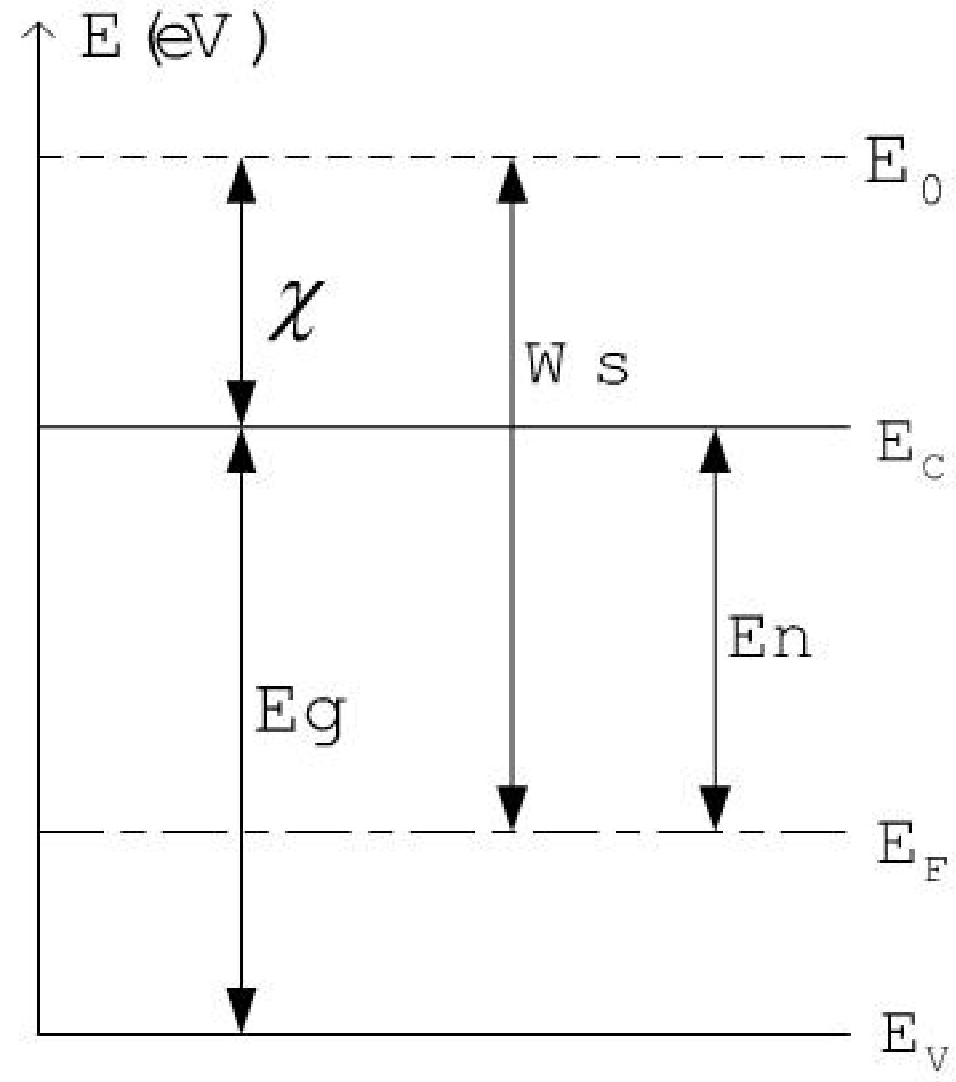
4. 受主浓度 $N_A=10^{17}cm^{-3}$ 的 P 型锗，室温下的功函数是多少？若不考虑表面态的影响，它分别同 Al，Au，Pt 接触时，形成阻挡层还是反阻挡层？锗的电子亲和能取 4.13eV。

[解]: 设室温下杂质全部电离

则：$p_0=N_A$　　$\therefore E_F=E_V+K_0T\ln\dfrac{N_V}{N_A}=E_V+0.026\ln\dfrac{6\times10^{18}}{10^{17}}=E_V+0.105eV$

该型锗的功函数为：

$$W_S=\chi_S+[E_g-(E_F-E_V)]=4.13+[0.67-0.105]=4.695eV$$



已知：$W_{Al} = 4.18eV$，显然：$W_{Al} < W_S$形成型阻挡层

$W_{Au} = 5.20eV, W_{Pt} = 5.43eV$

显然二者的功函数均大于W_S，故该p-Si和Au,Pt接触形成p型反阻挡层。

5. 某功函数为2.5eV的金属表面受到光照射。
①这个面吸收红光或紫光时，能发出光电子吗？
②用波长为185nm的紫外线照射时，从表面放出的光电子的能量是多少eV？
[解]: ①以760nm的红光和380nm的紫光为例：

λ_1=760nm，$\gamma_1 = \dfrac{C}{\lambda_1} = 3.95\times10^{14}$ Hz；

λ_2=380nm，$\gamma_2 = \dfrac{C}{\lambda_2} = 7.89\times10^{14}$ Hz；

因此：$$h\gamma_1 = \frac{6.63\times10^{-34}\times3.95\times10^{14}}{1.6\times10^{-19}} = 1.64eV < 2.5eV$$

$$h\gamma_2 = \frac{6.63\times10^{-34}\times7.89\times10^{14}}{1.6\times10^{-19}} = 3.27eV > 2.5eV$$

故，红光不能产生光电子，紫光可以产生光电子。

② λ_3=185nm，$\gamma_3 = \dfrac{C}{\lambda_3} = 1.62\times10^{15}$ Hz；

$$h\gamma_1 = \frac{6.63\times10^{-34}\times1.62\times10^{15}}{1.6\times10^{-19}} = 6.7eV$$

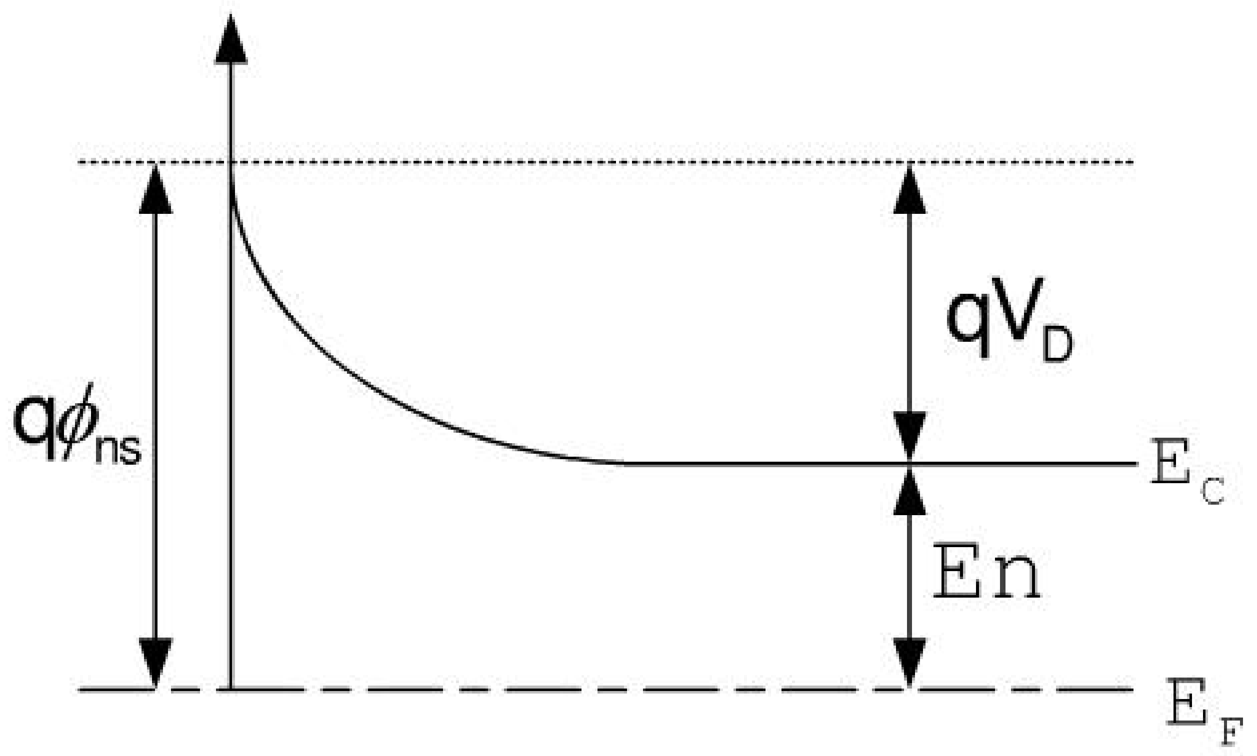
光电子能量为：6.7−2.5=4.2eV

6. 电阻率为 $10\Omega\cdot cm$ 的 n 型锗和金属接触形成的肖特基势垒二极管。若已知势垒高度为 0.3eV，求加上 5V 反向电压时候的空间电荷层厚度。

[解]: 电阻率为 $10\Omega\cdot cm$ ，查表得： $N_D = 1.5\times10^{14}\ cm^{-3}$

所以： $E_n = E_C - E_F = -k_0T\ln\dfrac{N_D}{N_C} = -0.026\ln\dfrac{1.5\times10^{14}}{1.05\times10^{19}} = 0.29eV$

已知： $q\phi_{ns} = 0.3V$ ， $V=-5V$



所以： $V_D = (q\phi_{ns} - E_n)/q = 0.01V$ ；

$$x_d = \sqrt{\frac{2\varepsilon_0\varepsilon_r(V_D - V)}{qN_D}} = \sqrt{\frac{2\times16\times8.85\times10^{-12}\times(0.01+5)}{1.6\times10^{-19}\times1.5\times10^{14}\times10^{6}}} \approx 7.69um$$

第八章　半导体表面与 MIS 结构

1. 试导出使表面恰好为本征时表面电场强度，表面电荷密度和表面层电容的表示式（设 p 型硅情形）。

[解]: 当表面恰好为本征时，即 E_i 在表面与 E_F 重合

$$\therefore \qquad V_S = V_B$$

设表面曾载流子浓度仍遵守经典统计。则

$$n_s = n_{po}e^{\frac{qV_S}{k_0T}} \qquad p_S = p_{p0}e^{-\frac{qV_S}{k_0T}}$$

∵ 表面恰好为本征

$$\therefore \quad n_S = p_S = n_i$$

故 $\frac{n_{p0}}{p_{p0}}=e^{-\frac{2qV_S}{k_0T}}$ 同时， $p_{p0}=N_A$ 所以 $n_{p0}=\frac{n_i^2}{p_{p0}}=\frac{n_i^2}{N_A}$

∴ $$\frac{n_{p0}}{p_{p0}}=\frac{n_i^2}{N_A^2}=e^{-\frac{2qV_S}{k_0T}}$$

取对数即得： $\frac{qV_S}{k_0T}=\ln\frac{N_A}{n_i}$

∴ F 函数：

$$F\left(\frac{qV_S}{k_0T}\cdot\frac{n_{p0}}{p_{p0}}\right)=\left[\left(e^{-\frac{qV_S}{k_0T}}+\frac{qV_S}{k_0T}-1\right)+\frac{n_{p0}}{p_{p0}}\left(e^{-\frac{qV_S}{k_0T}}-\frac{qV_S}{k_0T}-1\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$

∵ p 型硅，且 $V_S=V_B$

∴ $qV_S=qV_B\gg k_0T$

故 $$e^{-\frac{qV_S}{k_0T}}\ll 1,\quad \frac{qV_S}{k_0T}\gg 1$$

$$e^{-\frac{2qV_S}{k_0T}}\ll 1\quad ,\quad \frac{n_{p0}}{p_{p0}}\ll 1$$

∴ $$F\left(\frac{qV_S}{k_0T},\frac{n_{p0}}{p_{p0}}\right)=\left(\frac{qV_S}{k_0T}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(\ln\frac{N_A}{n_i}\right)^{\frac{1}{2}}$$

因此： $$\varepsilon_S=\frac{2k_0T}{qL_D}F\left(\frac{qV_S}{k_0T},\frac{n_{p0}}{p_{p0}}\right)=\frac{2k_0T}{qL_D}\left(\ln\frac{N_A}{n_i}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$Q_S=-\frac{2\varepsilon\varepsilon_0k_0T}{qL_D}F\left(\frac{qV_S}{k_0T},\frac{n_{p0}}{p_{p0}}\right)=-\frac{2\varepsilon\varepsilon_0k_0T}{qL_D}\left(\ln\frac{N_A}{n_i}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$C_S=\left|\frac{dQ_S}{dV_S}\right|=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{rs}}{L_D}\frac{\left[\left(-e^{-\frac{qV_S}{k_0T}}+1\right)+\frac{n_{p0}}{p_{p0}}\left(e^{\frac{qV_S}{k_0T}}-1\right)\right]}{F\left(\frac{qV_S}{k_0T},\frac{n_{p0}}{p_{p0}}\right)}$$

故：
$$C_S = \frac{\varepsilon_{rs}\varepsilon_0}{L_D}\frac{1}{\left(\ln\frac{N_A}{n_i}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

2．对于电阻率为 $8\Omega\cdot cm$ 的 n 型硅，求当表面势 $V_s=-0.24V$ 时耗尽层的宽度。

[解]：已知 $\rho = 8\Omega\cdot cm$，则：$N_D = 7\times10^{14}cm^{-3}$

耗尽层宽度：

$$x_d = \sqrt{\frac{-2\varepsilon_0\varepsilon_{rs}V_S}{qN_D}} = \sqrt{\frac{-2\times11.9\times8.85\times10^{-12}\times0.24}{1.6\times10^{-19}\times7\times10^{14}\times10^6}} \doteq 6.7\times10^{-7}m = 0.67um$$

3．对由电阻率为 $5\Omega\cdot cm$ 的 n 型硅和厚度为 100nm 的二氧化硅膜组成的 mos 电容，计算其室温（27℃）下的平带电容 C_{FB}/C_0。

[解]：已知 $\rho = 5\Omega\cdot cm$，则：$N_D = 1.5\times10^{15}cm^{-3}$

则由公式（8-66）：

$$\frac{C_{FB}}{C_0} = \frac{1}{1+\frac{\varepsilon_{ro}}{\varepsilon_{rs}}\left(\frac{\varepsilon_{rs}\varepsilon_0k_0T}{q^2N_Dd_0^{\ 2}}\right)^{1/2}} = \frac{1}{1+\frac{4}{11.9}\left(\frac{11.9\times8.85\times10^{-12}\times0.026}{1.6\times10^{-19}\times1.5\times10^{15}\times10^6\times10^{-14}}\right)^{1/2}} \doteq 0.74$$

可通过课本图 8-11 大致检验计算结果。

4．导出理想 MOS 结构的开启电压随温度变化的关系式。

[解]：设以 p-Si 为例，设开启电压：

$$V_T = V_0 + V_S$$

式中，V_0 为绝缘层上的压降；V_S 为半导体表面空间电荷区压降。

则：
$$V_T = -\frac{Q_S}{C_0} + V_S$$

半导体表面空间电荷区出现反型层，则其表面负电荷应由两部分组成：

① 电离受主电荷 $Q_A = -qN_Ax_{dm}$，x_{dm} 为空间电荷区宽度

② 反型电子 Q_n

可以证明：在开启时 $Q_A \gg Q_n$

∴ 半导体表面空间电荷区的电荷为耗尽层最大电荷。

即：　$$Q_S=-\frac{2\varepsilon_{rs}\varepsilon_0}{L_D}\left(\frac{k_0T}{q}\right)^{\frac{1}{2}}(V_S)^{\frac{1}{2}}$$

式中：$$L_D=\left(\frac{2\varepsilon_{rs}\varepsilon_0k_0T}{q^2p_{p0}}\right)^{\frac{1}{2}}=\left(\frac{2\varepsilon_{rs}\varepsilon_0k_0T}{q^2N_A}\right)^{\frac{1}{2}}$$

又∵　$$V_S=2V_B=\frac{2k_0T}{q}\ln\frac{N_A}{n_i}$$

$$Q_S=-\frac{2\varepsilon r\varepsilon 0}{\left(\frac{2\varepsilon_{rs}\varepsilon_0k_0T}{q^2p_{p0}}\right)^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{k_0T}{q}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{2k_0T}{q}\ln\frac{N_A}{n_i}\right)^{\frac{1}{2}}=-\sqrt{4\varepsilon_{rs}\varepsilon_0k_0TN_A\ln\frac{N_A}{n_i}}$$

∴　$$V_T=V_0+V_S=-\frac{Q_S}{C_0}+V_S=\frac{\left(4\varepsilon_{rs}\varepsilon_0k_0TN_A\ln\frac{N_A}{n_i}\right)^{1/2}}{C_0}+\frac{2k_0T}{q}\ln\frac{N_A}{n_i}$$

6．平带电压V_{FB}与金属-半导体的功函数差及固定电荷密度有关。试设想一种办法，可以从测量不同氧化层厚度的ＭＯＳ电容器的平带电压来确定这两个因素。

[**解**]：功函数差与固定表面电荷密度与平带电压的关系：

$$V_{FB}=-V_{ms}-\frac{Q_f}{C_0}=-V_{ms}-\frac{Q_f\cdot d_o}{\varepsilon_o\varepsilon_{ro}}$$

于是，通过测量不同氧化层厚度 do 下的平带电压，可以得到$V_{FB}\sim d_0$关系，此关系为线性关系，其斜率为$\frac{Q_f}{\varepsilon_o\varepsilon_{ro}}$，其截距为：$-V_{ms}$。

7．试计算下列情况下，平带电压的变化。

（1）氧化层中均匀分布着电荷；

（2）三角形电荷分布，金属附近高，硅附近为零；

（3）三角形电荷分布，硅附近高，金属附近为零。

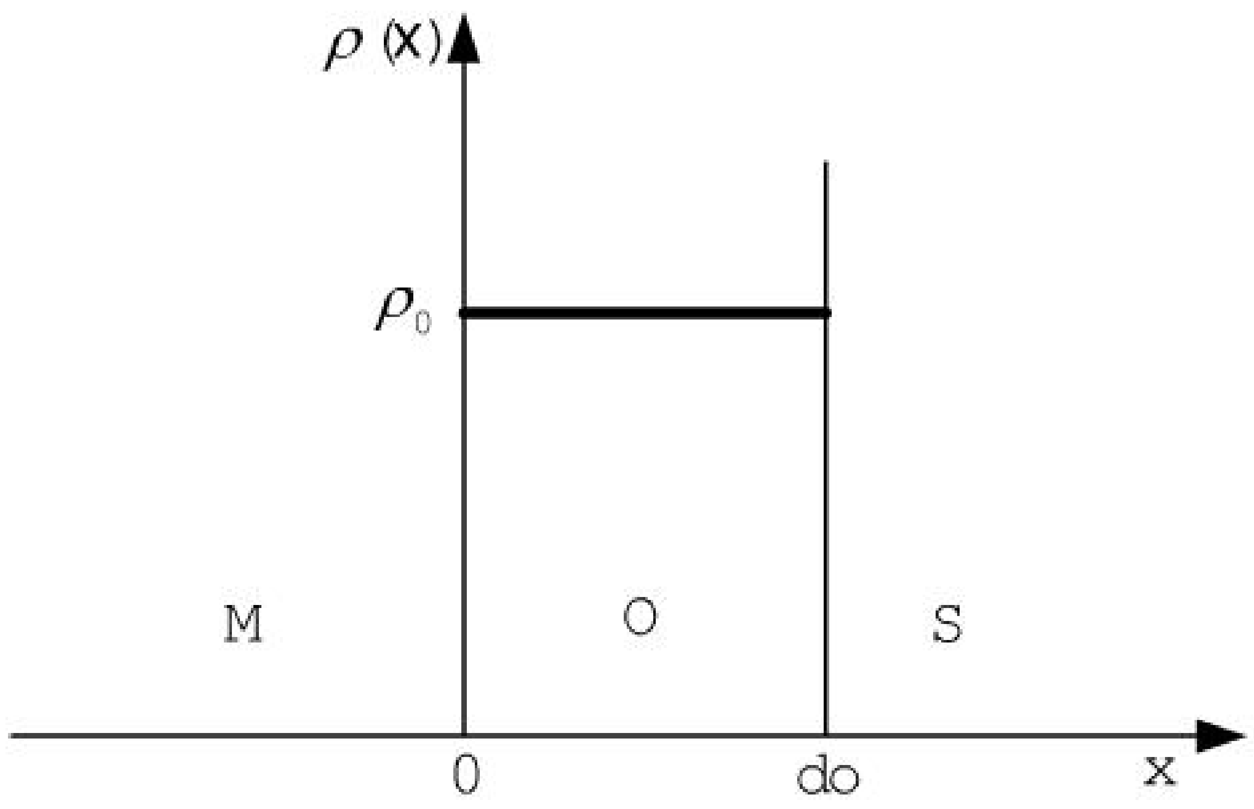
（设三种情况下，单位面积的总离子数都为$10^{12}/cm^2$。氧化层厚度均为０.２μm；$\varepsilon_{r0}=3.9$）

[**解**]：设氧化层中电荷密度为$\rho(x)$

∴　$$dV_{FB}=-\frac{xdQ}{d_0C_0}=-\frac{x\rho(x)dx}{d_0C_0}$$　（单位面积）

则：　　$V_{FB}=-\frac{1}{d_0C_0}\int_0^{d_0}x\rho(x)dx$

（1）



设氧化层中电荷密度为ρ_0

∴　　$dV_{FB}=-\frac{xdQ}{d_0C_0}=-\frac{\rho_0 xdx}{d_0C_0}$　　（单位面积）

则：　　$V_{FB}=-\frac{1}{d_0C_0}\int_0^{d_0}\rho_0 xdx=-\frac{\rho_0}{d_0C_0}\left.\frac{x2}{2}\right|_0^{d_0}=-\frac{\rho_0 d_0}{2C_0}$

又∵　　$Q=\int_0^{d_0}\rho_0 dx=\rho_0 d_0=10^{12}\times1.6\times10^{-13}(C/cm^2)$

∴　　$\rho_0=\frac{10^{12}\times1.6\times10^{-19}}{d_0}$　　又　　$C_0=\frac{\varepsilon_{r0}\varepsilon_0}{d_0}$

故　　$V_{FB}=-\frac{d_0}{2C_0}\cdot\frac{10^{12}\times1.6\times10^{-19}}{d_0}$

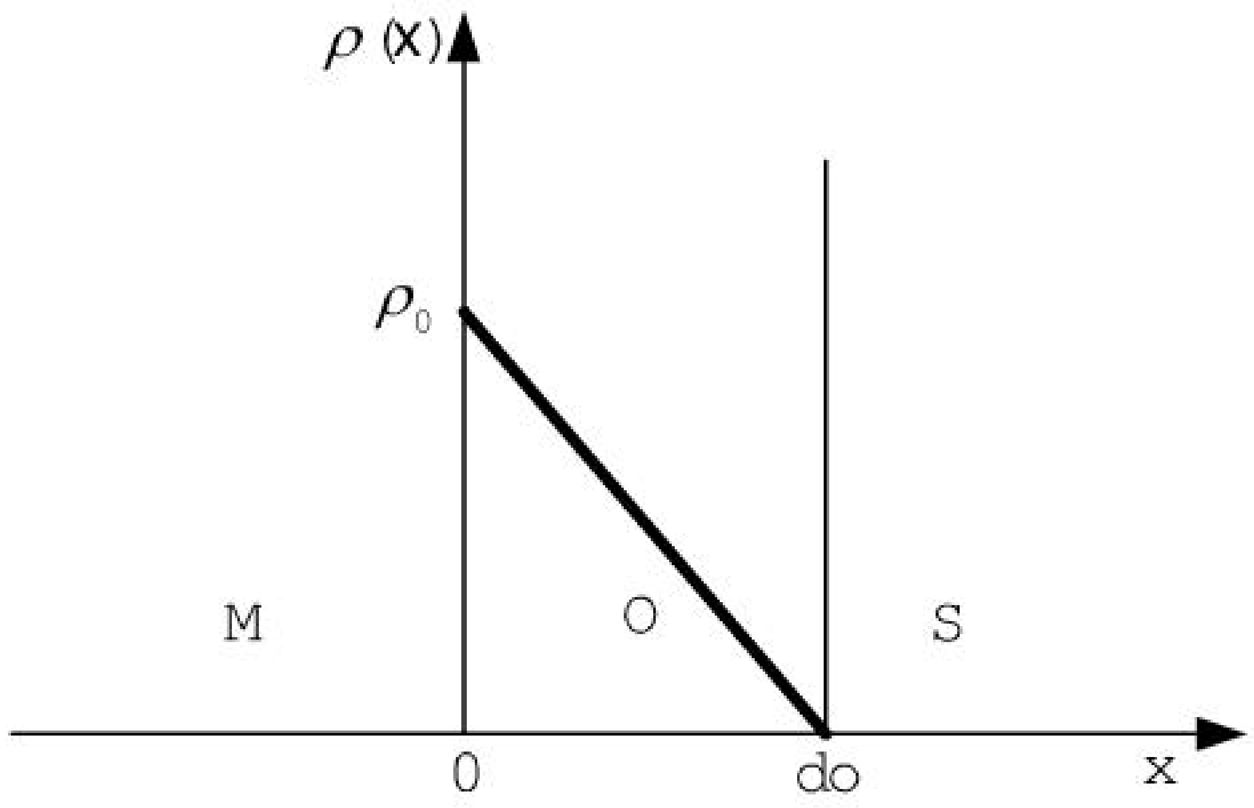
$$=-\frac{d_0}{2\varepsilon_{r0}\varepsilon_0}\times10^{12}\times1.6\times10^{-19}$$

$$=-\frac{0.2\times10^{-4}}{2\times3.9\times8.85\times10^{-14}}\times10^{12}\times1.6\times10^{-19}$$

$$\approx-4.63(V)$$

（2）三角形电荷分部，金属附近为高，硅附近为零，设 M—O 边界为 x 坐标的原点

代入数据得：



则： $\rho(x)\big|_{x=0} = \rho_0$

∴ $\rho(x) = \rho_0 - \dfrac{\rho_0}{d_0} x$

∴ 单位面积氧化层中总电荷

$$Q = \int_0^{d_0} \left(\rho_0 - \frac{\rho_0}{d_0} x \right) dx$$

$$= -\frac{\rho_0}{2d_0} x^2 \int_0^{d_0} \rho_0 d_0$$

$$= \frac{1}{2} \rho_0 d_0 = 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} \ (C/cm^2)$$

∴ $$V_{FB} = -\frac{Q}{C_0 d_0} = -\frac{1}{d_0 C_0} \int_0^{d_0} \left(\rho_0 - \frac{\rho_0}{d_0} x \right) x dx$$

$$= -\frac{1}{d_0 C_0} \left(\frac{1}{2} \rho_0 d_0^2 - \frac{\rho_0}{3d_0} d_0^3 \right)$$

$$= -\frac{1}{d_0 C_0} \left(\frac{1}{2} \rho_0 d_0^2 - \frac{1}{3} \rho_0 d_0^2 \right) = -\frac{\rho_0 d_0^2}{6 C_0 d_0}$$

又∵ $$C_0 = \frac{\varepsilon_{r0} \varepsilon_0}{d_0}$$

∴ $$V_{FB} = -\frac{\rho_0 d_0^2}{6 \varepsilon_{r0} \varepsilon_0}$$

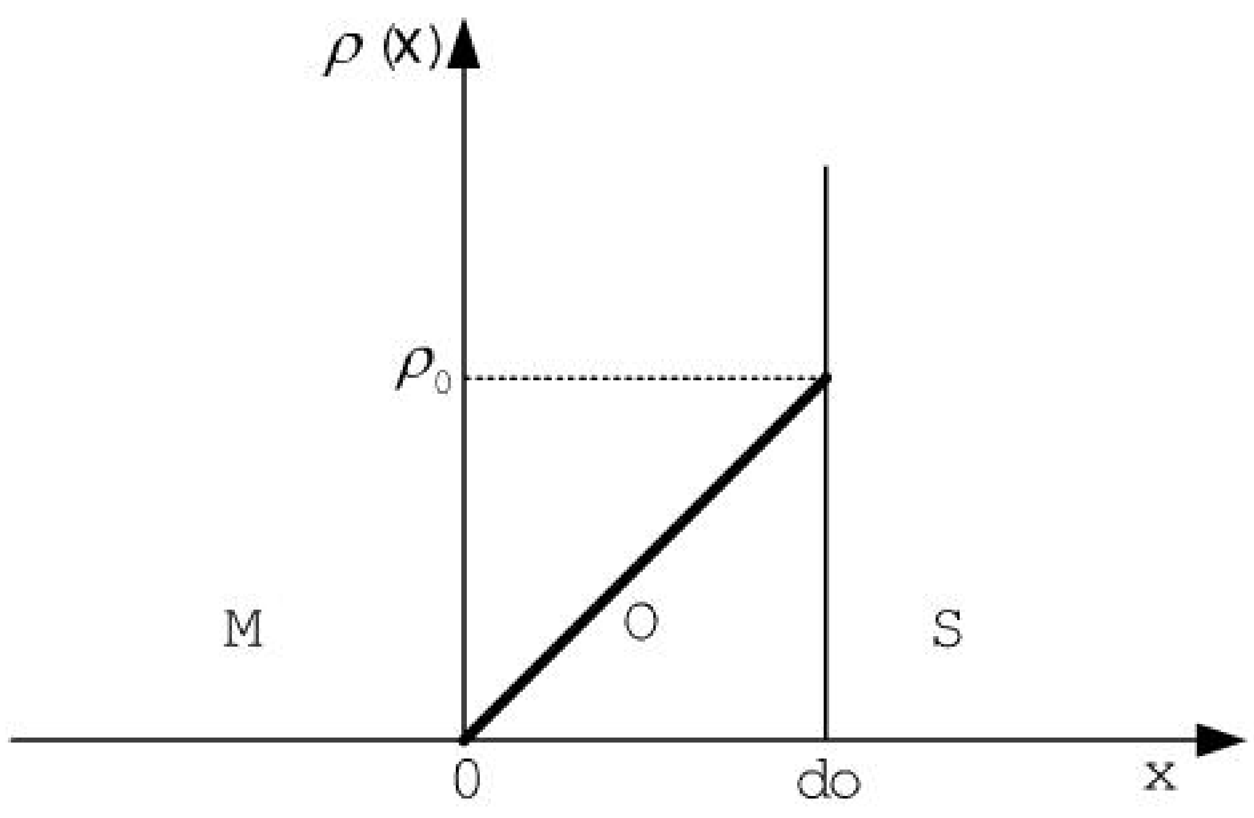
代入数据得：

$$V_{FB} = \frac{2 \times 10^{12} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 0.2 \times 10^{-4}}{6 \times 8.85 \times 10^{-14} \times 3.9}$$

$$=-\frac{2\times1.6\times0.2}{6\times8.85\times3.9}\times10^{3}$$

∴ $$V_{FB}\approx-3.09(V)$$

（3）三角形电荷分布，硅附近高，金属附近为零，



$$\rho(x)\big|_{x=d_0}=\rho_0$$

则 $$\rho(x)=\frac{\rho_0}{d_0}x$$

∴ $$Q=\int_0^{d_0}\rho(x)dx$$

$$=\int_0^{d_0}\frac{\rho_0}{d_0}xdx$$

$$=\frac{1}{2}\rho_0 d_0=10^{12}\times1.6\times10^{-19}(C/cm^2)$$

∴ $$V_{FB}=-\frac{1}{d_0C_0}\int_0^{d_0}\rho(x)xdx=-\frac{1}{d_0C_0}\int_0^{d_0}x\cdot\frac{\rho_0}{d_0}xdx$$

$$=-\frac{\rho_0 d_0^2}{3C_0d_0}=-\frac{\rho_0 d_0^2}{3\varepsilon_{r0}\varepsilon_0}$$

代入数据得：

$$V_{FB}=-\frac{2\times10^{12}\times1.6\times10^{-19}\times0.2\times10^{-4}}{3\times3.9\times8.85\times10^{-14}}$$

$$\approx-6.18(V)$$

8．试导出下列情况下快表面态中单位面积电荷的表达式：
① 位于禁带中央 Ei处的单能级表面态，单位面积的表面的表面态数为 Nss。
② 均匀分布于整个带的表面态，即 Nss（E）=常数的表面态。
（假定表面态是受主型的，即当该表面态被一个电子占据时带负电，空着时为中

性）

[**解**]: 空穴占据受主界面态的分布函数： $f=\dfrac{1}{1+\frac{1}{4}\exp(\frac{E_F-E_{SA}}{k_0T})}$

① $E_{SA}=E_i$，所以： $p^-(E_{SA})=N_{SS}(1-f)=\dfrac{N_{SS}}{1+4\exp(\frac{E_i-E_F}{k_0T})}$

$\therefore\quad Q_{SS}=q\cdot p^-(E_{SA})=\dfrac{qN_{SS}}{1+4\exp(\frac{E_i-E_F}{k_0T})}$

② $p^-=\int_{E_V}^{E_C}\dfrac{N_{SS}}{1+4\exp(\frac{E-E_F}{k_0T})}dE=N_{SS}\cdot(E_F-E_V)$

$\therefore\quad Q_{SS}=q\cdot p^-=qN_{SS}\cdot(E_F-E_V)$

第十章　半导体的光学性质和光电与发光现象

1. 一棒状光电导体长 l，截面积为 s。设在光照下棒内均匀产生电子-空穴对数为 $Q/cm^3\cdot s$，且电子迁移率 $\mu_n>>\mu_p$。如果在棒两端加以电压 V，试证光生电流 $\Delta I=qQs\tau_n\mu_nV/l$ （q=电子电量）。

[**解**]: 由 $\dfrac{d\Delta n}{dt}=Q-\dfrac{\Delta n}{\tau_n}$ $\quad\therefore\Delta n=Q\tau_n(1-e^{-\frac{t}{\tau_n}})$

平衡时：$\Delta n=Q\tau_n$；

$\Delta J=\Delta\sigma\cdot E=q\cdot Q\cdot\tau_n\cdot\mu_n\cdot E=q\cdot Q\cdot\tau_n\cdot\mu_n\cdot\dfrac{V}{l}$

$\therefore\quad\Delta I=q\cdot Q\cdot\tau_n\cdot s\cdot\mu_n\cdot\dfrac{V}{l}$

2. 一重掺杂 n 型半导体的平衡载流子浓度为 n_0 和 p_0。在恒定光照下产生的电子-空穴对数为 $Q/cm^3\cdot s$，复合系数为 r。今另加一闪光，产生附加光生载流子浓度为 Δn 和 $\Delta p<<n_0$。试证闪光 t 秒后，样品内空穴浓度为

$$p(t)=p_0+\Delta p e^{-rnt}+\frac{Q}{rn_0}$$

[解]: 恒定光照下：

$$\frac{d\Delta p}{dt}=Q-\frac{\Delta p}{\tau}=0 \quad ; \qquad \tau=\frac{1}{rn_0}$$

$$\Delta p=Q\tau(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

∴平衡时：$\Delta p=Q\tau=\frac{Q}{rn_0}$；

$$p=p_0+\Delta p=p_0+\frac{Q}{rn_0}$$

另加闪光时产生Δn和Δp的附加载流子浓度；

闪光结束时刻：$\Delta p(0)=\frac{Q}{rn_0}+\Delta p$

$$\frac{d\Delta p(t)}{dt}=-\frac{\Delta p(t)}{\tau}+Q \quad ;$$

①$\Delta p(0)=\Delta p+Q/rn_0$

②$\Delta p(\infty)=Q/rn_0$

∴ $p(t)=p_0+\Delta p e^{-rnt}+\frac{Q}{rn_0}$

3. 一个 n 型 CdS 正方形晶片，边长 1mm，厚 0.1mm，其长波吸收限 510nm。今用$1mW/cm^2$的紫光（$\lambda=409.6nm$）照射正方形表面，量子产额$\beta=1$。设光生空穴全部被陷，光生电子寿命$\tau_n=10^{-3}s$，电子迁移率$\mu_n=100cm^2/V\cdot s$，并设光照能量全部被晶片吸收，求下列各值。

①样品中每秒产生的电子-空穴对数；

②样品中增加的电子数；

③样品的电导增量Δg；

④当样品上加以 50V 电压时的光生电流；

⑤光电导增益因子 G。

[解]: ① 量子数光强：$I=\frac{1\times10^{-3}}{h\gamma}=\frac{1\times10^{-3}}{6.625\times10^{-34}\times\frac{3\times10^{8}}{409.6\times10^{-9}}}=2.06\times10^{15}\ /cm^{2}$

$\beta=1$，光照能量全部被吸收；$\alpha=1$

$\therefore\quad Q=\beta\cdot a\cdot I=2.06\times10^{15}\ /cm^{2}$

② 平衡时，

$\Delta n_s=Q\cdot\tau\ =2.06\times10^{15}\times10^{-3}=2.06\times10^{12}\ /cm^{2}$

$\Delta N=\Delta n_s\cdot S=10^{-2}\times2.06\times10^{15}\times10^{-3}=2.06\times10^{10}$个

③ $\Delta\sigma=q\cdot\Delta n\cdot\mu_n=1.6\times10^{-19}\times\frac{2.06\times10^{12}}{0.01}\times100=3.396\times10^{-3}S/cm$

$\Delta g=\Delta\sigma\cdot\frac{S}{l}=3.396\times10^{-3}\times\frac{0.1\times1\times10^{-2}}{0.1}=3.396\times10^{-5}S$

④ $\Delta I=\Delta J\cdot S=\Delta\sigma\cdot E\cdot S=3.396\times10^{-3}\times\frac{50}{l}\cdot S=1.698\times10^{-3}A$

⑤ $G=\frac{\tau_n}{t_r}$ 已知，$\tau_n=10^{-3}s$

$t_r=\frac{l}{\bar{V}}=\frac{l}{\mu_n\cdot E}=\frac{l^2}{\mu_n\cdot V}=\frac{0.01}{100\times50}=2\times10^{-6}s$

$G=\frac{\tau_n}{t_r}=\frac{10^{-3}}{2\times10^{-6}}=500$

4．上题中样品无光照时电导$g_0=10^{-8}S$。如果样品的电导增加一倍（$\Delta g=g_0$），所需光照强度为多少？

[解]: $\Delta g=g_0=\Delta\sigma\cdot\frac{S}{l}\Rightarrow\Delta\sigma=\frac{g_0\cdot l}{S}=\frac{10^{-8}\times0.1}{0.1\times0.01}=10^{-6}S/cm$

$\therefore\Delta n=\frac{\Delta\sigma}{q\cdot\mu_n}=\frac{10^{-6}}{1.6\times10^{-19}\times100}=6.25\times10^{10}cm^{-3}$

$\therefore\Delta n_s=\Delta n\cdot d=6.25\times10^{10}\times0.01=6.25\times10^{8}cm^{-2}$

$I=\frac{\Delta n_s}{\tau_n\beta a}=3\times10^{-7}W/cm^{2}$

5. 用光子能量为 1.5eV，强度为 2mW 的光照射一硅光电池。已知反射系数为 25%，量子产额$\beta=1$，并设全部全部光生载流子都能到达电极。

①求光生电流；

②当反向饱和电流为10^{-8}A时，求 T=300K 时的开路电压。

[解]: $$I_0=\frac{2\times10^{-3}\times(1-25\%)}{1.5\times1.6\times10^{-19}}=6.25\times10^{15}s^{-1}$$

① $$I_L=\beta\cdot I_0\cdot2\cdot q=6.25\times10^{15}\times2\times1.6\times10^{-19}=2\times10^{-3}A$$

② $$V_{oc}=\frac{kT}{q}\ln(\frac{I_L}{I_s}+1)=0.026\times\ln(\frac{2\times10^{-3}}{10^{-8}}+1)=0.317V$$

6. 用光子流强度为P_0，光子能量为$h\gamma$的光照射一肖特基光电二极管。已知$E_g>h\gamma>q\phi_B$（ϕ_B为接触势垒高度），则在金属层内产生的光生电子，有部分向半导体内发射。如金属中光的吸收系数为a，金属厚度为l。在离光照（金属）面x处，光生电子逸入半导体的几率为$e^{-b(l-x)}$。设金属中光生电子量子产额为β。

①试证光电二极管的量子效率η（进入半导体的光生电子数与入射光子数P_0之比）为：$\eta=\beta\frac{a}{b-a}(e^{-al}-e^{-bl})$

②试证当$l=l_0=\frac{\ln(b/a)}{b-a}$时，$\eta$达到最大$\eta_{nn}$，且

$$\eta_{nn}=\beta(\frac{a}{b})^{b/(b-a)}$$

[解]: ① $$\frac{dp(x)}{dx}=-ap(x)\Rightarrow p(x)=p_0e^{-ax}$$

x处产生的电子数：$\beta ap(x)$

$$\int_0^l\beta ap(x)\cdot e^{-b(l-x)}dx=\int_0^l\beta ap_0e^{-ax}\cdot e^{-b(l-x)}dx$$

$$=\beta ap_0e^{-bl}\cdot\int_0^le^{bx-ax}dx=\beta ap_0e^{-bl}\cdot\frac{1}{b-a}\cdot e^{bx-ax}\Big|_0^l$$

$$=\frac{\beta ap_0e^{-bl}}{b-a}\cdot e^{-bl}\left[e^{(b-a)l}-1\right]=\frac{\beta a}{b-a}\cdot p_0\left[e^{-al}-e^{-bl}\right]$$

$$\therefore\quad\eta=\beta\frac{a}{b-a}(e^{-al}-e^{-bl})$$

② $$\frac{d\eta}{dl}=\beta\frac{a}{b-a}(-ae^{-al}+be^{-bl})\overset{令}{=}0$$

$$\therefore ae^{-al}=be^{-bl}\Rightarrow l=\frac{\ln(b/a)}{b-a}$$

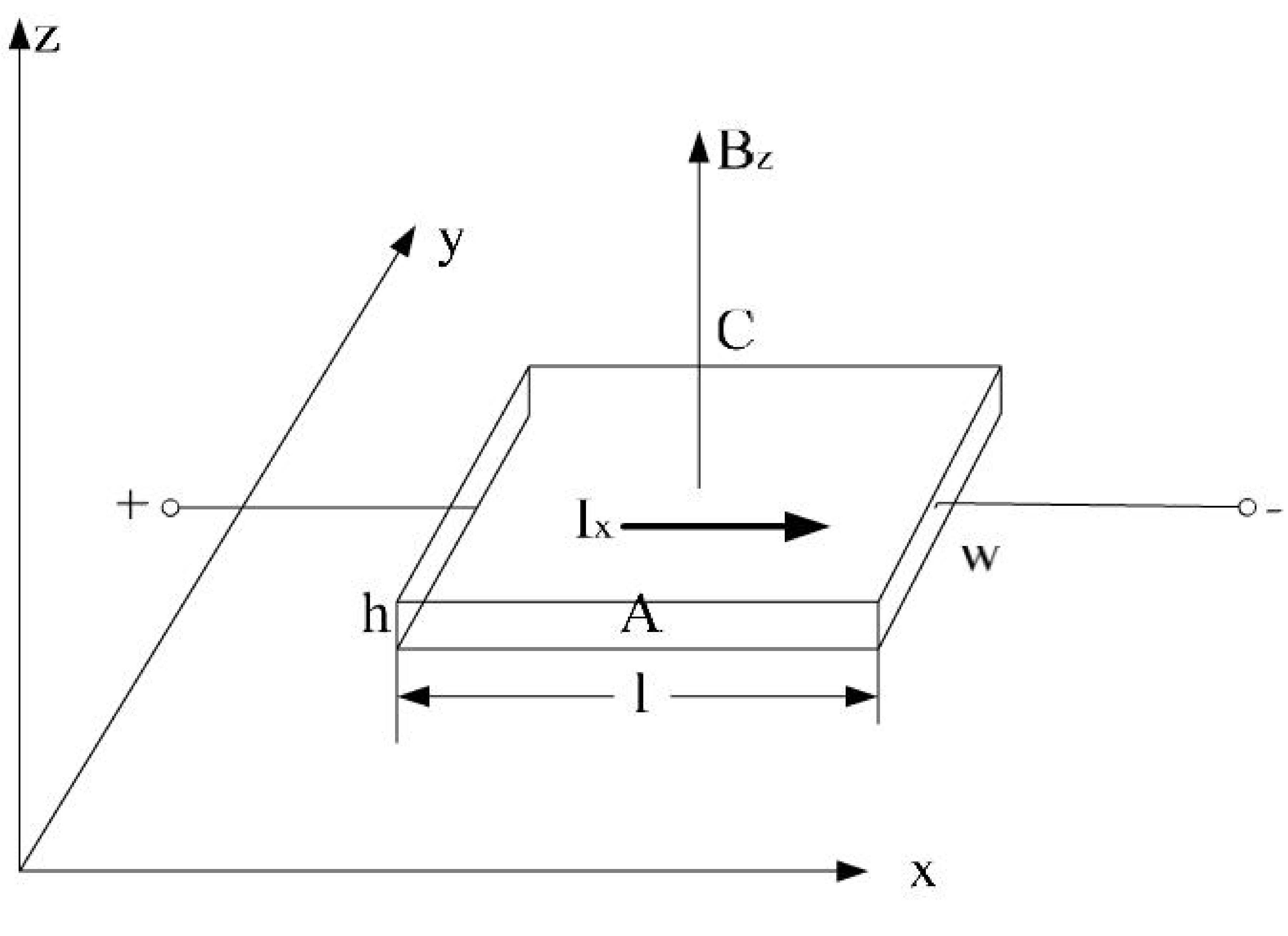
此时：$\eta_{nn}=\beta e^{-bl}=\beta\cdot e^{-\frac{b\ln(b/a)}{b-a}}=\beta\cdot(\frac{a}{b})^{-b/(b-a)}=\beta\cdot(\frac{b}{a})^{b/(b-a)}$

第十二章　半导体磁和压阻效应

1. 如图 12-1 所示，设样品为长 8mm，宽 2mm、厚 0.2mm 的 Ge，在样品长度两端加 1.0V 的电压，得到 10mA 沿 x 方向的电流；再沿样品垂直方向（+z）加 0.1T 的磁场，则在样品宽度两端测得电压 Vac 为-10mV，设材料主要是一种载流子导电，试求：

①材料的导电类型；
②霍尔系数；
③载流子浓度；
④载流子迁移率。

[解]：如图所示：



① 根据霍尔定律，有公示：$R_H=E_y/J_xB_z$

其中 J_xB_z 为正值，E_y 为负值，可得霍尔系数 R_H 为负值，可判断为 n 型半导体。

也可根据左手定则进行判断。

② 霍尔系数：$R_H=E_y/J_xB_z$

$$R_H = \frac{E_y}{J_x B_z} = \frac{E_y}{(I_x / w \cdot h) B_z} = \frac{E_y \cdot w \cdot h}{I_x B_z} = \frac{V_{AC} h}{I_x B_z} = \frac{-10\times10^{-3} \times 0.2\times10^{-3}}{10\times10^{-3} \times 0.1} = -2\times10^{-3} m^3 / C$$

③ $R_H = -\frac{1}{nq}$ 因此： $n = -\frac{1}{R_H q} = -\frac{1}{2\times10^{-3} \times 10^6 \times 1.6\times10^{-19}} \approx 3\times10^{15} cm^{-3}$

④ $\tan\theta_n = -\frac{E_y}{E_x} = -\frac{V_{AC}/w}{V/l} = -\frac{V_{AC}\cdot l}{V\cdot w} = -\frac{-10\times10^{-3}\times 8\times10^{-3}}{1\times 2\times10^{-3}} = 0.04$

根据： $\tan\theta_n = \mu_n B_z$

得到： $\mu_n = \frac{\tan\theta}{B_z} = \frac{0.04}{0.1} = 4000 cm^2 / V\cdot s$