Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Факультет непрерывного и дистанционного обучения

Кафедра физики

Электронный учебно-методический комплекс

по дисциплине

ФИЗИКА

Электромагнетизм и волновая оптика

Для студентов специальностей 1-40 01 03 Информатика и технологии программирования

Минск 2012

# Общие сведения

## Сведения об ЭУМК

Электронный учебно-методический комплекс по дисциплине «Физика» Электромагнетизм и волновая оптика

предназначен для студентов всех специальностей технических вузов, а также может быть использован преподавателями, и аспирантами.

Электронный учебно-методический комплекс составлен на основе типовой учебной программы по физике для высших учебных заведений по специальностям электрорадиотехники и информатики, утвержденной Министерством образования Республики Беларусь 2012 г., регистрационный №ТД-120/тип. и деканом факультета непрерывного и дистанционного обучения <дата утверждения>, регистрационный № УД 11‑XX‑YY/Р и рабочих учебных планов соответствующих специальностей.

**Составитель:**

**В.В. Аксенов,** доцент кафедры физики Учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат.физ.мат. наук

Рассмотрен и рекомендован к изданию на заседании физики, протокол № \_1\_ от \_30\_.\_08\_.2012г..

Одобрен и рекомендован к изданию методической комиссией факультета, протокол № 1\_\_ от \_\_.\_\_.2012г..

## Методические рекомендации по изучению дисциплины

Изучать курс систематически в течение всего учебного процесса. Изучение физики в сжатые сроки перед экзаменом не даст глубоких и прочных знаний.

Для глубокого изучения курса физики необходимо в полной мере использовать рекомендованную литературу

При чтении учебного пособия необходимо составлять конспект, записывать в нем законы и формулы, выражающие эти законы, определения физических величин и их единиц, делать чертежи и решать типо­вые задачи. При решении задач следует пользоваться Международной системой единиц (СИ).

Самостоятельную работу по изучению физики подвергать система­тическому контролю. Для этого после изучения очередного раздела следует ставить вопросы и отвечать на них, также использовать программу самоконтроля знаний из ЭУМК. При этом надо использо­вать рабочую программу физики,

пользоваться очными консультациями преподавателей, а также задавать вопросы по E-mail.

## Рабочая учебная программа

**Учреждение образования**

**«Белорусский государственный университет**

**информатики и радиоэлектроники»**

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета непрерывного и дистанционного обучения

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ В. М. Бондарик

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2012 г.

Регистрационный № УД-11-23-\_\_\_/р.

**Физика**

Рабочая учебная программа

**для специальности**

**I - 40 01 03**

**Информатика и технологии программирования**

Факультет непрерывного и дистанционного обучения

Кафедра физики

Курс 3

Части 1

Лабораторные занятия -2

Контрольные работы -2 Экзамен 5

Всего часов по дисциплине 174 часов

Форма получения

высшего образования дистанционная

Минск 2012

Рабочая учебная программа составлена на основе типовой учебной программы по физике для высших учебных заведений по специальностям электро-радиотехники и информатики, утвержденной Министерством образования Республики Беларусь ?????? г., регистрационный ???тип. и учебных планов специальностей: I - 40 01 03Информатика и технологии программирования

рассмотрена и рекомендована к утверждению на заседании кафедры

Протокол №\_\_\_ oт \_29.06.12\_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой физики Н.Т. Квасов

СОГЛАСОВАНО

Председатель Совета факультета компьютерного проектирования

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (ФИО, подпись)

Председатель Совета факультета информационных технологий и управления

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (ФИО, подпись)

Председатель Совета факультета компьютерных систем и сетей

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (ФИО, подпись)

Согласовано

Начальник ОМОУП Ц.С. Шикова

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ**

**ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

**С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Название дисциплины, с которой требуется согласование | Кафедра, обеспечивающая изучение этой дисциплины | Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой дисциплине | Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) |
| Организация производства и управление предприятием | ПОИТ | нет | Учебные программы согласованы, дубли­рования нет,  протокол № \_\_  от \_\_.\_\_.2010 г. |

СОГЛАСОВАНО:

Зав. кафедрой ПОИТ В.В. Бахтизин

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

**Цель преподавания дисциплины.**Курс физики наряду с другими общеобразовательными дисциплинами составляет основу теоретической подготовки инженеров и играет роль фундаментальной базы, без которой невозможна успешная деятельность современного инженера любого профиля. Многие области современной техники, такие как электроника, электро- и радиотехника, приборостроение, машиностроение, технология радиоэлектронных средств и др., тесно связаны с физикой.

Изучение курса физики способствует развитию у студентов физического мышления, а также формированию у них научного мировоззрения, на основе которого складываются основные представления о современной физической картине мира. В ходе изучения курса физики находят отражение основные этапы сложного исторического развития физики как науки и используются все компоненты процесса научного познания: анализ и синтез, абстрагирование и идеализация, аналогия, формализация, обобщения и ограничения, индукция и дедукция, историческое и логическое. Все это имеет большое методологическое значение и создает основу для изучения специальных дисциплин.

При разработке программы использовались материалы Международного симпозиума ЮНЕСКО «Фундаментальное университетское образование» (1994 г., г.Москва).

Курс физики имеет своей целью:

- изучение основных понятий, законов, принципов и теорий классической и квантовой физики;

- изучение основных физических явлений и процессов и их трактовку с точки зрения современных научных представлений;

- формирование современного физического мышления и научного мировоззрения;

- ознакомление с методами физических исследований.

**Задачи изучения дисциплины.**

- создание у студентов достаточно широкой теоретической подготовки в области физики, позволяющей будущим инженерам ориентироваться в потоке научной и технической информации и обеспечивающей возможность использования знаний по физике в технике;

- обеспечение определенной методологической подготовки, позволяющей понимать процесс познания и структуру научного знания, использовать различные физические понятия, определять границы применимости принципов, законов и теорий;

- ознакомление с современной научной аппаратурой, формирование навыков проведения физического эксперимента;

- овладение примерами и методами решения конкретных задач из отдельных разделов физики;

- формирование умения оценивать степень достоверности результатов, полученных в экспериментальных или теоретических исследованиях.

**1.3. Перечень дисциплин, усвоение которых необходимо для изучения данной дисциплины**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № п/п | Название дисциплины | Раздел темы |
| 1. | Высшая математика | - элементы линейной алгебры и аналитической геометрии;  - дифференциальное исчисление функций одной и нескольких переменных;  - исследование функций с помощью производных;  - определенный и неопределенный интегралы, криволинейные и кратные интегралы;  - элементы теории дифференциальных уравнений;  - векторный анализ и основные понятия теории поля;  - теория вероятностей и математическая статистика.  - |
| 2. | Философия | - формы и методы научного познания;  - структура научного знания. |

**СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

# Теоретический раздел

## Электромагнетизм

## Введение

Одним из самых величественных творений человеческого разума в естествознании является наука об электричестве и магнетизме и ей в значительной мере, человечество обязано сегодняшнему уровню научно-технического прогресса. От разрозненных экспериментальных фактов до создания стройной теории, обладающей внутренним совершенством и внешним оправданием, – этот путь был весьма драматическим и рассказ о нем является хорошей иллюстрацией сложного процесса познания человеком окружаемого мира.

Начало системных исследований электричества и магнетизма следует отнести к 1600 году, когда появилась книга В. Гильберта "О магните". В этом труде впервые была предпринята попытка классифицировать электрические и магнитные явления и установить связь между ними. Не претендуя на полный перечень имен исследователей, внесших значительный вклад в эту науку, отметим лишь некоторые из них:

О. Герике (1602–1686), Ш.Ф.Дюфе (1698–1739), Б.Франклин (1706–1760), Ф. Эпинус (1724–1802), Г. Рихман (1711–1753), М.В. Ломоносов (1711–1765), Ш.О. Кулон (1736–1806), А. Вольта (1745–1827), Г.С. Ом (1789–1854), М. Фарадей (1791–1863), Г.Х. Эрстед (1777–1851), А.М. Ампер (1775–1836), Д. Генри (1797–1878).

Эти ученые представляют домаксвелловскую эпоху науки об электричестве и магнетизме, эпоху накопления экспериментального материала и его систематизации, которая завершилась в конце 18-го, начале 19-го столетий открытием законов Кулона, Био-Савара-Лапласа и закона Ампера. Приведем современную формулировку этих законов:

Сила взаимодействия  между двумя частицами, находящимися в вакууме и имеющими заряды q1 и q2, может быть определена из следующей формулы:

, закон Кулона (1)

где *ε*o=8,85·10-12 Ф/м – электрическая постоянная, – единица емкости,  – радиус-векторы точек расположения зарядов *q*1 и *q*2, соответственно.

Здесь и в дальнейшем все формулы приводятся в системе СИ.

Элементарную силу взаимодействия  между элементами  и  проводников, по которым протекают токи *I*1 и *I*2 можно определить из закона Ампера (рис. 1):



, закон Ампера (2)

где , 1 генри =– единица индуктивности.

Рис.1

Если по проводнику течет ток , то в его окрестности создается магнитное поле, силовая характеристика которого называется магнитной индукцией (величина  называется напряженностью магнитного поля). Магнитная индукция  численно равна силе, действующей на проводник единичной длины, по которому течет электрический ток единичной силы и который расположен перпендикулярно к направлению однородного магнитного поля.

=, закон Био-Савара-Лапласа, (3)

где  - элементарная магнитная индукция, создаваемая элементом проводника с током в точке пространства с радиусом-вектором(рис.2).

Из принципа суперпозиции для поля, создаваемого проводником длины , можно получить: .

Рис.2

В 1831г. М.Фарадеем было открыто явление электромагнитной индукции, которое заключается в возникновении электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении потока  магнитной индукции  через площадь , ограниченную этим контуром.

Поток магнитной индукции  через площадь  определяется следующим соотношением:

, (4)

где  – единичный вектор, перпендикулярный элементарной площадке  (рис.3).



Рис.3

Если поток  меняется с течением времени (от времени может зависеть как , так и , или и и одновременно), то в замкнутом проводящем контуре, охватывающем площадь , возникает электрический ток , обусловленный электродвижущей силой индукции ε, которая согласно закону Фарадея-Ленца может быть определена из следующей формулы:

ε. (5)

Знак минус связан с тем, что индукционный ток в контуре всегда имеет такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызывающего этот ток (правило Э.Х. Ленца, 1834). Правило Ленца является частным случаем принципа Ле-Шателье: всякое внешнее воздействие, выводящее систему из равновесия, стимулирует в ней процессы, стремящиеся ослабить результаты этого воздействия.

Законы (1) – (3) и (5) представляют собой в определенном смысле феномены и на них, как на краеугольных камнях, был создан фундамент, на котором, в свою очередь, с помощью логических рассуждений и математического аппарата построено здание феноменологической теории электричества и магнетизма – электродинамики.

## 1.Элементы векторного анализа

Сила притяжения тела массы  к Земле характеризуется не только величиной (весом ), но и направлением. Это значит, что существует линия между двумя точками (центр тяжести тела массы  и центр Земли), вдоль которой действует сила . Причем сила направлена к центру Земли. На математическом языке это означает введение вектора силы тяжести, то есть физической величины, имеющей кроме определенного численного значения еще и направление. Вектор силы электростатического взаимодействия между зарядами  и  (см. формулу (1)) вводится аналогичным образом. Такие векторы получили название полярных векторов. Начало и конец такого вектора тем или иным способом связаны с материальными источниками его величины (массы, заряда). Существует, однако, и другой тип векторов, ориентация которых определяется по направлению вращательного движения источников величины этого вектора. Так, например, движение масс во вращающемся твердом теле формирует вектор момента количества движения (– момент инерции,  – вектор угловой скорости), с направлением, определяемым правилом буравчика. Вектор  при этом направлен вдоль оси вращения.

Ток в кольцевом проводнике (круговое движение электронов) приводит к формированию магнитного поля, индукция которого  направлена вдоль оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр. Движение электронов по орбитам в атоме также приводит к формированию магнитного поля, направленного перпендикулярно к плоскости орбиты. Такие векторы () называются аксиальными. Математическое определение векторов подробно изложено в [1]. В настоящей работе полярные векторы будут обозначаться как (стрелка над буквой), а аксиальные как  (черта над буквой).

Если каждой точке пространства поставить в соответствие число (например, температуру), то таким образом вводится скалярное поле – поле температуры = . Если каждой точке пространства поставить в соответствие вектор  (например, силу тяжести или силу электростатического взаимодействия), то таким образом вводится векторное поле.

Известно, что между областями с различной температурой формируются направленные потоки тепла . Чтобы описать такие процессы, вводится понятие градиента :

, (5)

где  – орты декартовой системы координат.

Выражение (5) можно компактно записать в операторной форме:

 (6)

где векторный оператор (набла) имеет следующий вид:

. (7)

Легко показать, что в пространстве c неравномерным распределением температуры формируется поток тепла , плотность которого определяется следующим выражением

æ, (8)

где количество тепловой энергии, проходящей в единицу времени через единицу площади, æ- коэффициент теплопроводимости. Таким образом, на скалярном поле температуры с помощью векторного оператора определено векторное поле плотности потока тепла .

Очевидно, что количество тепловой энергии, проходящей через поверхность площади, расположенную перпендикулярно вектору плотности потока , будет равно . Но как определить величину, если поверхность имеет сложный характер? Для этого к каждой элементарной площадке  поверхности вводится перпендикулярный ей единичный вектор , на направление которого проецируется . Суммируя величины , в каждой точке по всей поверхности мы получаем поток тепловой энергии через произвольную поверхность

. (9)

Таким образом, интеграл по площади есть не что иное, как сумма всех потоков тепла , идущих через элементарные площадки , покрывающие всю поверхность. Пример потока магнитной индукции  через произвольную поверхность площади  приведен на рис.3.

Так как векторный оператор  обладает всеми свойствами вектора, то он может полноправно участвовать во всех операциях векторной алгебры.

Известно, что скалярное произведение двух векторов  определяется как скаляр, величина которого может быть найдена из следующего соотношения:

. (10)

Тогда «скалярное произведение»  может быть записано следующим образом:

. (11)

Скалярная величина  получила название «дивергенция» (или «расходимость») вектора , .

Векторное произведение двух векторов  и  есть вектор, определяемый по следующему правилу:

. (12)

Аналогично может быть записано «векторное произведение» :

. (13)

Векторная величина  получила название «ротор» (или «вихрь») вектора ,.

Если градиент характеризует локальное изменение поля, то общее изменение может быть найдено как сумма изменений вдоль определенной кривой линии, определяющей область распределения поля. Это значит, что необходимо ввести процедуру интегрирования векторных величин вдоль произвольной кривой линии.



Рис.4

Разобьем произвольную кривую линию  на большое число элементарных отрезков  (рис.4). В каждой точке этой кривой определен вектор , причем совокупность всех таких векторов образует векторное поле. В произвольной точке  проведем касательную линию , вдоль которой направим бесконечно малый вектор . Тогда под криволинейным интегралом от точки (1) до точки (2) называется величина , представляющая предел суммы  при . Очевидно, что здесь идет суммирование касательной составляющей вектора  на линию  (то есть ) вдоль произвольной кривой линии (1-2).

Если взять произвольный замкнутый контур , находящийся в некотором векторном поле, (рис.5), то соответствующий интеграл по записывается, как  и называется циркуляцией вектора  по контуру Г.



Г

Рис.5

Чтобы построить здание теории электромагнетизма, нам понадобятся еще две теоремы из математического анализа.

Для произвольного векторного поля  можно показать, что поток вектора  через замкнутую поверхность площади  равен интегралу от дивергенции  по объему, заключенному внутри этой поверхности:

 -- теорема Остроградского Гаусса. (14)

Для замкнутого контура , охватывающего поверхность площади  в пространстве векторного поля , справедливо следующее соотношение: --теорема Стокса. (15)

Циркуляция вектора  по замкнутому контуру  может быть опре-делена как полный поток ротора  через поверхность площади , натянутой на этот контур.

## 2. Пространство и время в инерциальных системах координат

Известно, что силовые линии электрического поля от покоящегося заряда направлены прямолинейно и равномерно в различные стороны в телесном угле  (рис.6,а)



а б

Рис.6

Если заряд будет двигаться с постоянной скоростью v,то в пространстве формируется магнитное поле индукции, направленное, как показано на рис.6,б, что качественно отличается от конфигурации поля покоящегося заряда. Если мы перейдем в систему отсчета, связанную с движущимся зарядом (теперь он будет покоиться относительно нас), то обнаружится, что поле имеет пространственное распределение, соответствующее рис.6,а. Таким образом, из разных систем отсчета для одного и того же объекта мы наблюдаем различные физические явления. Тем не менее, один из фундаментальных принципов физики – принцип относительности – утверждает, что физические явления в инерциальных системах координат должны «смотреться» с точки зрения описания одинаково. Для выяснения этого вопроса рассмотрим, как преобразуются величины, характеризующие физическое состояние тел (импульсы, силы и т.д.) при переходе от одной системы координат к другой.

Прежде всего, необходимо обратить внимание на тот факт, что во все физические законы (см., например, формулы (1)-(3), (5), закон тяготения и др.) кроме чисто физических характеристик (массы, заряды, токи и т.п.) входят также пространственные и временные соотношения между «участниками» определенных процессов и явлений. Претерпевают ли изменения пространственные и временные интервалы при наблюдении из различных систем отсчета, ведь пространство и время являются формами, в которые облечена движущаяся материя и они неразрывно связаны с нею? Кроме того, при глубоком рассмотрении оказывается, что пространственные и временные координаты имеют одинаковую природу. Это связано с тем, что любое движение вещества есть результат взаимодействия, а, следовательно, должна быть какая-то характеристика этого взаимодействия, определяющая связь пространственных и временных интервалов.

Для небольших скоростей движения предполагается, что расстояние  между двумя точками с координатами  и является инвариантом, то есть не изменяется при переходе от одной системы координат к другой. Также в этом случае события в различных системах отсчета одновременны, что обеспечивается бесконечной скоростью распространения взаимодействия.

Когда было установлено, что скорость  распространения электромагнитного взаимодействия конечна, м/c и не зависит от движения источника, то в качестве сохраняющейся величины был введен пространственно-временной интервал  (здесь взяты две бесконечно близкие точки). Уже отсюда следует, что изменение интервала времени между двумя событиями при переходе от одной системы координат к другой должно с необходимостью привести к «деформации » соответствующего пространственного интервала.

Рассмотрим две инерциальные системы координат и , одна из которых -  движется относительно системы  со скоростью v. Пусть в системах  и  находятся часы, с помощью которых определяется интервал времени между двумя физическими событиями.

Чтобы внести однозначность в определение покоящейся и движущейся систем отсчета, введем понятие собственного времени, как времени в системе координат, где два события с интервалом времени происходят в одной точке пространства (в нашем случае это система ). Тогда интервал времени между этими событиями с точки зрения наблюдателя из системы , (в системе  эти события уже «движутся» со скоростью ) будет иметь следующий вид:



Рис.7

. (16)

Измерим длину стержня в системе координат, где он покоится (собственная длина ). Это измерение предполагает одновременное фиксирование начала и конца стержня. При измерении длины стержня  из системы  одновременность нарушается за счет движения стержня и в связи с этим

. (17)

Чтобы придать геометрическому описанию движения физическое содержание, оказалось необходимым ввести понятие силы. Такие первичные понятия, как «длина», «время», «масса» вводятся в физику посредством операционного определения, то есть путем сравнительного измерения. Сила  является, как известно, причиной не самого движения, а изменения движения и определяется через импульс :

. (18)

В случае малых скоростей (нерелятивистский случай) импульс определяется как

. (19)

Тогда



где  - ускорение частицы.

Для больших скоростей движения (релятивистский случай) соотношение  остается справедливым, однако импульс становится зависящим от соотношения между v и :

. (20)

Запишем в этом случае импульс  в форме (19):

, (21)

где

 - релятивистская масса.

В большинстве случаев массу покоя  принято обозначать а релятивистскую массу  - :

. (22)

Пусть в системе  под действием силы  вдоль оси  со скоростью  движется тело с массой покоя  (рис.8).

В системе  сила  может быть определена из формулы (20):

, (23)

где



В рассматриваемом случае  и. Рассмотрим теперь эту же ситуацию из движущейся со скоростью v системы 

Рис.8

Сила , как и в случае (23), может быть записана следующим образом:

 (24)

Однако здесь

 (25)

а .

С учетом формулы (16) выражение для импульса  перепишется как

. (26)

Так как (27)

величину  перепишем следующим образом:

. (28)

Подставляя (28) в (26), получим . (29)

Таким образом, поперечный импульс в различных инерциальных системах координат сохраняется.

Оценим теперь поперечную силу  (24):

. (30)

Из (30) видно, что при переходе от одной системы координат в другую поперечная сила изменяется.

В конце этого краткого раздела, посвященного основам специальной теории относительности, следует особо подчеркнуть, что никакого реального сокращения размеров физических объектов и замедления времени, связанных с изменением физических процессов в телах не существует. Формулы (16) и (17) отражают операционные эффекты, сопровождающие процедуру измерения пространственных и временных интервалов в движущихся системах отсчета, причем в качестве зонда, фиксирующего координаты движущегося объекта, используется световой луч, скорость распространения которого одинакова во всех системах координат.

«Парадокс близнецов» и другие подобные «эффекты» теории относительности есть примитивная спекуляция на формальном смысле формул (16), (17), (22).

## 3. Взаимодействие движущихся зарядов

Пусть расположенные на расстоянии  друг от друга заряды  и  двигаются вправо со скоростью v, как показано на рис.9.

Вектор  перпендикулярен оси  и поэтому сила Кулона (1), действующая между зарядами, является поперечной.

С учетом формулы (30) можно записать

. (31)

Рис.9

Умножим и разделим (31) на. В результате получим

 (32)

где.

Так как то формула (32) запишется следующим образом:

. (33)

Таким образом, сила взаимодействия двух движущихся зарядов расщепляется на две компоненты:

 (34)

и

 (35)

которые получили название электрической и магнитной соответственно. Очевидно, что при взаимодействие принимает чисто электрический (кулоновский) характер.

Рассмотрим случай малых скоростей, v Тогда  и

 (36)

Введем характеристики поля, посредством которого движущиеся заряды взаимодействуют между собой. Для этого формулу (36) перепишем следующим образом:

, (37)

где

 (38)

, (39)

 - напряженность электрического поля, создаваемого зарядом  в точке расположения заряда  - индукция магнитного поля, создаваемого движущимся со скоростью  зарядом  в точке расположения заряда  (см.рис.9). Величины  и  являются силовыми характеристиками электрического и магнитного полей, а сила , определяемая формулой (37), носит название силы Лоренца.

Напряженность электрического поля численно равна силе, действующей на единичный пробный заряд и имеет размерность - или . Индукция магнитного поля, в свою очередь, равна силе, действующей на единичный заряд, движущийся с единичной скоростью. В системе СИ единицей магнитной индукции является .

Исходя из вышеизложенного можно сказать, что точка расположения заряда  характеризуется некоторыми величинами  и , которые определяют действие заряда  на заряд . Если «прощупать» каждую точку пространства зарядом , ставя ей (этой точке) в соответствие численную характеристику и направление силового воздействия на этот заряд, то такое параметризованное пространство приобретает смысл векторного поля.

Пусть через элемент  проводника с током  протекает заряд , а через элемент  второго проводника с током  - соответственно заряд  (см. рис.10).



Тогда для силы взаимодействия между элементами  и формулу [(35)](#_3._Взаимодействие_движущихся) можно обобщить:

 (40)

где  - скорость движения заряда  а  - то же для заряда . В (35)

Рис.10

опять положим , так как v. Действительно, поскольку скорость движения электронов в проводнике составляет порядка , то .

Учитывая, что а  величину элементарной магнитной силы (40) можно переписать следующим образом:

, (41)

так как 

Формула (41) очевидно выражает закон Ампера (сравни с формулой (2)). Если формулу (41) переписать как

, (42)

где

, (43)

то формула (42) определяет силу Ампера, а (43) – закон Био-Савара-Лапласа (сравним с формулой (3)).

Таким образом, применение релятивистских принципов к кулоновскому взаимодействию движущихся зарядов позволило элементарно получить все фундаментальные законы электричества и магнетизма, открытые экспериментально.

## 4. Электростатическое поле в вакууме

Формула (1), описывающая взаимодействие двух зарядов, по своей структуре и зависимости от расстояния между ними совершенно аналогична закону гравитационного взаимодействия. Гравитационное поле, как известно, является потенциальным, и, следовательно, аналогичными свойствами должно обладать и электростатическое поле. Работа сил такого поля не зависит от формы траектории, а определяется только начальным и конечным положением перемещаемого заряда. Элементарная работа , совершаемая силой  на расстоянии , равна (рис. 11).

 Рис.11

Такая же работа, но совершаемая вдоль замкнутого контура  (циркуляция вектора ), будет равна, очевидно, нулю

. (44)

Из (44) следует, что

 (45)

так как 

Таким образом, циркуляция вектора напряженности электростатического поля  по замкнутому контуру равна нулю.

Поскольку электростатическое поле представляет собой определенную энергетическую субстанцию, то оказывается целесообразным ввести соответствующие энергетические характеристики. По определению, потенциальная энергия  заряженной частицы в данной точке  равна работе  сил поля по перемещению частицы из этой точки в ту область пространства, где . Из формулы [(38)](#_3._Взаимодействие_движущихся) для напряженности электростатического поля следует, что при. Следовательно, в качестве нулевого уровня необходимо использовать бесконечно удаленную точку. Исходя из вышеприведенных рассуждений, определим величину потенциальной энергии  (рис.12)



Вычленим в этой формуле собственную характеристику поля 

*q*



Рис.12



 (46)

Величина  называется потенциалом электростатического поля и имеет размерность .

Учитывая, что элементарная работа  равна убыли потенциальной энергии  можно записать

. (47)

Отсюда следует, что а

 (48)

Пусть в центре сферы радиуса  расположен заряд , создающий сферически симметричное электростатическое поле напряженности . Определим поток вектора  через поверхность сферы (рис.13)

(49)

Если внутри замкнутой поверхности заряд отсутствует, то 

Таким образом, можно записать:

Рис.13



Если внутри замкнутой поверхности имеется  точечных зарядов, то формула (49) перепишется следующим образом:

 (50)

Если заряды распределены непрерывно по объему  с плотностью , то можно записать

. (51)

Выражения (49), (50) и (51) представляют собой математическую формулировку теоремы Гаусса в интегральной форме для различных случаев распределения зарядов. Согласно (14) можно записать

, (52)

откуда с учетом (51) следует, что

. (53)

Выражение (53) представляет собой математическую формулировку теоремы Гаусса в дифференциальной форме.

Интересно, что теорема Гаусса «работает» только потому, что взаимодействие зарядов в законе Кулона обратно пропорционально квадрату расстояния между ними. Рассмотрим сферу, по поверхности  которой равномерно с плотностью  распределен заряд (рис.14).

Оценим результирующую напряженность электростатического поля, создаваемого в точке М зарядами  и  сосредоточенными на площадках  и  соответственно. Из геометрии известно, что

 (54)

кроме тог

. (55)

Рис.14

Тогда из вышеприведенного соотношения следует, что

 , (56)

и вектор результирующей напряженности поля в точке  будет равен нулю. Если бы в выражении (55) напряженность  была бы пропорциональна  где (), то а это означает, что в точке  результирующий вектор напряженности электростатического поля отличен от нуля. Из этого, в свою очередь, следовало бы, что его поток через произвольную замкнутую поверхность  (см.рис.14) отличается от нуля. Но это возможно только лишь в том случае, если поверхность  охватывает какой-то заряд (теорема Гаусса). Но как мы знаем, внутри  заряда нет по условию задачи. Следовательно, при  все законы электричества не будут существовать.

## 5. Электрическое поле для систем электрических зарядовв вакууме

Определить электростатическое поле, это значит, найти распределение в пространстве его силовой характеристики – напряженности . Из двух уже известных уравнений

 и  можно получить еще одно уравнение

 (57)

где  оператор Лапласа.

Уравнение (57) носит название уравнения Пуассона. Зная распределение плотности заряда  из этого уравнения можно найти поле потенциала а по нему – распределение напряженности .

Если поле создается совокупностью зарядов, число которых , то согласно принципу суперпозиции можно записать

 (58)

где  расстояние от го заряда до точки наблюдения.

Принцип суперпозиции утверждает, что потенциал суммы зарядов равен сумме потенциалов от каждого отдельного заряда (заряды не влияют на потенциалы друг друга).

При непрерывном распределении зарядов с плотностью  в формуле (58) от суммы необходимо перейти к интегралу.

Так как пространственная конфигурация потенциала электростатического поля определяется особенностями распределения электрического заряда, то рассмотрим в связи с этим простейшую электрическую систему, состоящую из двух одинаковых по величине, но противоположных по знаку зарядов  находящихся на расстоянии  друг от друга (рис.15).

Согласно принципу суперпозиции (58) для потенциала в точке наблюдения  можно записать



- . (59)

Рис.15

Рассмотрим поле на больших расстояниях, когда . Разлагая (59) в ряд Тейлора при этом условии, получим:

 (60)

где  - дипольный момент системы,  - вектор длины, направленный, как показано на рис.15, . Если диполь ориентирован, как показано на рис.15, то формула (60) перепишется следующим образом:

 (61)

Проекции вектора напряженности электростатического поля диполя определяются в соответствии с формулой (48):



Пространственное распределение электрического поля диполя предлагается построить по этим формулам на практических занятиях.

Если диполь находится в электростатическом поле напряженности , то на него действует вращающий момент , стремящийся повернуть его так, чтобы потенциальная энергия  была бы минимальной.

## 6. Дипольное приближение для произвольного распределения

**зарядов**

Пусть в некотором ограниченном объеме  распределено определенное количество зарядов (рис.16).

Потенциал в точке  определим с помощью формулы

(58), где . Если  то можно положить  и тогда

 (62)

Рис.16

Как и следовало ожидать, на больших расстояниях скопление точечных зарядов «смотрится» как один точечный заряд . Однако здесь ситуация может быть более сложной. Например, если в скоплении на рис.16 количество положительных и отрицательных зарядов одинаково и то каким будет распределение электростатического поля вблизи такого «нулевого» заряда в пространстве? Для этого необходимо более точно оценить величину , так как приближение  является слишком грубым. В первом приближении можно считать, что отличается от величины  на величину проекции вектора  на направление  то есть:

 (63)

где  единичный вектор в направлении ,

 (64)

С учетом (64) формула (58) перепишется следующим образом:

 (65)

где  - дипольный момент всего распределения зарядов по объему.

Если в распределении зарядов, кроме дипольной, «просматриваются» еще квадрупольная и октупольная структуры, то потенциал в точке  может быть записан в самом общем виде:

. (66)

Величины и  характеризуют суммарный заряд, дипольный, квадрупольный и октупольный электрический моменты системы соответственно.

## 7. Магнитостатическое поле в вакууме

Источником магнитного поля являются, как известно, движущиеся заряды. Рассмотрим в этой связи конкретный пример применения закона Био-Савара-Лапласа к расчету поля прямолинейного проводника с током (рис.17). При этом будем использовать принцип суперпозиции. Здесь необходимо также обратить внимание на специфику выбора физического (ток) и геометрического (координата) направлений в пространстве.

Величину элементарной индукции магнитного поля, создаваемого элементом  с током  на расстоянииот проводника, определим с помощью закона Био-Савара-Лапласа:

. (67)



Для оценки величины  от всего проводника на расстоянии  от него используем принцип суперпозиции

Рис.17 .

Так как и  лежат в плоскости чертежа, то в точке вектор  направлен за чертеж (что обозначено ). В скалярной форме (67) перепишется в следующем виде:

 (68)

 (69)

Так как , а , то .

Знак минус в выражении для  обусловлен тем, что длина отсчитывается в направлении, противоположном направлению тока.

Учитывая вышеизложенное, перепишем (69):

. (70)

Если длину проводника устремить к бесконечности, то  и тогда из (70) следует, что: . (71)

## 8. Закон полного тока

Если циркуляция вектора напряженности электростатического поля ввиду его потенциальности равна нулю [(45),](#_4._Электростатическое_поле) то представляет интерес оценить эту величину для вектора индукции  магнитного поля. В связи с этим рассчитаем циркуляцию вектора  вдоль некоторого произвольного замкнутого контура, охватывающего проводник с током (рис.18):

;



Рис.18

.

Таким образом, . (72)

Если контур охватывает  проводников с токами различной величины и направлений, то согласно принципу суперпозиции суммарный вектор индукции магнитного поля  можно определить как индукция поля -го проводника с током. Отсюда

 и . (73)

Формула (73) является математической формулировкой закона полного тока. Так как циркуляция вектора индукции  магнитного поля не равна нулю, то это означает, что магнитное поле непотенциально и носит вихревой характер. По теореме Стокса (15) для вектора  можно записать

. (74)

Так как  (где  - вектор плотности тока, единичный вектор, перпендикулярный элементарной площадке), то (74) перепишется как

. (75)

Из (75) следует, что . (76) Эта формула определяет закон полного тока в дифференциальной форме.

Поскольку линии магнитного поля всегда замкнуты, то поток вектора индукции  через замкнутую поверхность будет равен нулю (сколько линий поля вышло через поверхность наружу, столько и вышло внутрь):

, (77)

Выражение (77) есть математическая формулировка теоремы Гаусса для магнитного поля в интегральной форме.

Согласно формуле [(14)](#_1.Элементы_векторного_анализа) можно записать:

, (78)

откуда . (79) Формула (79) представляет собой теорему Гаусса для магнитного поля в дифференциальной форме.

## 9. Контур с током во внешнем магнитостатическом поле

Пусть контур  с током расположен таким образом, что вектор индукции однородного магнитного поля перпендикулярен плоскости этого контура (19).

Сила , действующая на элемент  контура, стремится его растянуть, Тогда результирующая сила равна нулю.



Следовательно, при такой ориентации  и плоскости контура он не будет иметь ни поступательного, ни вращательного движений.

Рис.19



Пусть теперь линии магнитной индукции параллельны плоскости контура (рис.20). Разделим площадь *S* контура на узкие, параллель-ные вектору  полоски шириной *dZ* и площадью .

На элемент контура  в этом случае будет действовать сила . В скалярной форме . На элемент  полоски контура действует противоположная сила , в результате чего образуется элементарный вращающий момент.

Суммируя моменты для всех полосок, получим

, (80)

где  – магнитный момент контура с током,  – единичный вектор, перпендикулярный плоскости контура.

Из рассмотренных выше двух ситуаций следует, что вращающее действие оказывает только параллельная плоскости контура составляющая  (рис.21)

Обобщая эти рассуждения, можно записать



;

. (81)

Магнитное поле стремится повернуть контур с током так, чтобы  и его потенциальная энергия  была бы минимальной.

Рис.21

## 10.Единство природы электрического и магнитных полей

Если заряд покоится, то в его окрестности мы наблюдаем электрическое поле напряженности . Если этот же заряд движется в пространстве, то вокруг траектории его движения формируются линии магнитного поля , конфигурация которых качественно отличается от линий поля . Что происходит при этом, ведь любое движение относительно и все физические явления в инерциальных системах отсчета должны быть одинаковыми.

Для выяснения этого вопроса рассмотрим следующий мысленный эксперимент. Пусть по монорельсу  со скоростью v движется вагон, на стенке которого висит динамометр с прикрепленным к его пружине отрицательным зарядом  (рис.22).

По монорельсу протекает электрический ток силы , который создает в окрестности движущегося заряда , находящегося на расстоянии  от монорельса, магнитное поле индукции . С монорельсом свяжем систему координат , а с движущимся вагоном - 



Рис.22

В неподвижной системе координат  на движущийся заряд  будет действовать сила

 (82)

направленная в данном конкретном случае (отрицательный заряд  и выбранное направление тока) в сторону монорельса с током. Пружина динамометра при этом растянется и стрелка покажет величину силы . Учитывая, что в нашей задаче вектор скорости  перпендикулярен вектору магнитной индукции , а значение  можно определить из (71), то величина силы  (82) запишется следующим образом:

. (83)

Ток как известно, определяется движением со скоростью  положительных зарядов с плотностью  по проводнику с площадью поперечного сечения :

. (84)

В нашем случае ток указанного направления осуществляется движением отрицательно заряженных электронов в противоположном направлении. Для простоты рассуждений положим  (то есть вагон перемещается со скоростью, равной скорости движения электронов). Монорельс представляет собой проводник, в котором имеются подвижные электроны с плотностью  и неподвижные положительные ионы с плотностью . Так как проводник нейтрален, то . С учетом (84) формула (83) перепишется следующим образом:

. (85)

Если мы перейдем теперь в систему  (то есть войдем в движущийся вагон), то в согласии с принципом относительности стрелка динамометра должна показывать то же самое значение силы (поле как энергетическая субстанция выбором системы координат исключена быть не может). Но что это будет за сила? Ведь теперь скорость движения заряда  относительно наблюдателя равна нулю и сила (82) не должна возникать.

С точки зрения наблюдателя, находящегося в системе  (в вагоне) электроны теперь относительно вагона покоятся, а монорельс с положительно заряженными ионами движется влево со скоростью . Как следует из формулы ([17),](#_2._Пространство_и) длину  движущегося проводника в расчетах следует принимать другой, меньшей размеров , определенных в системе, где он покоится:

 (86)

В неподвижной системе отсчета величину заряда , распределенного в проводнике длины , можно записать следующим образом:

. (87)

Так как заряд является величиной инвариантной, то в движущейся системе координат :

*.* (88)

Из (87) и (88) получаем

. (89)

В нашем случае для плотности положительно заряженных ионов в проводнике, наблюдаемой из системы :

. (90)

Так как относительно системы отрицательно заряженные электроны, находящиеся в проводнике, покоятся, то  есть их плотность покоя (это  в формуле (89).

Тогда

 (91)

Чему будет равна в связи с этим суммарная плотность зарядов в проводнике в покоящейся  и движущейся системах?

В системе :

 (92)

В системе



 (93)

Таким образом, находясь в системе , мы должны в расчетах принимать проводник с током (монорельс) положительно заряженным. Рассчитаем в связи с этим теперь электростатическое поле вокруг монорельса и оценим соответствующую электрическую силу, действующую на заряд . Для этого из теоремы Гаусса (51) оценим напряженность электростатического поля, создаваемого заряженным проводником (монорельсом), в точке расположения заряда С этой целью вокруг проводника построим воображаемый цилиндр высотой  и радиусом , через всю поверхность которого будем считать поток вектора напряженности электростатического поля  (рис.23). Этот полный поток согласно теореме Гаусса



Рис.23

должен быть равен величине то есть, деленной на . величине заряда, охватываемого воображаемой цилиндрической поверхностью.

Вполне очевидно, что интеграл по всей поверхности цилиндра может быть представлена суммой трех интегралов: по двум основаниям  и и по боковой поверхности:

.

Так как на поверхности оснований векторы  и  взаимно перпендикулярны, то



По боковой поверхности



С другой стороны, 

Приравнивая полный поток  величине  получим

 (94)

Сила , действующая на заряд , может быть определена как :

 (95)

Таким образом, если бы не релятивистский множитель  то магнитная сила (85) и электрическая сила (95) в точности совпадали бы друг с другом. Однако, как мы уже знаем, такое несовпадение связано с законом преобразования сил при переходе от неподвижной к движущейся системе координат (30) и как раз означает полное совпадение этих сил. Силовое взаимодействие между током электронов в проводнике и зарядом , движущимся относительно него со скоростью , описывается с точки зрения наблюдателя в системе  выражением (82), использующим понятие магнитного поля . Описание этого же взаимодействия с точки зрения наблюдателя в системе  может быть проведено по формуле  на языке электростатического поля  «создаваемого» движущимся относительно  проводником. Следовательно, электрическое и магнитное поля являются проявлениями свойств одной и той же энергетической субстанции – электромагнитного поля. Этим двум формам проявления электромагнитного поля можно дать следующие определения.

Электрическое поле есть одна из двух сторон электромагнитного поля, обусловленная электрическими зарядами и изменением магнитного поля, оказывающая силовое воздействие на заряженные частицы и тела и выявляемая по силовому воздействию на неподвижные заряженные тела и частицы.

Магнитное поле есть одна из двух сторон электромагнитного поля, обусловленная электрическими зарядами движущихся заряженных частиц и тел и изменением электрического поля, оказывающая силовое воздействие на движущиеся заряженные частицы и выявляемая по силовому воздействию, направленному нормально к направлению движения этих частиц и пропорциональному их скорости.

## 11. Электромагнитное поле

Как следует из закона [Фарадея-Ленца (5),](#_Введение) изменение магнитного потока во времени через площадь замкнутого контура приводит к появлению в нем электродвижущей силы и формированию индукционного тока. Магнитный поток  через площадь контура может меняться по нескольким причинам:

изменяется со временем площадь , охватываемая контуром при постоянной величине магнитной индукции ;

изменяется во времени величина  при постоянной площади контура;

контур площади  движется в постоянном во времени, но неравномерно распределенном в пространстве магнитном поле ;

все возможные комбинации вышеперечисленных ситуаций.

Пусть замкнутый контур представляет собой П-образный проводник, по которому со скоростью  перемещается проводящая перемычка  длиной  (рис.24). В этой ситуации площадь , охватываемая контуром, равна  и линейно зависит от времени.

Так как электроны двигаются вместе с перемычкой, то на каждый свободный электрон будет действовать сила , под действием которой электроны будут двигаться вниз. Ток, индуцированный этим процессом, будет направлен, естественно, вверх. Перераспределение зарядов в перемычке нарушает электрическое равновесие во всей системе, в результате чего формируется внутреннее электрическое поле напряженности , стремящееся это равновесие восстановить (принцип Ле Шателье).



Рис.24

Поле  действует на электроны с силой , равной по величине и противоположной по направлению силе :

. (96)

Из (96) следует, что .

Электродвижущая сила Ɛ определяется как работа  сторонних сил (в данном случае сил ) по перемещению единичного положительного заряда

Ɛ:

Ɛ. (97)

Из вышеприведенных рассуждений можно записать

Ɛ. (98)

Так как  то выражение (98) примет окончательный вид

Ɛ (99)

Формула (99) есть не что иное, как закон [Фарадея-Ленца](#_Введение) (5).

Однако индукционный ток возникает и в том случае, когда площадь контура постоянна, но изменяется во времени величина вектора . Этот случай в законе (5) отражает совершенно новое физическое явление, состоящее в том, что изменяющееся магнитное поле порождает электрическое, которое, в свою очередь, действуя на электроны в проводнике, формирует индукционный ток.

Так как причиной индукционного тока является сторонняя сила, обусловленная возникновением электрического поля , то в общем случае можно записать

. (100)

Это первое уравнение Максвелла в интегральной форме: циркуляция вектора  по произвольному замкнутому контуру  равна взятой с обратным знаком скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, натянутую на этот контур. Важным следствием этого уравнения является то, что переменное магнитное поле создает в пространстве вихревое электрическое поле [2].

Чтобы объяснить фактическое наличие переменного тока в цепи с конденсатором (а конденсатор – это разрыв цепи). Д.К.Максвелл предположил, что между обкладками конденсатора в этом случае появляется ток смещения , равный по величине току в цепи Причем  Из теоремы Гаусса

 (101)

где  - вектор электрического смещения в вакууме.

«Источником» тока смещения между обкладками конденсатора является «заряд» , определяемым потоком вектора  через замкнутую поверхность. Тогда закон полного тока (72) перепишется следующим образом:

 (102)

или

. (103)

Из (103) следует, что магнитное поле может возбуждаться либо движущимися зарядами (ток ), либо переменным электрическим полем. Это второе уравнение Максвелла в интегральной форме. Для переменного во времени электромагнитного поля можно записать теорему Гаусса в интегральной форме:

 - третье уравнение Максвелла; (104)

 - четвертое уравнение Максвелла. (105)

Величины, входящие в уравнения (100), (103), (104), (105), можно выразить следующим образом:



 (106)

,



Используя теорему Стокса, можно записать

,



откуда

 - первое уравнение Максвелла в (107)

дифференциальной форме,

 - второе уравнение Максвелла в (108)

дифференциальной форме.

Применяя [теорему (14)](#_1.Элементы_векторного_анализа) к формулам (104) и (105), получим третье и четвертое уравнения Максвелла в дифференциальной форме:

, (109)

. (110)

## 12. Электромагнитные волны

Взаимосвязь между переменными электрическим и магнитным полями приводит к формированию специфической структуры электромагнитных волн. Источником таких волн может служить, в частности, движущийся с ускорением заряд (ион, колеблющийся в узле решетки, диполь, вектор  которого меняется по определенному закону и т.п.). Действительно, в каждой точке пространства в этом случае создаются переменные электрическое  и магнитное  поля, которые, порождая друг друга, будут распространяться как единая энергетическая сущность со скоростью v. Энергия, переносимая при этом в единицу времени через единицу площади, перпендикулярной вектору , определяется вектором Умова-Пойнтинга.

Изменение векторов  и  в пространстве и времени можно описать следующим образом:

 (111)

где  - амплитуды колебаний,  - частота колебаний,  - волновой вектор, ,  - длина волны,  - начальные фазы колебаний,  - фаза волны в точке .

Рассмотрим область пространства, где источники электромагнитного излучения отсутствуют, то есть  и . Тогда можно записать:

 (112)

Подставляя (111) в (112), получим:

 (113)

Из (113) следует важный вывод, что электромагнитные волны являются поперечными и векторы  и  совершают колебания в плоскости, перпендикулярной направлению распространения, которое определяется вектором  (рис.25).

Вблизи диполя, совершающего гармонические колебания, электрическое поле в каждый момент времени похоже на поле статического электрического диполя, а магнитное поле – на поле прямолинейного проводника с током. Векторы  и сдвинуты друг относи-



Рис.25 тельно друга на

В дальней зоне электрическое и магнитное поля изменяются в фазе по гармоническому закону (рис.26).

Скорость распространения v электромагнитных волн в среде, характеризуемой коэффициентом преломления , определяется формулами:



 (114)

Рис.26

где  и  - относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости, соответственно.и определяют изменение величин векторов  и  в веществе по отношению к их значениям в вакууме.

Величина  определяет преломляющие свойства среды:

, (115)

Коэффициент преломления  можно также определить, как изменение волнового вектора *k* при прохождении излучения через вещество:

, (116)

где  - величина волнового вектора излучения в вакууме.

Процесс распространения электромагнитных волн в любой среде описывается волновыми уравнениями

, (117)

**, (118)

где  и  функции, характеризующие распределение токов и зарядов, являющихся источником излучения.

## 13. Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом.

Коэффициент преломления. Коэффициент поглощения

Рассмотрим прохождение световых электромагнитных волн

(760 нм>> 400 нм) через оптически прозрачную среду, которую модельно представим состоящей из атомов – переизлучателей, с каждым из которых взаимодействует исходная волна. Переизлученное поле интерферирует с падающим, в результате чего изменяется волновой вектор и возникает явление преломления света (116). Представим атом с колеблющимся под действием падающего света электроном диполем, причем смещение *х* электрона от положения равновесия изменяется по определенному закону. Электрон связан с ядром силой ( – масса электрона,  - собственная частота его колебаний). Взаимодействие движущегося электрона с окружением учитывается силой  ( - диссипативная постоянная). Сила, действующая на электрон со стороны падающего излучения, .

Уравнение движения электрона с учетом знаков сил запишется следующим образом:

. (119)

Если , то с той же частотой будет осциллировать и перемещение . Подставляя эти величины в (119), получим:

. (120)

Индуцированный внешним полем дипольный момент атома (переизлучатель) в этом случае может быть определен как :

, (121)

где  - атомная поляризуемость.

У атома есть несколько собственных частот, каждой из которых соответствует определенная диссипативная постоянная . Генерация же данной гармоники характеризуется своей вероятностью или так называемой «силой» осциллятора f.



Тогда для всей совокупности переходов, сопровождающихся излучением  частот, можно записать

. (122)

Поляризация  (электрический момент единицы объема) как источник вторичных волн в этом случае запишется следующим образом:

, (123)

где  - концентрация атомов.

В данном конкретном случае распространение электромагнитных волн может быть описано следующим уравнением:

. (124)

Пусть направление распространения волны совпадает с осью , вектор - с осью  (рис 27), а поляризация  одинакова по всему объему вещества, то есть . Кроме того, будем считать диэлектрик линейным: .

Подставляя в (124) ,



получим (125)

Так как , то из (125) получим(126)

или в соответствии со (116)

. (127)

Рис. 27. Если речь идет о распространении света

в диэлектрике, то следует учесть тот факт, что переизлучающий атом находится в эффективном локальном поле , обусловленном полем  и добавочным действием полей соседних диполей. Соответствующий анализ показывает, что

. (128)

Тогда

. (129)

Из (128) и (129) следует, что

. (130)

Подставляя  из (130) в уравнение (124), получим для диэлектрика

. (131)

Если материал, в котором распространяется свет, представляет собой совокупность  видов атомов, то в общем случае можно окончательно записать формулу для определения коэффициента преломления:

. (132)

Из (132) следует, что коэффициент преломления является комплексной величиной и его можно представить в следующем виде:

 (133)

Тогда волну, распространяющуюся вдоль оси  (см.рис.27), с учетом (116) можно записать как



(134)

Так как интенсивность света ~, то

~, (135)

где

 - коэффициент поглощения. (136)

## 14. Электромагнитное поле в металлах

Установлено, что явления преломления и поглощения электромагнитных волн в металлах связаны в основном с взаимодействием их со свободными электронами (электроны проводимости). Однако, очевидно, что для свободных электронов сила связи с ядром  отсутствует. Кроме того, в металлах поле, действующее на электроны, не делится на среднее и локальное, а является только средним. Это связано с тем, что в изоляторе каждый переизлучающий диполь занимает фиксированное положение, а в металлах электроны проводимости находятся в постоянном движении, меняя свои места. Следовательно, для металлов будет справедлива формула (127), в которой атомная поляризуемость не будет содержать :

. (137)

Для металлов можно оценить величину диссипативной постоянной Так как в среднем на больших масштабах ускорение , связанное с действием силы  постоянно, то можно положить

 (138)

где  - время между двумя столкновениями,

, откуда

. (139)

Подставляя (139) в (138), получим: .

Плотность тока  может быть определена как  (где - удельная проводимость) и как  (где  - плотность заряда электронов). Тогда из равенства  и с учетом (139) можно получить

 (140)

Таким образом, определив экспериментально плотность заряда  и удельную проводимость , можно оценить величину , характеризующую диссипацию энергии движения электрона в среде (трение) в ее тепловую форму.

## 15. Электрические поля в веществе

Если поместить вещество в электрическое поле, созданное неподвижными электрическими зарядами то в нем возникнет электрическое поле, отличное от того, которое существовало в вакууме. Кроме того, электрическое поле вне вещества также изменится.

Вещество состоит из атомов и молекул и если нам удастся понять, как ведут себя электрические заряды отдельной молекулы, находящейся в электрическом поле, то мы сможем понять и поведение двух таких молекул, расположенных на определенном расстоянии друг от друга в вакууме. Для этого необходимо знать, как влияют на каждую молекулу электрические поля, создаваемые другими молекулами. Распространив полученные результаты, скажем намолекул, находящихся в 1 вакуума, мы получим реальный диэлектрик. Рассмотрение полезно начать с электростатического поля, создаваемого небольшой системой зарядов.

Атом или молекула состоит из электрических зарядов, занимающих небольшой объем пространства, близким к нескольким кубическим ангстремам (). Нас интересует электрическое поле вне этого объема, возникающее благодаря довольно сложному распределению зарядов. Особый интерес это поле представляет на расстояниях от источника, которые велики по сравнению с размерами самого источника. Рассмотрим некоторое произвольное распределение зарядов, показанное на рис. 16.1. Предположим, что это распределение описывается заданной плотностью заряда .

Величина  является отрицательной там, где находятся электроны, и положительной в ядрах.

Для определения электрического поля можно начать с вычисления потенциала от заданного распределения зарядов. Для примера выберем некоторую точку *А* на оси *z*.

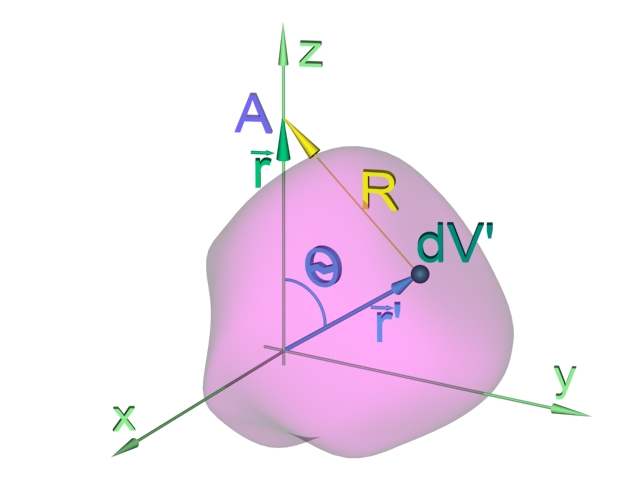


Рис.16.1

Обозначим расстояние точки *А* от начала координат через r. Электрический потенциал  в точке*А* определяется как обычно суммированием вкладов от всех элементов распределения заряда:

.

В подынтегральном выражении элемент объема внутри распределения зарядов обозначается через , плотность заряда – через и расстояние от точки*А* до этого элемента заряда через *R*. Интегрирование проводится по координатам  во всей области, содержащей заряды.

Используя теорему косинусов, выразим R:

.

Воспользуемся тем, что для далекой точки, подобной*А*, значительно меньше для всех точек распределения заряда, и разложим квадратный корень в ряд по степеням . Запишем:

,

и применяя разложение , получим, суммируя члены с одинаковой степенью 

.

Так как  у нас остается постоянной, ее можно вынести за знак интеграла и записать выражение для потенциала в точке*А* в следующем виде:



Обозначим интегралы в этом выражении через , тогда потенциал будет представлять степенной ряд пос постоянными коэффициентами:

 .

Для завершения задачи нам нужно было бы вычислить электрическое поле, использовав уравнение:

,

но сначала проанализируем коэффициенты K. Коэффициент  равен , что представляет собой полный заряд системы.

Если количества положительных и отрицательных зарядов равны, как в нейтральной молекуле, то . Для однократно ионизованной молекулы . Если  то величина коэффициентов  не имеет значения; при достаточно большом расстоянии от системы превалирует член . Поэтому значение потенциала приближается к потенциалу от точечного заряда, расположенного в начале координат, то же справедливо и для поля.

Пусть наша молекула нейтральна, так что . Тогда мы должны рассмотреть второй член с коэффициентом

.

Так как величина  равна просто , то этот член характеризует относительное смещение положительного и отрицательного зарядов в направлении точки *А*.

Очевидно, что если , то потенциал вдоль оси *z* будет асимптотически изменяться, как . Напряженность электрического поля ведет себя при этом как , в противоположность зависимости для поля точечного заряда.

Когда оба коэффициента и  равны нулю, а коэффициент  не равен нулю, то потенциал на больших расстояниях будет вести себя как , а напряженность поля будет падать как .

Величины  носят названия моментов распределения зарядов.

- монопольный момент, - дипольный момент, - квадрупольный момент. В общем случае дипольный момент является вектором, а  представляет его z- компоненту.

Для понимания того, что происходит в диэлектрике, имеет значение только величина монопольного и дипольного моментов молекул. Если молекулы, образующие наше вещество, нейтральны, достаточно будет ограничиться рассмотрением только дипольных моментов.

## 16. Потенциал и поле диполя

Вклад диполя в потенциал в точке *А*, находящейся на расстоянии r от начала координат, дается выражением

.

Вместо величины  , являющейся проекцией  на направление к точке *А*, можно написать . Таким образом, выражение для потенциала, без ссылки на произвольную ось z, будет иметь вид:

.

Это выражение дает величину потенциала в любой точке. Интеграл в этом выражении является дипольным моментом распределения зарядов. Он представляет собой вектор, имеющий размерность заряда, умноженного на расстояние. Обозначим вектор дипольного момента через:

.

Теперь уравнение для потенциала примет вид:

.

Если расположить диполь в начале координат и направить его по оси z (рис.16.2) , то:

 . (16.1)



Рис.16.2

Потенциал и поле симметричны относительно оси *z*. Так как:

 , то

.

и отсюда легко получить следующие компоненты электрического поля:

, (16.2)

. (16.3)

## 17. Вращающий момент и сила, действующая на диполь во внешнем поле

Предположим, что два заряда *q* и *–q* механически соединены таким образом, что расстояние между ними *l* остается неизменным. Назовем этот объект диполем. Его дипольный момент p есть просто *pl*. Поместим диполь во внешнее однородное электрическое поле (рис.16.3).

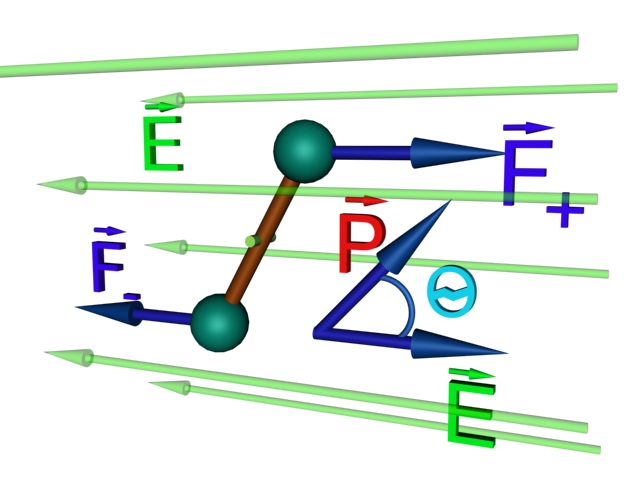


Рис. 16.3

Сумма сил, приложенных к диполю равна нулю. Располагая начало координат в середине диполя, для момента действующих сил будем иметь:

.

Это выражение может быть записано короче:

.

Всякая молекула представляет собой систему с суммарным зарядом, равным нулю, так что поле ею создаваемое можно считать полем диполя моментом

 ,

где суммирование проводится как по электронам, так и по ядрам.

Так как все частицы, входящие в молекулу движутся необходимо брать среднее значение дипольного момента

,

Таким образом, молекула как в отношении создаваемого ею поля, так и по своему поведению во внешнем поле эквивалентна диполю. Положительный заряд этого диполя равен суммарному заряду ядер и помещается в “центре тяжести” положительных зарядов; отрицательный заряд равен суммарному заряду электронов и помещается в “ центре тяжести” отрицательных зарядов.

У симметричных молекул (таких как ) в отсутствии внешнего электрического поля центры тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадают. Такие молекулы не обладают собственным дипольным моментом и называются *неполярными*. У несимметричных молекул (таких как *CO, NH, HCl* и т.д.) центры тяжести зарядов разных знаков сдвинуты друг относительно друга. В этом случае молекулы обладают дипольным моментом и называются *полярными.*

Под действием внешнего электрического поля заряды в неполярных молекулах смещаются друг относительно друга: положительные по направлению поля, отрицательные против поля. В результате молекула приобретает дипольный момент, величина которого, как показывает опыт, пропорциональна напряженности электрического поля, то есть

,

здесь  - электрическая постоянная, а  - величина, называемая поляризуемостью молекулы.

Процесс поляризации неполярной молекулы протекает так, как если бы ее положительные и отрицательные заряды были связаны упругими силами. Поэтому говорят, что неполярная молекула ведет себя во внешнем поле как упругий диполь.

Действие внешнего поля на полярную молекулу сводится в основном к стремлению повернуть молекулу так, чтобы ее дипольный момент установился по направлению поля. На величину момента внешнее поле практически не влияет. Следовательно, полярная молекула ведет себя во внешнем поле как жесткий диполь.

## 18. Поляризация диэлектриков

Обычно в отсутствии внешнего электрического поля дипольные моменты молекул диэлектрика либо равны нулю (неполярные молекулы), либо распределены хаотически по направлениям в пространстве (полярные молекулы). В обоих случаях суммарный дипольный момент диэлектрика равен нулю.

Под действием внешнего поля диэлектрик поляризуется. Это означает, что результирующий дипольный момент становится отличным от нуля. В качестве величины, характеризующей степень поляризации диэлектрика, естественно взять дипольный момент единицы объема.

Назовем вектор  вектором плотности поляризации или просто поляризованностью диэлектрика и определим его как дипольный момент единицы объема:

.

Здесь *V*– малый объем, но содержащий еще достаточно много молекул.

У изотропных диэлектриков поляризованностьсвязана с напряженностью поля в той же точке простым соотношением: ,

где - называется диэлектрической восприимчивостью диэлектрика и она безразмерна.

Следует отметить, что в сильных полях эта связь может нарушаться.

## 19. Поле внутри диэлектрика

Заряды, входящие в состав молекул диэлектрика, называются связанными зарядами, и они не могут покинуть диэлектрик под действием внешнего поля.

Заряды, которые, хотя и находятся в диэлектрике, но не входят в состав его молекул, а также другие заряды, расположенные за пределами диэлектрика, будем называть сторонними зарядами.

Поле в диэлектрике является суперпозицией поля , создаваемого сторонними зарядами, и поля  связанных зарядов.



Это поле может сильно изменяться в пределах межмолекулярных расстояний. Поэтому в дальнейшем под и будем понимать их средние значения.

Если диэлектрик не поляризован, объемная плотность  и поверхностная плотность  связанных зарядов равна нулю. В результате поляризации поверхностная плотность связанных зарядов, а в некоторых случаях и объемная плотность становятся отличными от нуля.

Между поляризованностью и поверхностной плотностью связанных зарядов  имеется простая связь.

Возьмем тонкий столбик площадью *ds* , составленного из поляризованного вещества и ограниченного по вертикали координатами  и  (рис.16.4).

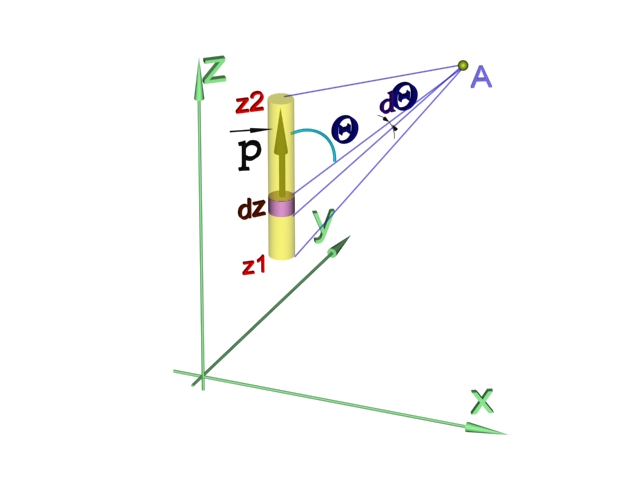


Рис.16.4

Вычислим потенциал, созданный этим столбиком в некоторой внешней точке *А*. Элемент столбика высотой *dz* имеет дипольный момент . Его вклад в потенциал в точке *А* можно записать на основании формулы [(16.1)](#_16._Потенциал_и) для потенциала диполя в виде

.

Потенциал, обусловленный всем столбиком, равен:

.

Интеграл легко берется, так как , в итоге получим:

. (16.4)

Уравнение (16.4) полностью идентично с выражением для потенциала в точке*А*, создаваемого двумя точечными зарядами: положительным зарядом величины *Pds*, расположенным на вершине столбика на расстоянии от А, и отрицательным зарядом той же величины на нижней части столбика. Источник, состоящий из столбика поляризованного вещества, эквивалентен двум концентрированным зарядам, по крайней мере, в отношении его поля во всех внешних точках.

Без дальнейших вычислений можно обобщить эти рассуждения на пластину или прямой цилиндр любых размеров. Следовательно, потенциал всюду вне однородно поляризованной пластины или цилиндра будет точно такой же, как от двух слоев поверхностных зарядов с постоянной плотностью  и , расположенных на верхней и нижней поверхностях пластины.

Для установления связи между и  рассмотрим две проводящие пластины в вакууме с зарядами –Q на верхней пластине и + Q на нижней.

Поле между пластинами будет равно

, здесь S - площадь пластины.

Разность потенциалов  будет равна

, d - расстояние между пластинами.

Емкость  незаполненного диэлектриком конденсатора выражается известной формулой

.

Поместим теперь между пластинами диэлектрик. Поле поляризует его атомы и молекулы. Теперь мы имеем систему, состоящую из двух реально заряженных слоев плюс пластина из поляризованного вещества. Мы имеем дело с суперпозицией двух распределений зарядов и электрическое поле будет равно сумме этих двух распределений, поля  двух реально заряженных слоев с плотностью поверхностного заряда  плюс поле  двух заряженных слоев с плотностью , которому эквивалентно поле поляризованной пластины. Отметим также, что поле  по направлению противоположно полю . Следовательно, электрическое поле в конденсаторе равно:

 (так как ).

Величина разности потенциалов между пластинами составляет:

 .

Заряд на конденсаторе тот же самый .

Так как разность потенциалов уменьшилась на множитель  по сравнению с воздушным конденсатором, то емкость должна возрасти на величину обратную этому множителю:

.

Удобнее выразить емкость через поле E (макроскопическое, или среднее), которое теперь существует в конденсаторе:

.

Отношение P к E является внутренним свойством диэлектрика. Оно называется *электрической восприимчивостью* вещества и является безразмерной величиной. Величина, стоящая в скобках носит название *диэлектрической постоянной* вещества.

, , (16.5)

поле заряда в диэлектрике и теорема Гаусса.

Предположим, что в очень большом объеме однородного диэлектрика расположен заряд Q, не являющийся частью молекулярной структуры диэлектрика. Вообразим, например, что в сосуд с маслом погружен маленький металлический заряженный шар. Как известно электрическое поле в масле равно просто произведению  на поле, создаваемое этим зарядом в вакууме:

. (16.6)

Интересно посмотреть, что дает в этом случае теорема Гаусса.

Поверхностный интеграл от поля , взятый по сфере, окружающей Q, равен - если верить уравнению (16.6), - а не . Чем объяснить это различие? Дело в том, что заряд Q не является единственным зарядом внутри сферы. Там находятся также все заряды, составляющие атомы и молекулы диэлектрика. Обычно любой объем масла электрически нейтрален. Но в данном случае масло радиально поляризовано, так как заряд Q (если он положительный) притягивает отрицательные заряды молекул масла и отталкивает положительные. Несмотря на то, что смещение в каждой молекуле может быть весьма мало, все же в среднем любая сфера, описанная вокруг Q , будет содержать больше отрицательных зарядов молекул масла, чем положительных. Таким образом, полный заряд внутри сферы, включая сторонний заряд Q в центре, меньше Q. Он действительно равен .

Можно придумать векторную величину, связанную со свободным зарядом законом, подобным закону Гаусса. В системе, которую мы только что исследовали, таким свойством обладает вектор . Действительно,, взятый по некоторой замкнутой поверхности S, равен , если поверхность охватывает заряд, и равен нулю, если не охватывает Q. Согласно принципу суперпозиции это должно быть справедливо для любых свободных зарядов, описываемых плотностью свободного заряда  в однородной бесконечной диэлектрической среде:

=,

где V представляет собой объем, ограниченный поверхностью S. Применяя теперь к последнему выражению теорему Остроградского-Гаусса будем иметь:

 . (16.7)

Кроме того, для любой системы остается справедливым фундаментальное соотношение между электрическим полем  и полной плотностью заряда

 остается справедливым:

. (16.8)

Из уравнений (16.6) и (16.7) следует, что:

. (16.9)

Согласно второму уравнению (16.5) выражение (16.9) можно записать в виде

-, или  . (16.10)

Уравнение (16.10) является выражением того факта, что распределение связанных зарядов в любой окрестности определяется поляризацией и больше ничем.

Из (16.8) и (16.10) мы получаем:

, или . (16.11)

Это соотношение совершенно не зависит от того, как связаны между собой  и , и не ограничивается теми веществами, которые мы называем диэлектриками, где  пропорционально .

Сумму  принято называть вектором электрического смещения и обозначать через:

. (16.12)

## 20. Сегнетоэлектрики

Существует группа веществ, которые могут обладать спонтанной (самопроизвольной) поляризованностью в отсутствии внешнего поля. Это явление было первоначально открыто для сегнетовой соли, в связи с чем все подобные вещества получили название *сегнетоэлектриков*. Первое детальное исследование электрических свойств сегнетовой соли было осуществлено советскими физиками И. В. Курчатовым и П.П. Кобеко. Мощная школа по изучению сегнетоэлектриков во главе с В.М. Варикашем работала в свое время при кафедре физики в БГУИР.

Сегнетоэлектрики отличаются от остальных диэлектриков рядом характерных особенностей:

1. В то время как у обычных диэлектриков  составляет несколько единиц, достигая в виде исключения нескольких десятков (у воды, например, ), диэлектрическая проницаемость диэлектриков может быть порядка нескольких тысяч.
2. Зависимость P от E не является линейной (рис.16.5). Следовательно, диэлектрическая проницаемость оказывается зависящей от напряженности поля.

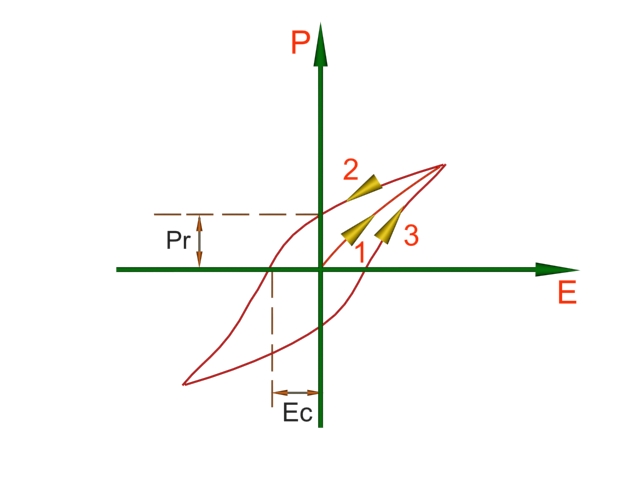


Рис.16.5

1. При изменении поля значения поляризованностиP (а следовательно, и D) отстают от напряженности E , в результате чего P и D определяются не только величиной E в данный момент, но и предшествующими значениями E, то есть зависят от предыстории диэлектрика. Это явление называется *гистерезисом* (от греческого “гистерезис” - запаздывание).

При циклических изменениях поля зависимость P от E следует изображенной на рис.16.5 кривой, называемой *петлей гистерезиса*. При первоначальном включении поля поляризованность растет с E в соответствии с ветвью 1 кривой. Уменьшение P происходит по ветви 2. При обращении E в нуль вещество сохраняет значение поляризованности, называемое *остаточной поляризованностью*. Только под действием противоположно направленного поля напряженности поляризованность становится равной нулю. Это значение напряженности называется *коэрцитивной силой*. При дальнейшем изменении E получается ветвь 3 петли гистерезиса, и т.д.

Сегнетоэлектриками могут быть только кристаллические вещества, причем такие, у которых отсутствует центр симметрии. Так, например, кристаллы сегнетовой соли принадлежат к так называемой ромбической структуре. Взаимодействие частиц в кристалле сегнетоэлектрика приводит к тому, что их дипольные моменты спонтанно устанавливаются параллельно друг другу. В исключительных случаях одинаковая ориентация дипольных моментов распространяется на весь кристалл. Обычно же в кристалле возникают области, в пределах каждой из которых дипольные моменты параллельны друг другу, однако направления поляризации разных областей бывают различны, так что результирующий момент всего кристалла может быть равен нулю. Области спонтанной поляризации называются *доменами.* Под действием внешнего поля моменты доменов поворачиваются как целое, устанавливаясь по направлению поля.

Для каждого сегнетоэлектрика имеется температура, при которой вещество утрачивает это необычное свойство и становится нормальным диэлектриком. Эта температура называется *точкой Кюри*. Сегнетова соль имеет две точки Кюри: - и , причем она ведет себя как сегнетоэлектрик лишь в температурном интервале, ограниченном указанными значениями. При температурах вне этого интервала электрические свойства сегнетовой соли обычны.

**Магнитные поля в веществе.**

Как различные вещества реагируют на магнитное поле. Проделаем ряд мысленных опытов с очень сильным магнитным полем. Источником поля будет служить соленоид, через который пропускается большой ток, так что в центре достигается поле порядка 30000 гаусс (Это в  раз больше магнитного поля Земли). Вблизи центра поле однородно и уменьшается и становится сильно неоднородным у краев соленоида.

Будем помещать в это поле различные вещества, и наблюдать, как они себя ведут. Мы сразу обнаружим, что наибольшая сила, действующая на предмет, возникает не в том случае, когда он расположен в центре катушки, где магнитное поле максимально. Сила оказывается максимальной, если предмет расположен около края соленоида, где велик градиент . Мы полагаем, что поле направлено вверх вдоль оси z и наш эксперимент заключается в помещении различных предметов, подвешенных к динамометру над верхним краем соленоида. По величине растяжения пружины можно судить о величине силы, действующей на предмет со стороны магнитного поля. Для одних образцов эта сила будет направлена вверх, для других вниз. Направление силы никак не связано с направлением магнитного поля, что можно проверить, меняя направление тока в соленоиде. Кроме того, мы замечаем, что некоторые предметы втягиваются в катушку с большой силой. Например, кристаллы хлористой меди втягиваются в соленоид с силой Н на 1 грамм образца. Жидкий кислород ведет себя еще более эффективно – он втягивается в катушку с силой, превышающей его вес примерно в восемь раз. В таблице 16.1 приведены некоторые результаты, полученные в таких опытах.

Некоторые вещества, из которых наиболее известно металлическое железо, оказываются более “магнитными ”, чем другие. В таблице указана величина силы, которая действует на кусочек железа массой в 1 грамм, помещенный в ту же точку поля, что и другие предметы. Эта сила равна примерно 16Н! Отметим, что сила, действующая на грамм железа, примерно в  раз больше силы, действующей на грамм меди, в то время как остальные свойства этих элементов не отличаются столь радикально.

Таб.16.1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вещество** | **Формула** | **Сила в Н** |
| Диамагнетики | | |
| Вода |  | -22 |
| Медь | Cu | -2,6 |
| Хлористый натрий | NaCl | -15 |
| Жидкий азот |  | -10 (78K) |
| Парамагнетики | | |
| Натрий |  | +20 |
| Хлористая медь |  | +280 |
| Жидкий кислород |  | +7500 (90K) |
| Ферромагнетики | | |
| Железо |  | +400000 |
| Магнетит |  | +120000 |

Первая группа веществ, которые слабо выталкиваются магнитным полем соленоида, называются *диамагнетиками*. Ими являются большинство неорганических соединений и практически все органические соединения. Диамагнетизм является свойством каждого атома и молекулы. Если вещество притягивается магнитом, это означает преобладание над диамагнетизмом другого, более сильного явления, обуславливающего притяжение.

Вещества, втягиваемые в область сильного поля, называются *парамагнетиками*.

Вещества, ведущие себя подобно железу и магнетиту, называются *ферромагнетиками.*

Для понимания подобного поведения веществ в магнитном поле необходимо выяснить роль атомов и молекул в создании магнитных полей в веществе.

## 21. Магнитное поле петли с током.

Пусть замкнутая проводящая петля расположена в плоскости xy и охватывает начало координат. По петле протекает постоянный ток I. Нас будет интересовать магнитное поле, создаваемое этим током, но не вблизи петли, а в далеких точках, по аналогии с дальним полем электрического диполя.

Назовем выражение  магнитным дипольным моментом петли с током и обозначим его через . Очевидно, магнитный дипольный момент является вектором, направленным по нормали к петле, т.е. совпадаюшим по направлению с вектором - направленной площадью участка, окруженного петлей:



Что касается знака, примем, что направление тока и вектора  должны быть связаны правилом правого буравчика (рис. 16.6)

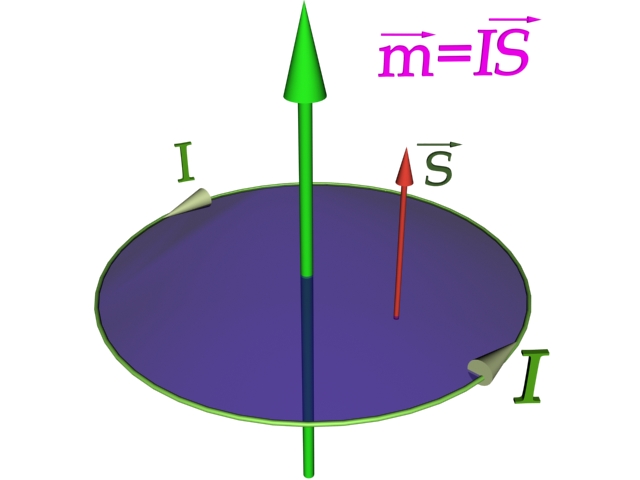


Рис.16.6

Можно показать, что компоненты магнитного поля в точке А будут иметь вид



и они совершенно идентичны [выражениям](#_16._Потенциал_и) (16.2) и (16.3), где только вместо m стоит p- электрический дипольный момент.

Таким образом, мы можем рассматривать вещество как огромное количество магнитных диполей самым элементарным из которых будет атом водорода ведь электрон вращающийся вокруг протона и есть петля с током, т.е. магнитный диполь.

## 22. Сила, действующая на магнитный диполь во внешнем поле.

Пусть мы имеем магнитное поле, созданное соленоидом, расположенном вдоль оси z и уменьшающееся с ростом z, что видно по расхождению силовых линий поля (рис.16.7).



Рис.16.7

Мы хотим определить силу, действующую на кольцо с током, созданную другим полем. Полная сила, действующая на кольцо, обусловленная его собственным полем, равна, конечно, нулю.

Сила, обусловленная внешним полем возникает вследствие того, что внешнее поле  имеет вокруг кольца компоненту , направленную наружу. Благодаря этой компоненте на каждый элемент петли будет действовать сила величиной , направленная вниз. Для нашего поля, симметричного относительно оси z, полная сила, направленная вниз, будет равна



можно непосредственно связать с градиентом . Так как =0 во всех точках, то полный поток магнитного поля из любого объема равен нулю. Рассмотрим небольшой цилиндр радиусом  и высотой (рис.16.8).

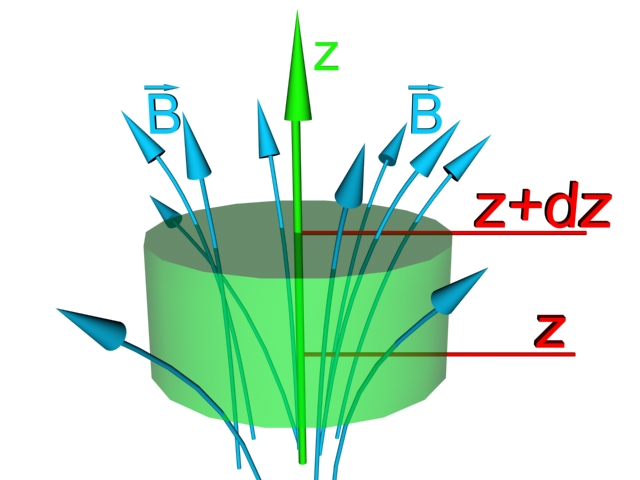


Рис.16.8

Наружный поток через боковую поверхность равен , а полный наружный поток через верхнюю и нижнюю плоскости равен



Таким образом получаем соотношение

0 = +, или



Силу, действующую на диполь, можно теперь выразить через градиент компоненты  внешнего поля:

= (16.13)

Таким образом, силу, действующую на кольцо, можно очень просто выразить через магнитный дипольный момент. Можно это доказать и для петли произвольной формы.

Магнитный момент  нашего кольца направлен вверх, а сила, действующая на него , направлена вниз. Очевидно, что если бы мы изменили направление тока в кольце, изменив тем самым направление , то направление силы также изменилось бы. Отсюда можно сделать следующие выводы.

Дипольный момент параллелен внешнему полю: сила действует в направлении увеличения поля.

Дипольный момент антипараллелен внешнему полю: сила действует в направлении уменьшения поля.

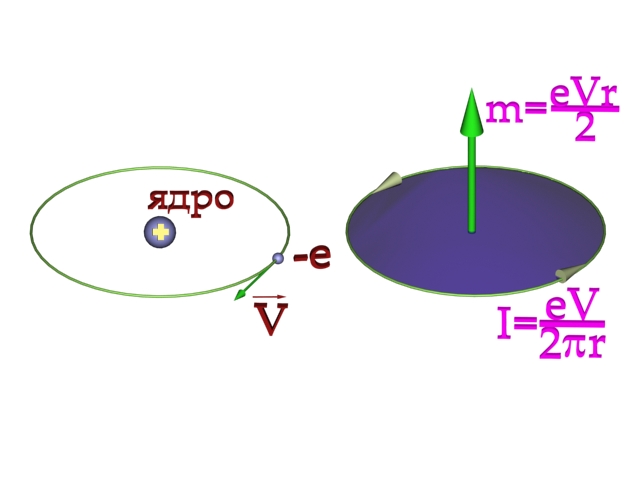
Внешнее поле однородное: сила равна нулю.

Теперь мы можем попробовать понять, каким образом магнитное поле, наложенное на вещество, создает в нем магнитные дипольные моменты, пропорциональные этому полю. И почему в одних веществах эти дипольные моменты параллельны полю, а в других направлены в противоположную сторону и тогда мы, наверно, сможем понять физику диамагнетизма и парамагнетизма.

## 23. Электрические токи в атомах.

Известно, что атом состоит из положительного ядра, окруженного отрицательными электронами. Для корректного описания атома необходимы знания квантовой механики. К счастью, простая и наглядная модель атома качественно хорошо объясняет диамагнетизм. Это планетарная модель с электронами, движущимися по орбитам вокруг ядра, подобная модели атома водорода в первой квантовой теории, созданной Бором.

Рассмотрим электрон, движущийся с постоянной скоростью по круговой орбите радиуса .



**Рис.16.9**

В центре расположено положительно заряженное ядро, делающее систему электрически нейтральной. Благодаря своей сравнительно большой массе ядро движется настолько медленно, что магнитными эффектами, связанными с этим движением, можно пренебречь.

В любой момент времени электрон и ядро можно считать электрическим диполем, но его среднее значение по времени будет равно нулю, и он не будет создавать дальнего электрического поля. Однако магнитное поле этой системы на большем расстоянии в среднем по времени не будет равно нулю. Оно представляет собой как раз поле кольца с током. Ток измеряется количеством заряда, проходящего через сечение кольца в одну секунду. Поскольку электрон делает  оборотов в секунду, то ток равен



Следовательно, дальнее поле этого тока совпадает с полем магнитного диполя величины



Отметим, что между магнитным моментом , связанным с движением электрона по орбите, и моментом импульса электрона  существует простое соотношение. Импульс является вектором с модулем , где - масса электрона. Этот вектор направлен вниз, если электрон вращается в направлении, указанном на рисунке 16.9.

Учитывая направление, можно написать

 (16.13)

Полученное соотношение содержит только фундаментальные постоянные, и это позволяет предположить, что оно справедливо всегда. И , действительно, так оно и есть, однако доказывать это мы не будем. Вспомним важное свойство любой орбиты в центральном поле: орбитальный момент импульса является интегралом движения, т.е. сохраняющейся величиной. Тогда из выражения (16.13) следует и постоянство магнитного момента. Множитель



называется орбитальным магнитомеханическим отношением (гиромагнитное отношение) электрона. Тесная связь между магнитным моментом и моментом импульса является центральным вопросом атомного магнетизма.

Почему мы не замечаем магнитных полей всех электронов, движущихся по орбитам во всех атомах любого вещества? Потому что эти поля взаимно уничтожаются. В обычной массе вещества должно быть в среднем столько же электронов, движущихся по данному направлению, сколько и по противоположному. Но если магнитные поля электронов все- таки наблюдаются, то в самой структуре вещества должен быть какой-то механизм, который помогает электронам выбирать не только ось, но и направление вращения вокруг этой оси!

С современной точки зрения, кусок вещества в отсутствие внешнего магнитного поля содержит вращающиеся электроны, у которых векторы моментов импульса и связанные с ними векторы орбитальных магнитных моментов равномерно распределены в пространстве. Рассмотрим орбиты с плоскостями, параллельными плоскости *xy*; примерно для половины этих орбит векторы магнитных моментов направлены вверх, а у другой половины- вниз. Определим, что произойдет с одной из этих орбит при включении внешнего магнитного поля в отрицательном направлении оси z (рис.16.10)

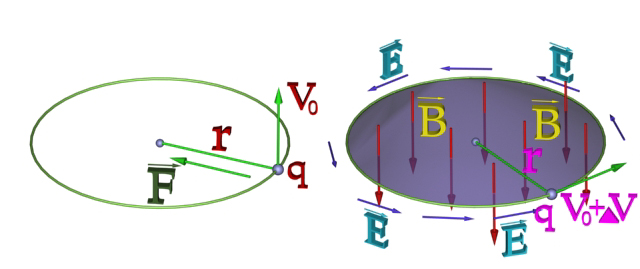


Рис.16.10

В начальном положении (рис.16.10а) внешнего магнитного поля нет. Теперь с помощью большого соленоида мы начинаем создавать поле  в отрицательном направлении оси z, однородное во всей области в данный момент времени. Если это поле возрастает со скоростью , вдоль орбиты возникает индуцированное электрическое поле  (рис.16.10b). Для определения величины этого поля, вспомним, что изменение потока, пронизывающего круговую орбиту, равно



Это выражение определяет линейный интеграл от вектора :



Таким образом, мы находим, что



В данном случае, если учесть направление индуцированной электродвижущей, то видно, что поле  должно быть направлено таким образом, чтобы ускорять тела, если заряд положительный. Тангенциальное ускорение  определяется силой:

,

таким образом, мы имеем соотношение между изменением  и изменением:



Пусть  означает окончательное изменение скорости  в течение всего процесса возрастания поля до конечного значения . Тогда



Отметим, что в это выражение не входит время – конечная скорость не зависит от быстроты своего изменения. Возрастание скорости движения заряда в конце процесса означает увеличение магнитного момента , направленного вверх. Отрицательно заряженное тело при подобных обстоятельствах начало бы двигаться замедленно, что уменьшило бы его момент, направленный вниз. Следовательно, в любом случае наложение поля  изменило бы магнитный момент в сторону, противоположную полю. Величина изменения магнитного момента  равна



Для зарядов (как положительных, так и отрицательных), вращающихся в другом направлении, индуцированное изменение магнитного момента также противоположно изменению приложенного магнитного поля. При любом знаке заряда и любом направлении вращения оказывается справедливым следующее соотношение:

 (16.14)

Получив столь общее выражение, как соотношение (16.14), можно рассчитывать на разумные результаты, даже не имея хорошей теории строения атома. Единственной величиной в этом уравнении, которая относится к атому, является . Действие, производимое магнитным полем  на орбиты электронов, можно представить себе следующим образом: каждый электрон продолжает двигаться по орбите с тем же радиусом, но к его угловой скорости, которая была равна  в зависимости от направления его вращения, прибавляется небольшое приращение . Согласно уравнению (16.13) величина этого приращения угловой скорости



зависит только от приложенного поля и от отношения заряда электрона к его массе. Угловая скорость  носит название угловой скорости Лармора, или частотой Лармора.

Мы рассмотрели только орбиты, перпендикулярные полю. Можно обобщить этот результат для произвольных орбит. В этом случае в выражении (16.14) необходимо лишь заменить на - среднее значение квадратов радиусов орбит.

Не вдаваясь в эту тонкость, применим уравнение (16.14) для всех электронов, подставив разумное значение радиуса орбиты, и посмотрим, сможем ли мы хотя бы приблизительно объяснить некоторые из данных, приведенных в таблице 16.1. Число электронов в грамме большинства веществ примерно одинаково, так как для каждого электрона в атоме имеется один протон в ядре и приблизительно один нейтрон на протон. Таким образом, число электронов на грамм примерно равно величине  для вещества с атомным весом 2 и атомным номером 1, а именно:

.

Вместо мы подставим см – расстояние, равное радиусу первой боровской орбиты. Индукцию магнитного поля возьмем равной 1.8 Тл. В этом случае полный магнитный момент, индуцированный в одном грамме любого вещества, примерно равен

.

Градиент поля был равен 1700 Гс/cм = 17Тл/м. Используя уравнение (16.13) для вычисления силы, мы найдем

Н.

Эта цифра близка к величине силы для ряда веществ в таблице.

Теперь мы видим, почему диамагнетизм является универсальным, но малозаметным явлением. Он почти одинаков в молекулах и в атомах. Тот факт, что молекула может быть гораздо больше атома, т.е. состоять из сотен или тысяч атомов, вообще не приводит к увеличению эффективного среднего радиуса орбиты. Причина заключается в том, что любой электрон молекулы довольно прочно локализован в одном из ее атомов.

## 24. Парамагнетизм и спин электрона.

Электрон обладает импульсом, который не связан с его орбитальным движением. Это свойство электрона называется спином и не имеет какого- либо аналога в классической физике. При измерении величины спинового момента импульса всегда получается один и тот же результат: , где - постоянная Планка. Значение спина для нас заключается в том, что с этим внутренним моментом импульса связан также постоянный магнитный момент. Направление этого магнитного момента совпадает с направлением, ожидаемым для электрона, если последний представлять в виде отрицательно заряженного шара, вращающегося вокруг оси.

Таким образом, вектор магнитного момента направлен антипараллельно вектору спинового момента импульса. Однако отношение магнитного момента к моменту импульса оказывается в два раза больше, чем в случае движения электрона по орбите.

Поскольку величина спинового магнитного момента всегда одинакова, то внешнее поле может повлиять только на его направление. Магнитный диполь во внешнем поле испытывает вращающий момент



Вращающий момент стремится расположить вектор  параллельно .

Если спиновые моменты электрона могут свободно ориентироваться в веществе, то следует ожидать, что они расположатся в направлении приложенного поля , т.е. выберут ориентацию, которая соответствует наименьшей энергии. Предположим, что каждый электрон в грамме вещества ориентирован таким образом. Мы уже знаем, что в грамме любого вещества имеется примерно 3 электронов. Сила, действующая на такой образец в нашей катушке, была бы равна 46Н.

Очевидно, что эта сила гораздо больше силы, измеренной для любого парамагнитного образца. Объяснение заключается в том, что выстраивание электронных моментов очень далеко от совершенства. Тепловые колебания всегда создают хаотическое, или случайное, распределение направлений осей спинов.

Почему не все вещества парамагнитны? Потому что в большинстве атомов и молекул электроны сгруппированы по парам, причем спины в каждой паре направлены противоположно, независимо от приложенного поля. В результате магнитные моменты пары электронов полностью уничтожают друг друга. Остается только диамагнетизм, который мы уже изучили. В некоторых молекулах содержится нечетное число электронов и в таких парах полное уничтожение магнитных моментов, очевидно, невозможно. Одним из примеров может служить окись азота NO, в молекулу которой входят 15 электронов: она парамагнитна. Свободные электроны в металлах обладают собственными слабыми парамагнитными свойствами. Все это относится в основном к области квантовой физики. Даже для правильного количественного объяснения диамагнетизма необходима квантовая механика.

## 25. Магнитная восприимчивость и намагниченность.

Назовем магнитный момент единицы объема магнитной поляризацией, или намагниченностью, обозначив ее буквой . Намагниченность  и магнитное поле  имеют одинаковую размерность. И если мы теперь определим объемную магнитную восприимчивость, обозначенную через, соотношением

, (16.15)

то восприимчивость будет безразмерной величиной , отрицательной для диамагнитных веществ и положительной для парамагнитных. Это в точности аналогично определению электрической восприимчивости  отношением электрической поляризации  к электрическому полю .

К сожалению, выражение (16.15) не является обычным определением . В обычном определении вместо поля  появляется другое поле , с которым мы сейчас познакомимся.

## 26. Свободные токи и напряженность магнитного поля

Часто бывает полезно различать связанные и свободные токи. Связанные токи проявляют себя в молекулярных или атомных магнитных моментах, включая внутренний магнитный момент частиц со спином. Они соответствуют петлям с молекулярными токами, и являются источниками намагниченности. Свободные токи – это обычные токи проводимости. Такие токи можно включить и выключить, и их сила измеряется при помощи амперметра.

Можно показать, что плотность тока  связанных зарядов определяется выражением

 =. (16.16)

Вспомним также, что

 ,

где под мы понимали плотность полного тока. С учетом нашего разделения токов на свободные и связанные последнее выражение можно переписать в виде

.

С учетом (16.16) это можно переписать

 .

Если определить векторную функцию  в любой точке пространства соотношением

 (16.17)

то можно записать

 (16.18)

Другими словами, вектор , определенный уравнением (16.18) , относится к свободному току таким же образом, как  относится к полному току. Однако аналогия не является полной, так как мы всегда имеем , тогда как векторная функция  не обязательно имеет нулевую дивергенцию. Вектор  называют напряженностью магнитного поля.

Мы считаем  фундаментальной характеристикой магнитного поля, так как отсутствие магнитного заряда означает, что  всюду, даже внутри атомов и молекул. Именно из этого условия можно показать, что среднее макроскопическое поле внутри вещества равно , а не . Прежде этого не понимали; более того, поле  пользовалось практическим преимуществом, так как его легко измерить на опыте, ведь оно обусловлено свободными токами. В некоторых старых книгах  трактуется как первичное магнитное поле, а  называют магнитной индукцией и отводят ему вспомогательную роль. В вакууме между  и существенного различия нет, так как намагниченность  при отсутствии вещества должна быть равна нулю.

## 27. Ферромагнетизм.

Намагниченность, наблюдаемая в ферромагнетиках, гораздо больше, чем в парамагнетиках. Постоянные магниты обычно имеют поля порядка нескольких тысяч гаусс. Более характерной величиной является предельное значение намагниченности, т.е. магнитный момент, приходящийся на единицу объема, приобретаемый веществом в очень сильном поле. Эта величина называется намагниченностью насыщения. Мы можем оценить намагниченность насыщения железа из данных таблицы 16.1. Если затем разделим это значение намагниченности на величину спинового магнитного момента, то получим около  спиновых моментов на кубический сантиметр. 1  железа содержит около  атомов. Предельная намагниченность, по-видимому, соответствует примерно двум выстроенным спинам на атом. Поскольку большинство электронов в атоме группируются парами и не оказывают вообще никакого магнитного действия, то мы имеем дело, по существу, с полным выстраиванием тех электронных спинов в структуре атома, которые обладают возможностью свободно располагаться в одном и том же направлении.

Один из очень интересных фактов, касающихся ферромагнетиков, состоит в следующем: данное ферромагнитное вещество, например чистое железо, совершенно внезапно теряет свои ферромагнитные свойства при нагревании до определенной температуры. При температуре выше 770С чистое железо ведет себя как парамагнитное вещество. При охлаждении же до температуры ниже 770С его ферромагнитные свойства немедленно восстанавливаются. Эта переходная температура, называемая точкой Кюри, различна для разных веществ. Для чистого никеля она равна 358С.

Что представляет собой “ферромагнитное свойство”, которое так резко отличает железо при температуре ниже 770С от железа при температуре выше 770С и от меди при любой температуре? Это свойство заключается в *спонтанной* ориентации атомных магнитных моментов в одном направлении, которая сводится к выстраиванию осей спинов определенных электронов в каждом атоме железа. Понятие *спонтанная* подразумевает, что здесь не требуется наложение внешнего магнитного поля. В достаточно большом объеме железа, который содержит миллионы атомов, магнитные моменты атомов почти всех атомов направлены одинаково. Например, в железе при комнатной температуре, т.е. значительно ниже точки Кюри, выстраивание почти совершенно.

Что заставляет спины выстраиваться и что удерживает их в таком состоянии? По причине, связанной с квантовой механикой, спинам соседних атомов железа более выгодно с энергетической точки зрения, располагаться параллельно друг другу. Это не вызвано взаимодействием магнитных моментов, которое весьма слабо. Здесь играет роль взаимодействие значительно более сильное (так называемое обменное взаимодействие, не имеющее аналога в классической физике), которое благоприятствует параллельной ориентации спинов. Представим себе, что спин атома А (рис. 16.11 ) “хочет”, быть направленным параллельно спину соседних с ним атомов В, С, Д и Е и каждый из них “предпочитает”, чтобы направление его спина совпадало с направлением спинов его соседей, включая атом А.

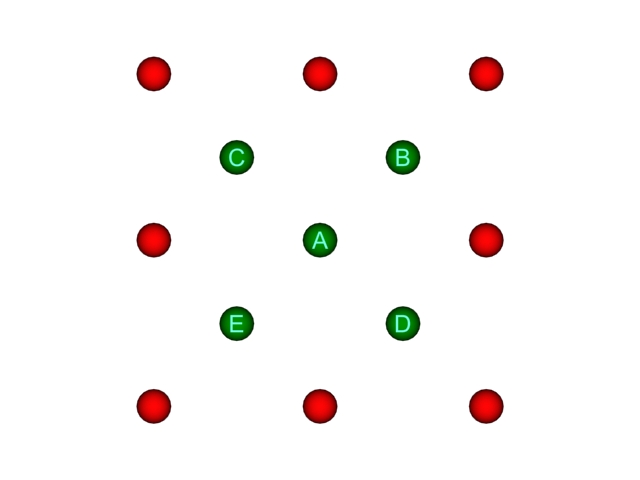


Рис.16.11

Тогда легко понять, что как только образуется большинство, возникает сильная тенденция “cделать это единогласно”

Если начальное состояние является беспорядочным, например, если железо охлаждено ниже точки Кюри в отсутствие внешнего поля, то выбор одного из возможных направлений в кристалле случаен. Чистое железо построено из объемно-центрированных кубических кристаллов. Каждый атом имеет восемь ближайших соседей. Сама симметрия окружения оказывает влияние на физическое состояние атома, включая связи между спинами. В железе осями наиболее легкой намагниченности являются оси куба. Это значит, что спины стремятся расположиться в одном и том же направлении, но при этом предпочитают одно из шести. Из этого предпочтения следует, что ориентированным спинам не легко изменить данное направление на одно из эквивалентных ему направлений, которые расположены под прямым углом к данному (рис.16.12 )



Рис.16. 12

Для этого спинам пришлось бы пройти через ряд менее предпочтительных направлений. Это как раз то препятствие, благодаря которому возможно существование постоянных магнитов.

Кажущийся не намагниченным кусок железа составлен в действительности из большого числа доменов, в каждом из которых все спины ориентированы одинаково, но направление их ориентации отличается от направлений спинов в соседних доменах. В среднем в куске железа одинаково представлены все направления, поэтому макроскопического магнитного поля не получается. Даже в одиночном кристалле имеются магнитные домены. Домены являются микроскопическими образованиями; их можно увидеть даже через микроскоп со слабым увеличением. Но по атомным масштабам они огромны и содержат многие миллиарды элементарных магнитных моментов.

Разделение вещества на домены происходит потому, то оно требует меньше энергии, чем расположение со спинами, ориентированными в одном направлении.

Если намотать проволоку на железный стержень и пропустить по ней электрический ток, то мы можем создать магнитное поле. В этом поле магнитные моменты, параллельные полю, будут иметь меньшею энергию, чем моменты, антипараллельные полю или направленные как-нибудь иначе. Это дает преимущество некоторым доменам; те из них, которые обладают благоприятно ориентированными магнитными моментами, стремятся увеличится за счет других, если это возможно. Домен “растет как клуб”, т.е. увеличивая число своих членов. Это происходит на границах. Спины, принадлежащие к неблагоприятно ориентированному домену, но расположенные на границе с благоприятно ориентированным доменом, проявляют солидарность, принимая благоприятное направление. Это сдвигает доменную границу, которая представляет собой разделяющую поверхность между двумя ориентациями спинов. В одиночных кристаллах сдвиги границ происходят довольно свободно.

Таким образом, слабое приложенное поле может вызвать очень сильных рост доменов и, следовательно, большое общее изменение намагниченности.

Если направление приложенного поля не совпадает с одним из благоприятных направлений, то изменение формы (вытягивание) неблагоприятных доменов все же не дает моментам возможности расположиться точно параллельно полю. Для выстраивания моментов в одном направлении с полем и для получения максимально возможной намагниченности необходимо значительно более сильное поле.

Рассмотрим последствия несовпадения направления приложенного поля с одним из “благоприятных “ направлений в кристалле. Нас будет интересовать, как это отразится на магнитном поведении куска железа при различных приложенных полях. Для такого эксперимента удобно пользоваться железным тором, на который намотаны две катушки (рис.16.13).

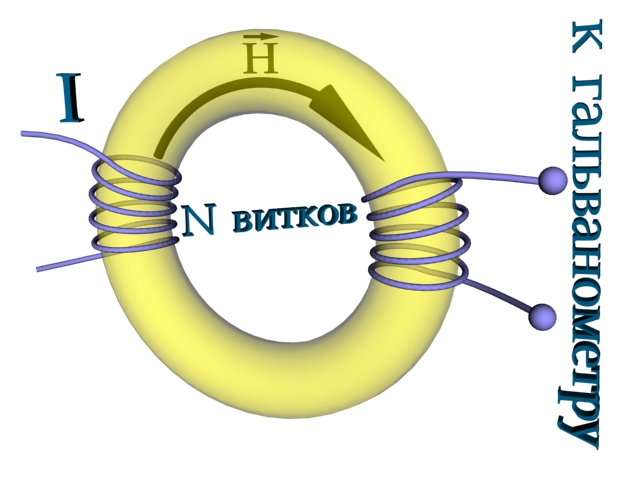


Рис.16.13

В этом случае в железе создается практически однородное поле без краевых эффектов, осложняющих ситуацию. Измеряя напряжение, индуцированное в одной из катушек, мы можем определить изменение магнитного потока Ф и, следовательно поле  внутри железа. Если просуммировать изменения поля, начиная с, мы всегда будем знать, чему оно равно. Ток, протекающий в другой катушке, определяет величину , которую мы примем за независимую переменную. Если нам известны  и  , мы всегда можем вычислить . На графиках предпочитают изображать  как функцию , а не . Типичная кривая намагничивания для железа изображена на рисунке (16.14).

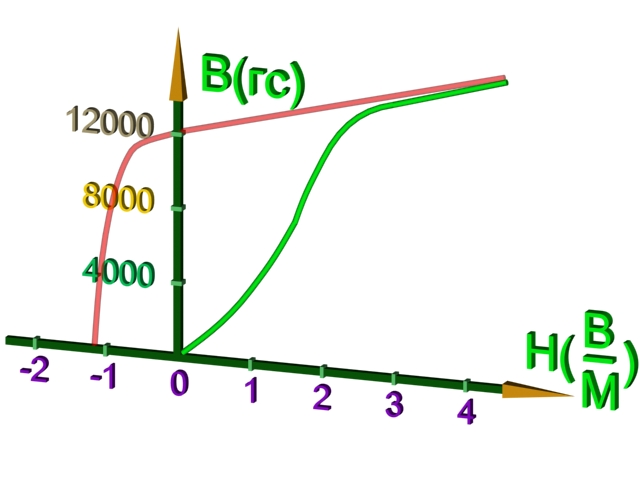


Рис. 16. 14

В “ не намагниченном “ железе В = 0 и Н = 0; увеличение Н вызывает заметно нелинейное возрастание В, вначале медленное, затем более быстрое, затем очень медленное. В пределе постоянной оказывается намагниченность М, а не В. Однако на этой кривой, поскольку  и Н<<В, разница между М и В незаметна.

Нижняя часть кривой В-Н зависит от движения доменных границ, т.е. от роста доменов, направленных благоприятно, за счет доменов, направленных “ неблагоприятно” В верхней части кривой произошло поворачивание магнитных моментов “ грубой силой” в направлении параллельном полю.

Если мы теперь будем медленно уменьшать ток в катушке, тем самым уменьшая и Н, то кривая не пойдет обратно по тому же самому пути. Вместо этого мы обнаруживаем поведение, указанное на рис. 16.14 пунктирной кривой. Эта необратимость называется гистерезисом и объясняется в основном движением доменных границ, которое частично необратимо. Причины этого явления не следуют из вышесказанного, но хорошо понятны физикам, работающим в области ферромагнетизма.

Намагниченный кусок железа или другого магнитного образца может сохранять намагниченность бесконечно долго. Благодаря явлению ферромагнетизма вся информация, записанная на магнитных пленках, от музыки до вычислительных программ, может быть сохранена.

## Волновая оптика

### 1.1. Введение. Оптика как раздел электродинамики

Оптика – учение о физических явлениях, связанных с распространением и взаимодействием с веществом электромагнитных волн (ЭМВ), длина которых лежит в интервале 10-4 - 10-9 м. Эта область спектра включает ультрафиолетовое (УФ), инфракрасное (ИК) излучения и воспринимаемый человеческим глазом участок видимого излучения (ВИ).

Границы участков изображенного на рис.1.1 спектра ЭМВ определяются способом получения и регистрации волн, а также характером их взаимодействия с веществом.



Рис.1.1

Излучение радиоволн происходит при ускоренном движении электронов в антенне радиопередатчика. Совершая вынужденные колебания в одинаковой фазе, эти электроны становятся источниками когерентных ЭМВ. Подобное явление происходит в оптических квантовых генераторах (лазерах), где происходит вынужденное излучение возбужденных атомов. В отличие от лазеров излучение обычных источников света (раскаленных тел, возбужденных электрическим разрядом газов и т.д.) представляет наложение огромного числа не согласованных между собой волн. С атомными системами связано излучение волн оптического и рентгеновского (РИ) диапазонов; - излучение ( Гц) испускается атомными ядрами и при превращениях элементарных частиц.

Для регистрации волн оптического диапазона используются методы измерения переносимого волной потока энергии: фото- и термоэлектрические, фотохимический, люминесцентный методы.

Распространение ЭМВ в веществе в тех случаях, когда  велика по сравнению с межатомными расстояниями (это условие выполняется для радиоволн и света) рассматривается феноменологически, без учеты атомного строения вещества. Описывающие распространение ЭМВ уравнения Максвелла, при этом, дополняются материальными уравнениями, учитывающими свойства среды.

Процессы излучения и поглощения света атомами изучает классическая электронная теория, в которой рассматривается движение электрических зарядов в веществе и их взаимодействие с электромагнитным полем. Ограниченность этой теории обусловлена описанием поведения электронов в атомах законами классической механики. Преодоление возникших затруднений привело к созданию квантовой теории.

С точки зрения современных представлений, оптика делится на геометрическую, волновую и квантовую.

Задачи локализации изображения, его ориентации, масштаба, искажений, вызванных фазовыми аберрациями, решаются с помощью законов геометрической оптики, где полагается .

Информация, необходимая для анализа качества изображения (например, о величине разрешающей способности) может быть получена в рамках волновой оптики, которая объясняет ряд важных явлений: интерференцию, дифракцию, поляризацию, дисперсию, эффект Доплера.

В квантовой теории изучаются явления, связанные со взаимопревращениями энергии света и энергии частиц, необъяснимые с помощью волновой теории.

### [1.2. Отражение и преломление света на границе двух диэлектриков](Animation/Prelomlenie/fizika.exe)

Ограничимся для простоты случаем нормального падения плоской монохроматической волны на бесконечную границу двух однородных ( и ), прозрачных () диэлектриков (рис.1.2).



Рис.1.2

В ЭМВ происходят взаимосвязанные колебания векторов  и , однако, как показывает опыт, физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие действия света вызваны световым вектором .

На основании теории Максвелла, из которой следует существование ЭМВ

, (1.1)

закона сохранения энергии

 (1.2)

и граничного условия для тангенциальных составляющих напряженностей падающей *Е1*, отраженной  и преломленной  волн

, (1.3)

определим интенсивности I и соотношения между фазами названных волн.

Из выражений (1.2) и (1.3) следует, что

, (1.4)

. (1.5)

Анализ формулы (1.5) показывает:

* если *n1 > n2,* то ↑↑ - векторы сонаправлены и отраженная волна имеет ту же фазу, что и падающая;
* если *n1*< *n2*, то ↑↓ - при отражении от более плотной среды колебания в падающей и отраженной волнах на границе раздела двух диэлектриков происходит в противофазе, т.е. фаза волны при отражении скачком меняется на *π*.

Коэффициенты отражения ρ и пропускания  равны:

 (1.6)

, (1.7)

где  - показатель преломления второй среды относительно первой.

Для стекла с  и воздуха с  , т.е. при нормальном падении 4% света отражается от стекла. Простейший перископ состоит из 28 оптических элементов (минимум 56 поверхностей), следовательно, даже при таком небольшом отражении уменьшение интенсивности прошедшего света значительно. Чтобы избежать потерь в этом и других подобных случаях необходимо использовать явление интерференции.

### 1.3. Интерференция света

Интерференция света – перераспределение энергии в пространстве с образованием максимумов (*Imax*) минимумов (*Imin*) интенсивности при наложении когерентных волн.

Волны называются когерентными, если они имеют одинаковую частоту, поляризацию и не зависящую от времени разность фаз в произвольной точке их встречи.

Когерентность характеризует способность волн к интерференции. Ее количественная мера связана с контрастностью v интерференционных полос.

 (1.8)

Простейшая теория интерференции базируется на предположении о скалярности электромагнитного поля, поэтому для расчета интерференционных картин необходимо уметь складывать колебания одинаковой частоты и одного направления, что проще всего осуществить с помощью векторной диаграммы, (см. раздел «Сложение механических колебаний»).

#### 1.3.1. Условие интерференции

Исследование интерференции волн сводится к определению разности фаз в точке их наложения. Рассмотрим две волны частоты , одинаковой (для простоты) амплитудой , распространяющиеся вдоль оси *Х*:

, (1.9)

Согласно принципу суперпозиции, напряженность результирующего поля в произвольной точке встречи волн равна их сумме:

 (1.10)

Учитывая, что волновые числа  и , где  - длина волны в вакууме, и  - показатели преломления сред, в которых распространяются волны, запишем амплитуду суммарной волны в виде:

, (1.11)

где

 (1.12)

оптическая разность хода.

Из-за большой частоты оптических колебаний напряженность  невозможно измерить непосредственно. Все приемники излучения измеряют энергетические величины, усредненные за промежуток времени, много больший периода оптических колебаний. Средняя по времени наблюдения интенсивность волны, пропорциональная квадрату ее амплитуды, равна

*I*~. (1.13)

Результат зависит от разности хода  и разности начальных фаз . Рассмотрим два случая:

1. При использовании некогерентных волн от независимых источников

 и  являются случайными функциями времени, поэтому  и *I* ~~ *I1+I2-* складываются интенсивности волн.

2. В случае когерентных волн обе волны также имеют хаотически меняющиеся фазы, но закон изменения  и  одинаков, так как они относятся к одному и тому же фронту волны, т.е.  и  (или *const*).

Таким образом, во втором случае I определяется только , которая не зависит от времени, вследствие чего знак усреднения можно убрать:

I ~. (1.14)

Из этого выражения следует:

- если разность хода равна целому числу длин волн:

∆ = mλ - (1.15)

условие образования максимумов интенсивности, где m = 0, ± 1, ± 2, … - порядок интерференции, то I = Imax=4 (вдвое больше суммы интенсивности слагаемых волн). Учитывая связь между разностью хода и разностью фаз Δφ интерферирующих волн

,

получим, что условию (1.15) соответствует

; (1.16)

- условие образования минимумов интенсивности:

, (1.17)

или

- (1.18)

волны приходят в точку встречи в противофазе и «гасят» друг друга. При равенстве амплитуд складываемых волн *Imax = 0*.Такое перераспределение энергии является результатом сложения амплитуд, а не интенсивностей интерферирующих волн.

#### **[1.3.2. Интерференционная картина](Animation/Interferencia/INTERFER.HTM)**

Полученные результаты позволяют рассчитать параметры картины интерферирующей двух когерентных волн от источников  и , расстояние между которыми  (рис.1.3 а).



Рис.1.3

1.Чтобы найти зависимость распределения интенсивности на экране *Э* от координаты y, точки наблюдения *Р*, необходимо выразить через эту координату разность хода . Для этого введем угол , образуемый направлением на точку *Р* с перпендикуляром к линии, соединяющей источники (т.е. с «оптической осью» рассматриваемой схемы). Направления колебаний в интерферирующих волнах будут одинаковыми, если . В этом случае , поэтому  и разность хода равна . Т.к. , то

. (1.19)

Подставляя  в (1.14), получим (см. рис.1.3б):

. (1.20)

2.Ширина интерференционных полос или пространственный период интерференционной картины – расстояние Δ*y* между соседними максимума или минимумами. Найдем координату *m*-го *max*, учитывая, что в (1.19) :

. (1.21)

Отсюда следует, что:

. (1.22)

Измеряя , можно найти .

#### **1.3.3.** [**Понятие когерентности**](Animation/Kogerent-Dem.ppsx)

Когерентность – согласованность колебаний в разных точках пространства в разные моменты времени, характеризующая их способность к интерференции. Количественно когерентность измеряется степенью взаимной когерентности, которая определяет контраст интерференционной картины. В случае небольших угловых размеров источника света целесообразно вместо пространственно-временной степени взаимной когерентности рассматривать отдельно временную и пространственную когерентность с характерными параметрами – временем и радиусом когерентности.

1. *Интерференция немонохроматичного света. Длина когерентности*

Реальныеисточники испускают свет в некотором диапазоне длин волн ÷  (или ). Немонохроматичность света связана с механизмом излучения отдельных атомов, которое может быть смоделировано с помощью цугов. Цуг – часть колебательного процесса между двумя моментами времени, разделенными временем когерентности , в течение которого основные характеристики волны (амплитуда, частота, поляризация, фаза) сохраняются или изменяются по определенному закону, причем длительность цуга обратно пропорциональна ширине спектра частот:

, (1.23)

цуга. Очевидно что интерференция возникает при наложении волн одного и того же

Наличие разности хода между интерферирующими волнами эквивалентно задержке одной из них во времени, поэтому их способность к интерференции называется временной когерентностью. Максимальная разность хода, при которой возможна интерференция – длина когерентности излучения :

, (1.24)

где  - средняя длина волны спектрального интервала.

Контраст интерференционной картины будет существенным, если:

. (1.25)

2. Влияние размеров источника на интерференционную картину. Пространственная когерентность

Пусть свет падает от протяженного источника  (рис.1.4) на две узкие щели  и , за которыми на расстоянии L находится экран Э (схема Юнга).



Рис.1.4

Каждая точка источника излучает независимо от других. Даже если свет имеет одну , фаза волн меняется от точки к точке. Расстояние между точками плоскости, перпендикулярной направлению распространения волн, случайные изменения фаз в которых достигают значения, равного π, длина пространственной когерентности или радиус когерентности . Если в схеме Юнга расстояние между щелями  и  , то контраст интерференционной картины .

Можно показать, что интерференционная картина в монохроматическом свете с длиной волны  будет различимой, если выполняется условие (см. рис.):

, (1.26)

где  - угловой размер источника.

 увеличивается по мере удаления от источника света. Например, для звезды диаметра , находящейся на расстоянии ,  и .

Явление уменьшения контраста интерференционных полос при изменении  нашло эффективное применение в астрономии для определения угловых размеров двойных звезд и не очень удаленных одиночных звезд.

#### **1.3.4.** [**Способы получения когерентных волн**](Animation/Kogerent-Dem.ppsx)

Высокой степенью временной и пространственной когерентности обладает лазерное излучение. Однако интерференцию можно наблюдать и при помощи нелазерных источников – для этого необходимо разделить свет от одного источника на две (или более) волны с последующим их наложением.



Рис.1.5

I. В методе деления волнового фронта волна проходит, например, через два близко расположенных отверстия в непрозрачном экране – опыт Юнга (рис. 1.5)  имеет большую пространственную когерентность. Волны, исходящие из  и  получены делением одного волнового фронта, следовательно, они когерентны и в области перекрывания возникает интерференционная картина.

Такой метод пригоден лишь при достаточно малых размерах источника и дают небольшую интенсивность интерференционных полос.

Аналогичная, но более светосильная схема – зеркала Френеля, в которой когерентные волны получаются в результате отражения от двух зеркал, плоскости которых наклонены под небольшим углом  друг к другу (рис.1.6).



Рис.1.6

Источником служит узкая ярко освещенная щель , параллельная ребру между зеркалами. В области перекрытия отраженных от зеркал волн возникает интерференционная картина, наблюдаемая на экране . От прямого попадания света от источника  экран защищен ширмой . Для расчета распределения интенсивности света  можно считать, что интерферирующие волны испускаются вторичными источниками  и , представляющими собой мнимые изображения щели  в зеркалах. Поэтому  будет определяться формулой (1.20), в которой расстояние  от источника  следует заменить на , где  - расстояние от  до ребра зеркал,  - от ребра до . Расстояние  между источниками, как видно из рисунка, равно . Поэтому ширина интерференционных полос на экране равна:

. (1.27)

II. Интерференцию света по методу деления амплитуды наблюдать проще, чем в опытах с делением волнового фронта. Этот метод может применяться и при протяженных источниках. Он обеспечивает большую интенсивность и лежит в основе действия разнообразных интерферометров, имеющих важные практические применения в технике, метрологии, спектроскопии.

Поэтому рассмотрим подробнее схемы, где реализуется деление амплитуды, а именно: интерференцию при отражении от тонких пластин (пленок).

1). Плоская волна, падающая на плоскопараллельную пластину, отражается от обеих ее поверхностей (рис.1.7).



Рис.1.7

В зависимости от разности хода  в точке *Р* наблюдается  или  интенсивности.

 (1.28)

( изменяется на  в точке , если  или в точке *В*, если ).

Обе интерферирующие волны происходят от одной падающей под углом  - образуются полосы равного наклона. При данных  каждому  соответствует своя интерференционная полоса. Для наблюдения полос равного наклона вместо плоскопараллельной пластины удобно использовать интерферометр Майкельсона.

Если интенсивности многократно отраженных волн близки по значению, возникает многолучевая интерференция. На рис.1.8 схематично изображен многолучевой интерферометр Фабри-Перо, используемый для исследования спектров.



Рис.1.8

2). При отражении волн от пластины переменной толщины с малым углом  (рис.1.9)  определяется толщиной пластины в точке , изображением которой является точка  - образуются полосы равной толщины.



Рис.1.9

При малом угле клина  разность хода волн можно вычислять по формуле (1.28), беря в качестве  толщину пластинки в точке *А*. Частный случай полос равной толщины – кольца Ньютона, которые возникают при отражении света от границ тонкого слоя воздуха между линзой и пластиной (рис.1.10).



Рис.1.10

Как следует из рисунка, , следовательно, радиусы колец равны

. (1.29)

При четном *m* наблюдается *max*, нечетном - *min*.

3). Просветление оптики – сведение к минимуму коэффициента отражения от поверхностей оптических элементов (линз, призм и т.п.). Для этого на поверхность стекла методом напыления наносят тонкие пленки с  (рис.1.11).



Рис.1.11

Если  и  происходит полное гашение.

### 1.4. Дифракция света

Дифракция света – нарушение прямолинейности распространения света и сопутствующие этому интерференционные явления, наблюдающиеся в областях с неоднородностями ~ ( - расстояние до точки наблюдения).

Между интерференцией и дифракцией нет принципиального различия. Исторически принято называть интерференцией суперпозицию волн от конечного числа когерентных источников вторичных волн, а дифракцией – от бесконечного числа непрерывно распределенных источников.

Различают 2 вида дифракции:

1). Дифракция Френеля – источник и точка наблюдения находятся на конечном расстоянии от препятствия (дифракция в расходящихся пучках).

2). Дифракция Фраунгофера – на бесконечном (дифракция в параллельных пучках).

#### **1.4.1.Принцип Гюйгенса-Френеля**

Строгая теория дифракции основана на решении системы уравнений Максвелла. Приближенный метод решения задач о распространении волн дает принцип Гюйгенса-Френеля, согласно которому каждая точка волновой поверхности является источником вторичных сферических волн, а величина интенсивности в любой точке наблюдения – результат интерференции когерентных вторичных волн.

Запишем математическое выражение принципа Гюйгенса-Френеля. Результирующее возмущение в точке *Р* является суперпозицией возмущений, исходящих от участков  волновой поверхности *S* рис.1.12):



Рис.1.12

, (1.30)

где  - коэффициент, обусловленный поперечностью волны,  - сферическая волна на расстоянии  от ,  - амплитуда возмущения от .

Вычисления по данной формуле сложны, однако, в случаях, отличающихся симметрией, сводятся к простому алгебраическому или геометрическому суммированию.

#### **[1.4.2. Дифракция Френеля](Animation/Difrakcia%20Frenelia/InterDemo.exe)**

Для учета интерференции вторичных волн, Френель предложил мысленно разбить волновую поверхность в месте расположения преграды (например, круглого отверстия в экране *Э*) на кольцевые зоны по следующему правилу: расстояния от краев соседних зон до точки  должны отличаться на  (рис.1.13а).



Рис.1.13а Рис.1.13б

Радиус внешней границы той зоны:

,

где  - высота сферического сегмента,  - радиус сферической волновой поверхности (рис. 1.13б).

С другой стороны

,

следовательно:

. (1.31)

Площадь той зоны , где .

При 

, (1.32)

а  не зависит от номера зоны :

, (1.33)

т.е. все зоны должны возбуждать в точке ** колебания одинаковой амплитуды. Однако это условие нарушается вследствие того, что у каждой последующей зоны угол  больше, чем у предыдущей: . Разность хода от соседних зон равна , следовательно, колебание от них приходят в противофазах:

 (1.34)

Выражения в скобках равны нулю, т.к. для монотонно убывающей функции

.

Таким образом,  ~, в точке  будет меняться не монотонно: пока открывается 1 зона  увеличивается и достигает максимума при полностью открытой первой зоне ( в точке  в 4 раза больше, чем в отсутствие экрана); по мере открывания 2 зоны  уменьшается почти до 0. При четном числе открытых зон наблюдается минимум, при нечетном - максимум.

Метод зон Френеля – алгебраический. Более полную информацию можно получить, используя метод графического сложения амплитуд колебаний. При этом волновую поверхность также делят на кольцевые зоны, но очень малой ширины:

, где .

Тогда векторная диаграмма имеет вид, изображенный на рис.1.14.  - результат действия 1 зоны;  - результат действия 2 зоны;  - суммарный вектор колебаний. Вектор  имеет длину в  больше, чем , т.е. интенсивность света в точке  при открытой внутренней половине первой зоны в 2 раза больше, чем при числе зон, стремящихся к .



Если закрыть все четные или все нечетные зоны, то  в точке  резко возрастет – таким образом, получается амплитудная зонная пластинка (например, фотографированием колец Ньютона).

Если изменить толщину этих четных или нечетных колец на , то интенсивность возрастает еще в 4 раза – фазовая зонная пластинка действует как линза.

#### **[1.4.3. Дифракция Фраунгофера от щели](Animation/Difrakcia%20Fraungofera/Difraktsiya.exe)**

Описанные в предыдущем разделе построения Френеля, позволяют рассчитать  позади  с круглым отверстием в точке, лежащей на оси симметрии. Найти вид всей дифракционной картины очень сложно. Однако можно осуществить такие условия наблюдения дифракционного спектра, при которых возможен полный расчет  на экране. Пусть отверстие в экране представляет собой длинную щель шириной , на которую падает плоская волна (рис.1.15).

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля волновую поверхность падающей волны в плоскости щели следует разбить на столь малые участки, чтобы колебания в точке наблюдались , вызываемые вторичными волнами от всех точек одного участка, имели бы почти одинаковую фазу.

Для нахождения результирующей амплитуды колебаний в любой точке экрана  необходимо знать распределение фаз всех колебаний, приходящих в эту точку. Так как линза не вносит дополнительной разности хода, то распределение фаз в точке будет таким же,



как и в плоскости , образующий с плоскостью щели угол . Сумма когерентных возмущений от всех участков этой поверхности равна:

. (1.35)

Распределение интенсивности света (как величины ~) на экране, расположенном в фокальной плоскасти линзы, описывается выражением:

, (1.36)

где  - интенсивность света, идущего от всей щели в направлении .

При значении углов дифракции , удовлетворяющих условию:

, (1.37)

т.е. при  ( - порядок дифракции) . Количество наблюдаемых минимумов , так как .

Найдем положения максимума - для этого надо продифференцировать выражение (1.36) и приравнять производную нулю. Введем обозначение: .

.

Из условия  определяются положения минимумов;  - максимумов. Решая трансцендентное уравнение  графически (рис.1.16) получим значения , при котором



Рис.1.16

Данное уравнение имеет бесчисленное множество решений, так как имеется бесчисленное множество точек пересечения графиков функции  и , однако число  не превышает числа .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0 | 1 |
|  | 0,047 |
|  | 0,016 |
| ……. | …….. |

На основании проведенного анализа можно построить график  (рис.1.17). Угловая ширина центрального максимума . На максимум первого порядка приходится 5% падающей энергии, на максимум второго порядка – 2%. Отметим, что подобная картина будет наблюдаться, если , но эти параметры соизмеримы. Если  или , то дифракционная картина не наблюдается.



Рис.1.17

#### **1.4.4. Дифракционная решетка**

На практике используют дифракцию не на одной щели, а на дифракционной решетке – спектральном приборе, служащем для разложения света в спектр и измерения .

Дифракция решетка – совокупность одинаковых равноотстоящих щелей в непрозрачном экране. Сумма ширины прозрачной части  и непрозрачной называется периодом решетки  (рис.1.18). Стеклянные решетки могут иметь 1200 щелей (штрихов) на 1 мм ( мкм); металлические отражательные – до 2000 штр./мм. Длина решеток достигает длины 200 мм.



Рис.1.18

Как следует из выражения (1.33) , следовательно, перемещение щели параллельно самой себе не изменяет дифракционную картину, т.е., если параллельно одной щели поместить другие, то создаваемые каждой щелью картины будут одинаковыми. Это означает, что результирующая дифракционная картина от  щелей получается путем сложения картин от каждой щели с учетом взаимной интерференции, т.е. результирующее колебание в  представляет суперпозицию колебаний с одинаковыми амплитудами , но сдвинутыми по фазе на одну и ту же величину:

. (1.37)

Основанный на этом факте расчет дает следующее выражение для распределения интенсивности на экране *Э*:

. (1.38)

Первый множитель обращается в 0 при

 - (1.39)

в данных направлениях не идет свет ни от одной щели.

Второй множитель принимает значения  в точках, удовлетворяющих условию

, (1.40)

где , которое определяет положение главных максимумов.

Наибольший порядок максимума ; число главных максимумов равно . Между соседними главными максимумами имеется  добавочных минимумов – они возникают в направлениях, в которых колебания от отдельных щелей гасят друг друга:

, .

Между добавочными минимумами возникают слабые вторичные максимумы, число которых равно . Из (1.39) и (1.40) следует, что если отношение  равно отношению целых чисел (например ), то в этом случае максимум второго порядка накладывается на минимум первого порядка и максимумы 2, 4, 6 … порядков будут отсутствовать (рис.1.19).



Рис.1.19

#### **[1.4.5. Параметры решетки как спектрального прибора](Animation/Spectroskopia-Dem.ppsx)**

Зависимость положения максимума и минимума от  позволяет использовать дифракционную решетку для спектрального анализа.

Основными характеристиками спектральных приборов являются:

1. угловая дисперсия:

, (1.41)

где  - угловое расстояние между двумя соседними главными максимумами одного порядка для длин волн  и .

Значение  можно найти, продифференцировав выражение (1.40): .

Следовательно:

. (1.42)

1. разрешающая способность:

, (1.43)

где  - минимальная разность между длинами волн двух спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются раздельно. Эта минимальная разность определяется с помощью критерия Рэлея, согласно которому две спектральные линии с равными  и одинаковой симметрией контура разрешимы, если максимум одной линии совпадает с минимумом другой. При выполнении этого условия  в промежутке между максимумами составляет 80% от  (рис.1.20).



Рис.1.20

Выразим  через порядок спектра  и число штрихов решетки :

,

 (1.44)

#### **1.4.6. Дифракция на пространственных структурах**

Дифракция на пространственных структурах – важный случай дифракции, позволяющий исследовать периодические структуры, например кристаллы. Всякий монокристалл состоит из упорядоченно расположенных частиц (атомов, ионов, молекул), образующих трехмерную дифракционную решетку. Расстояние между узлами кристаллической решетки м, поэтому при прохождении видимого света с ~м дифракция не наблюдается ( по порядку не должна превышать ). Зато для рентгеновских волн монокристалл является идеальной естественной дифракционной решеткой.

Простой метод расчета дифракционной картины основан на рассмотрении дифракции рентгеновских волн как результата их отражения от системы параллельных кристаллографических плоскостей (плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки). Это отражение осуществляется лишь при таких углах падения волн на кристалл, которые соответствуют интерференционным максимумам для волн, отраженных от разных плоскостей (рис.1.21).



Рис.1.21

,

где  - угол скольжения,  для рентгеновских волн.

Условие образования максимумов:

- формула Вульфа-Брэгга, (1.45)

где 

Таким образом, с помощью дифракционной картины можно исследовать спектральный состав рентгеновского излучения (рентгеноспектроскопия) и изучать структуру кристаллов (рентгеноструктурный анализ).

### 1.5.Физические принципы голографии

Голография, что в переводе с греческого означает «полная запись», – способ записи и последующего восстановления рассеянной объектом волны, основанный на явлениях интерференции и дифракции.

В отличие от фотографии, где используется лишь амплитудная характеристика волны, для получения трехмерных оптических копий необходимо регистрировать и амплитуду и фазу идущей от объекта волны. *А* амплитудная и фазовая информация заложены в формуле:

, (1.46)

из которой следует, что для полной записи необходимо кроме объектной волны иметь когерентную с ней волну, называемую опорной. Это и есть принцип записи голограммы. Рассмотрим одну из простейших схем (рис.1.22).



Рис.1.22

Расширенный с помощью системы линз пучок лазера направляется на объект *О* и зеркало *З*. Отраженная от зеркала и рассеянная объектом волны попадают на фотопластинку ФП, где происходит регистрация интерференционной картины. Обработанная фотопластинка называется голограммой.

На втором этапе необходимо из интерференционной картины извлечь объектную волну. Для этого, перекрыв экраном Э часть светового потока, голограмму освещают опорной волной, которая, дифрагируя на голограмме, восстанавливает объектную волну, причем в одном порядке дифракции (+1 – ом) восстанавливается мнимое изображение МИ, являющееся точной копией объекта, в ( - 1 - ом) – псевдоскопичное действительное изображение, имеющее рельеф, противоположный рельефу объекта (рис.1.23). Специальной обработкой ФП дифракционные изображения высших порядков подавляются.



Рис.1.23

### 1.6. Поляризация света

В отличие от интерференции и дифракции при изучении явления поляризации необходимо учитывать векторные свойства ЭМВ.

#### **1.6.1. Поляризованный и естественный свет**

Поляризованной называется электромагнитная волна, в которой направления колебаний векторов  и  упорядочены. В плоской монохроматической волны эти векторы в каждой точке и в каждый момент времени образуют с волновым вектором  правую тройку векторов (рис.1.24).



Рис.1.24

Плоскость, в которой лежат векторы  и , называется плоскостью колебаний, а векторы  и  - плоскостью поляризации. Плоская монохроматическая волна имеет плоскую (или линейную) поляризацию. В естественном свете колебания векторов напряженности электрического и магнитного полей беспорядочны - естественный свет не поляризован. Его удобно представить как наложение двух некогерентных волн одинаковой интенсивности, поляризованных в двух ортогональных плоскостях. Такое представление упрощает изучение прохождения естественного света через поляризационные приборы – устройства, выделяющие из естественного света плоскополяризованный.

#### 1.6.2. Типы поляризации

Пусть наряду с волной, световой вектор в которой колеблется вдоль оси *Х*: , в том же направлении распространяется волна той же частоты, но с колебаниями вектора  вдоль оси *Y*: , где  - разность фаз этих колебаний (рис.1.25).



Рис.1.25

Вследствие линейности уравнений Максвелла такая суперпозиция волн также является их решением. В зависимости от  результирующая волна будет иметь различную поляризацию. Если складываемые плоскополяризованные волны когерентны и имеют одинаковые или отличающиеся на фазы, то

 - (1.47)

результирующее колебание совершается в одной и той же плоскости, т.е. результирующая волна остается плоскополяризованной.

В случае, когда  и 

, (1.48)

т.е. вектор  в любой точке *Z* будет вращаться в области *XY* по (правая круговая поляризация) или против (левая) часовой стрелки с угловой скоростью , оставаясь неизменным по модулю.

Верно и обратное утверждение, т.е. сложение двух волн с правой и левой круговой поляризациями приводит к плоскополяризованной волне (рис.1.26).



Рис.1.26

В общем случае при  свет имеет эллиптическую поляризацию – проекция конца вектора  на плоскость XY описывает эллипс, форма и ориентация которого зависят от разности фаз  (см. тему «Сложение взаимно перпендикулярных колебаний»).

Волну с эллиптической поляризацией всегда можно разложить либо на сумму двух ортогональных плоскополяризованных волн, либо на сумму двух поляризованных по кругу волн с правой и левой поляризациями. В зависимости от характера решаемой задачи может оказаться предпочтительным первое (при изучении распространения света в анизотропных средах) или второе (при изучении естественного и магнитного вращений плоскости поляризации) разложение.

Делая вывод из изложенного, можно уточнить определение поляризованного света, как света, у которого имеется определенное фазовое соотношение между взаимно перпендикулярными компонентами светового вектора.

#### 1.6.3. Степень поляризации

Свет, у которого имеется наиболее вероятное направление колебаний вектора  называется частично поляризованными (его можно рассматривать как смесь естественного света с поляризованным).

Степень поляризации p частично поляризованного света равна:

, (1.49)

где  и  - максимальное и минимальное значения интенсивности света, прошедшего поляризационный прибор. Для естественного света ; для плоско поляризованного -. К эллиптически поляризованному свету это понятие не применимо.

#### **1.6.4. Способы получения поляризованного света**

I. Поляризация света при отражении и преломлении

При отражении света от границы раздела двух диэлектриков отраженный и преломленный свет является частично поляризованным. При угле падения , когда отраженный луч образует с преломленным угол  (рис.1.27),

закон преломления запишется в виде:

,



следовательно:

, (1.50)

где  - угол Брюстера.

Рис.1.27

При падении под углом Брюстера отраженный свет полностью поляризован в плоскости, перпендикулярной плоскости падения, а преломленный – частично, но максимально поляризован в плоскости падения. Это явление возникает вследствие поперечности электромагнитных волн и объясняется механизмом взаимодействия световой волны с излучателями (атомами или молекулами).

*I I. Поляризация при двойном лучепреломлении*

Свет, падающий на прозрачные кристаллы (за исключением кристаллов кубической системы), расщепляется на два луча, распространяющиеся, в общем случае, с разными скоростями и в разных направлениях.

Кристаллы, обладающие двулучепреломлением делятся на одноосные и двуосные. У одноосных (исландский шпат, турмалин, кварц,…) имеется одно направление распространения света, для которого не наблюдается двойное лучепреломление. Это направление – оптическая ось кристалла. Двуосные кристалла (слюда, гипс,…) имеют два таких направления. Плоскость, проходящая через падающий луч и оптическую ось в точке ее падения – главное сечение.

У одноосных кристаллов (рис.1.28) один из лучей удовлетворяет обычному закону – он называется обыкновенным (*о*). Для другого – необыкновенного (*е*) луча отношение синусов углов падения и преломления зависит от угла падения и он не лежит в одной плоскости с падающим лучом и нормалью к преломляющей поверхности.



Рис.1.28

Внутри кристалла указанные лучи характеризуются показателями преломления и , где  - скорости распространения этих лучей. Вышедшие из кристалла параллельные друг другу обыкновенная и необыкновенная волны поляризованы: плоскость колебаний волны *о* перпендикулярна главному сечению, а волны *е* – параллельна ему.

Двойное лучепреломление является следствием анизотропии диэлектрических свойств кристаллов: значения , а, следовательно, и , зависят от направления.

Некоторые двулучепреломляющие кристаллы обладают дихроизмом – неодинаковым поглощением световых волн, имеющих разную поляризацию. Одним из естественных поляризаторов является турмалин, в котором при толщине кристалла 1 мм обыкновенный луч почти полностью поглощается.

#### **1.6.5. Закон Малюса**

Описанные выше явления лежат в основе действия поляризаторов – оптических устройств для получения из естественного света полностью или частично поляризованного. Эти устройства пропускают колебания, параллельные плоскости, называемой плоскостью поляризатора, и задерживают (полностью или частично) колебания, перпендикулярные этой плоскости.

Рассмотрим следующий эксперимент. Направим естественный свет с интенсивностью  нормально к поверхности пластинки , вырезанной из кристалла турмалина таким образом, что ее плоскость параллельна оси, в направлении которой поглощение практически отсутствует (рис. 1.29).



Рис.1.29

Поляризатор *П* пропустит лишь колебания, параллельные его плоскости, которые, в общем случае, образуют угол  с осью другой пластинки *А*. Разложим эти колебания с амплитудой  на две составляющие с амплитудами:  и . Очевидно, что не пройдет через *А*, т.е. интенсивность (~) прошедшего через *А* света будет равна:

 - (1.51)

закон Малюса для плоскополяризованного света

Из (1.51) следует, что при вращении *А* вокруг луча  будет меняться в пределах от нуля, когда  (плоскость поляризатора перпендикулярна плоскости колебаний ), до  при . Если же на поляризатор падает естественный свет, то угол  будет хаотически меняться во времени (все значения  равновероятны), поэтому  и

 - (1.52)

закон Малюса для падающего естественного света. Вращение *П* в этом случае не приводит к изменению  прошедшего поляризованного света (впрочем как и для света с круговой поляризацией).

Поляризаторы *П* и *А* называются скрещенными, если угол между их плоскостями равен . Через такую систему свет не проходит.

#### **1.6.6. Интерференция поляризованного света**

Интерференция поперечных волн зависит не только от их амплитуд, частот и фаз, но и от состояния поляризации. Действительно, если складываемые волны линейно поляризованы в ортогональных направлениях, результирующее возмущение в точке наблюдения равно , а интенсивность:

~. (1.53)

Так как третье слагаемое (интерференционный член) равно нулю, суммарная интенсивность  равна сумме интенсивностей волн и интерференция не возникает (что, кстати, является доказательством поперечности световых волн).

Для наблюдения интерференции необходимо пропустить эти волны через поляризатор, плоскость которого не совпадает с плоскостью колебаний ни одной из волн. Рассмотрим простейший случай нормального падения плоскополяризованной волны на вырезанную параллельно оптической оси одноосную кристаллическую пластинку *КП*. Обыкновенная и необыкновенная волны в ней будут распространяться, не разделяясь, но с различной скоростью, и за время прохождения пластинки толщиной  между ними появится разность хода:

, (1.54)

которой соответствует разность фаз:

. (1.55)

Амплитуды прошедших через поляризатор *П* волн будут равны проекциям *о* и *е* волн на плоскость этого поляризатора (рис.1.30).



Рис.1.30

При падении на *КП* естественного света интерференции не будет, так как в этом случает *о* и *е* волны некогерентны (принадлежат разным цугам).

**Прохождение плоско поляризованного света через**

**кристаллическую пластину**

Проанализируем формулы (1.54) и (1.55).

Пластинка, для которой , (), называется пластинкой в четверть волны. При прохождении через такую пластинку плоскопараллельной волны *о* и *е* волны приобретают . Если расположить *КП* так, что угол между плоскостью колебаний в падающей волне и осью пластинки , то вышедший свет будет поляризован по кругу (рис.1.31); при других значениях  - эллиптически поляризован.



Рис.1.31

Возможно и обратное преобразование. С помощью четвертьволновой пластинки можно отличить свет круговой поляризации от естественного, а эллиптической – от частично поляризованного.

Пластинка, для которой  - пластинка в полволны. Она поворачивает плоскость колебаний на  (рис.1.32).



Рис.1.32

Описанные эффекты обусловлены различием показателя преломления для *о* и *е* волн.

#### **1.6.7. Искусственная оптическая анизотропия**

Многие оптически изотропные свойства могут приобретать анизотропные свойства под воздействием механических деформаций, электрического или магнитного полей. При этом вещество становится подобным одноосному кристаллу, ось которого совпадает с физически выделенным в пространстве направлением.

*Фотоупругость*

Фотоупругость – двойное лучепреломление при механической деформации. Для наблюдения оптической анизотропии исследуемое тело помещают между поляризаторами, направления пропускания которых составляют некоторый угол (оптимальным является ) с направлением деформации. Распространяющиеся перпендикулярно оптической оси *о* и *е* волны преобретают разность фаз, и свет, прошедший через деформированное тело становится эллиптически поляризованным. Измеренная в таких опытах разность , как мера возникающей анизотропии, пропорциональна механическому напряжению , приложенному к деформируемому телу:

, (1.56)

где  - постоянный коэффициент.

Метод фотоупругости применяют для исследования напряжений в сложных конструкциях, подвергая их модели из прозрачного материала требуемой нагрузке.

*Электрооптические эффекты*

1.Эффект Поккельса – линейный электрооптический эффект, состоящий в изменении показателей преломления света в кристаллах под действием внешнего электрического поля пропорционально напряженности :

~. (1.57)

Эффект Поккельса наблюдается в средах, лишенных центральной симметрии, называемых пьезоэлектриками. Применяется при создании модуляторов света – устройств управления оптическим излучением.

2.Эффект Керра – квадратичный электрооптический эффект. Величина фазового сдвига , индуцируемого электрическим полем, в газах, жидкостях, стеклах, кристаллах с центром симметрии, определяется выражением:

, (1.58)

где  - длина образца,  - длина волны света в вакууме, *В* – постоянная Керра, зависящая от , агрегатного состояния вещества, температуры и структуры молекул.

Эффект объясняется разной поляризуемостью молекул в разных направлениях. Так как время установления ориентации молекул мало, эффект Керра обладает чрезвычайно малой инерционностью (10-11 – 10-12 с).

Схема наблюдения эффекта (ячейка Керра) приведена на рис.1.33. Заполненный исследуемым веществом конденсатор помещают между скрещенными поляризаторами, так что при отсутствии электрического поля свет через ячейку не проходит.



Рис.1.33

Возникновение и исчезновение оптической анизотропии при включении и выключении поля происходит практически безинерционно, поэтому ячейка Керра используется как оптический затвор, управляемый кратковременными импульсами электрического поля. Модуляторы и затворы, действие которых основано на эффекте Керра, применяются, в частности, для управления режимом работы лазеров с целью получения сверхкоротких импульсов огромной мощности.

*Магнитооптические явления*

В магнитном поле также наблюдается линейный и нелинейный эффекты:

1). Некоторые твердые вещества (кварц, сахар, киноварь) и жидкости (водный раствор сахара, винная кислота, скипидар) обладают способностью вращать плоскость поляризации. Их называют оптически активными. Угол поворота направления поляризации плоскополяризованного света пропорционален толщине слоя активного вещества :

а) кристаллы , (1.59)

б) растворы , (1.60)

где  - удельная концентрация.

Оптически неактивные вещества могут приобретать способность вращать плоскость поляризации при прохождении света через вещество, помещенное в магнитное поле – эффект Фарадея:

, (1.61)

где  - индукция магнитного поля,  - постоянная Верде, зависящая от природы вещества,  и для большинства веществ практически не зависящая от . Направление поворота не зависит (в отличие от естественного вращения) от направления распространения света, а связано только с направлением .

Малая инерционность эффекта (время установления ~10-9 с) позволяет использовать его для модуляции света, для создания оптических затворов т.п.

2). Если молекулы среды обладают магнитными моментами, то в постоянном магнитном поле возникает их преимущественная ориентация и, как следствие, двойное лучепреломление – эффект Коттон-Мутона. Если магнитное поле перпендикулярно направлению распространения света, то

, (1.62)

где ,  - напряженность магнитного поля.

### 1.7. Дисперсия и поглощение света

#### **1.7.1. Основные положения**

Дисперсия – зависимость показателя преломления  от длины волны  или циклической частоты  света либо соответствующая ей зависимость фазовой скорости  в среде () от  или . Зависимость  и  - нелинейные, т.е. . Если , т.е. показатель преломления уменьшается с увеличением длины волны – дисперсия называется нормальной; если  - аномальной.



Рис.1.34

На рис.1.34 схематично представлены типичная экспериментальная зависимость  от  и полоса спектра поглощения света, т.е. зависимость коэффициента поглощения  от .

 определяет величину поглощения света веществом:

- (1.63)

закон Бугера-Ламберта. Здесь  и  - соответственно интенсивности света на входе в слой вещества толщиной  и на выходе из него.

Как следует из рисунка, аномальная дисперсия наблюдается в области полосы поглощения.

#### **1.7.2. Основы теории дисперсии**

Так как для прозрачных немагнитных сред  зависимость  или  является следствием зависимости диэлектрической проницаемости среды  от частоты внешнего электрического поля. Частота световых волн велика (порядка 1015 Гц), следовательно, основной вклад в  среды вносит электронная поляризация вещества, которая определяется вынужденными колебаниями электронов в атомах и молекулах под действием электромагнитного поля световой волны. Таким образом, для объяснения явления дисперсии света необходимо теоретически обосновать зависимость  от , что и осуществлено в классической электронной теории дисперсии (см. раздел 14 «Взаимодействие электромагнитного поля с веществом»). Из выражения (14.9) и рис.1.34 следует, что теоретическая зависимость  согласуется с экспериментально наблюдаемой.

#### **1.7.3. Групповая скорость волн**

Из формулы, связывающей групповую скорость  пакета волн с их фазовой скоростью , а именно:

,

(см. раздел «Упругие волны») следует, что в случае нормальной дисперсии   и ; при аномальной дисперсии  и поэтому, , т.е. в области, где велико поглощение, понятие групповой скорости теряет смысл. Если же среда не обладает дисперсией (), то групповая скорость волн равна фазовой скорости.

#### **1.7.4. Метод наблюдения и применение дисперсии**

В видимой области спектра для всех прозрачных веществ характерна нормальная дисперсия. Явление дисперсии приводит к тому, что, в соответствии с законом преломления, белый свет с помощью преломляющей призмы разлагается на отдельные составляющие (цвета). В результате на экране за призмой возникает дисперсионный спектр (рис.1.35).



Рис.1.35

На явлении нормальной дисперсии основано действие призменных спектрографов и спектроскопов.

# Практический раздел

## Практические задания

### ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Изучение курса физики студентом заочного факультета состоит из следующих основных элементов: самостоятельная работа с учебными по­собиями и выполнение контрольных работ; в течение сессии защита контрольных работ, выполнение лабораторных работ, сдача зачетов и экзаменов.

1. Указания к самостоятельной работе с учебными пособиями

Изучать курс систематически в течение всего учебного процесса. Изучение физики в сжатые сроки перед экзаменом не даст глубоких и прочных знаний.

Выбрав какое-либо учебное пособие в качестве основного для оп­ределенной части курса, пользуйтесь данным пособием при изучении всей части или, по крайней мере, ее раздела. Замена одного пособия другим в процессе изучения может привести к утрате логической связи между отдельными вопросами. В случае, если основное пособие не дает полного или ясного ответа на некоторые вопросы программы, необходи­мо обращаться к другим учебным пособиям.

При чтении учебного пособия необходимо составлять конспект, записывать в нем законы и формулы, выражающие эти законы, определения физических величин и их единиц, делать чертежи и решать типо­вые задачи. При решении задач следует пользоваться Международной системой единиц (СИ).

Самостоятельную работу по изучению физики подвергать система­тическому контролю. Для этого после изучения очередного раздела следует ставить вопросы и отвечать на них. При этом надо использо­вать рабочую программу физики.

Прослушать курс лекций по физике для студентов-заочников. Пользоваться очными консультациями преподавателей, а также задавать вопросы в письменном виде.

### Указания *к* решению задач

Указать основные законы и формулы, на которых базируется реше­ние, и дать словесную формулировку этих законов, разъяснить буквен­ные обозначения формул. Если при решении задач применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физичес­кий закон или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.

Дать чертеж, поясняющий содержание задачи (в тех случаях, ког­да это возможно); выполнить его надо аккуратно с помощью чертежных принадлежностей.

Сопровождать решение задачи краткими, но исчерпывающими пояс­нениями.

Получить решение задачи в общем виде, т.е. выразить искомую величину в буквенных обозначенная величин**,** заданных в условии задачи. При таком способе не производятся вычисления промежуточных ве­личин.

Проверить размерность полученного результата.

Подставить в рабочую формулу числовые значения величин, выраженные в единицах одной системы. Несоблюдение этого правила приво­дит *к* неверному результату. Исключение из этого правила допускается лишь для тех однородных величин, которые входят в виде сомножителей в числитель формулы с одинаковыми показателями степени.

Оценить, где возможно, правдоподобность численного ответа.

Умение решать задачи приобретается длительными и систематическими упражнениями. Чтобы научиться решать задачи и подготовиться к выполнению контрольной работы, следует после изучения очередного раздела учебника внимательно разобрать помещенные в настоящем посо­бии примеры решения типовых задач.

### УКАЗАНИЕ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

К выполнению контрольной работы студент приступает только пос­ле изучения материала, соответствующего данной контрольной работе, внимательного ознакомления с примерами, помещенными в данном посо­бии.

При оформлении контрольных работ необходимо знать:

1. Контрольные работы выполняются в Ворде, с использованием редактора формул, затем архивируются. Образец названия файла :

Физ. 1 Иванов.doc

В файле должен присутствовать титульный лист:

Студент ФНиДО БГУИР

группа 700101-24 Андрейчик В.В.

Адрес: г.Орша, ул.Мира, 4-1.E-mail

Контрольная работа №1 по физике.

2. Условия каждой задачи **переписываются полностью**

3. В контрольной работе студент должен решить восемь задач того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра. Номер задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблицам вариантов.

4. В конце работы указывается, какими учебниками пользовался студент.

5. Если контрольная работа при рецензировании не допущена к зачету, необходимо представить ее на повторную рецензию с задачами, решение которых было неверно со всеми замечаниями тьютора.

6. Сканировать и высылать фотографии работ не разрешается.

## Электричество

### Электростатика

**Теоретическое вступление**

Рассматривая вопросы электромагнетизма, необходимо учитывать то обстоятельство, что понимание и усвоение ряда физических понятий должно опираться не столько на физический эксперимент, сколько на логические определения и математические модели.

Таково, например, понятие электрического заряда. Физическая величина, определяющая способность частиц участвовать в электрическом взаимодействии, называется электрическим зарядом этой частицы. Электрический заряд – это неотъемлемое свойство элементарной частицы, и без нее сам по себе заряд существовать не может. Изменение заряда какого-либо физического объекта непременно сопровождается изменениями массы этого объекта, что имеет место на уровне как макро, так и микромира.

К числу наиболее важных свойств электрических зарядов относятся:

1. Существование двух видов электрических зарядов («положительных» и «отрицательных»), отличающихся друг от друга лишь тем, что в любой системе зарядов все заряды одного знака отталкиваются друг от друга, а противоположные  по знаку – притягиваются.

2. Дискретность величины электрического заряда. В природе существует минимальный заряд, называемый элементарным и равный по величине Кл, а все заряды тел кратны ему.

3. Аддитивность. При соединении нескольких заряженных тел полный заряд оказывается равным алгебраической сумме зарядов соединяемых тел.

4. Сохранение заряда. Согласно закону сохранения заряда, в изолированной системе полный заряд всех тел остается неизменным при любых взаимодействиях тел, приводящих к перераспределению зарядов между ними.

5. Инвариантность. Электрический заряд остается неизменным при переходе от одной системы отсчета к другой.

### Электрическое поле

Часть пространства, в которой на помещенный туда электрический заряд действуют электрические силы,  называется электрическим полем.

Поля могут иметь потенциальный или вихревой характер. В первом случае работа сил поля не зависит от формы пути, а определяется лишь положением начальной и конечной точек, так что работа сил поля по любому замкнутому пути равна нулю. Во втором случае это условие не соблюдается.

Силовые линии электрического потенциального поля начинаются и оканчиваются на зарядах, силовые линии вихревого поля представляют собой замкнутые линии.

Электрические поля могут изменяться с течением времени и называются в таком случае нестационарными. Нестационарные электрические поля распространяются в пространстве со скоростью света.

Поле неподвижных зарядов является стационарным и называется электростатическим. Оно имеет потенциальный характер.

Поля, в каждой точке которых на пробный заряд действуют одинаковые по величине и направлению силы, называются однородными.

Поля, одновременно созданные в одной и той же области различными источниками, существуют независимо друг от друга.

### Взаимодействие зарядов

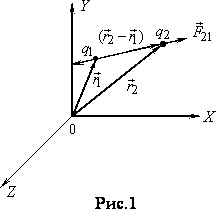
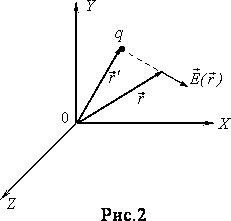
Взаимодействие заряженных тел осуществляется посредством электрических полей, образованных этими телами. Взаимодействие точечных зарядов в вакууме описывается законом Кулона:

.                               (1)

Случай одноименных зарядов  представлен на рис.1.

Взаимодействие тел сферической формы,   заряженных равномерно,  также описывается формулой (1),  где под     и     понимаются  радиусы-векторы   их центров.

### Напряженность поля. Силовые линии

Напряженность поля – это силовая характеристика поля. Напряженность электростатического поля   определяется как сила, действующая на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля, т.е.                                                                                      .

Напряженность поля, созданного точечным зарядом  (рис.2), легко получается из закона  Кулона:

.                               (2)

Напряженность поля, созданного системой зарядов, определяется в каждой точке пространства согласно принципу суперпозиции как  геометрическая сумма напряженностей полей отдельных зарядов.

для дискретного распределения   зарядов

.                       (3)

Тогда для системы точечных зарядов

.                                 (4)

В том случае, когда заряд непрерывно распределен в какойлибо области пространства, вводятся понятия линейной плотности заряда , поверхностной плотности заряда  и объемной плотности заряда  (рис.3). Соответственно заряд элемента длины , поверхности  и объема  равен , , , а напряженность рассчитывается по формулам:

                                   (5)

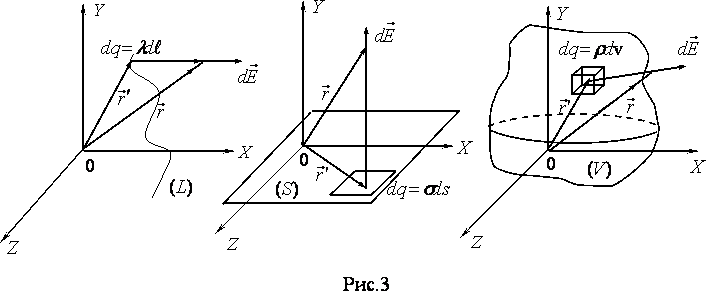
где 

                                  (6)

где 

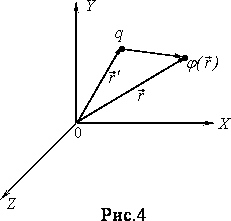
,                                   (7)

где .



Поле может быть представлено графически с помощью силовых линий (линий напряженности). Силовая линия – это воображаемая линия, касательная к которой в любой точке содержит  вектор напряженности в этой точке.  Силовые линии проводятся так, чтобы их  густота была пропорциональна (или равна) значению напряженности поля в данной точке пространства. Линии напряженности электрического поля начинаются на положительных, а заканчиваются на отрицательных зарядах или уходят в бесконечность. Они непрерывны и нигде не пересекаются.

### Потенциал. Эквипотенциальные поверхности

Другой важной характеристикой электростатического поля является его энергетическая характеристика – потенциал. Потенциалом  называют потенциальную энергию  единичного положительного заряда, помещенного в конкретную точку поля, то есть . Знак потенциала и его численное  значение, как и любой энергии, определяется не только положением рассматриваемой точки и знаком заряда, но и выбором нулевого уровня энергии.  Для точечного заряда, создающего поле, за нулевой уровень обычно принимается потенциал точки, бесконечно удаленной от создающего поле заряда. В этом случае потенциал поля, созданного точечным зарядом (рис. 4), определяется формулой

                          (8)

Согласно принципу суперпозиции, потенциал поля, созданного системой  зарядов, определяется  в  каждой  точке  пространства  алгебраической суммой  потенциалов  полей,  созданных каждым зарядом в отдельности:

.          (9)

Для дискретного распределения точечных зарядов

                                                      (10)

Для непрерывного распределения заряда:

вдоль линии                                                                         (11)

по поверхности                                                                    (12)

по объему                     .                                                        (13)

Поверхность, в каждой точке которой потенциал имеет одно и то же значение, называют эквипотенциальной поверхностью.

Эквипотенциальные поверхности принято проводить таким образом, чтобы  при переходе от одной поверхности к соседней потенциал поля менялся на одну и ту же величину.

### Связь между напряженностью и потенциалом

Связь между напряженностью электростатического поля и потенциалом вытекает из соотношения между потенциальной энергий и силой для любого поля, имеющего потенциальный характер.

Таким образом:

,                                        (14)

откуда следует, что

 .                                                  (15)

Проекция вектора  на любое произвольное направление  определяется как

 .                                                                (16)

Используя формулу (16), можно показать, что:

а) линии напряженности всегда ортогональны к эквипотенциальным поверхностям;

б) линии напряженности направлены в сторону уменьшения потенциала.

Зная напряженность поля, можно определить потенциал в любой точке интегралом , либо определить разность потенциалов двух любых точек поля

.                                                           (17)

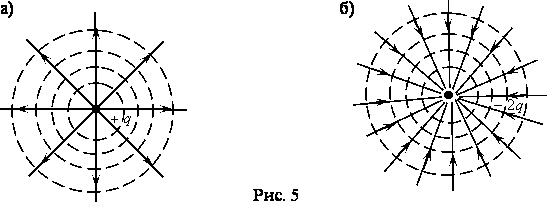
Легко видеть, что  – это работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2. Поскольку нулевой уровень потенциала можно выбирать произвольно, например в точке 2, то потенциал поля  определяется той работой, которую совершают силы электростатического поля по перемещению единичного положительного заряда из данной точки поля на нулевой уровень потенциала.

### Примеры электростатических полей

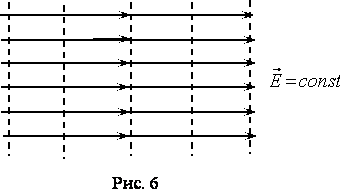
Силовые линии и эквипотенциальные поверхности:

1. Поля точечного заряда (Рис.5) (стрелки указывают направления векторов напряженности):

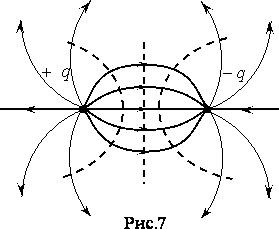
– положительный заряд ();                    – отрицательный заряд (–2).



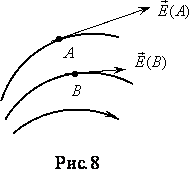
2. Однородного поля  (Рис.6)



3. Поля электрического диполя (Рис.7). Диполь представляет собой систему из двух одинаковых по величине и противоположных по знаку зарядов, расположенных на некотором расстоянии друг от друга.

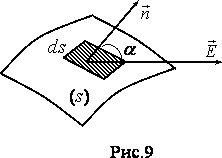


 4. Неоднородное поле (рис.8).



### Понятие потока и теорема Гаусса

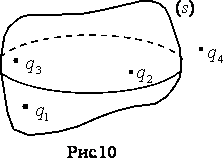
Потоком вектора напряженности  электрического поля через элементарную   площадку   называют   величину 

 ,                                                  (18)

где – псевдовектор,  – единичный вектор  нормали к площадке  (Рис.9).

Поток вектора  через любую поверхность определяется интегралом

.    (19)

В случае замкнутой  поверхности поток вектора  определяется теоремой Гаусса, которая гласит: поток вектора  напряженности   электростатического   поля   в  вакууме  через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью (рис.10) с точностью до множителя  в СИ, то есть   (Рис.10):

.                                               (20)

Для непрерывного распределения зарядов теорема Гаусса приобретает вид:

                                                (21)

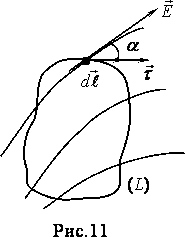
В дифференциальной форме теорема Гаусса имеет вид

.

Поскольку дивергенция  определяет плотность источников векторного поля, то можно утверждать, что источниками электростатического поля являются локализованные в пространстве электрические заряды.

Теорема Гаусса позволяет в случаях, когда поля обладают определенной симметрией, рассчитать напряженность электростатического поля более простым способом, чем с помощью принципа суперпозиции полей.

### Циркуляция вектора напряженности

Циркуляцией вектора  называется линейный интеграл по любому замкнутому контуру  (рис.11),  где ,  – единичный вектор, касательный к контуру в данной точке,  – элемент длины контура в окрестности данной точки.

С физической точки зрения циркуляция вектора  представляет собой работу электрических сил по перенесению единичного положительного заряда по замкнутому пути. В силу    потенциальности    электростатического поля работа электростатических сил по любому замкнутому пути равна 0.

Таким образом, для потенциального поля

                                      (22)

для любого произвольно выбранного контура.

В природе, однако, существуют и другие, непотенциальные электрические поля.          Причиной их возникновения является любое изменяющееся магнитное поле (в том числе и созданное движущимся зарядом). Линии напряженности такого поля замкнуты, а работа сил поля зависит от формы пути и на замкнутом пути оказывается отличной от 0.

Циркуляция вектора напряженности вихревого электрического поля определяется одним из уравнений Максвелла:

,                                     (23)

где  – вектор магнитной индукции нестационарного магнитного поля.



где  - ориентированный элемент поверхности; *dS*- площадь элемента поверхности, в пределах которого поле можно считать однородным;   - вектор единичной нормали к элементу поверхности *dS*;  *En* = *E*·cos*α*- проекция вектора напряженности  на направление нормали ,   *α*- угол между ними (Рис. 3).

В том случае, когда конфигурация поля заряженного тела обладает специальной симметрией (чаще всего плоской, цилиндрической или сферической), применение теоремы Гаусса для вектора напряженности  значительно упрощает решение задач на расчет поля.

### Электрическое поле в диэлектрике

***Диэлектриками*** называют вещества, практически не проводящие электрического тока.

При внесении нейтрального диэлектрика во внешнее электрическое поле напряженностью  он поляризуется, т.е. приобретает ***дипольный момент*** в результате смещения всех зарядов, входящих в состав молекул: положительных – по направлению поля, отрицательных – против поля. Таким образом, вследствие поляризации диэлектрика на его поверхности, а в общем случае и в объеме появляются не скомпенсированные электрические заряды, которые называют ***связанными*** (свобода перемещения таких зарядов ограничена, т.е. они могут смещаться только внутри электрически нейтральных молекул). Связанные заряды обозначаются штрихом: , , . Заряды, не входящие в состав молекул диэлектрика называют ***сторонними*** (свободными).

При поляризации напряженность  электрического поля внутри диэлектрика становится меньше напряженности внешнего поля .  ***Диэлектрическая проницаемость*** *ε* – безразмерная физическая величина, показывающая, во сколько раз уменьшается величина напряженности *E* электрического поля в диэлектрике (веществе) по сравнению с величиной напряженности *E*0 электрического поля в вакууме:

.

Для количественного описания поляризации диэлектрика пользуются ***поляризованностью*** - векторной физической величиной, определяемой как дипольный момент единицы объема диэлектрика:

,

 где  - электрический дипольный момент *i*-й молекулы; *n* – общее число молекул в малом объеме Δ*V*, в пределах которого электрическое поле можно считать однородным.

В СИ [*P*] = Кл/м2 (кулон на метр в квадрате).

В изотропных диэлектриках, свойства которых не зависят от направления, при не слишком сильных полях поляризованность  вещества линейно зависит от напряженности  электростатического поля в этом диэлектрике:

,

где  æ - диэлектрическая ***восприимчивость*** вещества, связанная с диэлектрической проницаемостью *ε*  как

                                                                     æ = ε – 1.

***Теорема Гаусса*** для поля вектора  (в интегральной форме):  поток вектора поляризованности  через произвольную замкнутую поверхность *S* равен взятому с обратным знаком избыточному связанному заряду диэлектрика в объеме, охватываемом этой поверхностью:

,

где  – алгебраическая сумма избыточного связанного заряда внутри этой поверхности.

***Теорема Гаусса*** для поля вектора поляризованности в некоторой точке диэлектрика (в дифференциальной форме):

[](file:///G:/РќРћР’Р«Р•%20Р РђР—Р РђР‘РћРўРљР/РџСЂРёР»РѕР¶РµРЅРёСЏ/Электромагнетизм_1.doc#дивергенция),

где  – объемная плотность избыточного связанного заряда в этой точке диэлектрика.

Если однородный изотропный диэлектрик, внутри которого отсутствуют сторонние заряды (*q* = 0), находится в произвольном электрическом поле, т.е. поляризация диэлектрика однородна, то избыточный связанный заряд  и его объемная плотность  внутри этого диэлектрика равны нулю:

 = 0    и        = 0.



При внесении диэлектрика во внешнее электрическое поле в результате поляризации на поверхности диэлектрика возникают связанные заряды. В каждой точке границы раздела диэлектрика и вакуума ***поверхностная плотность связанных зарядов***  равна нормальной составляющей вектора поляризованности в этой точке:

,

где *Pn*= *P*·cos*α*– проекция вектора поляризованности на внешнюю нормаль  к этой границе раздела в данной точке, *α* – угол между направлениями  и  (рис. 10).

Вектор напряженности  на границе двух диэлектриков, претерпевает скачкообразное изменение, создавая тем самым неудобства при расчете электростатических полей. Во многих случаях к значительному упрощению расчета электрических полей в диэлектриках приводит введение вспомогательного вектора  (вектора ***электрического смещения*** или ***электрической индукции***), равного

,

где *ε*0 - электрическая постоянная;   – вектор поляризованности.

В СИ [*D*] = Кл/м2 (кулон на метр в квадрате).

Для электрического поля в изотропном диэлектрике вектор  связан с напряженностью  следующим образом:

,

где *ε* – диэлектрическая проницаемость вещества; *ε*0 - электрическая постоянная.

Графически поле в диэлектрике изображается как с помощью линий вектора напряженности , так и с помощью линий вектора электрического смещения . Отличие заключается только в том, что линии вектора  могут начинаться и заканчиваться на любых (сторонних и связанных) зарядах, а линии вектора  - лишь на сторонних зарядах.

***Теорема Гаусса*** для вектора  электростатического поля ***в диэлектрике*** (в интегральной форме):  - поток вектора электростатического поля в диэлектрике через произвольную замкнутую поверхность *S*равен алгебраической сумме сторонних электрических зарядов, заключенных внутри этой поверхности:



- для непрерывного распределения сторонних зарядов по объёму *V*, *ρ* – объемная плотность сторонних зарядов внутри элемента объема *dV*;



|  |
| --- |
|  |

- для дискретного распределения сторонних зарядов *qi* внутри замкнутой поверхности  *S*.

***Теорема Гаусса*** для вектора  в данной точке электростатического поля ***в диэлектрике*** (в дифференциальной форме):

[](file:///G:/РќРћР’Р«Р•%20Р РђР—Р РђР‘РћРўРљР/РџСЂРёР»РѕР¶РµРЅРёСЏ/Электромагнетизм_1.doc#дивергенция),

где *ρ* – объемная плотность сторонних зарядов в этой точке

***Условия на границе раздела*** двух однородных изотропных диэлектриков (диэлектрическая проницаемость первого равна *ε*1, второго –  *ε*2) в произвольной ее точке при отсутствии на этой границе сторонних зарядов:

,                 ,

,                ,

,           ,

где   *E*1*n*, *E*2*n* – проекции соответственно вектора напряженности  в первом диэлектрике и вектора напряженности  во втором диэлектрике на нормаль  к границе раздела в данной точке, направленную от первого диэлектрика ко второму (или нормальные составляющие векторов  и  соответственно) (Рис. 11);



*E*1*τ*, *E*2*τ* – проекции соответственно вектора напряженности  в первом диэлектрике и вектора напряженности  во втором диэлектрике на орт  касательной к границе раздела в данной точке (тангенциальные составляющие векторов  и  соответственно);

*D*1*n*, *D*2*n* – проекции соответственно вектора  в первом диэлектрике и вектора  во втором диэлектрике на нормаль  к границе раздела в данной точке (или нормальные составляющие векторов  и  соответственно);

*D*1*τ*, *D*2*τ* – проекции соответственно вектора  в первом диэлектрике и вектора  во втором диэлектрике на орт  касательной к границе раздела в данной точке (тангенциальные составляющие векторов  и  соответственно);

*P*1*n*, *P*2*n*– проекции соответственно вектора поляризованности  в первом диэлектрике и вектора поляризованности  во втором диэлектрике на нормаль  к границе раздела в данной точке (или нормальные составляющие векторов  и  соответственно);

 – поверхностная плотность связанного заряда на границе раздела в данной точке;

*α*1, *α*2 – углы, образуемые линиями напряженности с нормалью к границе раздела в данной точке соответственно в первом и во втором диэлектрике.

Т.о., если на границе раздела двух однородных изотропных диэлектриков отсутствуют сторонние заряды, то при переходе этой границы:

· составляющие *Eτ* и *Dn* изменяются непрерывно, без скачка;

· составляющие *En* и *Dτ* претерпевают скачкообразное изменение;

· силовые линии векторов  и  на границе раздела испытывают преломление (см. Рис. 11).

### Проводник в электростатическом поле

При внесении в электростатическое поле металлического проводника или (и) сообщении ему какого-либо заряда под воздействием электрического поля практически мгновенно происходит перераспределение зарядов, в результате чего в тонком поверхностном слое проводника появляется избыточный заряд, поверхностная плотность *σ* которого в разных точках может быть различной. Такое перераспределение зарядов удовлетворяет следующим взаимосвязанным условиям:

· напряженность  электростатического поля ***внутри*** проводника равна нулю:

;

· объемная плотность *ρвнтр* избыточных (нескомпенсированных) зарядов внутри проводника равна нулю:              *ρвнтр* = 0;

· потенциал *φ* во всех точках проводника одинаков, т.е. весь внутренний объем проводника, а также его поверхность являются ***эквипотенциальными***:

*φвнтр* = *φпов* = const;

· вектор напряженности  электростатического поля непосредственно у поверхности проводника направлен по нормали к ней в каждой точке, т.е.

,      а     ,

где *En* – проекция вектора напряженности  на орт  внешней по отношению к проводнику нормали  к его поверхности в данной точке, *Eτ* – проекция вектора напряженности  на орт  касательной к поверхности проводника в данной точке;

· величина напряженности *E* электростатического поля вблизи поверхности проводника в каждой точке равна поверхностной плотностью заряда *σ* в этой точке:

,

где *ε*0 - электрическая постоянная.

***Электрическая емкость***  *C*(***электроемкость***)единенного проводника:

****,

 где *q*- заряд проводника, *φ* – его потенциал.

В СИ [*C*] = Ф (фарад).

***Электроемкость*** уединенного проводящего шара (сферы):

*C =* 4*πε*0*εR*,

где *ε*0 – электрическая постоянная; *ε* – диэлектрическая проницаемость среды, в которой находится проводник; *R*– его радиус.

***Конденсатор*** – система из двух находящихся на малом расстоянии друг от друга проводников (обкладок), разделенных диэлектриком. Заряды обкладок конденсатора одинаковы по значению и противоположны по знаку (*q* и –*q*).

***Электроемкость***  *С*  ***конденсатора***:

,

где *q*– величина заряда одной из обкладок; *U* – напряжение (разность потенциалов) между обкладками.

Электроемкость конденсатора зависит от размеров и формы его обкладок, расстояния между ними, от диэлектрических свойств среды, заполняющей пространство между обкладками.

***Электроемкость***  *С*  ***плоского конденсатора***:

,

 где *ε*0 – электрическая постоянная; *ε* – диэлектрическая проницаемость среды между обкладками; *S*- площадь одной из пластин, *d*- расстояние между обкладками.

***Электроемкость***  *С*  ***цилиндрического конденсатора***:

,

где *ε*0 – электрическая постоянная; *ε* – диэлектрическая проницаемость среды между обкладками; *ℓ*  - длина конденсатора; *R*1 и *R*2 - радиусы соответственно внутренней и внешней обкладок конденсатора.

***Электроемкость***  *С*  ***сферического конденсатора***:

,

где *ε*0 – электрическая постоянная; *ε* – диэлектрическая проницаемость среды между обкладками; *R*1 и *R*2 - радиусы соответственно внутренней и внешней обкладок конденсатора.

***Электроемкость*** *С*  батареи *N* ***параллельно соединенных*** конденсаторов:

,

где *Сi* – электроемкость *i*-го конденсатора.

***Электроемкость****С* батареи *N* ***последовательно соединенных*** конденсаторов:

,

где *Сi* – электроемкость *i*-го конденсатора.

 Любое заряженное тело и электростатическое поле, им созданное, обладают энергией.

***Потенциальная энергия W*** взаимодействия системы *N* неподвижных точечных электрических зарядов:

,

где *qi* – *i*-й заряд системы; *φi* – потенциал в точке нахождения *i*-го заряда, создаваемый всеми остальными зарядами системы.

***Полная потенциальная энергияW*** системы неподвижных заряженных тел с непрерывным распределением заряда по объему *V*:

,

где *φ* – потенциал, создаваемый всеми зарядами системы в элементе объемом *dV*, внутри которого объемная плотность заряда равна *ρ*.

***Энергия W*** уединенного заряженного проводника (*энергия* его *электростатического поля*):

,

 где *q* - заряд проводника; *φ*- его потенциал; *C* - электроемкость проводника.

***Энергия W*** заряженного конденсатора (*энергия* его *электростатического поля*):

,

где *C* - электроемкость конденсатора; *q* – заряд на его обкладках; *U* – напряжение (разность потенциалов) между ними.

***Энергия W*** электростатического поля, локализованная в пространстве объемом *V*, заполненным изотропным диэлектриком:

,

где *ε*0 – электрическая постоянная; *ε* – диэлектрическая проницаемость среды; вектор напряженности и вектор индукции  электростатического поля в элементе объемом *dV*.

***Объемная плотность энергии*** *w* электрического поля – энергия этого поля, локализованная в единице объема:

,

где *dW* – энергия электрического поля, заключенная в элементе объемом *dV*.

В СИ [*w*] = Дж/м3 (джоуль на метр в кубе).

***Объемная плотность энергии*** *w* электрического поля в каждой точки пространства, заполненного изотропным диэлектриком:

,

где *ε*0 – электрическая постоянная; *ε* – диэлектрическая проницаемость среды; вектор напряженности и вектор индукции  электростатического поля в данной точке.

### ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

*Электрическим током* называется всякое упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов. Упорядоченное движение свободных электрических зарядов, возникающее в проводнике под действием электрического поля, называется током проводимости. За направление электрического тока условно принимается направление движения положительных зарядов.

Количественной мерой электрического тока является *сила токаI* – скалярная физическая величина, равная электрическому заряду, проходящему через рассматриваемую поверхность *S* в единицу времени:

.

 В СИ [*I*] = А (ампер).

Ток называется *постоянным*, если сила тока и его направление не изменяются со временем. В этом случае сила тока *I* равна отношению заряд *q*, проходящему через рассматриваемую поверхность за время Δ*t*, к этому промежутку времени:

**.**

Сила тока – скалярная величина, кроме того, ее значение в разных точках поверхности, через которую переносится электрический заряд, может быть неодинаковым (если ток распределен по поверхности, через которую он протекает, неравномерно). Поэтому для более детальной характеристики тока вводят *вектор плотности тока* (*плотность тока*).

*Плотность тока* – векторная физическая величина, направление корой совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов, а модуль равен отношению силы тока *dI* через элементарную площадку, расположенную в данной точке перпендикулярно направлению движения носителей, к ее площади :

.

 В СИ [*j*]= 1 А/м2 (ампер на метр в квадрате).

Сила тока *I*, протекающего через произвольную поверхность *S*, равна потоку вектора плотности тока ** через эту поверхность:

,

где   ориентированный элемент поверхности; *dS* площадь элемента поверхности;    вектор единичной нормали к элементу поверхности *dS*, в пределах которой вектор плотности тока ** одинаков;  *jn*  проекция вектора **на направление нормали .

Для постоянного тока *I*, текущего перпендикулярно поверхности *S* с равномерным его распределением *j* по этой поверхности:

*I = j*·*S*.

Кулоновские силы электростатического взаимодействия между зарядами приводят к такому их перераспределению в проводнике, что потенциалы во всех точках выравниваются, поле в проводнике исчезает. Поэтому для длительного существования электрического тока необходимо, чтобы на носители тока действовали не только электростатические силы, но и силы не электростатического происхождения, способные поддерживать разность потенциалов.

*Сторонними силами* называют силы не электростатического происхождения, действующие на электрические заряды. Устройства, в которых происходит разделение электрических зарядов под действием сторонних сил, называют *источниками тока* (гальванические элементы, аккумуляторы, генераторы и т.д.).

*Работа  Астор* сторонних сил по перемещению заряда *q*

  на участке 1 – 2 цепи:                ,

  в замкнутой цепи:                     ,

где  – вектор напряженности электрического поля сторонних сил;  – ориентированный элемент длины цепи (проводника), направленный в сторону вектора плотности тока **.

***Электродвижущая сила* (*ЭДС*)  *ε*,**  действующая в цепи (источника тока) – скалярная физическая величина, равная отношению работы  Астор  сторонних сил по перемещению заряда q к этому заряду:

.

  В СИ [*ε*] = В (вольт).

*НапряжениеU* между точками *1* и *2* – скалярная физическая величина, равная отношению работы  *А*  всех сил по перемещению *1–2*  заряда *q* к этому заряду:

,

 где учтено, что    *А* = *Аэл.ст*+*Астор*;

*Аэл.ст* = *q*·(*φ1* – *φ2*) – работа сил электростатического поля по перемещению заряда *q* из точки *1* с потенциалом *φ1* в точку *2* с потенциалом *φ2*;

*Астор* = *q*·*ε* – работа сторонних сил по перемещению заряда *q*на участке *1–2*, на котором действует ЭДС, равная  ε.

В СИ [*U*] = В (вольт).

*Сопротивление R* однородного проводника длиной *ℓ* и площадью поперечного сечения *S*:

,

 где *ρ* – *удельное сопротивление*, зависящее от материала проводника и его температуры.

В СИ [*R*] = Ом (ом),  [*ρ*] = Ом·м (ом-метр).

*Удельная проводимость σ* среды – величина, обратная удельному сопротивлению *ρ* этой среды:

.

В СИ [*σ*] = См/м (сименс на метр).

*Обобщенный закон Ома* (в интегральной форме):

,



где *I* и *U* – сила тока и напряжение на участке *1*–*2*  цепи (Рис. 12);   *φ1* и *φ2* – потенциалы точек *1* и *2* соответственно;  *R*+*r* – общее сопротивление участка *1*–*2*, включающее сопротивление *r* источника тока, электродвижущая сила которого равна  ε.

*Закон Ома* для однородного участка цепи (на котором не действуют сторонние силы):

,

где *I* и *U* – сила тока и напряжение на этом участке;  *R* –  его сопротивление.

*Закон Ома* для замкнутой цепи (Рис. 13):

,



где *I* – сила тока в цепи;  *ε* – ЭДС источника тока, включенного в цепь;  *R*+*r* – общее сопротивление внешнего (*R*) и внутреннего (*r*) участков этой цепи (см. Рис.13).

*Обобщенный закон Ома* (в дифференциальной форме):

,

где  – вектор плотности тока в некоторой точке проводящей среды с удельной проводимостью *σ*;   – напряженность в этой точке результирующего поля (под действием сил которого возникает ток), равная векторной сумме напряженности  электростатического поля и напряженности  поля сторонних сил в данной точке.

***Закон Джоуля–Ленца* (в интегральной форме):**  - количество теплоты Q, выделяющейся в неподвижном проводнике сопротивлением R за время от t1 до t2 при прохождении электрического тока силой I, равно:

,

где  – количество теплоты, выделяющейся в этом проводнике за малое время *dt*.

*Мощность* (тепловая) *P* электрического тока – количество теплоты, выделяющейся в проводнике за единицу времени:

,

где *δQ* – количество теплоты, выделяющейся в проводнике за малое время *dt*.

*Мощность P*, выделяющаяся в однородном проводнике сопротивлением *R* при протекании в нем постоянного электрического тока, равна:

,

где *I* – сила тока в этом проводнике,  *U* – напряжение на нем.

*Мощность* (полная) *P*, выделяющаяся в замкнутой цепи – это мощность источника тока, равная:

,

где *I* – сила тока в этой цепи; *ε* – ЭДС источника тока.

*Полезная мощность Pполез* – мощность, выделяющаяся на внешнем участке замкнутой цепи:

,

 где *I* – сила тока в этой цепи; *ε* – ЭДС источника тока сопротивлением *r*;   *R* – сопротивление внешнего участка замкнутой цепи.

Удельной тепловой мощностью *w* называется количество тепловой энергии, выделяющейся за единицу времени в единице объема проводящей среды:

,

где *δQ* – количество теплоты, выделяющейся за малое время *dt* в элементе объемом *dV* проводящей среды.

В СИ [*w*] = Вт/м3 (ватт на метр в кубе).

*Закон Джоуля–Ленца* (в дифференциальной форме):

,

где *w* – удельная тепловая мощность электрического тока  плотностью *j* в точке поводящей среды, удельное сопротивление которой *ρ*.

### Примеры решения задач

**Пример 1**.

Система состоит из тонкого заряженного проволочного кольца радиусом и очень длинной равномерно заряженной нити, расположенной по оси кольца так, что один из ее концов совпадает с центром кольца. Кольцо имеет заряд *q*. На единицу длины нити приходится заряд *λ*. Найти модуль силы взаимодействия кольца и нити.



**Решение.** Выделим на нити на расстоянии *x* от ее конца элемент длины *dx*, на котором локализован заряд *dq = λ dx*, а на кольце - элемент длины *dℓ = Rdφ*, на котором находится заряд (Рис. 3.1):

.

Модуль силы взаимодействия между этими точечными зарядами по закону Кулона

                  (3.1)

где   . Эта сила направлена под углом  *θ*  по отношению к нити. Разложим силу ** на параллельную нити составляющую d, и перпендикулярную нити составляющую d, модули которых равны:

                            (3.2)

Из соображений симметрии следует, что     суммирование по перпендикулярной составляющей дает ноль.

Тогда                                         .

.                                       (3.3)

Модуль результирующей силы взаимодействия найдем, если проинтегрируем выражение (3.3) по переменной  *φ*  от  0 до  2π и  по переменной  *x* от  0 до  ∞:

Обозначим   , следовательно, приращения  *dx* и  *dy* будут связаны соотношением:   .

Тогда окончательно получим

.

**Пример 2.**

Круглая пластинка радиусом *R* = 5 см равномерно заряжена с поверхностной плотностью заряда σ = 1,5·10–5Кл/м2. Определить напряженность поля в точке, лежащей  на расстоянии *а* = 6,0 см от пластинки на перпендикуляре к плоскости пластинки, проходящем через ее геометрический центр. Показать, что полученная формула переходит: а) в формулу напряженности поля бесконечной заряженной плоскости при  , б) в формулу для напряженности поля точечного заряда при  .



**Решение.**  Выделим на диске тонкое кольцо радиусом *r* и толщиной *dr* (Рис.3.2). На этом кольце выберем элемент длиной *dℓ*, на который опирается центральный угол *dφ*. Площадь *dS* выбранного элемента поверхности равна

.                                (3.5)

На этом элементе поверхности будет локализован точечный заряд

.                                            (3.6)

Модуль вектора напряженности электростатического поля этого заряда в точке *А*, находящейся от него на расстоянии *ℓ*, равен:

.                                        (3.7)

Разложим вектор напряженности  на параллельную оси *Оx* составляющую  и перпендикулярную этой оси составляющую .Из соображений симметрии следует, что результирующая составляющая электрического поля, направленная перпендикулярно оси, будет равна нулю:

.

Тогда вектор напряженности результирующего поля будет равен результирующей составляющей, параллельной оси *Ox*:

,                                               (3.8)

где    ,      – орт оси *Ox*.

Вектор  направлен под углом α к оси *Оx*, тогда его составляющая, направленная вдоль оси *Ox*, равна

.

Так как    ,     а    , то

                                   .                                    (3.9)

Проинтегрировав это выражение по переменной   *φ*   от 0 до 2*π*   и   по переменной  *r*  от 0 до  *R*, согласно (3.8) получим модуль *E* напряженности поля, создаваемого всем заряженным диском в точке *A*:

.             (3.10)

Для вычисления интеграла введем подстановку

,

значит, приращения  *dr* и  *du* будут связаны соотношением:

.

Тогда

.

Подставляя это выражение в (3.10), окончательно получаем для модуля напряженности

,                                    (3.11)

а с учетом направления      .                                 (3.12)

а) Если , то

,

что совпадает с модулем напряженности поля, создаваемого бесконечной равномерно заряженной плоскостью;

2) Если  , то

.

С учетом этого выражение (3.11) переходит в

,

что совпадает с модулем напряженности поля точечного заряда *q* в точке, удаленной от него на расстояние *а*.

**Пример 3.**

Тонкое непроводящее кольцо радиусом *R* заряжено с линейной плотностью *λ* = *λ*0cos*φ*, где *λ*0 - постоянная, *φ* - азимутальный угол. Найти вектор напряженности электрического поля в центре кольца.



**Решение.** Выделим на кольце малый элемент длиной *dℓ*, на который опирается центральный угол *dφ*. Этот элемент расположен под азимутальным углом *φ* к оси *Ox* (Рис. 3.3), поэтому его заряд равен

                                    .                         (3.13)

Модуль напряженности электростатического поля этого заряда в центре кольца равен:

                                .                   (3.14)

Искомый вектор напряженности  создаваемого всем кольцом поля представим через его составляющие по осям выбранной системы координат (см. рис. 3.3):

,                                                     (3.15)

где *Ex* и *Ey* – проекции вектора  на оси соответственно *Ox* и *Oy*, которые можно вычислить как:

           и          ,

где *dEx* и *dEy* – проекции вектора  на оси соответственно *Ox* и *Oy*, равные (см. рис. 3.3):

                                              (3.16)

 =

|  |
| --- |
|  |

Интегрированием уравнений (3.16)  по переменной  *φ*  от  0  до  2*π*  получим:

                                                 .

Ey=0

|  |
| --- |
|  |

Тогда согласно (3.15) вектор напряженности  поля, создаваемого всем заряженным кольцом в его центре равен:

                      ,

а его модуль составляет                                  .

**Пример 4.**

Шар радиусом *R* имеет положительный заряд, объемная плотность которого зависит только от расстояния *r* до его центра по закону  ,  где  *ρ*0 - постоянная. Полагая диэлектрическую проницаемость шара и окружающего его пространства равной единице, найти:

1) модуль вектора напряженности электрического поля внутри и вне шара как функцию расстояния *r*;

2) максимальное значение напряженности *Emax* и соответствующее ему расстояние *rm*.

**Решение.**1. При указанном распределении заряда, как и в случае его равномерного распределения, поле является центрально-симметричным. Ясно, что при такой конфигурации поля в качестве замкнутой поверхности *S* в теореме Гаусса (гауссовой поверхности) надо взять сферу c центром в центре шара и проходящую через точку, в которой находим модуль вектора напряженности *Е* электростатического поля, удаленную от центра на расстояние *r* (радиус сферы). Согласно теоремы Гаусса для непрерывного распределения заряда по объёму *V*

,                                         (3.17)

 где *ρ* – объемная плотность заряда внутри элемента объема *dV*.

Поскольку все точки гауссовой поверхности *S* равноудалены от центра заряженного шара и в каждой из них , то

,                              (3.18)

где *Е* – модуль вектора напряженности в точке, находящейся на расстоянии r от центра шара.

При заданном распределении объемного заряда элемент объмом*dV* представляет собой узкий сферический слой радиусом *x* и толщиной *dx*. Тогда объем этого элемента равен:

,                                               (3.19)

а объемная плотность заряда внутри которого составляет:

.                                             (3.20)

Вид зависимости *Е*(*r*) для внутренних точек заряженного шара (при ) и для внешних точек (при ) будет неодинаковым.

Если , то при вычислении интеграла в правой части равенства (3.17) с учетом (3.19) и (3.20) переменная  *x*  изменяется в пределах от  0  до  *r*:

.

Подставляя это выражение и (3.18) в (3.17), получим

,

откуда зависимость *Е*(*r*) для внутренних точек заряженного шара имеет вид:

           при .                          (3.21)

Если , то при вычислении интеграла в правой части равенства (3.17) с учетом (3.19) и (3.20) переменная  *x*  изменяется в пределах от  0  до  *R*:

.

Подставляя данное выражение и (3.18) в (3.17), получим

,

откуда зависимость *Е*(*r*) для внешних точек по отношению к заряженному шару имеет вид:

           при .                          (3.22)

2. Чтобы найти максимальное значение модуля напряженности *E*max, нужно исследовать уравнение (3.21)на экстремум:

                                         (3.23)

Из уравнения (3.23) находим

.                                                  (3.24)

При  модуль напряженности электростатического поля принимает максимальное значение, так как при этом .

Значит, подставляя (3.24) в формулу (3.21), находим максимальное значение модуля напряженности *E*max:

.                              (3.25)

**Пример 5.**

Точечный заряд *q* находится в вакууме на расстоянии *ℓ* от плоской поверхности однородного изотопного диэлектрика, заполняющего все полупространство. Проницаемость диэлектрика равна *ε*. Найти: 1) поверхностную плотность связанных зарядов как функцию расстояния *r* от точечного заряда, исследовать полученный результат при  *ℓ*→0; 2) суммарный связанный заряд на поверхности диэлектрика.

**Решение.** 1. В результате поляризации диэлектрика на его поверхности возникает отрицательный связанный заряд, поверхностная плотность которого <0. По принципу суперпозиции вектор напряженности  в каждой точке поля равен:

,                                              (3.26)



где  и  – вектора напряженности полей соответственно точечного заряда *q* и связанного заряда .

Вблизи малого элемента поверхности диэлектрика, удаленного от *q* на расстояние *r* (Рис. 3.4, а), модули векторов  и  равны:

[](file:///G:/РќРћР’Р«Р•%20Р РђР—Р РђР‘РћРўРљР/РџСЂРёР»РѕР¶РµРЅРёСЏ/Электромагнетизм_1.doc#Е_точ_з)       и        [](file:///G:/РќРћР’Р«Р•%20Р РђР—Р РђР‘РћРўРљР/РџСЂРёР»РѕР¶РµРЅРёСЏ/Электромагнетизм_1.doc#Е_плоск).                                   (3.27)

Согласно условиям на границе раздела однородных изотропных диэлектриков

,                                                 (3.28)

где *Е*1*n* – нормальная составляющая вектора  в точке 1, находящейся в вакууме вблизи границы; *Е*2*n* – нормальная составляющая вектора  в точке 2, находящейся в диэлектрике вблизи границы (см. рис. 3.4, а).

В точке 1 вектора  и  направлены так, как показано на рис. 3.4, б. Тогда согласно (3.26) с учетом (3.27)

,    (3.29)

где учтено, что      и   .

В точке 2 вектора  и  направлены так, как показано на рис. 3.4, в. Тогда согласно (3.26) с учетом (3.27)

.   (3.30)

Подставив (3.29) и (3.30) в равенство (3.28), получим

,

откуда поверхностная плотность  связанных зарядов как функция расстояния *r* имеет вид:

.                                          (3.31)

При   величина , т.е. если заряд  *q*  находится на самой границе раздела, то поверхностный заряд на плоскости отсутствует.



2. Выделим на плоскости диэлектрика тонкое кольцо с центром в точке *O* радиусом  и толщиной  (Рис. 3.5). Поскольку во всех точках выделенного элемента площадью  плотность  связанного заряда одинакова, то связанный заряд  этого кольца равен:

.                                    (3.32)

Так как  , то приращения  *dr* и   будут связаны как  . С учетом этого,  подставляя (3.31) в (3.32), получим:

.

Интегрируя это выражение по переменной  *r*  от  *ℓ*  до  *∞*,  найдем суммарный связанный заряд, возникший на поверхности однородного изотропного диэлектрика:

.

**Пример 6.**

Между разноименно заряженными пластинами находится диэлектрик с диэлектрической проницаемостью *ε* = 5. Заряженные пластины стремятся сблизиться, чему препятствует находящийся между ними диэлектрик толщиной *d* = 0,001 м. Рассчитать давление, оказываемое заряженными пластинами на диэлектрик, если разность потенциалов между пластинами *U*= 200 В.

**Решение.** Давление, испытываемое поверхностью  диэлектрика, равно

,                                                   (3.33)

где *Fд* - сила давления одной из пластин на диэлектрик, *S*- площадь каждой пластины.

Модуль силы *Fд* давления одной пластины на диэлектрик равен модулю силы*F*, действующей на эту пластину c зарядом *q*1 = *q* со стороны электрического поля второй пластины c зарядом *q*2 = -*q*:

,                             (3.34)

где учтено, что величина заряда каждой пластины , σ – поверхностная плотность заряда пластин,   – модуль вектора напряженности поля второй пластины.

Модуль напряженности поля в любой точке между пластинами можно выразить с одной стороны, через поверхностную плотность *σ* заряда каждой пластины, а также через напряжение *U* между ними:

,            и              ,

где *d* – расстояние между пластинами. Из этих равенств получим:

.

Подставляя полученное выражение в (3.34), находим, что:

.

Тогда с учетом (3.33) давление, оказываемое заряженными пластинами на диэлектрик, равно:

.

Произведем вычисления:

 (Па).

**Пример 7.**

Найти электроемкость сферического конденсатора с радиусами обкладок  , и , который заполнен изотропным диэлектриком с проницаемостью, изменяющейся по закону **, где   - постоянная,  - расстояние от центра конденсатора.

**Решение.**  Электроемкость *С* конденсатора равна отношению его заряда *q* к напряжению *U* между обкладками этого конденсатора:

.                                                    (3.35)

Напряжение *U* между обкладками конденсатора равно разности потенциалов между ними, связанной с напряженностью электростатического поля так:

,                                      (3.36)

где *φ*+ – потенциал положительно заряженной обкладки радиусом *R*1;  *φ*– – потенциал отрицательно заряженной обкладки радиусом *R*2;   *Еr* – проекция вектора напряженности электростатического поля между обкладками на ось *Or*, начало которой находится в центре конденсатора (точка *О*).

Зависимость *Еr* от расстояния *r* до центра конденсатора определим с помощью теоремы Гаусса:

,

где *r* – радиус сферической гауссовой поверхности, находящейся между обкладками с центром в точке *О*;   *q* – заряд обкладки, охваченной этой гауссовой поверхностью;  ** – диэлектрическая проницаемость точек, лежащих на гауссовой поверхности.  Тогда

.

Подставим найденную зависимость в выражение (3.36) и вычислим интеграл:

.      (3.37)

Подставляя (3.37) в (3.35), находим электроемкость *С* конденсатора

.

**Пример 8.**

В плоском воздушном конденсаторе пластины находятся на расстоянии *x*1 = 0,02 м. Определить минимальную работу внешней силы, которой необходимо совершить для раздвижения пластин до *x*2 = 0,04м, если к ним приложена разность потенциалов *U* = 500 В и пластины все время подключены к источнику тока. Площадь каждой пластины  *S* = 0,01 м2.

**Решение.** Пусть на одной пластине конденсатора находится заряд *q.* Заряд этой пластины конденсатора находится в поле напряженностью , созданном зарядом другой пластины конденсатора. Следовательно, на первый заряд действует электростатическая сила, модуль которой равен:

,                                      (3.38)

где учтено, что величина заряда каждой пластины , σ – поверхностная плотность заряда пластин,   – модуль вектора напряженности поля второй пластины.

Модуль напряженности поля в любой точке между пластинами можно выразить с одной стороны, через поверхностную плотность *σ* заряда каждой пластины, а также через напряжение *U* между ними:

,            и              ,

где *x* – расстояние между пластинами. Из этих равенств получим следующее:

.                                                (3.39)

С учетом (3.39) выражение (3.38) примет вид

.                                              (3.40)

При совершении минимальной работы внешней силой  по раздвижению пластин ее величина должна быть равна модулю электростатической силы (3.40):

.                                           (3.41)

Элементарная работа *δА* внешней силы , действующей на одну обкладку, при ее малом перемещении *dx* в направлении действия этой силы относительно другой обкладки равна:

,                                       (3.42)

где учтено выражение (3.41).

Интегрируя выражение (3.42) по переменной   *x*  от  *x*1  до  *x*2, найдем минимальную работу внешней силы *А*, затраченную на раздвижение пластин:

. (3.43)

Проверим размерности правой и левой части вформуле:

                             Дж = Ф · м –1 · м2 · В2 · м –1 = Ф · В2 = Кл · В –1 · В2 = Кл · В = Дж

Размерности правой и левой частей совпадают.

Произведем  вычисления:

.

**Пример 9.**

Батарею из двух последовательно соединенных конденсаторов, электроемкости которых *C1* = 4 мкФ и *С2* = 6 мкФ, зарядили до разности потенциалов *U*= 2000 В и отключили от источника напряжения. Найти количество энергии, выделившейся при их соединении параллельно одноименно заряженными обкладками?

**Решение.** Обозначим через *W*1 энергию батареи при последовательном соединении конденсаторов, а через *W*2 при их параллельном соединении. Количество энергии *Q*, выделившейся в батареи в результате переключения конденсаторов:

.                                           (3.44)

Энергия *W*1 конденсаторов при их последовательном соединении:

,

где  *С*пос - электроемкость батареи при последовательном соединении конденсаторов *С*1 и *С*2, равная:

.

Тогда

.                                              (3.45)

В случае последовательного соединения конденсаторов их заряды  *q*1  и *q*2 одинаковы и равны:

.                                         (3.46)

При соединении конденсаторов одноименными обкладками происходит перераспределение зарядов, в результате которого на конденсаторах устанавливается одинаковое напряжение *U*пар (параллельное соединение).  Тогда

,                               (3.47)

где   - электроемкость батареи при параллельном соединении конденсаторов *С*1 и *С*2.

В соответствии с законом сохранения заряда (конденсаторы отключены от источника напряжения) алгебраическая сумма зарядов системы не изменяется:

,                                             (3.48)

где   и   – заряды соответственно первого и второго конденсаторов после их соединения параллельно.

Выразим эти заряды через их электроемкости и напряжения:

     и     

и подставим их в (3.48) с учетом (3.46):

,

откуда

.                                                  (3.49)

Подставим вражение (3.49) в (3.47) и найдем энергию *W*2:

                                             (3.50)

Для определения количества энергии *Q*, выделившейся в батареи в результате переключения конденсаторов, необходимо выражения (3.45) и (3.50) подставить в (3.44).  В результате этого:

**.

Произведем вычисление:

*=*0,192 (Дж).

**Пример 10**.

Зазор между пластинами плоского конденсатора заполнен неоднородной слабо проводящей средой, удельная проводимость которой изменяется в направлении, перпендикулярном к пластинам по линейному закону от σ1 = 1,0·10–12 См/м до σ2 = 2,0·10–12 См/м. Площадь каждой пластины *S* = 230 см2. Расстояние между пластинами *h* = 2,0 мм. Найти ток через конденсатор при напряжении на нем  *U* = 300 В.

**Решение.** Выделим в проводящей среде узкий слой *dx*, находящийся на расстоянии *x*от одной из пластин конденсатора. Сопротивление этого слоя:

,                                             (3.51)

где удельное сопротивление *ρ* среды этого слоя связано с его проводимостью *σ* как:

.

Проводимость среды линейно зависит от расстояния *x*:

.                                                  (3.52)

Так как при   значение , а при     значение   , то из (3.52) коэффициенты  *а* и  *b*  равны:

.

Тогда зависимость *σ*(*x*) принимает вид:

.                    (3.53)

С учетом  (3.53) выражение (3.51) можно представить:

                                   (3.54)

Полное сопротивление *R* среды между обкладками конденсатора получим интегрированием выражения (3.54) по переменной    *x*  от   0   *h*:

.                   (3.55)

Ток через конденсатор найдем, воспользовавшись законом Ома:

.                                       (3.56)

Произведем вычисления:

 (A).

**Пример 11.**

Длинный проводник крупного сечения радиусом *R*сделан из материала, удельное сопротивление которого зависит только от расстояния  *r*  до оси проводника ,  где *C*- постоянная. По проводнику течет ток *I*. Найти напряженность поля  *Е*  в проводнике и сопротивление единицы длины проводника.

**Решение.** Следует обратить внимание, что модуль напряженности *Е* электрического поля одинаков во всех точках данного сечения этого проводника. Выделим в некотором поперечном сечении проводника тонкий кольцевой слой, заключенный между радиусами и . Величина тока *dI*, проходящего по этому слою:

,                                        (3.57)

где  *j* – плотность тока в точках выделенного кольца;  – площадь выделенного кольцевого слоя.

По закону Ома в дифференциальной форме

,

тогда  (3.57)  с учетом заданной зависимости удельного сопротивления среды  примет вид:

.                                    (3.58)

Силу тока *I***,** проходящего через поперечное сечение проводника радиусом *R* получим интегрированием выражения (3.58) по переменной  *r*  от   0  до *R*:

,                                       (3.59)

откуда модуль напряженности Е электрического поля в проводнике составляет:

.                                                (3.60)

По закону Ома сопротивление проводника , а единицы длины проводника:

,                                           (3.61)

где *ℓ* – длина всего проводника, к концам которого приложено напряжение *U*, связанное в данном случае с напряженностью как  .

Подставляя  (3.60) в (3.61),  получаем

.

**Пример 12.**

Какой заряд пройдет по проводнику, если в течение *τ*= 10,0 с сила тока уменьшились от *I*0 = 10,0  A до *I*1 = 5,0 А. Уменьшение силы тока связано с изменением сопротивления цепи, которое равномерно возрастало в течение указанного промежутка времени. Разность потенциалов *U*, приложенная к цепи, поддерживалась постоянной.

**Решение.**  В данной задаче сопротивление цепи *R* является линейной функцией времени *t*:

,                                                (3.62)

где *R*0 - начальное сопротивление цепи, *k* - постоянная величина, выражающая скорость изменения сопротивления. Выразим зависимость силы тока *I*(*t*) по закону Ома[:](file:///G:/FZiDO-2/FZiDO%2002-OsnFormul/FZ%20OsnFormul.htm)

.                                            (3.63)

Заряд *dq*, прошедший в цепи за время  *dt*:

.                                            (3.64)

Полный заряд *q*, прошедший через поперечное сечение проводника за время *τ*, выразится интегралом

.           (3.65)

Так как                     ,     а      ,                          (3.66)

то                                          .                                                (3.67)

Подставляя (3.66) и (3.67) в формулу (3.65),получим

.

Произведем вычисления:     ** (Кл).

**Пример 13.**

По медным проводам общей длиной *ℓ* = 10 км надо передать электрическую энергию так, чтобы потери на джоулево тепло в проводящих проводaх не должны превышать 3 %передаваемой от источника энергии. Какое количество меди потребуется на подводящие провода, если энергия будет передаваться при напряжении  *U*1= 2000 B  и  *U*2= I0000 B?  Передаваемая мощность  *N =* 100 кВт. Плотность меди *D* = 8900 кг/м3 .

**Решение.**  Масса *m* медных проводов

,                                                 (3.68)

где *S* – площадь поперечного сечения подводящих проводов.

Так как потери электроэнергии в подводящих проводах не должны превышать 3 % от передаваемой энергии, следовательно, потери мощности  *N*прв подводящих проводах не должны превышать 3 % от всей мощности  *N,* т.е. *N*пр = 0,03·*N*.   С другой стороны, мощность *N*пр, выделяемая в подводящих проводах, равна

,

где  *R*пр - сопротивление подводящих проводов,  *I*пр*-* сила тока в них, равная силе тока *I* в цепи. Тогда

                                               (3.69)

Сила тока в цепи выражается через всю передаваемую [мощность *N*](file:///G:/FZiDO-2/FZiDO%2002-OsnFormul/FZ%20OsnFormul.htm) и напряжение *U*:

*.* (3.70)

[Сопротивление проводов](file:///G:/FZiDO-2/FZiDO%2002-OsnFormul/FZ%20OsnFormul.htm)   можно выразить так:

,                                                 (3.71)

где *ρ-* удельное сопротивление меди (по таблице значение *ρ* = 1,7·10 –8 Ом·м), ℓ - длина подводящих проводов, *S* - их поперечное сечение.

Подставляя формулы (3.70) и (3.71)  в (3.69), выражаем площадь сечения *S*:

,

которую подставим в выражение (3.68) и найдем массу подводящих проводов:

.

Рассчитаем массу проводов, если подаваемое напряжение *U*1= 2000 B:

 (кг).

При определении массы меди в подводящих проводах для того случая, когда напряжение равно 10 кВ,  получим результат в 25 раз меньший того, который был получен для напряжения  *U*1= 2000 B.

**Пример 14.**

Два источника электрического тока с ЭДС *ε*1 и *ε*2 включены в цепь по схеме (Рис. 3.6). Определить ЭДС источника *ε*2, если *ε*1 = 1,8 В, *R* = 1000 Oм,  *R*1 = 500 Ом,  сила тока, текущего в контуре источника *ε*2,  равна  I2 = 5·10–4  A.



**Решение.**  Выберем направления токов таким образом, как показано на рисунке стрелками. По правилам Кирхгофа для контуров ,   и узловой точки  *a* можно записать:

,                                         (3.72)

,                                         (3.73)

.

Подставляя значение *I*  в уравнения (3.72)и (3.73),получим

,                           (3.74)

                             (3.75)

Из уравнения (3.74)выражаем  *I*1:

,                                               (3.76)

подставляем  его   в (3.75)  и находим ,   *ε*2:

.

Подставляем численные значения:

=1,47(B).

### Контрольная № 1

**Вариант 1**

**10I.** Два одинаковых неподвижных положительных заряда по q = 1,6·10-19Кл расположены на расстоянии  r = 3,9·10-9 см друг от друга. Вдоль перпендикуляра, проходящего через середину отрезка, соединяющего эти заряды, движется электрон. В какой точке этого перпендикуляра сила взаимодействия электрона и системы неподвижных зарядов максимальна?



**111.** По окружности радиусом R = 12 см распределен заряд с линейной плотностью , где  λ0 = 1,7·10-7Кл/м. Найти напряженность  и потенциал φ электростатического поля в центре окружности (Рис. 3.9).

**121.** Потенциал некоторого электростатического поля имеет вид: , где x, y, z - координаты точки. Найти вектор напряженности  поля и его модуль.

**131.** Бесконечно длинный цилиндр радиусом R имеет положительный объемный заряд, объемная плотность которого зависит только от расстояния r  до его оси по закону , где ρ0 - константа. Найти напряженность поля  внутри и вне цилиндра как функцию расстояния r от его оси. Диэлектрическая проницаемость внутри и вне цилиндра равна единице.

**141**. Сторонние заряды равномерно распределены с объемной плотностью ρ>0 по шару радиусом R из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε. Найти: а) модуль вектора напряженности электрического поля как функцию расстояния r от центра шара; б) потенциал электрического поля как функцию расстояния r от центра шара.

**151**. Две альфа-частицы летят из бесконечности навстречу друг другу. Их скорости υ1 и υ2> υ1. На какое минимальное расстояние x сблизятся частицы и как они будут двигаться после этого? Каковы установившиеся скорости частиц?

**161**. В проводнике длиной ℓ = 2 м и площадью поперечного сечения S = 0,4 мм2  идет ток. Мощность, выделяемая в проводнике, N = 0,35 Вт. Определить, из какого металла изготовлен проводник, и напряженность электрического поля, если за 1 с через поперечное сечение этого проводника проходит  1,2·1019 электронов.

**171.** В медном проводнике диаметром 2 мм поддерживается сила тока 2 А. Какое количество теплоты выделяется в единице объема проводника за одну секунду?

Вариант 2

102. Найти напряженность и потенциал электрического поля в центре квадрата со стороной a = 15 см, если по углам квадрата расположены заряды q, 2q, -4q и 2q, где q = 6,2·10-9 Кл.

**112.** Тонкий стержень согнут в виде окружности радиусом  R = 25 см так,  что между его концами остался воздушный зазор, равный 1 см. По стержню равномерно распределен заряд  q = 0,33 нКл. Найти напряженность  и потенциал  φ поля в центре окружности.

122.Имеется электрическое поле . Выяснить, является ли это поле потенциальным. Если да, то найти выражение для потенциала.

132. Бесконечно длинный полый цилиндр радиусом  R  равномерно заряжен с объемной плотностью ρ. В полости заряды отсутствуют, радиус полости   R1< R. Полагая диэлектрическую проницаемость внутри и вне цилиндра равной единице, найти напряженность электростатического поля как функцию расстояния r до оси цилиндра: а) внутри полости; б) внутри цилиндра; в) вне цилиндра.

142. Фарфоровая пластинка (ε = 6) помещена в однородное электростатическое поле напряженностью 100 В/м. Направление поля образует угол 350 с нормалью к пластинке. Найти: а) напряженность поля в фарфоре; б) угол между направлением поля и нормалью в фарфоре.

152. Точечный заряд q = 3 мкКл помещается в центре шарового слоя из однородного изотропного диэлектрика  (ε = 3). Внутренний радиус слоя a = 25 см, наружный  b = 50 см. Найти энергию W, заключенную в диэлектрике.



**162.** Сопротивление  гальванометра  можно  определить методом шунтирования. Для этого гальванометр включают в цепь последовательно с магазином сопротивлений (Рис. 3.12). Включив сопротивление R1 = 400 Ом,  замечают показания гальванометра. Затем гальванометр шунтируют сопротивлением r = 12 Ом и,  изменяя  сопротивление  магазина,  добиваются  прежнего показания гальванометра. При этом новое сопротивление магазина R2 = 150 Ом. Вычислить по этим данным сопротивление гальванометра Rг.

 172.Электромотор постоянного тока подключили к напряжению U. Сопротивление обмотки якоря равно R. При каком значении тока в обмотке полезная мощность мотора будет максимальной? Чему она равна? Каков при этом КПД мотора?

**Вариант 3**

**103.** Найти напряженность поля, созданного диполем, электрический момент которого *p* = 6,2∙10-30Кл·м, на расстоянии  *r* = 3∙10-7 см от середины диполя в точке, лежащей: а) на продолжении диполя; б) на перпендикуляре к диполю.

**113.** По дуге окружности радиусом *R* = 10 см равномерно распределен заряд с линейной плотностью  λ = 5·10-6 Кл/м. Найти напряженность  и потенциал  φ поля в центре окружности, если длина дуги равна 1/8 длины окружности.

**123.** Напряженность некоторого электростатического поля определяется выражением , где a - константа. Найти потенциал этого поля *φ(r)*.

**133.** Шар радиусом *R* имеет положительный заряд, объемная плотность которого зависит только от расстояния *r*  от его центра по закону *ρ = ρ*0*r*, где  *ρ*0 -константа. Диэлектрическая проницаемость внутри и вне шара равна единице. Найти напряженность электрического поля внутри и вне шара как функцию расстояния r.

**143.** Плоская диэлектрическая пластина (*ε* = 3)  толщиной *a* = 1 см равномерно заряжена с объемной плотностью *ρ* =2,2·10–12 Кл/м3. Найти: а) величину и направление векторов ,  и  в пластине на расстоянии *b*= 0,3 см от плоскости симметрии пластины и вне пластины; б) поверхностную плотность связанных зарядов на поверхности этой пластины.



**153.** На отрезке прямого тонкого провода равномерно распределен заряд с линейной плотностью *λ* = 250 нКл/м. Найти работу A, которую нужно совершить, чтобы  заряд  *q* = 4,3·10–9 Кл перенести из точки B в точку *A*(Рис. 3.11).

**163.** Из никелиновой ленты толщиной a = 0,2 мм и шириной b = 3 мм нужно изготовить реостат на R = 2,5 Ом. Какой длины нужно взять ленту и какое максимальное напряжение можно подать на этот реостат, если допустимая плотность тока для никелина jm = 0,2 А/мм2?

**173.** Какое количество теплоты выделяется в 1 секунду в единице объема проводника длиной 0,2 м, если на его концах поддерживается разность потенциалов 4 В? Удельное сопротивление проводника 10–6Ом·м.

**Вариант 4**

**104.** В вершинах равностороннего треугольника со стороной  a = 14 см расположены заряды  q1 = 3,2·10-9 Кл, q2 = -3,2·10-9 Кл и  q3 = 4,6·10-9 Кл. Найти величину и направление силы, действующей на заряд q3.

**114.** По четверти окружности радиусом R = 5 см равномерно распределен заряд с линейной плотностью λ = 6·10-6 Кл/м. Найти напряженность  и потенциал φ поля в центре этой окружности.

**124.** Потенциал некоторого электростатического поля имеет вид: , где  a и b - положительные константы. Найти вектор напряженности поля  и его модуль.



**134.** Полый шар радиусом  R  равномерно заряжен с объемной плотностью ρ. Радиус полости R1 < R .  Заряды  внутри  полости отсутствуют. Полагая диэлектрическую проницаемость внутри шара и вне его равной единице, найти напряженность поля как функцию расстояния  r от  центра шара: а) внутри полости; б) внутри шара; в) вне шара (рис. 3.10).

**144.** Сторонние заряды равномерно распределены с объемной плотностью ρ>0 по шару радиусом R из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε. Найти: а) модуль вектора напряженности электрического поля как функцию расстояния r от центра шара; б) объемную плотность связанных зарядов.

**154.** Длинный цилиндр радиусом R = 1 см равномерно заряжен с линейной плотностью λ = 10–5 Кл/м. α-частица, попавшая в поле цилиндра, перемещается от поверхности цилиндра до точки, находящейся на расстоянии a = 4 см от его поверхности. Как при этом изменится кинетическая,  потенциальная  и полная  энергия α-частицы?

**164.** Сколько ламп мощностью по N = 300 Вт каждая, рассчитанных на напряжение U = 100 В, можно установить в здании, если проводка от магистрали сделана медным проводом общей длиной ℓ = 100 м и сечением S = 9 мм2 и если напряжение в магистрали поддерживается равным U0 = 127 В?

**174.** Найти количество теплоты, выделяемой в единицу времени веществом с удельным сопротивлением 109Ом·м, которое заполняет все пространство между двумя сферическими оболочками. Радиусы оболочек a = 1 см и b = 2 см, между ними поддерживается разность потенциалов U = 1000 В.

**Вариант 5**

**105.** Два точечных заряда  q1 = 3,3∙10-9 Кл и q  = -13,3·10-9 Кл находятся в точках с координатами (2,0,0) и (-2,0,0). Найти: а) величину и направление электрического поля в точке с координатами (0,3,4); б) координаты точек,  где поле отсутствует. Значения координат даны в сантиметрах.

**115.** На отрезке тонкой прямой ленты длиной  ℓ = 16 см равномерно распределен заряд с линейной плотностью λ = 2,5·10-6 Кл/м. Определить напряженность  и  потенциал  φ поля  в точке, лежащей на продолжении ленты на расстоянии  а = 20 см от ее ближайшего конца.

**125.** Найти вектор напряженности  электрического поля, потенциал которого имеет вид ,  где  - постоянный вектор.

**135.** Шар радиусом R имеет заряд, плотность которого меняется по закону , где ρ0 - константа, r - расстояние от центра шара. Найти напряженность электростатического поля как функцию расстояния r. Диэлектрическая проницаемость внутри и вне шара равна единице.

**145.** Фарфоровая пластинка (ε = 6) помещена в однородное электростатическое поле напряженностью 100 В/м. Направление поля образует угол 350 с нормалью к пластинке. Найти плотность связанных зарядов на границе фарфор-воздух.

**155.** Воздушный цилиндрический конденсатор имеет радиус внутреннего цилиндра r1 = 1,5 см  и радиус внешнего r2 = 3,5 см.  Между цилиндрами приложена разность потенциалов U = 1300 В. Какую скорость получит электрон под действием поля этого конденсатора, двигаясь с расстояния x1 = 2,5 см до расстояния  x2 = 2  см от оси цилиндра?

**165.** Найти ЭДС и внутреннее сопротивление источника, эквивалентного двум параллельно соединенным элементам с ЭДС  ε1  и  ε2  и внутренними сопротивлениями  r1  и  r2.

**175.** По проводнику сопротивлением 6 Ом протекло количество электричества 30 Кл. Найти количество теплоты, выделенное в проводнике, если ток в проводнике равномерно убывает до нуля в течение 24 с.

**Вариант 6**



**106.** Принимая протон и электрон, из которых состоит атом водорода, за точечные заряды, находящиеся на расстоянии r = 5,3·10-9 см, найти напряженность поля Е в точках В и С, отстоящих на таком же расстоянии от протона,  как и электрон,  и расположенных, как показано на (Рис. 3.7).

**116.** По дуге окружности радиусом  R = 15 см равномерно распределен заряд с линейной плотностью λ = 4,5·10-6 Кл/м. Найти напряженность поля  в центре этой окружности, если длина дуги равна 3/8 длины окружности.

**126.** Имеется электрическое поле с компонентами , . Выяснить, является ли это поле потенциальным. Если да, то найти выражение для потенциала.

**136.** Напряженность некоторого электрического поля зависит от координат x и у  по закону , где a  - константа,   и  - орты осей  x и у. Найти заряд, заключенный внутри сферы радиусом R с центром в начале координат.

**146.** Сторонние заряды равномерно распределены с объемной плотностью ρ>0 по шару радиусом R из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε. Найти: а) модуль вектора напряженности электрического поля как функцию расстояния r от центра шара; б) поверхностную плотность связанных зарядов.

**156.** По теории Бора электрон в атоме водорода вращается вокруг ядра по круговой орбите радиусом  r = 0, 53 нм. Найти: а) скорость υ вращения электрона; б) кинетическую, потенциальную и полную энергию электрона.

**166.** ЭДС элемента и его внутреннее сопротивление равны соответственно ε = 1,6 В  и r = 0,5 Ом. Чему равен КПД элемента при токе I = 2,4 А?

**176.** В проводнике сопротивлением 3 Ом ток равномерно увеличивается от 0 до некоторого максимального значения в течение времени 10 с. За это время в проводнике выделилось количество теплоты, равное 1 кДж. Найти скорость нарастания тока в проводнике.

**Вариант 7**



**107.** Три одинаковых заряда по  q = 4,5·10-9 Кл каждый, расположены в вершинах прямоугольного треугольники с катетами   a = 42 см  и b = 36 см. Найти силу, действующую на заряд, расположенный в вершине А (рис. 3.8).

**117.** Полусфера равномерно заряжена с поверхностной плотностью σ = 7,5·10-8 Кл/м. Найти напряженность  и потенциал φ поля полусферы в ее центре.

**127.** Потенциал некоторого поля зависит от координат  x и  у по закону φ = а (х2 +у2). Найти вектор напряженности поля  и его модуль.

**137.** Пользуясь теоремой Гаусса в дифференциальной форме, вычислить напряженность электрического поля равномерно заряженной бесконечной пластинки толщиной 2a. Объемная плотность заряда ρ. Диэлектрическая проницаемость внутри и вне пластинки равна единице.

**147.** Внутри шара из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε = 5,00 создано однородное электрическое поле напряженностью 100 В/м. Радиус шара R = 3,0 см. Найти максимальную поверхностную плотность связанных зарядов и полный связанный заряд одного знака.

**157.** Заряд q =23 Кл распределен равномерно по объему шара радиусом R = 1 км. Найти отношение энергии W1 электрического поля внутри шара к энергии  W2  в окружающем его пространстве.

**167.** По сети длиной 5 км необходимо передать энергию от источника с напряжением 110 В и имеющего мощность 5 кВт. Какого минимального диаметра *d*min должен быть медный провод, чтобы потери энергии в сети не превышали 10 % от мощности источника?

**177.** В проводнике сопротивлением 100 Ом ток равномерно нарастает от 0 до 10 А  в течение 30 с. Найти количество теплоты, выделившееся за это время в проводнике.

**Вариант 8**

**108.** Молекулу воды можно рассматривать как диполь, электрический момент которого р = 6,2·10-30 Кл·м. Найти наибольшее Fmax и наименьшее Fmin  значения силы взаимодействия этой молекулы с ионом водорода,  находящимся на расстоянии  r = 3·10-7см.

**118.** По дуге  окружности радиусом  R = 14 см  равномерно распределен заряд с линейной плотностью λ = 3,6·10-6 Кл/м. Найти напряженность   и потенциал φ поля в центре этой окружности, если дуга опирается на центральный угол α = 600.

**128.** Потенциал некоторого электростатического поля имеет вид      φ = ax3 – by2 + cz2. Найти вектор напряженности  поля и его модуль.

**138.** Бесконечно длинный цилиндр радиусом R  имеет положительный заряд, объемная плотность которого зависит только от расстояния  r  до его оси по закону ρ = ρ0r, где  ρ0 - константа. Полагая диэлектрическую проницаемость цилиндра и окружающего его пространства равной единице, найти напряженность электрического поля как функцию расстояния r: а) внутри цилиндра; б) вне цилиндра.

**148.** Металлический шар радиусом R = 2,0 см с зарядом q = 8,1·10–9 Кл окружен вплотную прилегающим к нему слоем диэлектрика (ε = 3) с внешним радиусом a = 50 см. Найти поверхностную плотность связанных зарядов на обоих сторонах слоя диэлектрика.

**158.** Сферическую оболочку радиуса R1, равномерно заряженную зарядом q, расширили до радиуса R2. Найти работу, совершенную при этом электрическими силами.

**168.** Батарея элементов при замыкании на сопротивление 5 Ом дает ток 1 А, ток короткого замыкания равен 6 А. Определить наибольшую полезную мощность, которую может дать батарея.

**178.** В проводнике сопротивлением 10 Ом сила тока I меняется со временем t по закону I = A +Bt, где A = 4 А, B = 2 А/с. Найти количество теплоты,  выделившееся в этом проводнике за интервал времени от 2 с до 6 с.

**Вариант 9**

**109.** В вершинах правильного шестиугольника со стороной а расположены точечные заряды одинаковой величины q. Найти потенциал φ и напряженность поля E  в центре шестиугольника при условии:

а) знак всех зарядов одинаков;

б) знаки соседних зарядов противоположны.

**119.** По кольцу радиусом R = 26 см равномерно распределен заряд с линейной плотностью λ = 7,2·10-6 Кл/м. Найти напряженность  и потенциал  φ поля в точке, находящейся на оси кольца, на расстоянии a = 29 см от его центра.

**129.** Потенциал поля внутри заряженного шара зависит только от расстояния  r  до его центра по закону φ = ar2 + b,  где  a  и   b  -  константы. Найти вектор напряженности  поля, его модуль и распределение объемного заряда ρ(r) внутри шара.

**139.** Пользуясь теоремой Гаусса, найти напряженность поля бесконечно длинной нити, заряженной равномерно с линейной плотностью заряда λ, как функцию расстояния r от нити.

**149.** Плотность связанных зарядов на поверхности слюдяной пластинки, служащей изолятором в плоском конденсаторе,  Кл/м2. Толщина пластинки d = 0,2 мм. Найти разность потенциалов U между обкладками конденсатора.

**159.** Электрон, находящийся в однородном электрическом поле получает ускорение, равное  a = 1012 м/с2. Найти: а) модуль напряженности электрического поля; б) скорость, которую приобретает электрон за 1 мкс своего движения, если начальная скорость его равна нулю; в) работу сил электрического поля, совершенную за это время; г) модуль разности потенциалов, пройденной при этом электроном.

**169.** Если к аккумулятору подключить последовательно амперметр и вольтметр, то они показывают соответственно 0,1 А и 10 В. Если приборы соединить параллельно и подключить к источнику, то их показания равны 1 А и 1 В. Определите ЭДС и внутреннее сопротивление аккумулятора.

**179.** В цепь включены медная и стальная проволоки равной длины и диаметра. Найти: а) отношение количеств тепла, выделившегося в этих проволоках; б) отношение падения напряжения на этих проволоках. Рассмотреть случаи последовательного и параллельного соединения проволок.

Вариант 10

110.N точечных зарядов q1, q2, …, qn расположены в вакууме в точках с радиусами-векторами  . Написать выражения для потенциала φ и напряженности поля   в точке, определяемой радиусом-вектором  .

120. Заряд q = 2·10-6 Кл распределен равномерно по объему шара радиусом R = 4 см. Найти потенциал  φ в центре шара. Диэлектрическая проницаемость внутри и вне шара равна единице.

130. Известно, что напряженность электрического поля внутри длинного цилиндра радиусом R, заряженного с объемной плотностью ρ, зависит от расстояния  r  от оси цилиндра по закону . Найти разность потенциалов между точкой, лежащей на оси цилиндра, и точкой, лежащей на поверхности цилиндра  φ0 - φR.

140. Бесконечно длинный цилиндр радиусом R имеет положительный заряд, объемная плотность которого зависит только от расстояния r до его оси по закону r = r0(R-r), где ρ0 - константа. Полагая диэлектрическую проницаемость цилиндра и окружающего его пространства равной единице, найти напряженность электрического поля как функцию расстояния r: а) внутри цилиндра; б) вне цилиндра.

150. Между пластинами плоского конденсатора находится диэлектрик. На пластины подана разность потенциалов U0 = 200 В. Расстояние между пластинами 1 мм. Если, отключив источник напряжения, вынуть диэлектрик из конденсатора, то разность потенциалов между пластинами возрастет до U1 = 800 В. Найти: а) поверхностную плотность связанных зарядов; б) диэлектрическую проницаемость диэлектрика.

160. Имеется шаровое облако ионизированных частиц. Найти энергию электрического поля внутри шара W1  и за его пределами W2. Изменится ли отношение  энергий  W1/ W2,  если облако будет расширяться? Радиус облака R = 1 км, заряд q =23 Кл распределен равномерно по облаку.

170. Имеется прибор с ценой деления C = 5 мкА/дел. Шкала прибора имеет 150 делений, внутреннее сопротивление r = 100 Ом. Как из этого прибора сделать: а) вольтметр для измерения напряжения до 75 В; б) амперметр для измерения тока до 150 мА?

180. Найти суммарный импульс электронов в прямом проводе длины 1000 м, по которому течет ток 70 А

## Магнетизм

### Магнитное поле в вакууме

*Магнитное поле* создается движущимися электрическими зарядами:

·        движущимися отдельными заряженными частицами или телами;

·        токами;

·        замкнутыми токами, т.е. телами, обладающими магнитным моментом.

*Магнитный момент* плоского контура с током *I*, ограничивающего поверхность площадью *S*, равен

,

где  – единичный вектор *положительной* нормали к контуру, направление которого связано с направлением тока *I* в контуре правилом *правой руки* (или *правого винта*) (Рис. 14): если четыре пальца правой руки согнуть по направлению тока *I* в контуре, то отогнутый большой палец укажет направление положительной нормали .



[*pm*] = А·м2 (ампер-метр в квадрате).

Магнитное поле оказывает силовое действие на движущиеся электрические заряды. Силовой характеристикой магнитного поля является *вектор магнитной индукции*.

*Направление* вектора  в каждой точке магнитного поля совпадает с направлением вектора магнитного момента  небольшого контура с током (в пределах которого магнитное поле можно считать однородным), находящегося в положении устойчивого равновесия в данной точке поля.

*Модуль* вектора магнитной индукции*В* равен отношению максимального вращающего момента сил *М*max, действующего на контур с током со стороны магнитного поля в данной его точке (при  = 900 (рис. 15)) к модулю магнитного момента *pm* этого контура:



.

В СИ [*B*] = Тл (тесла).

Графически стационарное (не изменяющееся со временем) магнитное поле изображают с помощью силовых линий (линий магнитной индукции). *Силовая линия магнитного поля* (*линия магнитной индукции*) – это воображаемая непрерывная направленная линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора  в этой точке. Силовые линии магнитного поля всегда замкнуты.

Вектор индукции  магнитного поля, созданного *электрическим зарядомq*, *равномерно движущимся* со скоростью  () в точке, с радиусом-вектором , проведенным от заряда к точке наблюдения *А* (Рис. 16), равен



,

 где   Гн/м – магнитная постоянная.

Направление вектора  связано с кратчайшим поворотом вектора  к вектору  *правилом правого винта*: вращение правого винта по кратчайшему повороту вектора  к вектору  обуславливает поступательное перемещение винта в направлении вектора . Поскольку направление вектора  связано с направлением вращения  к, то он является псевдовектором.

Модуль вектора  равен

,

 где α – угол между векторами  и  (см. Рис. 16).

### Закон Био–Савара–Лапласа:

1. ***Принцип суперпозиции магнитных полей*:**

вектор индукции  в данной точке магнитного поля, созданного несколькими источниками равен векторной сумме индукций полей, создаваемых каждым источником в отдельности в этой точке:

 - для дискретного распределения источников, где  - вектор индукции поля, создаваемого *i*-м  источником в данной точке поля;

 - для непрерывного распределения источников магнитного поля - токов, где  - вектор индукции поля, создаваемого малым элементом с током в данной точке пространства.



2. Вектор индукции  магнитного поля в вакууме, созданного малым элементом проводника длиной *dℓ*, по которому течет постоянный ток *I*, в точке с радиусом-вектором , проведенным от элемента к точке наблюдения*А*, (рис. 17), равен:

,

где  – вектор, по модулю равный длине *dℓ* элемента проводника и совпадающий по направлению с током *I*.

Направление вектора  определяется по правилу правого винта.

Модуль вектора  равен

,

 где α – угол между векторами  и  (см. Рис. 17).

*ЦиркуляциейΓ* вектора индукции  вдоль ориентированной замкнутой кривой (ориентированного контура) *L* называют число, равное значению криволинейного интеграла:

,



где  - ориентированный элемент замкнутого контура *L*, по направлению совпадающий с направлением обхода контура; *Bℓ* = *B*·cos*α*- проекция вектора ******на направление , α - угол между ними (Рис. 18).

*Теорема о циркуляции вектора * для магнитного поля постоянных токов в вакууме (в интегральной форме): циркуляция вектора  вдоль любого ориентированного замкнутого контура *L* равна произведению магнитной постоянной *m*0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром

                                                .

 В эту алгебраическую сумму ток входит с положительным знаком в случае, когда его направление связано с направлением обхода контура правилом правой руки. В противном случае – с отрицательным знаком.



*Магнитное поле бесконечного тока* (постоянного тока *I*, текущего по тонкому прямому проводнику бесконечной длины). Силовые линии магнитного поля бесконечного тока представляют собой концентрические окружности с центрами на оси тока, плоскости которых перпендикулярны току, а направления связаны с током правилом правой руки (правого винта) (рис. 19). Модуль индукции*В* магнитного поля прямого бесконечного постоянного тока *I* в точке, удаленной от проводника на расстояние *r*0, равен

.

*Магнитное поле длинного соленоида.*Силовые линии магнитного поля внутри длинного соленоида параллельны его оси, а их направление связано с направлением тока *I* в обмотке соленоида правилом правой руки (правого винта) (рис. 20). Модуль индукции *В* однородного магнитного поля внутри длинного соленоида (вдали от его торцов) равен



,

где *I* – сила тока в соленоиде;  – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида; *N* – общее число витков соленоида; *ℓ* – его длина.

*Потоком* вектора индукции  магнитного поля (***магнитным потоком***) через ориентированную поверхность *S* называется интеграл вида

,

 где  - ориентированный элемент поверхности; *dS*- площадь элемента поверхности, в пределах которого поле можно считать однородным;   - вектор единичной нормали к элементу поверхности *dS*;  *Bn* = *B*·cos*α*- проекция вектора индукции  на направление нормали , *α*- угол между ними (рис. 21).   [] = Вб (вебер).



В случае плоской поверхности *S*, находящейся в однородном магнитном поле индукцией  магнитный поток  через эту поверхность равен

,

где α- угол между вектором  и направлением нормали  к данной поверхности. Если плоская поверхность ограничена током *I*, то направление положительной нормали  к этой поверхности связано с направлением тока правилом правой руки (правого винта). Если плоская поверхность током не ограничена, то направление нормали к ней выбирается произвольно и магнитный поток через эту поверхность определяется с точностью до знака.

*Теорема Гаусса* для вектора индукции ** магнитного поля (в интегральной форме): поток вектора индукции ** магнитного поля через произвольную замкнутую поверхность *S* равен нулю:

.

*Сила Лоренца* – это сила, действующая на электрический заряд со стороны электромагнитного поля:

,

где  – электрическая составляющая силы Лоренца, т.е. сила, действующая на заряд *q* со стороны электрического поля напряженностью ;

 – магнитная составляющая силы Лоренца, т.е. сила, действующая на движущийся со скоростью  заряд *q* со стороны магнитного поля индукцией . Направление вектора  определяется по правилу правого винта. Если  = 0,  то  .



Важным свойством магнитной составляющей  силы Лоренца является то, что она всегда перпендикулярна вектору скорости  заряда (рис. 22). Поэтому работа магнитной составляющей  силы Лоренца всегда равна нулю, а значит, в стационарном магнитном поле при любом движении заряда его энергия не изменяется.

Модуль магнитной составляющей силы Лоренца равен

,

где *α* – угол между векторами  и  (см. Рис. 22).

Характер движения электрического заряда в однородном магнитном поле зависит от величины угла *α* между векторами  и :

·если  (*α* = 0 или *α* = 1800), то магнитная составляющая силы Лоренца , и заряд движется равномерно и прямолинейно вдоль силовых линий магнитного поля;

·если  (*α* = 900), то магнитная составляющая силы Лоренца максимальна , и заряд движется равномерно по окружности, плоскость которой перпендикулярна силовым линиям магнитного поля;

·если 0 <*α*< 900, то заряд равномерно движется по винтовой линии (спирали), ось которой параллельна силовым линиям магнитного поля.

*Сила Ампера* – сила, с которой магнитное поле действует на помещенный в него проводник с током.

*Закон Ампера:* сила Ампера , действующая на малый элемент проводника длиной *dℓ*  с током *I*, равна:

,

где  – вектор, по модулю равный длине *dℓ* элемента проводника с током *I* и совпадающий с ним по направлению;  – вектор магнитной индукции в месте расположения элемента . Направление вектора  определяется по правилу правого винта.

Модуль силы Ампера:

,

где *α* – угол между векторами  и .

Сила Ампера , действующая на проводник конечных размеров, вычисляется как:

,

где интегрирование ведется по всем элементам проводника с током *I*.

Два параллельных бесконечно длинных проводника с токами *I*1 и *I*2, находящихся в вакууме на расстоянии *b* друг от друга, взаимодействуют с силой притяжения в случае одинаково направленных токов или с силой отталкивания в случае противоположно направленных токов. Модуль силы магнитного взаимодействия, приходящейся на единицу длины проводника, *f* равен

,

где *dF*A – модуль силы, действующей на элемент длиной *dℓ* одного проводника со стороны магнитного поля другого проводника.



На плоский контур (произвольной формы) с током *I*, помещенный в однородное магнитное поле индукцией , действует *вращающий момент сил* Ампера (рис. 23):

           ]

где  – магнитный момент этого контура. Направление вектора  определяется по правилу правого винта.

Модуль вращающего момента сил равен

,

где *φ* – угол между векторами  и  (см. рис. 23).

Результирующая амперова сила , действующая на контур в однородном магнитном поле, равна нулю:

.

Если контур с током расположен в однородном магнитном поле так, что его плоскость перпендикулярна силовым линиям однородного магнитного поля (), то модуль вращающего момента амперовых сил *М* = 0. Если контур с током расположен в однородном магнитном поле так, что его плоскость параллельна силовым линиям однородного магнитного поля (), то модуль вращающего момента амперовых сил максимален *М* = *М*max.

*Потенциальная энергия Wp* плоского контура с током *I* в однородном магнитном поле индукцией :

,

где  – магнитный момент этого контура.; *φ* – угол между векторами  и  (см. рис. 23).

*Работа сил Ампера* при перемещении плоского контура с постоянным током *I* в стационарном магнитном поле:

,

где  – изменение (приращение) магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром, от его начального значения  до конечного .

### Магнитное поле в веществе

Любое вещество является магнетиком, т. к. способно под действием внешнего магнитного поля (образованного токами проводимости) индукцией  в той или иной степени намагничиваться – создавать свое магнитное поле индукцией . Большинство веществ (парамагнетики и диамагнетики) намагничиваются слабо. В парамагнетиках намагничивание обусловлено преимущественной ориентацией магнитных моментов  отдельных молекул (атомов) в одном направлении (при этом ), а в диамагнетиках – индуцированием магнитных моментов  отдельных молекул (атомов) в одном направлении (при этом ).

Поскольку магнитный момент  каждой молекулы (атома) обусловлен движением заряженных элементарных частиц, входящих в состав этой молекулы (атома), то такое движение в отношении возбуждаемого магнитного поля представляют в виде элементарного кругового тока, называемого молекулярным током. В намагниченном веществе молекулярные токи обладают той или иной степенью согласованности, что приводит к появлению макроскопических молекулярных токов – *токов намагничивания*. Токи, обусловленные упорядоченным движением заряженных частиц, не входящих в состав молекул (атомов) вещества, называют *токами проводимостиI*. Тогда, индукцию  магнитного поля в магнетике можно представить как векторную сумму индукции  магнитного поля токов проводимости *I* и индукции  магнитного поля токов намагничивания :

.

Количественной характеристикой степени намагничивания вещества является векторная величина – *намагниченность*, равная магнитному моменту единицы объема магнетика:

,

где  – магнитный момент *i*-й молекулы (атома) из общего числа *n* молекул (атомов), содержащихся в физически бесконечно малом объеме .

В СИ [*J*] = А/м (ампер на метр).

Во многих случаях изучение магнитного поля в магнетиках значительно упрощает введение вспомогательной величины – *вектора напряженности* магнитного поля, определяемой в данной точке поля как:

,

 где  и  – вектор индукции и намагниченность соответственно этой точки магнитного поля в магнетике. [*H*] = А/м (ампер на метр).

*Теорема о циркуляции* вектора  для магнитного поля постоянных токов (в интегральной форме):

циркуляция вектора  вдоль любого ориентированного замкнутого контура *L* равна алгебраической сумме токов *проводимости*, охватываемых этим контуром:

.

В эту алгебраическую сумму ток входит с положительным знаком в случае, когда его направление связано с направлением обхода контура правилом правой руки. В противном случае – с отрицательным знаком.

В несильных магнитных полях в *однородных* магнетиках (пара- и диамагнетиках) зависимость между вектором индукции  и вектором  имеет линейный характер, а именно:

,

где *μ* – *магнитная проницаемость* вещества, характерная для каждого данного магнетика. Для парамагнетиков , диамагнетиков – .



Сильными магнитными свойствами обладают *ферромагнетики* – твердые вещества, которые могут обладать спонтанной намагниченностью, т. е. намагничены уже в отсутствие внешнего магнитного поля. Типичные ферромагнитные свойства проявляют железо, никель, кобальт и многие их сплавы. Характерной особенностью ферромагнетиков является сложная нелинейная зависимость индукции *В* от напряженности *H* магнитного поля. На (Рис. 24) приведена основная кривая намагничения  ферромагнетика, для которого при *H* = 0 индукция также равна нулю *B* = 0.

Ввиду нелинейной зависимости  для ферромагнетиков нельзя ввести магнитную проницаемость *μ* как постоянную величину, характеризующую магнитные свойства данного ферромагнетика. Однако понятие магнитной проницаемости  *μ* применяют к данному ферромагнетику как

,

где значения индукции *В*1 и напряженности *Н*1 магнитного поля – это координаты некоторой точки на основной кривой намагничения  этого ферромагнетика. Тогда магнитная проницаемость *μ* ферромагнетика является функцией напряженности *Н* магнитного поля.

### Электромагнитная индукция

Явление *электромагнитной индукции* заключается в том, что при любом изменении магнитного потока через поверхность, ограниченную замкнутым проводящим контуром, в нем возникает электрический ток, называемый индукционным. Появление индукционного означает, что при изменении магнитного потока в контуре возникает электродвижущая сила (ЭДС) электромагнитной индукции *εi*.

Направление индукционного тока определяется *правилом Ленца*: индукционный ток всегда направлен так, что его магнитное поле противодействует изменению магнитного потока, вызвавшему этот индукционный ток.

*Закон электромагнитной индукции Фарадея*:

ЭДС электромагнитной индукции *εi*, возникающая в замкнутом контуре, равна и обратна по знаку скорости любого изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром:

.

 В СИ [*εi*] = В (вольт).

*Полным магнитным потоком* (*потокосцеплением*) Ψ через поверхность, ограниченную несколькими витками, называют сумму всех магнитных потоков, охватывающих каждый контур. Если магнитные потоки через все *N* витков одинаковы и равны , то полный магнитный поток (потокосцепление) Ψ можно представить как

.

При равномерном вращении рамки, состоящей из *N* витков провода, в однородном магнитном поле индукцией   с угловой скоростью *ω* относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной силовым линиям поля, поверхность рамки пересекает переменный полный магнитный поток Ψ:

,

где *S* – площадь поперечного сечения рамки; *φ*0 – угол между нормалью к рамке и вектором . При этом в рамке возникает переменная ЭДС индукции *εi*:



|  |
| --- |
|  |

и переменный ток:

,

где *R* – электрическое сопротивление провода рамки.

Поток контура (потокосцепление катушки), обусловленный магнитным полем тока в самом этом контуре (катушке) называется *собственным потоком* (*собственным потокосцеплением*).

Если в пространстве, где находится контур с током *I*, нет ферромагнетиков, то собственный магнитный поток  через ограниченную этим контуром поверхность прямо пропорционален силе тока *I*:

,

где *L* – индуктивность контура.   В СИ [*L*] = Гн (генри).

Индуктивность контура *L* зависит от его геометрической формы и размеров, а так же от магнитных свойств окружающей среды.

Индуктивность *L* длинного соленоида равна:

,

где *μ* – магнитная проницаемость вещества внутри соленоида (сердечника);  – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида; *N* – общее число витков соленоида; *ℓ* – его длина;  – объем соленоида; *S* – площадь его поперечного сечения.

Изменение силы тока *I* в контуре приводит к изменению магнитного поля этого тока, что влечет за собой изменение собственного магнитного потока , а следовательно, и к возникновению ЭДС индукции. Явлением *самоиндукции* называется возникновение в контуре ЭДС самоиндукции вследствие изменения силы тока в этом контуре. По закону электромагнитной индукции Фарадея ЭДС самоиндукции *εс*, возникающая в контуре с током *I* и индуктивностью *L*, равна

.

Если при изменении силы тока в контуре его индуктивность *L* остается постоянной (не меняется конфигурация контура и отсутствуют ферромагнетики), то

     (*L* = *const*).

По правилу Ленца ЭДС самоиндукции противодействует изменению силы тока, замедляя его возрастание или убывание. Поэтому в электрических цепях, обладающих индуктивностью, изменение силы тока при их замыкании или размыкании происходит не мгновенно, а постепенно.

Зависимость силы тока *I* от времени *t* при *замыкании цепи*:

,

 где  – значение установившегося тока в цепи (при ); ε – ЭДС источника постоянного тока; *R* – электрическое сопротивление цепи; *L* – ее индуктивность.

Зависимость силы тока *I* от времени *t* при *размыкании цепи*:

,

 где  – значение силы постоянного тока в цепи в начальный момент времени; *ε* – ЭДС источника постоянного тока; *R* – электрическое сопротивление цепи; *L* – ее индуктивность.

### Энергия магнитного поля

Магнитное поле обладает энергией.

Энергия *W* магнитного поля тока *I*, который течет в контуре (катушке) с индуктивностью *L* (при отсутствии ферромагнетиков):

.

***Энергия*** *W* магнитного поля, локализованная в пространстве объемом *V*, заполненным средой, для которой зависимость  от  линейная (пара- и диамагнетики):

,

где *μ*0 – магнитная постоянная; *μ* – магнитная проницаемость среды; вектор индукции  и вектор напряженности  магнитного поля в элементе объемом *dV*.

***Объемная плотность энергии*** *w* магнитного поля – энергия этого поля, локализованная в единице объема:

,

где *dW* – энергия магнитного поля, заключенная в элементе объемом *dV*.

В СИ [*w*] = Дж/м3 (джоуль на метр в кубе).

***Объемная плотность энергии*** *w* магнитного поля в каждой точки пространства, заполненного средой, для которой зависимость  от  линейная (пара- и диамагнетики):

,

где *μ*0 – магнитная постоянная; *μ* – магнитная проницаемость среды; вектор индукции  и вектор напряженности  магнитного поля в данной точке.

### Электромагнитные колебания

*Электромагнитные колебания* – это колебания напряжения и силы тока в электрической цепи.



*Колебательным контуром* (*LC-контуром*) называют электрическую цепь, содержащую конденсатор и катушку. Сопротивление проводников такой цепи принято называть активным сопротивлением *R*.

*Идеальным* называют колебательный контур, активное сопротивление которого равно нулю *R* = 0 (Рис. 25). После замыкания предварительно заряженного конденсатора емкостью *C* на катушку индуктивностью *L* в этом идеальном *LC*-контуре возникнут *свободные незатухающие гармонические* электромагнитные колебания, которые описываются дифференциальным уравнением:

  или  ,

где  – *собственная циклическая частота* электромагнитных колебаний, значение которой определяется только параметрами контура.

*ПериодТ*0 свободных незатухающих гармонических электромагнитных колебаний в идеальном *LC*-контуре равен

.

 Заряд *q* конденсатора идеального *LC*-контура и напряжение *U* на нем изменяются со временем по гармоническим

   и    ,

 где  – амплитудное значение заряда на обкладке конденсатора;  – фаза колебаний;  – начальная фаза;  – амплитуда напряжения на конденсаторе емкостью *С*.  Колебания заряда конденсатора напряжения на нем совпадают по фазе.

Сила тока *I* в колебательном контуре изменяется со временем также по гармоническому закону:

,

 где  – амплитуда силы тока. Колебания силы тока опережают по фазе колебания заряда на *π*/2.

Свободные незатухающие гармонические колебания в идеальном*LC*-контуре сопровождаются взаимными превращениями энергии *W*э электрического поля конденсатора и энергии *W*м магнитного поля тока катушки:

 и

,

где    и   – максимальное значение энергии электрического и магнитного поля соответственно, причем  .

Полная энергия *W* электромагнитных колебаний в идеальном*LC*-контуре, равная сумме энергий электрического и магнитного поля, со временем не изменяется:

.

Значение полной энергии*W* электромагнитных колебаний в идеальном*LC*-контуре равно максимальному значению энергии электрического  или магнитного  поля:

.

Если активное сопротивление колебательного контура , то взаимные превращения энергий электрического и магнитного полей будут сопровождаться постепенным их преобразованием в джоулевую теплоту. Поэтому электромагнитные колебания в контуре, состоящем из последовательно соединенных конденсатора емкостью*С*, катушки индуктивностью *L* и резистора активным сопротивлением *R*, будут носить характер *свободных затухающий колебаний* и описываться дифференциальным уравнением:

  или  ,

где  – коэффициент затухания;  – собственная циклическая частота.



Если затухание колебаний не слишком велико , то зависимость заряда *q* на конденсаторе от времени имеет вид (рис. 26):

,

где  – амплитуда заряда затухающих колебаний, зависимость от времени которой изображена на (Рис. 26) пунктирной линией;  – значение амплитуды заряда в начальный момент времени;  – циклическая частота затухающих колебаний;  – начальная фаза.

Период *Т* затухающих колебаний определяется как:

.

 Время релаксации *τ* – промежуток времени, за который амплитуда затухающих колебаний уменьшается в *е* раз. Время релаксации *τ* связано с коэффициентом затухания *β* как:

.

 Логарифмический декремент затухания *λ* – это число, равное натуральному логарифму отношения двух амплитуд*А* колебаний, взятых через период *Т*:

.

Добротность *Q* колебательного контура – это число, равное

.

При малых затуханиях  

добротность *Q* колебательного контура можно выразить как:

            и         ,

где *R*, *L* и *C* – активное сопротивление, индуктивность и электроемкость соответственно колебательного контура;  *W*(*t*1) и *W*(*t*1+*T*) – значение энергии электромагнитных колебаний в контуре в некоторый момент времени *t*1 и через период*Т* соответственно.

### Уравнения Максвелла

Магнитное поле может создаваться изменяющимся во времени электрическим полем, а электрическое – переменным магнитным полем, т.е. электрическое и магнитное поля не могут существовать обособленно и образуют в пространстве единое электромагнитное поле. Его описывают векторами:  (вектор напряженности электрического поля) и  (вектор магнитной индукции). Для описания влияния электромагнитного поля на материальные объекты вводят вторую группу векторов:  (плотность электрического тока проводимости),  (вектор электрического смещения) и  (вектор напряженности магнитного поля). Пространственные и временные производные пяти указанных векторов связаны *уравнениями Максвелла*.

*Уравнения Максвелла* в дифференциальной форме:

,

,               .

*Уравнения Максвелла* в интегральной форме:

              ,           ,

 Для того чтобы при заданном распределении зарядов и токов уравнения Максвелла допускали единственное решение, к ним добавляют соотношения, описывающие поведение веществ под влиянием поля – материальные уравнения. Для большинства однородных сред указанные уравнения имеют линейную форму:

, ,

,

где *e* – диэлектрическая проницаемость среды; *m* – магнитная проницаемость среды; *s* – удельная электропроводность;  – напряженность поля сторонних сил, обусловленная химическими или тепловыми процессами.

## Волновая оптика

### [Интерференция света](Animation/Interferencia/INTERFER.HTM)

Интерференция света – это явление перераспределения в пространстве световой энергии с образованием устойчивой во времени интерференционной картины чередования максимумов(*I*max) и минимумов (*I*min) интенсивности света при суперпозиции (наложении) двух или более когерентных волн.

Волны называются когерентными, если они имеют одинаковую частоту, поляризацию и не зависящую от времени разность фаз в произвольной точке их встречи.

Исследование интерференции волн сводится к определению разности фаз в точке их наложения. Рассмотрим две волны частоты , с одинаковой (для простоты) амплитудой  и одинаковым направлением колебаний векторов  и  (например, вдоль *Oy*), распространяющиеся по оси *Оx*:



Согласно принципу суперпозиции, напряженность результирующего поля в произвольной точке встречи волн равна их сумме:



.

Учитывая, что волновые числа равны  и , где  – длина волны в вакууме,  и  – показатели преломления сред, в которых распространяются волны, запишем амплитуду *Em* суммарной волны в виде

,

где   – оптическая разность хода волн.

Из-за большой частоты оптических колебаний напряженность  невозможно измерить непосредственно. Все приемники излучения измеряют энергетические величины, усредненные за промежуток времени, много больший периода оптических колебаний.

Средняя по времени наблюдения интенсивность *I* волны, пропорциональна среднему значению квадрата ее амплитуды:



и равна

,

где *I*0 – интенсивность каждой из накладываемых волн (т.к. амплитуды этих волн одинаковы, то ).

Интенсивность *I* результирующей волны зависит от разности хода  и  разности начальных фаз . Рассмотрим два случая:

1. При распространении некогерентных волн от независимых источников начальные фазы  и  являются случайными функциями времени, причем их разность  также изменяется со временем. Поэтому , тогда  и интенсивность *I* результирующей волны складывается из интенсивностей *I*1 и *I*2  накладываемых волн:

.

2. В случае наложения когерентных волн обе волны также имеют хаотически меняющиеся фазы, но закон изменения  и  одинаков, так как они относятся к одному и тому же фронту волны, т. е.  и их разность  (или *const*). Тогда разность фаз  и, следовательно, квадрат амплитуды  результирующей волны определяется только значением оптической разности хода , которая не зависит от времени, вследствие чего знак усреднения можно убрать:

.

Таким образом, интенсивность *I* результирующей волны также определяется только значением оптической разности хода , не зависящей от времени:

.

Из этого выражения следует, что при  интенсивность результирующей волны максимальна  , а при  интенсивность результирующей волны минимальна .

**Условие возникновения интерференционного максимума.**

В некоторой точке пространства интенсивность *I*  результирующей световой волны принимает максимальное значение *I*max, когда , тогда

,                                              (1.1)

где    – порядок интерференции; или  ,    где    .

Если в некоторой точке пространства две когерентные волны возбуждают колебания содинаковыми фазами (волны приходят в эту точку в одинаковых фазах), т. е. оптическая разность хода этих волн равна чётному числу полудлин волн, то в этой точке наблюдается интерференционный максимум.

**Условие возникновения интерференционного минимума.**

В некоторой точке пространства интенсивность *I*  результирующей световой волны принимает минимальное значение *I*min, когда , тогда

,                                              (1.2)

где     ;  или  ,    где    .

Если в некоторой точке пространства две когерентные волны возбуждают колебания спротивоположными фазами (волны приходят в эту точку в противофазах), т. е. оптическая разность хода этих волн равна нечётному числу полудлин волн, то в этой точке наблюдается интерференционный минимум.

Полученные результаты позволяют рассчитать параметры интерференционной картины, полученной в результате наложения двух когерентных волн от источников  и , расстояние между которыми *d* (Рис. 1).



Чтобы найти зависимость распределения интенсивности *I* на экране *Э*  от координаты *y* точки наблюдения *Р*, необходимо выразить через эту координату разность хода . Для этого введем угол , образуемый направлением на точку *Р* с перпендикуляром к линии, соединяющей источники (т. е. с «оптической осью» рассматриваемой схемы). Если , , то  и разность хода равна .  Так как  , то .

И для амплитуды получим

.

Ширина интерференционных полос или пространственный период интерференционной картины – это расстояние  между соседними максимума или минимумами. Найдем координату *m*-го максимума, учитывая, что ,   где :   .

Отсюда следует, что

.

Найдем координату *m*-го минимума, учитывая, что , где :

.

Отсюда следует, что  .

Измеряя , можно найти .

### Дифракция света

При определенных условиях световые волны (как и другие волны) могут отклоняться от своего прямолинейного распространения.

Дифракция – это совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резко выраженными неоднородностями (размеры которых ~, где  – расстояние до точки наблюдения), проявляющихся в перераспределении световой энергии в пространстве в результате суперпозиции волн.

В узком понимании дифракция – это огибание волнами препятствий и проникновение их в область геометрической тени (отклонение распространение волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики).

Для наблюдения дифракции световых волн необходимы специальные условия, обусловленные малостью их длин волн. Обычно на пути световой волны помещают непрозрачную преграду, закрывающую часть световой волны. За преградой помещают экран, на котором при определенных условиях возникает дифракционная картина в виде той или иной системы чередования полос или пятен – максимумов и минимумов освещенности.

Различают два вида дифракции:

1. [Дифракция Френеля](Animation/Difrakcia%20Frenelia/InterDemo.exe) – источник и точка наблюдения находятся на конечном расстоянии от препятствия (дифракция в расходящихся пучках).

2. [Дифракция Фраунгофера](Animation/Difrakcia%20Fraungofera/Difraktsiya.exe) – на бесконечном расстоянии (дифракция в параллельных пучках).

2.1. Принцип Гюйгенса-Френеля

Строгая теория дифракции основана на решении системы уравнений Максвелла. Приближенный метод решения задач о распространении волн основан на принципе Гюйгенса-Френеля, согласно которому все элементы поверхности, через которую в данный момент времени проходит фронт волны, становятся источниками когерентных вторичных волн, а волновая поверхность в любой последующий момент времени является результатом интерференции (наложения) этих вторичных волн. Таким образом, между интерференцией и дифракцией нет принципиального различия. Исторически принято называть интерференцией суперпозицию волн от конечного числа дискретно расположенных когерентных источников волн, а дифракцией – от бесконечного числа непрерывно расположенных когерентных источников.



Запишем математическое выражение принципа Гюйгенса-Френеля. Результирующее возмущение в точке Р является суперпозицией возмущений, исходящих от участков  волновой поверхности S (Рис. 2):

,

где  – коэффициент, обусловленный поперечностью волны;

 – сферическая волна на расстоянии  от ;

 – амплитуда возмущения от .

Вычисления по данной формуле сложны, однако, в случаях, имеющих симметрию, сводятся к простому алгебраическому или геометрическому суммированию.

2.2. Дифракция Френеля



Для учета интерференции вторичных волн Френель предложил мысленно разбить волновую поверхность в месте расположения преграды (например, круглое отверстие на экране Э) на кольцевые зоны по следующему правилу: расстояния от краев соседних зон до точки  должны отличаться на  (Рис. 3 а).

Радиус  внешней границы  -й зоны связан с высотой  сферического сегмента и радиусом  сферической волновой поверхности следующим соотношением (Рис. 3, б):

.

С другой стороны  можно представить в виде:

.

Решая систему их двух последних уравнений относительно  с учетом малости длины волны  и высоты  сегмента по сравнению с расстояниями a и b, получаем:

.

Площадь   -й зоны (при достаточно малых ) можно выразить через ее радиус  и радиус  соседней зоны:

,

откуда следует, что  не зависит от номера зоны , т. е. площади всех зон примерно одинаковы.

Поэтому все зоны должны возбуждать в точке  колебания одинаковой амплитуды. Однако это условие нарушается вследствие того, что у каждой последующей зоны угол  больше, чем у предыдущей: . Разность хода от соседних зон равна , следовательно, колебания от них приходят в противофазах:

+… .

Выражения в скобках равны нулю, т.к. для монотонно убывающей функции

.

Таким образом, интенсивность света  (поскольку  ~) в точке  будет меняться не монотонно: пока открывается  1-я зона  увеличивается и достигает максимума при полностью открытой первой зоне ( в точке  в 4 раза больше, чем в отсутствие экрана); по мере открывания 2-й зоны  уменьшается почти до 0. При четном числе открытых зон в точке  наблюдается минимум интенсивности света, при нечетном – максимум.

Метод зон Френеля – алгебраический. Более полную информацию можно получить, используя метод графического сложения амплитуд колебаний. При этом волновую поверхность также делят на кольцевые зоны, но очень малой ширины:

, при .



Тогда векторная диаграмма имеет вид, изображенный на (Рис. 4).  – результат действия 1-й зоны;  – результат действия 2-й зоны;  – суммарный вектор колебаний. Вектор  имеет длину в  больше, чем  , т. е. интенсивность света в точке  при открытой внутренней половине первой зоны в 2 раза больше, чем при числе зон, стремящихся к .

Если закрыть все четные или все нечетные зоны, то интенсивность света  в точке  резко возрастет, таким образом, получается амплитудная зонная пластинка (например фотографированием колец Ньютона).

Если изменить толщину этих четных или нечетных колец на , то интенсивность возрастает еще в 4 раза – фазовая зонная пластинка действует как линза.

2.3. Дифракция Фраунгофера от щели



Описанные в предыдущем разделе построения Френеля позволяют рассчитать интенсивность света  позади экрана  с круглым отверстием в точке, лежащей на оси симметрии. Найти вид всей дифракционной картины очень сложно. Однако можно создать такие условия наблюдения дифракционного спектра, при которых возможен полный расчет интенсивность света  на экране. Пусть отверстие в экране представляет собой длинную щель шириной , на которую нормально падает плоская световая волна (Рис.5).

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, волновую поверхность падающей волны в плоскости щели следует разбить на столь малые участки, чтобы колебания в точке наблюдались , вызываемые вторичными волнами от всех точек одного участка, имели бы почти одинаковую фазу.

Для нахождения результирующей амплитуды колебаний в любой точке экрана  необходимо знать распределение фаз всех колебаний, приходящих в эту точку. Так как линза не вносит дополнительной разности хода, то распределение фаз в точке  будет таким же, как и в плоскости , образующей с плоскостью щели угол . Сумма когерентных возмущений от всех участков этой поверхности равна

.

Распределение интенсивности света (как величины ~) на экране, расположенном в фокальной плоскости линзы, описывается выражением

,                                        (2.1)

где  – интенсивность света, идущего от всей щели в направлении .

При значении углов дифракции , удовлетворяющих условию:

,

т. е. при  ( – порядок дифракции) . Количество наблюдаемых минимумов , так как .

Найдем положения максимумов, продифференцировав выражение (2.1) и приравняв полученную производную нулю. Введем обозначение .

.

Из условия  определяются положения минимумов, а из условия  – максимумов. Решая трансцендентное уравнение  графически (Рис.6), получим значения , при котором .



Данное уравнение имеет бесчисленное множество решений, так как имеется бесчисленное множество точек пересечения графиков функции  и , однако число максимумов не превышает числа минимумов.

Таблица 1

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0 | 1 |
| 1,43 | 0,047 |
| 2,46 | 0,016 |
| ……. | …….. |

На основании проведенного анализа можно построить график  (Рис. 7). Угловая ширина центрального максимума .

Рис. 7



На максимум первого порядка приходится 5 % падающей энергии, на максимум второго порядка – 2 %. Отметим, что подобная картина будет наблюдаться, если , но эти параметры соизмеримы. Если  или , то дифракционная картина не наблюдается.

2.4. Дифракционная решетка

Поскольку совокупность щелей усиливает эффект перераспределения световой энергии, то на практике используют дифракцию не на одной щели, а на дифракционной решетке.

Дифракционная решетка – спектральный прибор, состоящий из большого числа регулярно расположенных штрихов (щелей, канавок, выступов), нанесенных на прозрачную или металлическую поверхность. Дифракционные решетки используются для разложения света в спектр и измерения длин волн.



Сумма ширины прозрачной части  и непрозрачной называется периодом решетки  (Рис. 8). Стеклянные решетки могут иметь 1200 щелей (штрихов) на 1 мм ( = 0,8 мкм); металлические отражательные – до 2000 штр./мм. Длина решеток достигает 200 мм.

Как следует из выражения (2.1) , перемещение щели параллельно самой себе не изменяет дифракционную картину, т. е. если параллельно одной щели поместить другие, то создаваемые каждой щелью картины будут одинаковыми. Это означает, что результирующая дифракционная картина от  щелей получается путем сложения картин от каждой щели с учетом взаимной интерференции, т. е. результирующее колебание в точке  представляет суперпозицию колебаний с одинаковыми амплитудами , но сдвинутыми по фазе на одну и ту же величину:

,

где  – оптическая разность хода двух вторичных волн, исходящими от соседних щелей,  – угол дифракции.

Основанный на этом факте расчет дает следующее выражение для распределения интенсивности на экране Э при нормальном падении плоской световой волны на дифракционную решетку:

.

Первый множитель  обращается в 0 при

,                                                   (2.2)

где b – ширина щели,  . Это значит, что во всех направлениях , удовлетворяющих условию (2.2), свет не идет ни от одной щели, поэтому выражение (2.2) определяет угловые положения главных минимумов.

Второй множитель принимает значения  в точках, удовлетворяющих условию

d sinφ=mλ,                                            (2.3)

где  – порядок спектра. Уравнение (2.3) называется уравнением дифракционной решетки и определяет положение всех главных максимумов за исключением случаев, когда отношение ширины щели b к периоду d дифракционной решетки  равно отношению целых чисел.

Наибольший порядок максимума ; число главных максимумов равно .

Между соседними главными максимумами имеется  добавочных минимумов – они возникают в направлениях, в которых колебания от отдельных щелей гасят друг друга:

,  где  ,   .     (2.4)

Между добавочными минимумами возникают слабые вторичные максимумы, число которых равно . Из выражений (2.2) и (2.3) следует, что при отдельных значениях m главные максимумы могут и не возникать. Это наблюдается, когда отношение ширины щели b к периоду d дифракционной решетки  равно отношению целых чисел. Например, если  (d = 2b), то происходит наложение минимума первого порядка на максимум второго порядка, в результате чего последний пропадает. При этом все четные главные  максимумы также наблюдаться не будут (Рис. 9).



При падении плоской световой волны на дифракционную решетку под углом  к нормали угловые положения главных дифракционных максимумов определяются условием:

,

где ;  – угол между нормалью к решетке и направлением распространения волн, образующих m-й максимум; при этом должно выполняться условие, что оба угла  и  отсчитываются от нормали к решетке в одном направлении.

2.5. Параметры решетки как спектрального прибора

Зависимость положения максимума и минимума от длины волны  позволяет использовать дифракционную решетку для спектрального анализа.

Основными характеристиками спектральных приборов являются:

1) угловая дисперсия D, определяемая как

,

где  – угловое расстояние между двумя соседними главными максимумами одного порядка для длин волн  и .

Значение D можно найти, продифференцировав выражение (2.3):

.

Следовательно,

;

2) разрешающая способность R, равная

,

где  – минимальная разность между длинами волн двух спектральных линий, при которой эти линии воспринимаются еще раздельно.



Эта минимальная разность определяется с помощью критерия Рэлея, согласно которому две спектральные линии с равными интенсивностями  и одинаковой симметрией контура разрешимы, если максимум одной линии совпадает с минимумом другой (). При выполнении этого условия интенсивность  в промежутке между максимумами составляет 80 % от  (Рис. 10).

Выразим разрешающую способность  через порядок спектра  и число штрихов решетки :

,

Отсюда .

Тогда разрешающая способность R дифракционной решетки равна

.

2.6. Дифракция на пространственных структурах

Дифракция на пространственных структурах – важный случай дифракции, позволяющий исследовать периодические структуры, например кристаллы. Всякий монокристалл состоит из упорядоченно расположенных частиц (атомов, ионов, молекул), образующих трехмерную дифракционную решетку. Расстояние между узлами кристаллической решетки  м, поэтому при прохождении видимого света с ~ м дифракция  не наблюдается ( по порядку не должна превышать ). Зато для рентгеновских волн монокристалл является идеальной естественной дифракционной решеткой.



Простой метод расчета дифракционной картины основан на рассмотрении дифракции рентгеновских волн как результата их отражения от системы параллельных кристаллографических плоскостей (плоскостей, в которых лежат узлы кристаллической решетки). Это отражение осуществляется лишь при таких углах падения волн на кристалл, которые соответствуют интерференционным максимумам для волн, отраженных от разных плоскостей (Рис.11). Поскольку показатель преломления всех веществ для рентгеновского излучения близок к единице (), то оптическая разность хода двух волн, отразившихся зеркально от соседних кристаллографических плоскостей равна (см. Рис. 11)

,

где d – межплоскостное расстояние,  – угол скольжения (дополнение угла падения до π/2) рентгеновских волн.

Направления, в которых возникают дифракционные максимумы, должны удовлетворять условию (формула Вульфа-Брэгга):

,

где  .

Таким образом, с помощью дифракционной картины можно исследовать спектральный состав рентгеновского излучения (рентгеноспектроскопия) и изучать структуру кристаллов (рентгеноструктурный анализ).

### Примеры решения задач

**Пример 1.**

По тонкому проводящему кольцу радиусом *R*= 0,1 м течет ток *I* = 2 А. Определить модуль вектора индукции магнитного поля этого тока в центре кольца и в точке *С*, расположенной на оси кольца на расстоянии  *а*= 0,1 м  от его центра.



**Решение.** Воспользуемся законом Био-Савара-Лапласа:

              (4.1)

Векторы индукции магнитного поля  и  в точке *С* от двух равных по величине элементов  и  кругового тока *I*, расположенных на концах одного и того же диаметра кольца, не совпадают по направлению (Рис. 4.1), однако, равны по абсолютной величине

,                                (4.2)

где учтено, что ,  а  .

Тогда модуль вектора индукции *dB* магнитного поля, создаваемого элементами  и  кругового тока *I*  в точке *C* равен

.(4.3)

Для нахождения модуля вектора индукции *BC* магнитного поля, создаваемого в точке  *C* всем круговым током *I*  необходимо проинтегрировать выражение (4.3) по переменной *ℓ*  от   0  до   π*R*:

.              (4.4)

Для центра кольца  *а* = 0  и формула (4.4) будет иметь вид

.                                                    (4.5)

Проведем вычисления  по формулам (4.4)и (4.5):

 (Тл),

 (Тл).

**Пример 2.**

Тонкая медная полоса шириной *a* изгибается и образует цилиндрическую поверхность, радиус которой  *R*. Определить модуль вектора индукции магнитного поля в центре одного из оснований.

**Решение.** На расстоянии   от верхнего основания цилиндра на боковой поверхности выделим узкую полоску шириной  (Рис. 4.2). Величина тока, проходящего по этой полоске , а индукция магнитного поля, создаваемая этим током в точке *О*, равна (см. решение задачи 1):



.          (4.6)

Для нахождения модуля вектора индукции *B*  магнитного поля, создаваемого в точке *О* током *I*, протекающим по всей медной полосе, необходимо проинтегрировать выражение (4.6) по переменной  *x*от   0  до   *a*:

.

Аналогичным образом можно найти модуль вектора индукции магнитного поля в точке, расположенной на оси цилиндра. Для этого необходимо изменить лишь пределы интегрирования.

**Пример 3.**

Длинный диэлектрический цилиндр радиусом *R* статически поляризован так, что во всех точках поляризованность, где ** - положительная постоянная, *r* - расстояние от оси. Цилиндр привели во вращение вокруг его оси с угловой скоростью *ω*. Найти модуль вектора индукции   магнитного поля в центре цилиндра.

**Решение.** По теореме Гаусса для поля вектора поляризованности в дифференциальной форме объемная плотность связанного заряда  в каждой точке диэлектрического цилиндра равна

.

Т.к. в каждой точке диэлектрического цилиндра поляризованность направлена перпендикулярно его оси, а ее величина зависит только от расстояния  *r* до этой оси, то

,

тогда                                                                  .



Выделим в цилиндре элемент в виде тонкого кольца радиусом , толщиной** и высотой ,  объем которого равен   (Рис. 4.3).

В данном тонком кольце сосредоточен заряд

.

Вращаясь с угловой скоростью , этот заряд создает ток силой

,

модуль вектора плотности *j* которого в точке, где расположена площадка , равен

.                                         (4.7)

Для нахождения модуля вектора индукции *B* в центре цилиндра воспользуемся теоремой о циркуляции вектора :

,                                       (4.8)

где *L* – направленный контур *abcd* длиной *R* и шириной *ℓ* (см. рис. 4.3), *S*– площадь поверхности, ограниченной контуром *L*. С учетом направлений векторов  и 

.                                             (4.9)

Найдем интеграл в правой части равенства (4.8), принимая во внимание выражение (4.7),  и направления векторов  и :

.   (4.10)

Выражения (4.9) и (4.10) подставим в уравнение (4.8):

,

откуда модуль вектора индукции *B* магнитного поля в центре цилиндра равен

.



**Пример 4.**

Определить модуль силы, действующей на прямой проводник *AС*,  со  стороны  магнитного  поля  бесконечно  длинного  тока  *I*1 = 10 А (Рис. 4.4).Проводник лежит в плоскости тока *I*1 и перпендикулярен к нему. Расстояние *r*2 = 5*r*1. По проводнику*AС*течет ток  *I*2 = 5 А.

**Решение.** Проводник *АС* находится в неоднородном магнитном поле бесконечного прямолинейного тока *I*1. Выделим в проводнике *АС* элемент , находящийся на расстояние *r* от бесконечного проводника. На этот элемент со стороны магнитного поля будет действовать сила Ампера

,                                            (4.11)

где *I*2 - сила тока в проводнике *АС*;   – вектор индукции магнитного поля, создаваемого бесконечно длинным проводником с током *I*1 в месте расположения элемента.

Модуль вектора индукции магнитного поля бесконечно длинного проводника с током *I*1 на расстоянии *r*от него равен

,                                                  (4.12)

а его направление перпендикулярно элементу  (см. рис. 4.4).

Тогда         согласно (4.11) модуль силы  *dF*, действующей на элемент  с током *I*2 со стороны магнитного поля тока *I*1 равен

,                            (4.13)

где учтено выражение (4.12) и равенство  *dℓ* = *dr*.

Интегрируя правую часть выражения (4.13) по переменной *r* от  *r*1  до  *r*2 находим модуль силы, действующей на прямой проводник *AС*, со стороны магнитного поля бесконечно длинного тока *I*1:

.

Проведем  вычисления:

 (Н).

**Пример 5.**

Электрон движется по винтовой линии с радиусом *R* и шагом *h* в однородном магнитном поле индукцией *B*. Определить модуль скорости электрона.



**Решение.** Разложим вектор скорости  электрона на две составляющие (Рис. 4.5): , направленную перпендикулярно линиям магнитной индукции, и  , направленную вдоль этих линий:

.

Тогда модуль скорости  можно выразить через модули составляющих  и :

                          (4.14)

По второму закону Ньютона

,                        (4.15)

где *m* – масса электрона,  – ускорение, сообщаемое ему силой Лоренца ,  *е* – заряд электрона,  – вектор магнитной индукции. Модуль силы Лоренца равен

,                                      (4.16)

где учтено, что , *α* – угол между векторами  и  (см. рис. 4.5).

Т.к. сила Лоренца  всегда перпендикулярна вектору скорости  частицы, то она сообщает ей нормальное ускорение:

,                                                 (4.17)

где *R* – радиус винтовой линии.

С учетом (4.16) и (4.17) уравнение (4.15) можно записать в скалярном виде:

,

откуда                                 .                                                (4.18)

Период *Т* обращения электрона равен

.

Модуль составляющей скорости , направленной вдоль силовых линий магнитного поля, можно выразить через шаг *h* винтовой линии и период *Т* обращения:

.                                               (4.19)

Подставляя выражения (4.18) и (4.19) в уравнение (4.14), находим модуль скорости движения электрона:

.

**Пример 6**.

По тонкому стержню длиной  *ℓ*  равномерно распределен заряд *q*. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью *ω* относительно оси, перпендикулярной к стержню и проходящей через его середину. Определить:  1) магнитный момент, обусловленный вращением заряженного стержня; 2) отношение магнитного момента к моменту импульса , если масса стержня равна *m*.



**Решение.**1) На расстоянии  от оси вращения *ОО'* выделим элемент стержня длиной  (Рис. 4.6). Этот элемент обладает зарядом . Вращающийся с угловой скоростью *ω* заряд  *dq* эквивалентен круговому току силой  *dI*, равной

.                                          (4.20)

Магнитный момент *dpm* кругового тока *dI*, радиусом *x* равен

,                    (4.21)

где  – площадь, ограниченная током *dI*.

Так как направления магнитных моментов всех элементов стержня совпадают, то полный магнитный момент *pm*, обусловленный вращением всего заряженного стержня, найдем интегрированием выражения (4.21) по переменной  *x* от  –*ℓ*/2   до   *ℓ*/2:

**.                          (4.22)

2) Модуль момента импульса *L* стержня относительно оси вращения *ОО'* равен

,

где  – момент инерции стержня относительно оси *ОО'*,  *ω* – угловая скорость его вращения. Тогда

.                                                 (4.23)

С учетом выражений (4.22) и (4.23) отношение магнитного момента вращающегося стержня к его моменту импульса  равно

.

**Пример 7.**

Прямоугольный треугольник лежит в плоскости *xOy*. Модуль индукции магнитного поля, перпендикулярного этой плоскости, изменяется по закону , где  Тл·м–1. Найти поток вектора  через этот треугольник, если  *а* = 8 см,  *b* = 10 см,  *c* = 10 см  (Рис. 4.7).



**Решение.** Выделим в треугольнике элементарную площадку *dS* высотой *h*, шириной *dx*, находящуюся на расстоянии *x* от начала координат. Магнитный поток *d*Φ, пронизывающий эту площадку, равен                                    .

Так как в выделенной области модуль индукции магнитного поля  , а площадь , то

.                                                (4.24)

Высоту *h*выразим через переменную *x*, воспользовавшись соотношением подобия:

,     откуда     .

Тогда выражение (4.24) примет вид

.

Проинтегрировав это выражение по переменной   *x* в  пределах  от  *а*  до   *а*+*b*, найдем магнитный поток Φ, пронизывающий весь треугольник:

.

Проведем  вычисления:             (Вб).

**Пример 8.**

Катушка, содержащая 200 витков, сечением 50 см2 равномерно вращается в однородном магнитном поле индукцией 0,5 Тл с частотой 20 Гц. В начальный момент времени ось катушки параллельна силовым линиям поля. Найти зависимость ЭДС как функцию времени и мгновенное значение ЭДС, соответствующее повороту катушки на угол 300.

Решение. Мгновенное значение ЭДС индукции  определяется из закона Фарадея:

,                                                  (4.25)

где Ψ - полный магнитный поток (потокосцепление), равный

,                                              (4.26)

где *N* - число витков, *B* - модуль вектора индукции магнитного поля,  *S* – площадь сечения витков,  *φ* – угол между нормалью к площади витков и вектором индукции .

При равномерном вращении катушки в магнитном поле угол *φ* зависит от времени *t* по закону:

,

где учтено, что угловая скорость  катушки связана с частотой  ее вращения как , а согласно начальным условиям .  Тогда, принимая во внимание (4.26), зависимость от времени *t* полного магнитного потока Ψ имеет вид

.

Продифференцировав это выражение по t, согласно (4.25) получим зависимость ЭДС как функцию времени:

.

Величина (модуль) мгновенного значения ЭДС индукции, соответствующего повороту катушки на угол 300, равна

 (В).

 Пример 9.

Металлический стержень длиной *ℓ* = 50 см движется поступательно параллельно прямолинейному проводнику с током *I* = 10 А со скоростью  = 20 см/с (Рис. 4.8). Ближайший конец стержня находится на расстоянии *а* = 0,25 м от проводника. Вычислить ЭДС индукции, наведенную в стержне.

Решение. Выделим в стержне элемент длиной , находящийся на расстоянии  от проводника. Модуль вектора магнитной индукции поля, создаваемого бесконечным прямым током *I* на расстоянии  от него равен



.                                                   (4.27)

При движении стержня со скоростью  в элементе стержня  будет возбуждаться электродвижущая сила индукции  *dεi*:

.                                       (4.28)

Проинтегрировав (4.28) по переменной  *x* в  пределах  от  *а*  до  *а*+*ℓ*,   найдем ЭДС индукции, возбуждаемую в стержне:

.

Проведем  вычисления:

 (В).

Пример 10.

 Какую площадь сечения должен иметь длинный соленоид с железным сердечником, чтобы при токе силой *I* = 0,2 А энергия магнитного поля в нем была *W* = 0,3 Дж. Длина соленоида *ℓ* = 50 см, его обмотка имеет *N*= 4000 витков.

Решение. Индуктивность *L* длинного соленоида

,

|  |
| --- |
| *Чугун* |

|  |
| --- |
| *Железо* |

|  |
| --- |
| *Сталь* |



где  – магнитная проницаемость железа, *N* – число витков обмотки соленоида, *S* и *ℓ* – его площадь сечения и длина соответственно. Тогда площадь сечения *S* соленоида

.      (4.28)

Индуктивность *L* найдем из формулы энергии магнитного поля тока соленоида   :

.      (4.29)

Так как магнитная проницаемость  ферромагнетиков, к которым относится железо, не является постоянной величиной, а зависит от величины напряженности *H* магнитного поля, то ее значения найдем из следующего соотношения:

,                                                  (4.30)

где *B*1 и*H*1 – значения магнитной индукции и напряженности соответственно магнитного поля в железе, являющиеся координатами какой-либо точки на основной кривой намагничивания *B*(*H*) для железа (рис. 4.9).

Подставив выражения (4.29) и (4.30) в формулу (4.28), получим:

.                                     (4.31)

Из теоремы о циркуляции вектора  следует, что величина напряженности *H* магнитного поля внутри длинного соленоида определяется силой тока *I* в его обмотке:

,

то при силе тока *I*1 = 0,2 А величина напряженности *H*1 магнитного поля равна

 (А/м).

По графику основной кривой намагничивания *B*(*H*) для железа (см. рис. 4.9) по известному значению*H*1 находим соответствующее ему значение индукции *B*1:

*B*1 = 1,42 Тл.

Подставляя найденные значения *H*1 и *B*1, а также данные задачи в выражение (4.31), вычислим площадь сечения катушки

 (м2).

Пример 11. Плоский квадратный контур со стороной *a* = 10 см, по которому течет ток *I* = 100 A, свободно установился в однородном магнитном поле индукцией *B* = 1 Тл. Определить минимальную работу *A*, совершаемую внешними силами при повороте контура относительно оси, проходящей через середины его противоположных сторон, на угол: 1) ; 2) . При повороте контура сила тока в нем поддерживается неизменной.



Решение. Как известно, на контур с током в магнитном поле действует вращающий момент сил Ампера  (Рис. 4.10), модуль которого равен

,       (4.32)

где  - модуль вектора магнитного момента контура с током *I*, который ограничивает площадь ;   - модуль вектора магнитной индукции;  - угол между векторами   (направлен по нормали к контуру) и .

По условию задачи в начальном положении контур свободно установился в магнитном поле, т.е. векторы  и  сонаправлены, значит, . При этом вращающий момент амперовых сил (4.32) равен нулю *M*0 = 0. Если внешние силы выведут контур из положения равновесия, то возникший момент сил  будет стремиться возвратить контур в исходное положение. Этот момент сил должен быть скомпенсирован моментом внешних сил , работу которых надо найти. Поскольку искомая работа минимальна, то . Тогда с учетом (4.32) модуль момента внешних сил равен

.                                            (4.33)

Так как момент сил переменный (зависит от угла поворота ), то для вычисления работы применим формулу работы в дифференциальной форме . Учитывая формулу (4.33), получаем

.

Проинтегрировав это выражение по переменной  *φ*  в пределах от *φнач*  до  *φкон*, найдем минимальную работу, совершаемую внешними силами при повороте на конечный угол Δ*φ* = *φкон* – *φнач*:

.     (4.34)

Работа *Авнш*1, совершаемая внешними силами при повороте на угол  от 0  до :

.    (4.35)

Проведем  вычисления:

 (Дж).

При вычислении работы *Авнш*2, совершаемой внешними силами при повороте на угол  от 0  до  ,  учтем, что угол  мал, и заменим в выражении (4.34) , где [] = рад:

.                                   (4.36)

Выразим угол   в радианах:            и вычислим *Авнш*2:

 (Дж).

Эту задачу можно решить и другими способами:

1. Работа *Авнш* внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле совершается против работы сил Ампера и поэтому равна произведению силы тока *I* в контуре на убыль магнитного потока   (–ΔΦ) через поверхность, ограниченную этим контуром:

,

где  - магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром до его перемещения;  - после перемещения.

При вычислении работы *Авнш*1, совершаемой внешними силами при повороте на угол  от   *φнач* = 0  до    значения магнитных потоков:

  и  .

Следовательно,

,

что совпадает с (4.35).

При вычислении работы *Авнш*2, совершаемой внешними силами при повороте на угол  от 0  до малого угла  рад будем иметь:

,

 что совпадает с (4.36).

2. Работа *Авнш* внешних сил по перемещению контура с током в магнитном поле равна приращению механической потенциальной энергии  этого контура:

,

где  – механическая потенциальная энергия контура с током *I* в магнитном поле индукцией ;  – вектор магнитного момента плоского контура с током *I*, который ограничивает площадь *S*;   – единичный вектор нормали к контуру, направление которого связано с направлением тока в контуре правилом правого винта; *φ* – угол между векторами  и .  Учитывая, что *S* = *a*2, получаем:

,

что совпадает с (4.34).

Пример 12.

Квадратная проволочная рамка со стороной  *a* = 5 см и сопротивлением *R* = 10 мОм находится в однородном магнитном поле индукцией *B* = 40 мТл. Нормаль к плоскости рамки составляет угол *φ* = 300 с линиями магнитной индукции. Определить заряд *q*, который пройдет по рамке при выключении магнитного поля.

Решение. При выключении магнитного поля произойдет изменение магнитного потока Φ через поверхность, ограниченную проволочной рамкой. Вследствие этого в рамке возникает ЭДС индукции *εi*, определяемая основным законом электромагнитной индукции:

.                                                 (4.37)

Возникшая ЭДС индукции вызовет в рамке индукционный ток, мгновенное значение  *Ii* которого по закону Ома для замкнутой цепи равно

,                                                    (4.38)

где  - сопротивление рамки.

С другой стороны, согласно определению силы тока:

.                                                    (4.39)

Из уравнений (4.38) и (4.39) выразим *εi*:



и подставим найденное выражение в закон (4.37):

,

откуда                                                          .

Проинтегрировав это выражение

,

получим

,                                             (4.40)

где  - магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром до выключения магнитного поля;  - после выключения.

Магнитный поток Φ через плоскую поверхность площадью *S*, находящуюся в однородном магнитном поле индукцией *B*, равен:

,

где  *φ* – угол между положительной нормалью к поверхности и вектором магнитной индукции .  Учитывая, что *S* = *a*2, получаем:

.

В начальном состоянии *φнач*= *φ* и, учитывая, что *S* = *a*2, получаем:

.                                             (4.41)

В конечном состоянии после выключения магнитного поля*В* = 0, тогда

.                                                   (4.42)

Подставляя (4.41) и (4.42) в (4.40), найдем заряд *q*, который пройдет по рамке:

.

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу заряда (Кл):

.

Проведем вычисления:

 (Кл).

**Пример 13**.

На тонкую пленку с показателем преломления  падает под углом  параллельный пучок белого света. При какой толщине пленки отраженный свет будет наиболее сильно окрашен в цвет, соответствующий длине волны ? Считать, что световой вектор перпендикулярен к плоскости падения.



**Решение.** Оптическая разность хода интерферирующих волн, отраженных от верхней и нижней граней пленки (рис. 4.19),

,

где

 ;   .

При выводе формулы для  учтено, что . Следовательно,



Поскольку при отражении от верхней грани пленки фаза отраженной волны меняется на , то, полагая в формуле интерференционного максимума , получаем

,   

Таким образом, для того чтобы отраженный свет был наиболее сильно окрашен в цвет, соответствующий длине волны , толщина пленки должна удовлетворять условию

.

**Пример 14**.

Найти угловое распределение интенсивности света при дифракции Фраунгофера на бесконечно длинной щели шириной *b*.

**Решение.** Поместим за щелью собирательную линзу, а в фокальной плоскости линзы — экран *Э*. Для описания дифракции Фраунгофера используется плоская волна. Будем считать, что волновая поверхность падающей волны, плоскость щели и экран параллельны друг другу (рис. 4.20).

Разобьем открытую часть волновой поверхности на полоски шириной *dx*, параллельные краям щели. Тогда в соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля интенсивность света в точке *M*  однородной среды , где

.



Здесь *L* — оптическая длина всех таутохронных путей MQ;  (Рис. 4.20);

 ;  — длина волны в вакууме; *n* —абсолютный  показатель преломления среды; *l*— длина щели .

Поскольку рассматривается плоская волна, то амплитудный множитель  зависит только от угла . Если ограничиться рассмотрением небольших углов , для которых , то, полагая  , получаем

,

Где .

Элементарное интегрирование дает

.

Тогда





Учитывая, что интенсивность света  , и вводя новую константу , включающую коэффициент пропорциональности, можем записать

,

где .

Для выяснения физического смысла множителя  устремим  к нулю. Так как  , то, обозначая интенсивность света в центре дифракционной картины через , заключаем, что.

Таким образом, угловое распределение интенсивности света на экране наблюдения задается формулой

.

**Вариант 6**



**206.** Ток *I*1 течет по бесконечно длинному линейному проводнику, направленному против оси *Оy*, а *I*2 равномерно распределен по бесконечной проводящей ленте шириной (*b  a*)  (рис. 4.15). Найти величину индукции магнитного поля как функцию координаты *х* на интервале [0, *a*].



**216217.**  По тонкому проводнику, имеющему конфигурацию, указанную на рис. 4.20 (*а* для задачи **216**; *б* для задачи **217**), течет постоянный ток *I*. Найти вектор индукции магнитного поля в точке *О*.

**226.** Однозарядные ионы с массовыми числами *M*1 и *M*2 (*M*1>*M*2)движутся в однородном магнитном поле по круговым траекториям одинакового радиуса. Найти отношение их импульсов *p*1/*p*2.

**236.** Квадратная рамка с током *I* = 0,9 А расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом с током *I*1 = 5 А. Сторона рамки *a* = 8 см. Ближайшая сторона рамки отстоит от провода на *b* = 4 см. Определить работу, которую нужно совершить внешними силами для поворота рамки вокруг дальней стороны на угол *φ* = 1800.

246. Круговой проводящий виток радиусом 10 см и сопротивлением 1 мОм находится в однородном магнитном поле индукцией 0,2 Тл. Плоскость витка составляет угол 300 с линиями индукции поля. Какой заряд протечет по витку при выключении магнитного поля, и когда виток расположится перпендикулярно полю?



256. Прямой провод с током *I* и П-образный проводник расположены в одной плоскости (рис. 4.22). Перемычка длиной*а* скользит без трения по направляющим с постоянной скоростью *υ*. Найти ЭДС индукции, которая возникает в образовавшемся контуре, как функцию расстояния  *x* между прямым проводом и перемычкой.

**266.** Для наблюдения колец Ньютона используется нормально падающий свет с длиной волны 650 нм. Радиус кривизны линзы *R* =10 мм. Определить толщину воздушного промежутка в том месте, где наблюдается четвертое светлое кольцо в отраженном свете.

**276.** На дифракционную решетку, содержащую 100 штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимумы второго порядка, угловое расстояние между которыми 160. Найти длину волны падающего света. Как изменится угловое расстояние, если перейти на третий порядок?

**Вариант 7**



**207.** Ток *I*1 течет по бесконечно длинному линейному проводнику, направленному по оси *Оy*, а *I*2 равномерно распределен по бесконечной проводящей ленте шириной  (*ba*)  (рис. 4.16).  Найти  величину индукции магнитного поля как функцию координаты *х* на интервале [0*, a*].



**216217.** По тонкому проводнику, имеющему конфигурацию, указанную на рис. 4.20 (*а* для задачи **216**; *б* для задачи **217**), течет постоянный ток *I*. Найти вектор индукции магнитного поля в точке *О*.

**227.** Два однозарядных иона с массовыми числами *M*1 и *M*2 (*M*1>*M*2) движутся в однородном магнитном поле по круговым траекториям. Найти отношение их периодов вращения *T*1/*T*2.

**237.** В однородном магнитном поле индукцией В = 0,01 Тл находится прямой провод длиной *ℓ* = 8 см, расположенный под углом 300к силовым линиям. По проводу течет постоянный ток силой *I* = 2 А. Под действием сил поля провод переместился на расстояние *a* = 5 см. Найти совершенную силами поля работу.

247.Прямой проводник длиной 20 см с током *I*1 = 2 A находится в магнитном поле прямого бесконечного тока *I*2. Проводник перпендикулярен прямому току *I*2 и лежит с ним в одной плоскости. Расстояние от тока *I*2 до ближайшего конца проводника равно 4 см. Найти силу тока *I*2, если со стороны его магнитного поля на проводник действует сила 2·10–5 Н.

257. Круговой контур радиусом 5 см, имеющий сопротивление 0,05 Ом, находится в однородном магнитном поле индукцией 50 мТл. Плоскость контура составляет угол 300 с силовыми линиями поля. Какой заряд протечет по контуру, если магнитная индукция поля уменьшится вдвое?

**267.** На тонкую пленку ( *n* = 1,33) падает белый свет под углом падения 520 . При какой минимальной толщине пленки отраженный свет будет окрашен в желтый цвет (⅄ = 600 нм)?

**277.** На дифракционную решетку, имеющую 600 штрихов на 1 мм, падает белый свет, содержащий волны с длинами от 400 нм до 800 нм. Спектр проецируется линзой, помещенной вблизи решетки, на экран. Расстояние от линзы до экрана 1 м. Найти длину спектра второго порядка.

**Вариант 8**



**208.** Непроводящая цилиндрическая (боковая) поверхность радиусом *R* и высотой *H*, заряженная равномерно электричеством с внешней стороны, вращается с угловой скоростью *ω*  вокруг  своей  оси  симметрии. Величина  индукции  магнитного  поля  в геометрическом центре нижней части поверхности равна *В*. Определить величину поверхностной плотности заряда на цилиндрической поверхности.

**218220.** Найти вектор магнитной индукции в точке *О* поля, создаваемого бесконечно длинным проводником с постоянным током *I*, изогнутым так, как указано на (Рис. 4.21)      (*а* для задачи **218**; *б* для задачи **219**; *в* для задачи **220**).



**228.** Два однозарядных иона   и , пройдя одну и ту же ускоряющую разность потенциалов, влетели в однородное магнитное поле перпендикулярно силовым линиям. Ион  описал дугу окружности радиусом *R*1 = 2 см, а ион  *R*2 = 2,31 см. Определить массовое число иона .

**238.** По мягкому проводу, согнутому в форме квадрата со стороной *а* = 10 см, течет постоянный ток *I* = 10 А. Перпендикулярно плоскости квадрата возбуждено внешнее магнитное поле индукцией *В* = 0,1 Тл, по направлению совпадающее с магнитным моментом тока*I*. При этом провод деформировался и принял форму кольца. Какая работа была совершена силами поля при этом? Работой против упругих сил пренебречь.

248.Бесконечно длинный прямой провод с током 100 А находится в одной плоскости с квадратной рамкой со стороной 10 см. Ближайшая сторона рамки отстоит от провода на расстоянии 5 см. Найти величину заряда, протекающего в рамке, при выключении тока в проводе. Сопротивление рамки 0,05 Ом.

258. Прямой стержень длиной 40 см, на котором равномерно распределен заряд 2 мкКл, вращается относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Найти угловую скорость вращения стержня, если величина наведенного магнитного момента, обусловленного вращением стержня, равна 9 нА/м2. Определить массу стержня, если отношение модуля магнитного момента к модулю момента импульса стержня равно 10 (мкКл·м)/кг.

**268.** Между двумя тонкими прозрачными плоскопараллельными пластинами находится проволока толщиной 0,01 мм на расстоянии 10 см от точки их соприкосновения, образуя воздушный клин. На пластины падает нормально света с длиной волны 650 нм. Найти ширину интерференционных полос в отраженном свете.

**278.** На дифракционную решетку с периодом 4 мкм падает нормально свет с длиной волны 500 нм. Линза, помещенная вблизи решетки, проецирует дифракционную картинку на экран. Найти расстояние между линзой и экраном, если максимумы первого порядка расположены на расстоянии 12 см друг от друга.

**Вариант 9**

**209.** Непроводящая сфера радиусом *R*, заряженная равномерно электричеством с внешней стороны, вращается с угловой скоростью *ω*  вокруг своей оси симметрии. Величина индукции магнитного поля в ее центре равна *В*. Определить величину поверхностной плотности заряда на сфере.



**218220.** Найти вектор магнитной индукции в точке *О* поля, создаваемого бесконечно длинным проводником с постоянным током *I*, изогнутым так, как указано на (Рис. 4.21) (*а* для задачи **218**; *б* для задачи **219**; *в* для задачи **220**).

**229.** Электрон движется в однородном магнитном поле индукцией *В* = 0,04 Тл по окружности радиусом *R* = 0,8 см. Определить кинетическую энергию электрона.

**239.** По тонкому проводу, согнутому в виде квадрата со стороной *а* = 8 см, течет постоянный ток *I* = 2 А. Квадрат помещен в однородное магнитное поле индукцией *В* = 0,2Тл, перпендикулярное плоскости квадрата. Какая работа совершается внешними силами, приложенными к противоположным вершинам квадрата, при вытягивании его в линию?

249.Круговое кольцо радиусом 1 см находится на расстоянии 120 см от прямого длинного провода с током. Кольцо имеет сопротивление 0,02 Ом и расположено так, что магнитный поток через него максимален. Определить силу тока в прямом проводе, если при его выключении в круглом кольце прошел заряд 5 мкКл.

259. Вблизи прямого бесконечного тока в одной плоскости с ним находится квадратная рамка так, что стороны рамки параллельны току. Ближайшая сторона рамки отстоит от прямого тока на расстоянии, равном ее стороне 5 см. Сопротивление рамки 0,01 Ом. Найти силу прямого тока, если при его выключении по рамке прошел заряд 15 мкКл.

**269.** На стеклянный клин (n = 1,55) с углом 3,14 радиан падает нормально монохроматический свет с длиной волны ⅄ . Число интерференционных полос, наблюдаемых в отраженном свете на отрезке клина длиной 1 см, равно 15. Определить длину волны ⅄.

**279.** На дифракционную решетку нормально падает свет с длиной волны 600 нм. Линза проецирует дифракционную картинку на экран, удаленный от линзы на 1 м. Расстояние между максимумами первого порядка на экране составляет 20,2 см. Определить период решетки. Сколько главных максимумов дает дифракционная решетка.

**Вариант 10**

**210.** Непроводящий тонкий диск радиусом *R*, равномерно заряженный  с одной стороны с поверхностной плотностью заряда *σ*, вращается вокруг своей оси с угловой скоростью  *ω*. Найти величину индукции магнитного поля в центре диска.



**218220.** Найти вектор магнитной индукции в точке *О* поля, создаваемого бесконечно длинным проводником с постоянным током *I*, изогнутым так, как указано на рис. 4.21 (*а* для задачи **218**; *б* для задачи **219**; *в* для задачи **220**)

**230.** Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов *U* = 800 В и, влетев в однородное магнитное поле индукцией *В* = 47 мТл, стал двигаться по винтовой линии с шагом  *h* = 6 мм. Определить радиус винтовой лини.

**240.** На расстоянии *а* = 1 м от длинного прямого проводника с током *I* = 500 А свободно установилось кольцо радиусом *R* = 1 см с током *I*1 = 10 А. Какую работу нужно совершить внешним силам, чтобы повернуть кольцо вокруг диаметра на угол 1800? Поле тока *I*в пределах кольца считать однородным.

250. В однородном магнитном поле находится катушка, состоящая из 100 витков сечением 15 мм2. Ось катушки параллельна силовым линиям поля. При повороте катушки на 1800 вокруг диаметра по ней проходит заряд 5 мкКл. Найти величину индукцию магнитного поля, если сопротивление катушки 10 Ом.

260. Круговой контур радиусом 1 см находится на расстоянии 1,2 м от прямого бесконечного тока силой 50 А. Магнитный поток через контур максимален. Сопротивление контура 0,005 Ом. Найти заряд, который протекает в контуре, при уменьшении силы прямого тока до 10 А.

**270.** Плоская монохроматическая световая волна с ⅄ = 640 нм падает нормально на стеклянный клин (*n* = 1,6). На участке клина расстояние между двумя соседними темными интерференционными полосами в отраженном свете равно 0,5 мм. Найти угол между поверхностями клина.

**280.** Постоянная дифракционной решетки равна 4 мкм. На решетку нормально падает свет с длиной волны 680 нм. Сколько главных максимумов дает эта решетка? Каков максимальный угол отклонения лучей, соответствующих последнему максимуму?

# Самоконтроль знаний

### [Инструкция по тестированию](Тестирование/Selfcontrol/help.pdf)

### [Тест](Тестирование/Selfcontrol/Test2.exe)

# Медиаприложения

### [Электростатика](Animation/Elektrostatika-Dem.ppsx)

### [Законы индукции](Animation/DemoVideo/2_ZakonEMI.avi)

### [Правило Ленца](Animation/DemoVideo/3_PraviLenca.avi)

### [Токи Фуко](Animation/DemoVideo/4_TokFuko.avi)

### [Явление самоиндукции](Animation/DemoVideo/6_Samoindukc.avi)

### [Э.Д.С. самоиндукции](Animation/DemoVideo/7_EDS%20samoinduk.avi)

### [Энергия магнитного поля](Animation/DemoVideo/8_EnergMP.avi)

### [Использование явления самоиндукции](Animation/DemoVideo/9_IspolzovSamoind.avi)

### [Кристаллы](Animation/Kristally-Dem.ppsx)

### [Полупроводники](Animation/Poluprovodniki-Dem.ppsx)

### [Спектроскопия](Animation/Spectroskopia-Dem.ppsx)

### [Интерференция света](Animation/Interferencia/INTERFER.HTM)

### [Когерентность](Animation/Kogerent-Dem.ppsx)

### [Дифракция Френеля](Animation/Difrakcia%20Frenelia/InterDemo.exe)

### [Дифракция Фраунгофера](Animation/Difrakcia%20Fraungofera/Difraktsiya.exe)

### [Преломление света](Animation/Prelomlenie/fizika.exe)