School of Comp.
Sci. & Eng.

Homework No.3

May. 3, 2023

Notice

1. 문제는 특별한 이유가 없는 한, 손으로 풀어서 작성한다.
2. 작성된 리포트는 스캔 혹은 사진을 찍어서 하나의 압축된 파일로 묶은 후 PLATO 과제 제출란에 제출하거나 연구실 앞 과제 제출함에 제출한다.
   연구실 : 자연대연구실험동 (건물번호 313동) 313호
3. Due Date : 5월 10일 24시

학과 : 정보컴퓨터공학부
학번 : 201924437
이름 : 김윤하

1. Apply the Backtracking algorithm for the n-Queens problem(Algorithm 5.1) to the problem instance in which $n = 8$, and show the actions step by step. Draw the pruned state space tree produced by this algorithm up to the point where the first solution is found. **(Text Book Exercises 5.1, 5.2 No: 2)**

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	①							
2			②					
3					③			
4							④	
5		⑤						
6				⑥				
7						⑦		
8								⑧

① 8×8 체스판에서, queen을 처음 (1.1)에 놓는다.

② 그 다음 퀸은 (2.3)에 놓아야 된다.

③ 3번째 퀸은 아래로 1칸, 오른쪽으로 2칸 이동한 (3.5)에 놓는다.

④ 마찬가지로 4번째 퀸도 아래로 1칸, 오른쪽으로 2칸 이동한 (4.7)에 놓아야 한다.

⑤ 5번째는, (5.X)부터 놓일 수 있고, 위 2건들과 겹치지 않으려면 (5.2), 즉 X=2 이어야 한다.

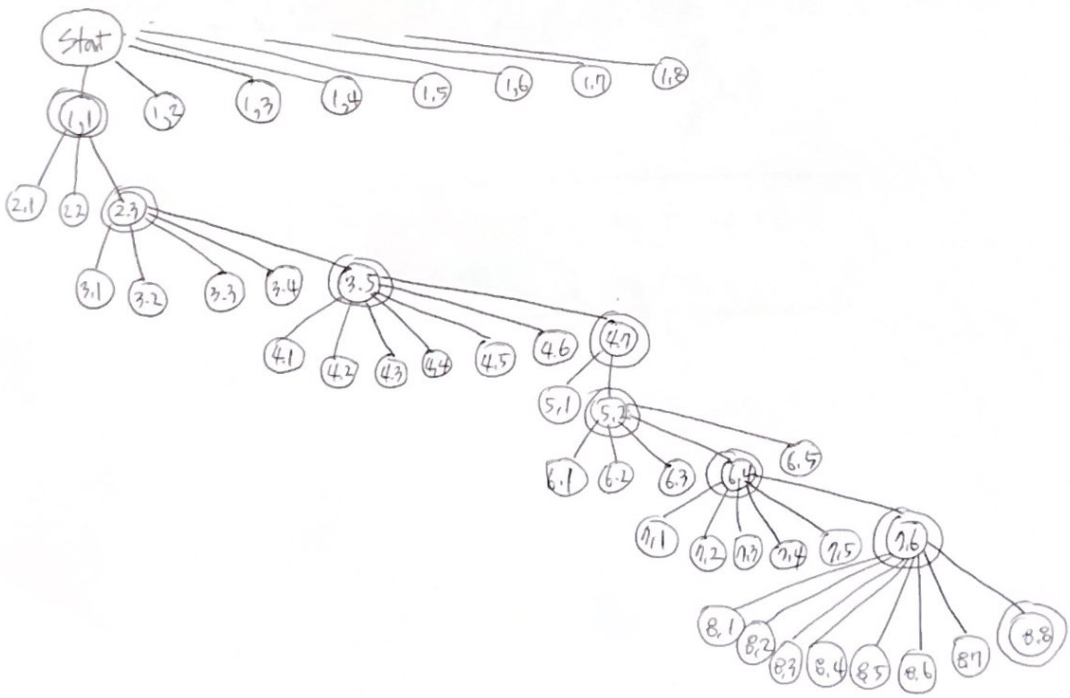
⑥ 6번째 퀸은, (6.X)부터 놓일 수 있고, 위의 것들과 겹치지 않으려면 (6,4), 즉 X=4 이어야 한다.

⑦ 위와 마찬가지로, (7,6)에 놓아야 이전 것들과 겹치지 않는다.

⑧ (8.X) 중 놓일 수 있는 위치는 (8.8) 뿐이다.

⇒ 따라서 {1,1}, {2,3}, {3,5}, {4,7}, {5,2}, {6,4}, {7,6}, {8.8} 이 된다.

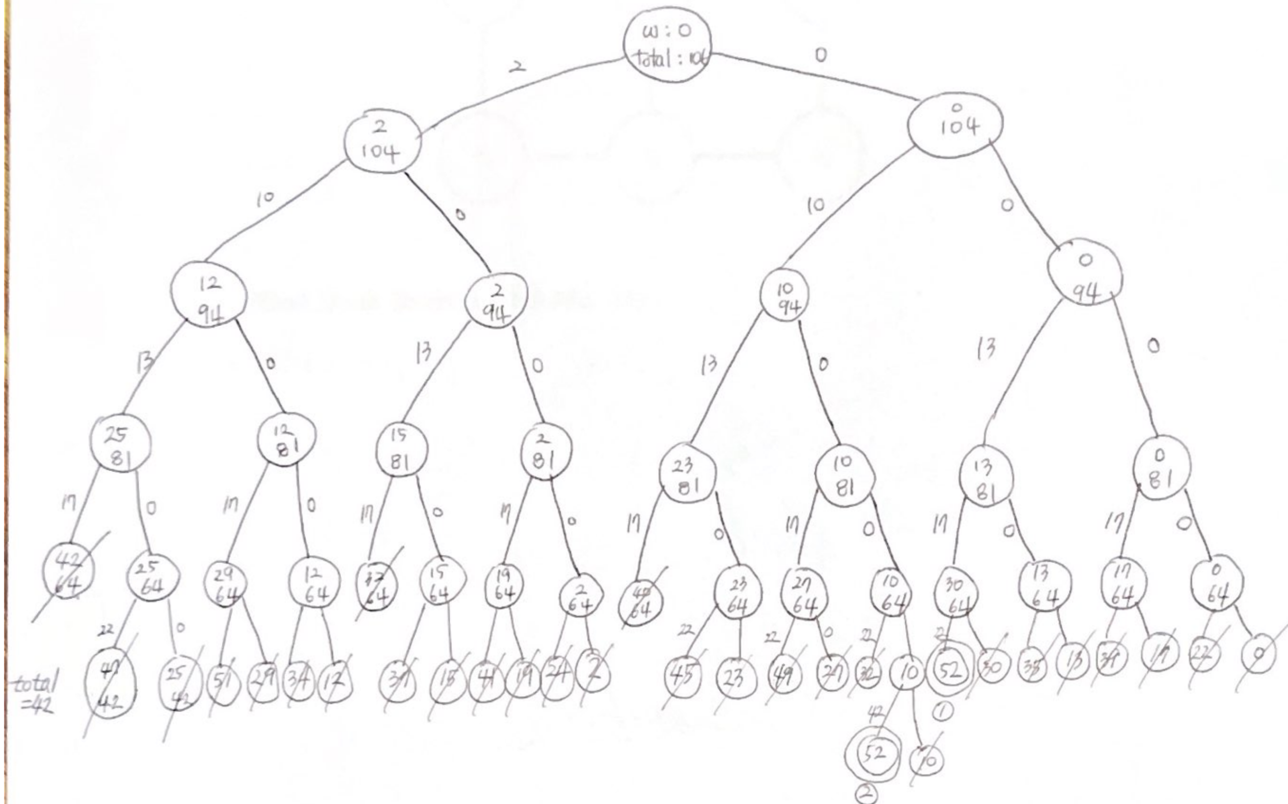
이를 Tree로 그려보면 다음과 같다.



2. Use the Backtracking algorithm for the Sum-of-Subsets problem(Algorithm 5.4) to find all combinations of the following numbers that sum to $W = 52$:

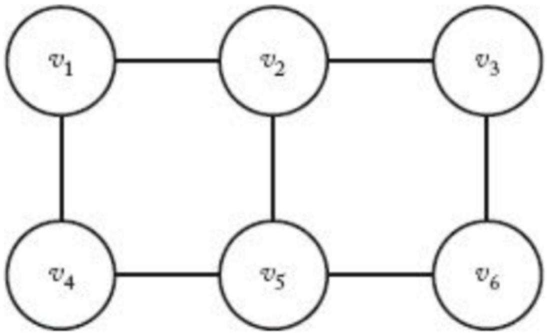
$$w_1 = 2 \quad w_2 = 10 \quad w_3 = 13 \quad w_4 = 17 \quad w_5 = 22 \quad w_6 = 42$$

(Text Book Exercises 5.4 No: 13)

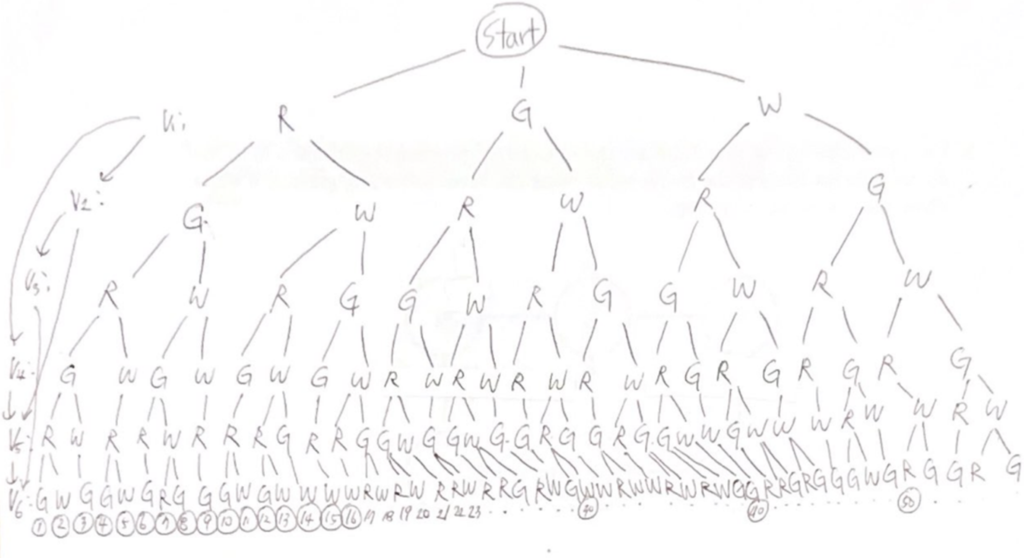


① $22 + 17 + 13$;	$w_3 + w_4 + w_5$
② $42 + 10$;	$w_2 + w_6$

3. Use the Backtracking algorithm for the m-Coloring problem(Algorithm 5.5) to find all possible colorings of the graph below using the three colors red, green,and white. Show the actions step by step.



(Text Book Exercises 5.5 No: 18)



⇒ 총 54개 경우가 있다.
예시는 이 그림과 같다.

4. Use the Backtracking algorithm for the 0-1 Knapsack problem(Algorithm 5.7) to maximize the profit for the following problem instance. Show the actions step by step.

i	p_i	w_i	$\frac{p_i}{w_i}$
1	\$20	2	10
2	\$30	5	6
3	\$35	7	5
4	\$12	3	4
5	\$3	1	3

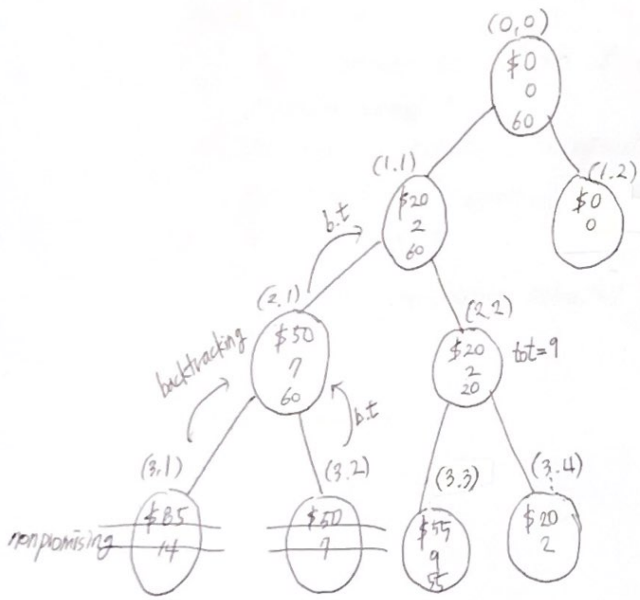
$W = 9 < 2+5+7$, $k=3$

$totweight = 0+2+5=7$

$bound = profit + 20+30 + (9-7)\cdot\frac{35}{7}$

$= profit + 50+10 = 60$

(Text Book Exercises 5.7 No: 33)



(3.3)일 때,

따라서 promising 한 것은 \$55 이다. 최대 이익: $\boxed{\$55}$

5. Modify the Backtracking algorithm for the Hamiltonian Circuits problem(Algorithm5.6) so that it finds a Hamiltonian Circuit with minimum cost for a weighted graph. How does your algorithm perform? **(Text Book Chap 5 Additional Exercises No: 43)**

```
int estimate() {
    node v;
    int m, mprod, t, numnodes;

    v = root of state space tree;
    numnodes = 1;
    m = 1;
    mprod = 1;
    while (m != 0) {
        t = number of children of v;
        mprod = mprod * m;
        numnodes = numnodes + mprod * t;
        m = number of promising children of v;
        if (m != 0) {
            v = randomly selected promising child of v;
        }
    }
    return numnodes;
}
```

6. Use Algorithm 6.1(The Breadth-First Search with Branch-and-Bound Prun-ing algorithm for the 0-1 Knapsack problem) to maximize the profit for the following problem instance. Show the actions step by step.

i	p_i	w_i	$\frac{p_i}{w_i}$
1	\$20	2	10
2	\$30	5	6
3	\$35	7	5
4	\$12	3	4
5	\$3	1	3

$W = 13$

(Text Book Exercises 6.1 No: 1)

V[Wi]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
2	0	0	20	20	20	30	30	50	50	50	50	50	50	50
3	0	0	20	20	20	30	30	50	50	55	55	55	65	65
4	0	0	20	20	20	32	32	50	50	55	62	62	67	67
5	0	3	20	23	23	32	35	50	53	55	62	65	67	70

$\therefore \boxed{Max = 70}$

$\Rightarrow$ if $w[i] > w$:

$v[i, w] = v[(-1), w]$

else if $w[i] \leq w$;

$v[i, w] = Max(v(-1, w) , value[i] , v[i-1, w-w[i]])$

7. Use Algorithm 6.3 to find an optimal tour for the graph whose adjacency matrix is given by the following array. Show your actions step by step. **(Text Book Exercises 6.2 No: 8)**

	1	2	3	4	5
1	0	6	6	10	8
2	3	0	12	7	6
3	8	7	0	14	20
4	5	13	9	0	8
5	9	8	10	6	0

i) lower bound = (최솟값 합) ⇒ $6+3+7+5+6 = 27$.

ii) ① 에서, [1.2] lower bound 구해보면,

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 12 & 7 & 6 \\ 8 & \infty & 0 & 14 & 20 \\ 5 & \infty & 9 & 0 & 8 \\ 9 & \infty & 10 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

가 되고, $v_1 = 6$

$\min(v_2) = 6$

$\min(v_3) = 8$

$\min(v_4) = 5$

$\min(v_5) = 6$ 이라고 할 수 있다.

$\Rightarrow 6+6+8+5+6 = 31$.

iii) [1.3] 에서의 lower bound 구하면,

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 3 & 0 & \infty & 7 & 6 \\ \infty & 7 & \infty & 14 & 20 \\ 5 & 13 & \infty & 0 & 8 \\ 9 & 8 & \infty & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

가 되고, $v_1 = 6$

$\min(v_2) = 3$

$\min(v_3) = 7$

$\min(v_4) = 5$

$\min(v_5) = 6$

$\Rightarrow 6+3+7+5+6 = 27$.

iv) [1.4] 에서의 lower bound 구해보면,

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 3 & 0 & 12 & \infty & 6 \\ 8 & 7 & 0 & \infty & 20 \\ \infty & 13 & 9 & \infty & 8 \\ 9 & 8 & 10 & \infty & 0 \end{bmatrix}$$

가 되고, $v_1 = 10$

$\min(v_2) = 3$

$\min(v_3) = 7$

$\min(v_4) = 8$ $\Rightarrow 10+3+7+8+8 = 36$.

$\min(v_5) = 8$

v) [1.5] 에서의 lower bound를 구하면,

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ 3 & 0 & 12 & 7 & \infty \\ 8 & 7 & 0 & 14 & \infty \\ 5 & 13 & 9 & 0 & \infty \\ \infty & 8 & 10 & 6 & \infty \end{bmatrix}$$

$v_1 = 8$
$\min(v_2) = 3$
$\min(v_3) = 7$
$\min(v_4) = 5$
$\min(v_5) = 6.$

$\Rightarrow 8+3+7+5+6 = 29.$

⇒ ii), iii), iv), v) 중 [1.3]이 가장 작은 lower bound를 갖는다.
minlength= 27.

↳ [1.3] → [1.3.2] ;

$$\begin{bmatrix} \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 7 & 6 \\ \infty & \infty & \infty & 14 & 20 \\ 5 & \infty & \infty & 0 & 8 \\ 9 & \infty & \infty & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

$v_1 = 6$
$\min(v_2) = 6$
$v_3 = 7$
$\min(v_4) = 5$
$\min(v_5) = 6$

$\Rightarrow 6+6+7+5+6 = 30.$ (O)

↳ [1.3.4] = 36 (X)
↳ [1.3.5] = 43 (X)

↳ [1.3.2] → [1.3.2.4] ;

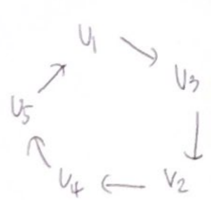
$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 6 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 20 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 8 \\ 9 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix}$$

$v_1 = 6$
$v_2 = 7$
$v_3 = 7$
$v_4 = 8$
$v_5 = 9$

$\Rightarrow 6+7+7+8+9 = 37$ (X)

↳ [1.3.2.5]
$= 6+6+7+5+6 = 36$ (O)

⇒ 따라서, 가장 짧은 길이는 1→3→2→4→5→1 이 되고, 36이다.



$\Rightarrow \boxed{36}$ (min)

8. List three more applications of the branch-and-bound design strategy. **(TextBook Chap 6 Additional Exercises No: 21)**

① 정수형 프로그래밍

② 이차 할당 문제

③ 최대 만족 문제

④ 비선형 프로그래밍

⑤ 최근접 이웃 탐색 등이 있다.