编译原理

Compilers

极夜酱

目录

Chapter 1 有限状态自动机

1.1 字母表

1.1.1 字母表（Alphabet）

字母表是一个非空的有限集合，一般用 Σ 表示，集合中的元素被称为符号/字符(symbol)。

例如：

- $\Sigma = \{0, 1\}$：二进制数的集合。
- $\Sigma = \{a, b, \cdots, z\}$：小写字母集合。
- $\Sigma = \{(,), [,], \{, \}\}$：括号集合。

1.1.2 串（String）

串是一个由字母表中的字符组成的有限序列。

例如：

- 0011 和 11 是 $\Sigma = \{0, 1\}$ 上的串。
- abc 和 bbb 是 $\Sigma = \{a, b, \cdots, z\}$ 上的串。
- (()) 和 (() 是 $\Sigma = \{(,), [,], \{, \}\}$ 上的串。

空串

空串使用 ϵ 表示。

串的长度

- $|0010| = 4$
- $|aa| = 2$
- $|\epsilon| = 0$

前缀（prefix）

- aa 是 aaabc 的前缀
- aaab 是 aaabc 的前缀
- aaabc 是 aaabc 的前缀

后缀（suffix）

- bc 是 aaabc 的后缀
- abc 是 aaabc 的后缀
- aaabc 是 aaabc 的后缀

子串（substring）

- ab 是 aaabc 的子串
- aaa 是 aaabc 的子串
- aaabc 是 aaabc 的子串

连接（concatenation）

当 $\omega = abd$，$\alpha = ce$，那么 $\omega\alpha = abdce$。

指数（exponentiation）

当 $\omega = abd$，那么 $\omega^3 = abdabdabd$，$\omega^0 = \epsilon$。

反转（reversal）

当 $\omega = abd$，那么 $\omega^R = dba$。

1.1.3 克林闭包（Kleene Closure）

Σ^k 用于表示所有在字母表 Σ 上的长度为 k 的串的集合。

例如，$\Sigma = \{a, b\}$，那么 $\Sigma^2 = \{ab, ba, aa, bb\}$，$\Sigma^0 = \{\epsilon\}$。

克林闭包 Σ^* 用于表示所有在字母表 Σ 上能够组成的串的集合。

$$\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \cdots = \bigcup_{k \geq 0} \Sigma^k \tag{1.1}$$

正闭包 Σ^+ 则是在 Σ^* 中除了空串以外的所有串的集合。

$$\Sigma^+ = \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \cup \Sigma^3 \cup \cdots = \bigcup_{k > 0} \Sigma^k \tag{1.2}$$

1.2 语言

1.2.1 语言（Language）

语言是一个字母表中所构成串的集合。

例如，$\Sigma = \{a, b, c, \cdots, z\}$，那么所有英语单词所构成的集合 L 就是字母表 Σ 上的语言。

假设 $A = \{good, bad\}$ 和 $B = \{boy, girl\}$ 是两个语言，语言之间可以进行以下操作。

并集（union）

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ or } x \in B\} \tag{1.3}$$

$A \cup B = \{good, bad, boy, girl\}$

连接（concatenation）

$$A \circ B = \{xy \mid x \in A \text{ or } y \in B\} \tag{1.4}$$

$A \circ B = \{goodboy, goodgirl, badboy, badgirl\}$

闭包

$$A^* = \{x_1, x_2, \cdots, x_k \mid k \geq 0 \text{ and each } x_i \in A\} \tag{1.5}$$

$A^* = \{\epsilon, good, bad, goodgood, goodbad, badgood, badbad, goodgoodgood, goodgoodbad, \cdots\}$

语法和语言与自动机理论密切相关，它们是许多软件实现的基础，例如编译器/解释器、文本编辑器、文本搜索、系统验证等。

在自动机理论中，要处理的问题就是判断一个给定的串是否属于某个语言。

例如：

- 0^*10^*：只包含一个 1 的串的集合。
- $\Sigma^*1\Sigma^*$：至少有一个 1 的串的集合。
- $\Sigma^*001\Sigma^*$：包含子串 001 的串的集合。
- $(\Sigma\Sigma)^*$：长度为偶数的串的集合。
- $(\Sigma\Sigma\Sigma)^*$：长度为 3 的倍数的串的集合。

1.3 DFA

1.3.1 DFA（Deterministic Finite Automaton）

有限状态机（FSM, Finite State Machine）用于决定程序当前状态和状态间的切换，状态机最终只能指向一个结果。

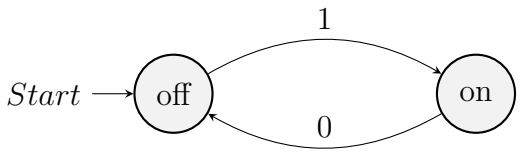
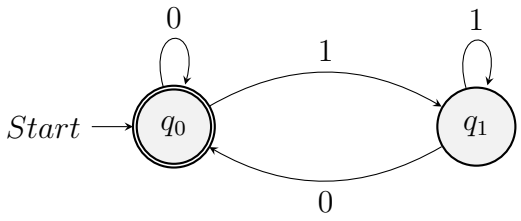


图 1.1: 有限状态机

确定性有限状态自动机 DFA 使用一个五元组 $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ 表示，其中

- Q：状态的集合
- Σ：字母表
- δ：状态转移函数（transition function）
- q_0：初始状态
- F：终结状态集合

例如 DFA 可以用来识别空串或者以 0 结尾的串：

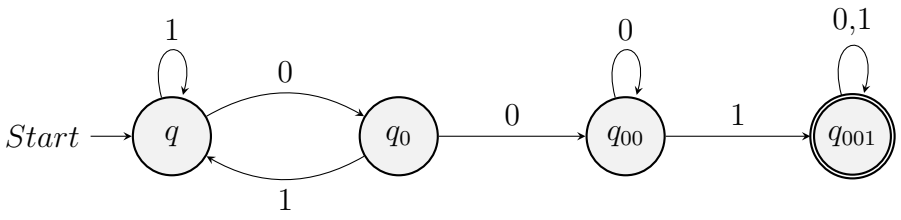


其中 $Q = \{q_0, q_1\}$，$\Sigma = \{0, 1\}$，q_0 为初始状态，$F = \{q_0\}$，δ 为

状态	输入	
	0	1
q_0	q_0	q_1
q_1	q_0	q_1

能够被有限自动机接受的语言被称为正则语言（regular language）。

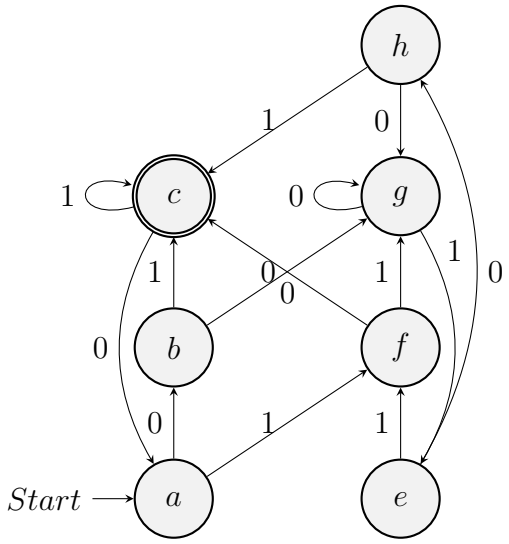
例如，构建一个能够识别所有包含子串 001 的串的 DFA：



1.3.2 最小化 DFA

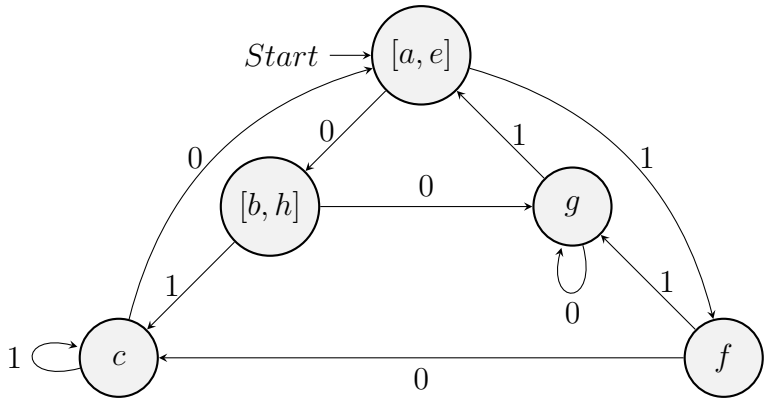
有限状态机的最小化，即将一个有限状态机转换为一个更小的有限状态机，使得状态的数目最少。

对于两个状态，如果它们之间的转移函数相同，则这两个状态可以合并为一个状态。



在这个 DFA 中，状态 b 和 h 是等价的，当接收 0 时都转移到状态 g，当接收 1 时都转移到状态 c。同时状态 a 和 e 也是等价的，状态 a 接收 0 转移到状态 b，状态 e 接收 0 转移到状态 h，状态 a 和 e 接收 1 时都转移到状态 f。

因此，状态 b 和 h 以及状态 a 和 e 可以进行合并。

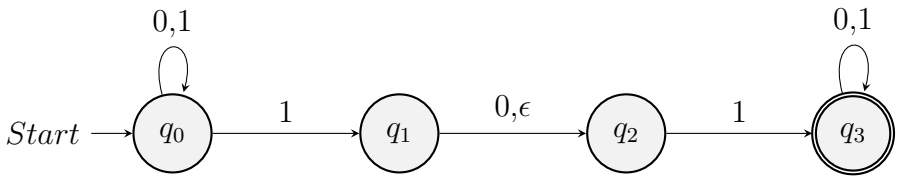

Start
[a, e]
[b, h]
g
c
f
0
1
0
1
0
1
1
0
1
0

1.4 NFA

1.4.1 NFA（Non-deterministic Finite Automaton）

在 DFA 中，每个状态的下一个状态都是唯一确定的，但是非确定性有限状态自动机 NFA 可能会存在多个下一状态。

例如在这个 NFA 中，状态 q_0 存在两个接收 1 的箭头，而状态 q_1 没有接收 1 的箭头。

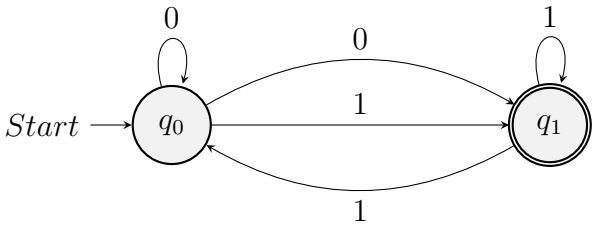


因此，在 NFA 中，每个状态允许对相同输入存在 0 个、1 个或多个转移的状态。如果存在一条能够到达终结状态的路径，那么就称当前的输入是被 NFA 接受的。

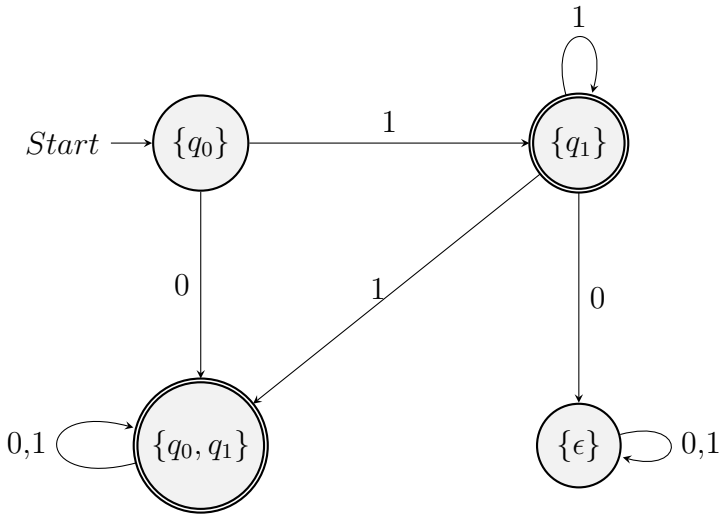
1.4.2 DFA 与 NFA 的转换

NFA 并不比 DFA 更加强大，理论证明 NFA 与 DFA 是等价的。

例如将一个 NFA 转换为 DFA：



构建一个与 NFA 等价的 DFA，只需将 NFA 中转换到的状态集合作为 DFA 中的一个状态即可。



1.4.3 ϵ-NFA

ϵ-NFA 允许不消耗输入字符在状态之间转移。

例如以下 ϵ-NFA 能够接受小数，如 +3.14、-0.12、.71、2. 等。