



# 离散数学

Discrete Mathematics

极夜酱

# 目录

0.1 递推关系 . . . . .	1
0.2 求和 . . . . .	4

## 0.1 递推关系

### 0.1.1 递推 (Recurrence)

如果数列  $\{a_n\}$  的第  $n$  项与它前一项的关系可以用一个公式来表示，那么这个公式就叫做这个数列的递推方程。

算术级数的递推关系：

$$a_0 = a$$

$$a_n = a_{n-1} + d$$

几何级数的递推关系：

$$a_0 = a$$

$$a_n = a_{n-1} \times r$$

**Exercise** 银行储蓄账户上有 10000 元，年利率为 5.8%，7 年后账户中将有多少钱？

$$\begin{aligned} P_n &= P_{n-1} + 0.058P_{n-1} \\ &= (1.058)P_{n-1} \end{aligned}$$

$$P_0 = 10000$$

$$P_1 = (1.058)P_0$$

$$P_2 = (1.058)P_1 = (1.058)^2 P_0$$

...

$$P_7 = (1.058)P_6 = (1.058)^7 P_0 \approx 14838.83$$

### 0.1.2 斐波那契数列 (Fibonacci Sequence)

斐波那契数列  $f_0, f_1, f_2, \dots$  的递推公式为：

$$f(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 1 & n = 2 \\ f(n-1) + f(n-2) & n > 3 \end{cases}$$

斐波那契数列的通项公式为：

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^{n+1} - \frac{1}{\sqrt{5}} \left( \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \right)^{n+1}$$

斐波那契数列（递归）

```

1 int fibonacci(int n) {
2     if(n == 1 || n == 2) {
3         return 1;
4     }
5     return fibonacci(n-2) + fibonacci(n-1);
6 }

```

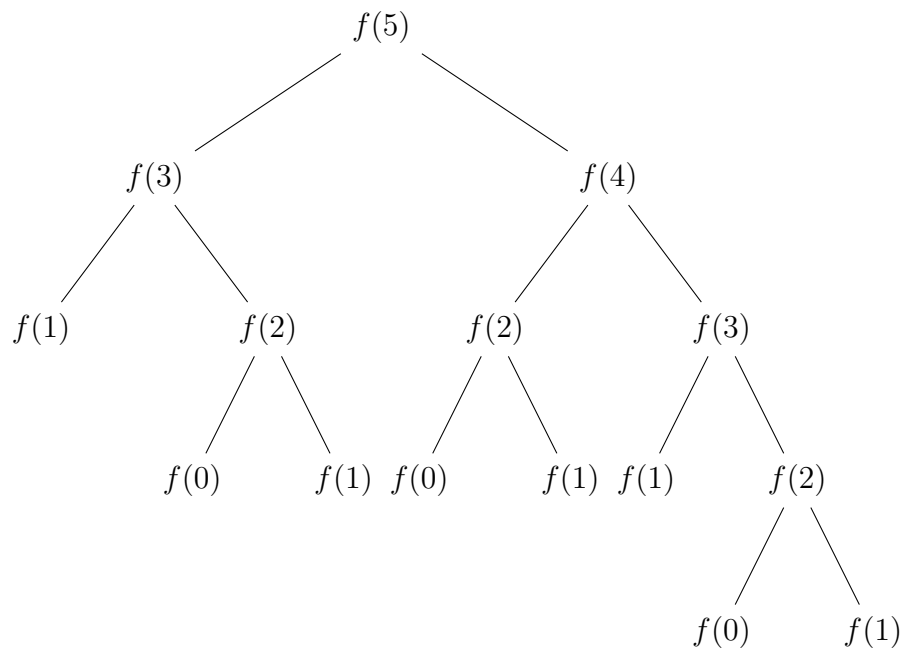


图 1: 递归树

### 斐波那契数列（迭代）

```
1 int fibonacci(int n) {  
2     int f[n];  
3     f[0] = f[1] = 1;  
4     for(int i = 2; i < n; i++) {  
5         f[i] = f[i-2] + f[i-1];  
6     }  
7     return f[n-1];  
8 }
```

## 0.2 求和

### 0.2.1 求和 (Summation)

求和符号  $\sum$  可以用于表示序列中所有项的累加和。

$$\sum_{i=lower}^{upper} a_i$$

**Exercise** 求和

$$\sum_{i=1}^{100} i = 1 + 2 + 3 + \cdots + 99 + 100 = 5050$$

$$\sum_{j=1}^5 j^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$$

$$\sum_{k=4}^6 (-1)^k = (-1)^4 + (-1)^5 + (-1)^6 = 1 - 1 + 1 = 1$$