

1. 看完 Boyd 《convex optimization》第四章，该章给出了一些凸优化问题的定义。
2. 看了一些分布式优化算法的论文：

- 《Distributed and Parallel Block-wise Multi-Task Learning》AAAI17(在投中)，主要工作是借助 ADMM 算法解决异步 MTL 问题。对于

$$\min_{x_i} \sum_{i=1}^N f_i(A_i x_i, y_i) + \gamma h(X) \text{ 形式的优化 MTL 优化问题，为了能够做到数据分}$$

离并能应用异步 ADMM 算法，该文将优化目标做分块处理，转化为优化下面问题：

$$\begin{aligned} \min_{\{x_i^j, w_i, z_i\}} \quad & \sum_{i=1}^N f_i(w_i, y_i) + \gamma h(Z) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^{r_i} A_i^j x_i^j = w_i, x_i = z_i, i = 1, \dots, N, \end{aligned}$$

再针对该问题应用 ADMM。文章的该部分思想值得借鉴。接下来提及 SCAD 和 MCP 就很突兀了。

- 《Asynchronous distributed ADMM for consensus optimization》ICML14，针对有限和的优化问题，利用 consensus optimization，提出了异步 ADMM 方法。主要的思想是每次 master 只接受少数数目的 workers 更新，并对 workers 的落后(delay)设置容忍度，以抑制 worker 传送的信息的延迟。

为了解决  $f(x) = \sum_{i=1}^N f_i(x)$  优化问题，可以将原问题转换成 consensus 形式：

$$\min_{x_1, \dots, x_N, z} \sum_{i=1}^N f_i(x_i) : x_i = z, i = 1, 2, \dots, N,$$

即可以应用 ADMM 算法：

$$x_i^{k+1} = \arg \min_x f_i(x) + \langle \lambda_i^k, x \rangle + \frac{\beta}{2} \|x - z^k\|^2, \quad (3)$$

$$z^{k+1} = \arg \min_z \sum_{i=1}^N -\langle \lambda_i^k, z \rangle + \frac{\beta}{2} \|x_i^{k+1} - z\|^2, \quad (4)$$

$$\lambda_i^{k+1} = \lambda_i^k + \beta(x_i^{k+1} - z^{k+1}). \quad (5)$$

传统的同步做法是各 workers 做完 (3) (5) 步, 把结果发给 master 做 (4) 步。

该文提出了一种异步算法, 主要做法有以下两方面:

(1)、master 只等待最近更新完的 S 个 workers 实现异步。

(2)、异步算法会遇到一个问题, 即 worker 延迟, 表示 worker 返回给 master 的信息太旧了, 为了解决该问题, 该文给 worker 的延迟设置了一个容忍度。

- 《Distributed Delayed Proximal Gradient Methods》NIPS workshop on opt

13, 针对  $f(x)+g(x)$  类型的优化问题, 利用 prox 变形分布式求解, 迭代如下:

$$\delta(t) = \text{Prox}_{\gamma_t}^{U(t)} [x_b(t) - \gamma_t U(t)^{-1} s(t)] - x_b(t) \quad \text{and} \quad x(t+1) = x(t) + \delta(t).$$

延迟方面做法和上文类似。

- 《REVISITING DISTRIBUTED SYNCHRONOUS SGD》ICLR17(在投中), 为了克服异步 SGD 的 delay 问题, 该文使用同步算法, 为了克服同步算法中个别的 workers 计算的慢拖累 master 计算, 做法是增加额外少数的 workers, 每次更新时 master 不再等待最慢的少数几个 workers。虽然该文的思想比较 naïve, 但是论文实验很是充分, 感觉结果很好。

看的这些论文给我的一个比较大的感觉是异步算法一个重点是解决 worker 信息延迟的问题。下周将继续看 ADMM 相关, MTL 相关, 分布式优化相关, 思考它们的联系。