

► 题目：结合Matlab环境的contour函数研究二元函数的等值线变化规律

- 描述：平面上任取4个点 $\mathbf{x}_1$ 、 $\mathbf{x}_2$ 、 $\mathbf{x}_3$ 、 $\mathbf{x}_4$ 。研究含有参数的二元函数

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^4 \theta_i e^{-\gamma \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|^2}$$

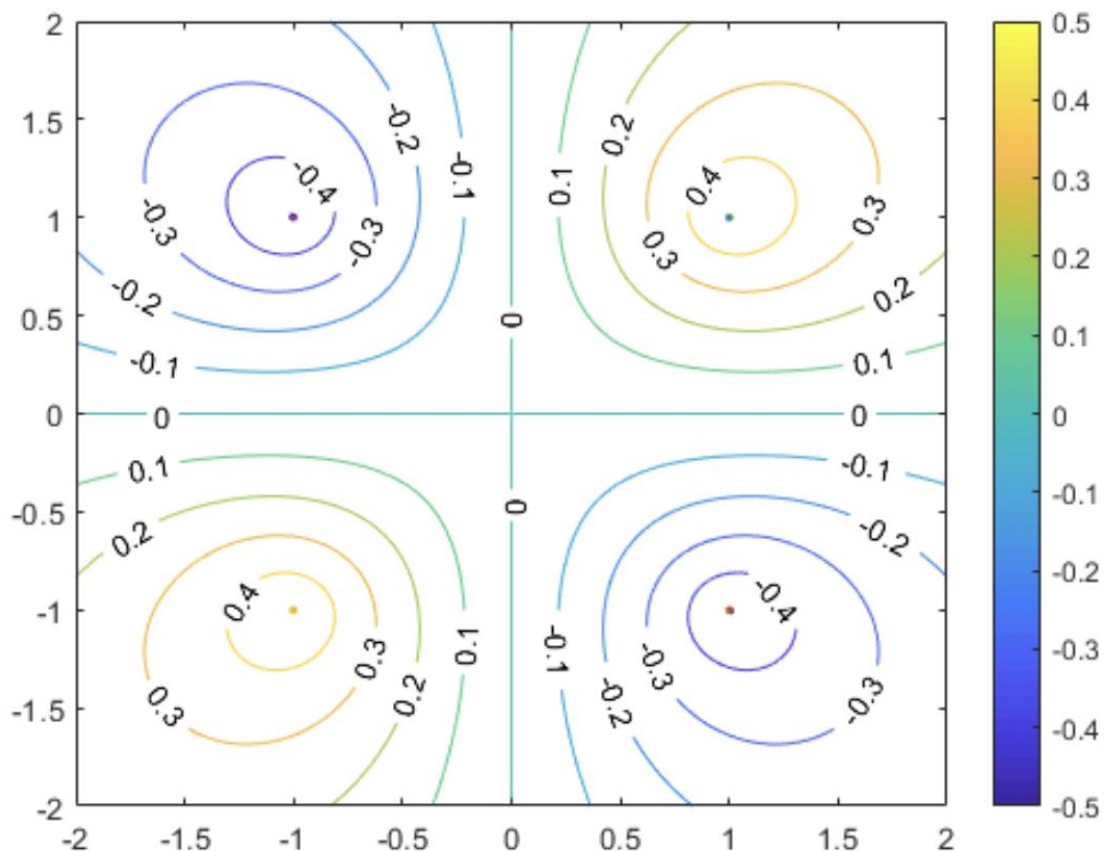
的等值的变化规律，其中参数 $\theta_i$ 为实数， $\gamma$ 为正实数。

- 提示：至少要考虑相邻两点对应的 $\theta_i$ 同号和异号的情况；各个参数变化等值线的变化规律；突出0等值线；最后总结出一一般规律；最后推广到多于4个点，甚至1000个点！

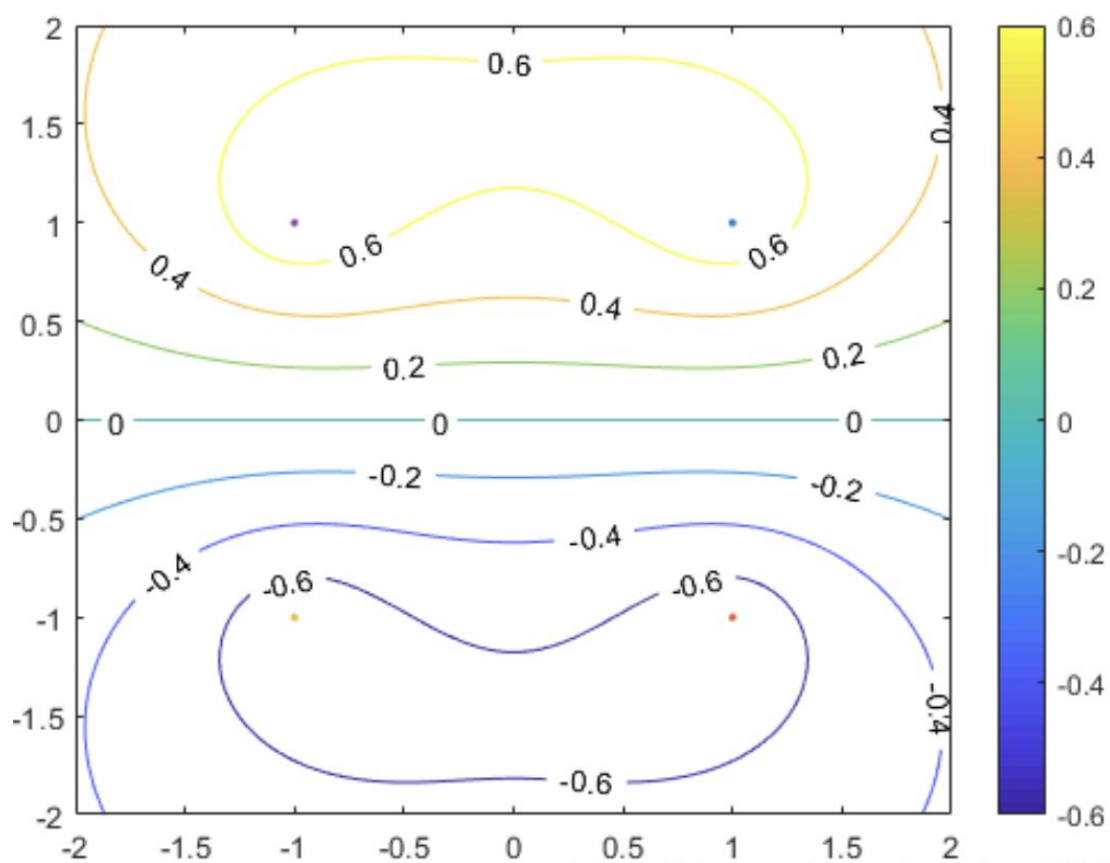
► 你能用这些发现做什么？给出具体分析、例证。

可以用来当作分类器，用于分类平面上的点集， $\theta$ 的符号正负即两类点集

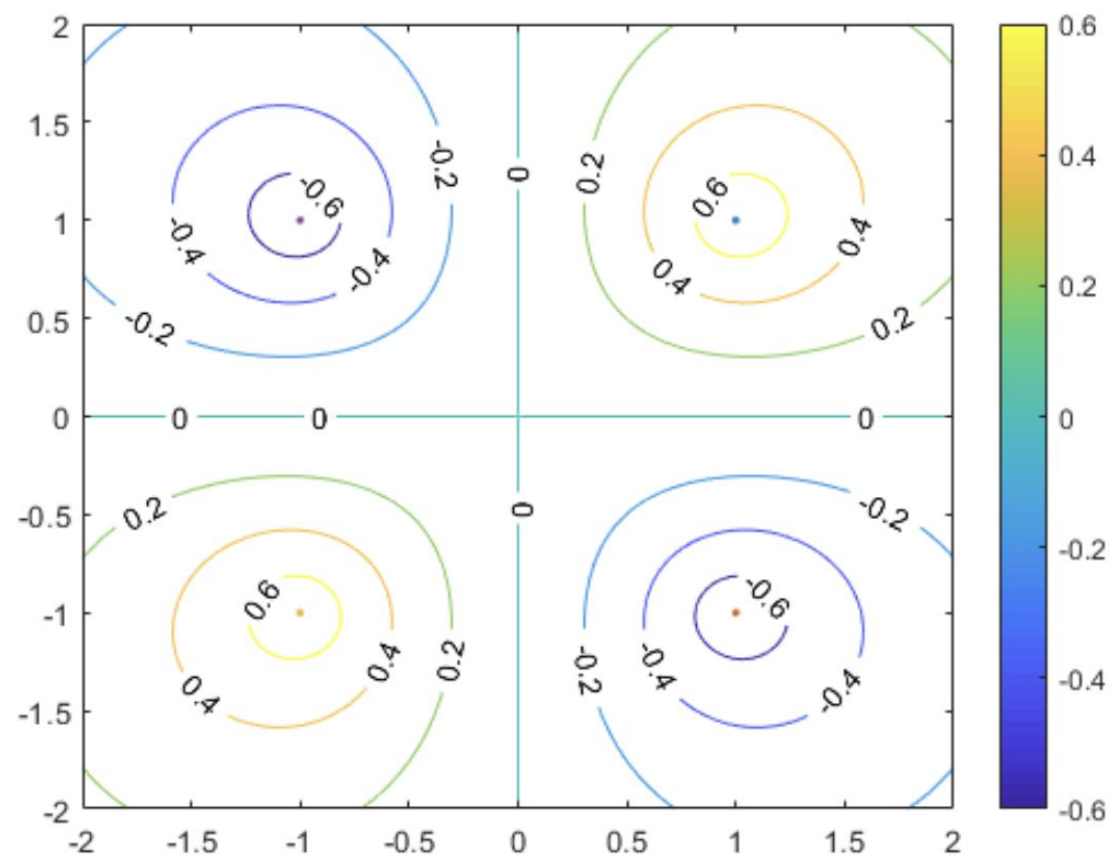
1) 相邻两点异号



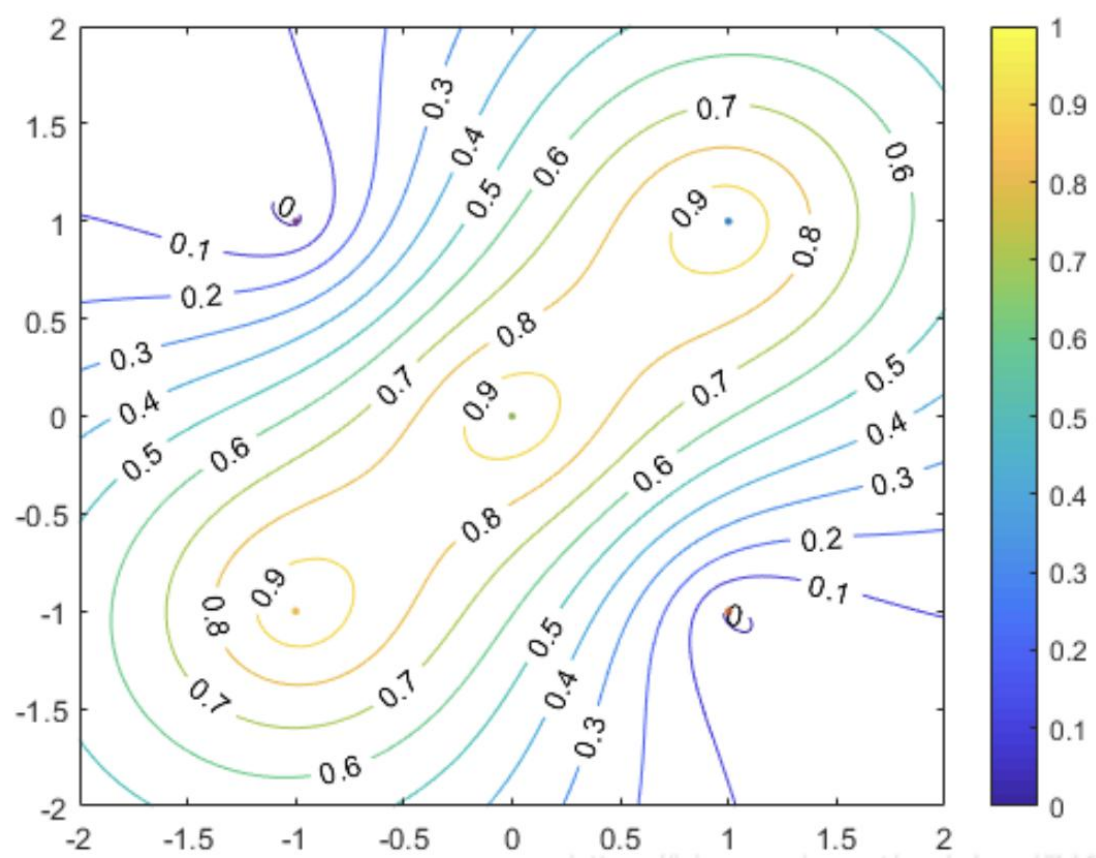
2) 相邻两点同号



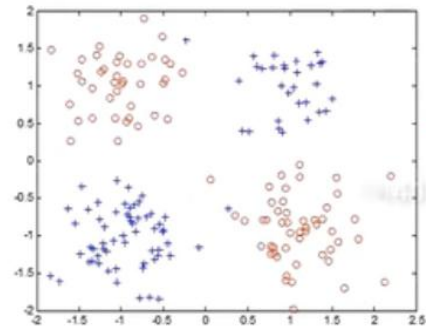
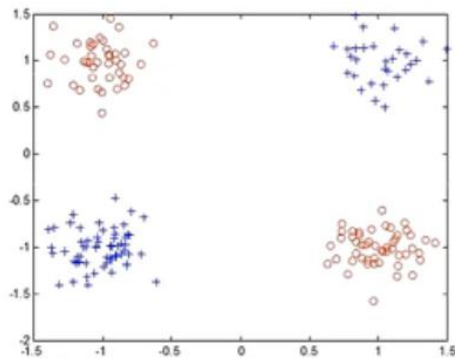
3) 改变  $\gamma$



#### 4) 推广到更多的点



分开如下不同颜色的数据！



代码：

```
clc
clear
n = 200;
dot_1 = rand(2,50);
dot_1 = [dot_1, rand(2,50)-ones(2,50)];
dot_2 = rand(2,50) + [zeros(1,50); -ones(1,50)];
dot_2 = [dot_2, rand(2,50) - [ones(1,50); -zeros(1,50)]];
hold on

scatter(dot_1(1,:),dot_1(2:,:), 'blue')
dot_1(3,:) = -ones(1,100);
scatter(dot_2(1,:),dot_2(2:,:), 'red')
dot_2(3,:) = ones(1,100);

dot_s = [dot_1, dot_2];
```

要求：1) 同学甲给同学乙出题：甲随机方法生成一个较大的低秩矩阵(怎么保证低秩?)，然后随机去掉里面大部分元素，提供给乙，乙用最小二乘法恢复，比较结果异同!(再甲乙角色互换)

2) 选择灰度图象(其实就是一个矩阵)，生成一些遮挡块。尝试恢复图象。和原图对比!

代码：

生成不完备矩阵代码：

```
clear,clc;
m = 10;
n = 12;
r = 2;
p = 50; % 剩余元素个数 <1/2
B = randi(10,m,r);
C = randi(10,r,n);
A = B * C
a = A(:);
I = randperm(length(a));
a(I(p+1:end)) = inf;
Abar = reshape(a,m,n)
```

恢复代码：

```
% A 为 mxn, B 为 mxr, C 为 rxn
r = 2; % 猜测 r
x0 = randi(10,m+n,r);
% 非线性最小二乘法
fun = @(x)fmatrix(x, m, n, Abar);
x = lsqnonlin(fun,x0);

AbarRecover = round( x(1:m,:) * x(m+1:n+m,:)')
Abar(Abar == Inf) = AbarRecover(Abar == Inf)

function y = fmatrix(x, m, n, Abar)
```

```

y = Abar - x(1:m,:) * x(m+1:n+m,:)' ;
y(y == inf) = 0;
end

```

输出:

原始:

A = 10×12

209	190	212	151	168	197	157	144	124	157	161	147
196	174	161	137	139	146	137	112	111	119	171	140
243	222	213	129	166	200	206	130	144	163	172	161
173	165	155	105	135	147	126	102	115	91	138	135
193	170	172	179	178	171	115	136	125	126	188	164
112	102	92	86	110	106	82	68	87	69	97	103
254	225	199	187	192	189	171	144	153	146	232	195
221	194	196	133	134	167	177	124	108	161	167	129
171	143	150	96	106	141	163	90	84	158	111	91
175	172	157	86	133	151	138	96	122	85	127	136

随机去值:

Abar = 10×12

Inf	Inf	212	151	Inf	Inf	157	144	Inf	Inf	161	Inf
196	Inf	161	Inf	Inf	146	137	112	111	Inf	171	Inf
Inf	222	Inf	129	Inf	200	Inf	Inf	Inf	163	Inf	Inf
173	165	155	Inf	Inf	Inf	Inf	102	115	Inf	138	135
Inf	Inf	172	179	178	171	Inf	136	125	Inf	Inf	164
Inf	Inf	92	Inf	Inf	Inf	82	Inf	87	69	Inf	103
Inf	Inf	Inf	Inf	192	Inf	171	144	Inf	Inf	Inf	Inf
Inf	Inf	196	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	161	Inf	Inf
Inf	Inf	150	Inf	Inf	141	Inf	90	84	158	111	Inf
Inf	Inf	Inf	Inf	133	Inf	Inf	96	122	Inf	127	Inf

拟合低秩矩阵:

AbarRecover = 10×12

206	231	212	151	154	196	157	144	104	205	161	161
196	185	161	179	151	146	137	112	111	153	171	152
172	222	176	129	139	200	133	143	103	163	170	132
173	165	155	112	146	140	104	102	115	90	138	135
201	214	172	179	178	171	137	136	125	144	202	164
134	107	92	127	108	80	82	63	87	69	120	103
258	240	194	225	192	211	171	144	172	157	238	183
231	204	196	173	160	177	155	119	137	161	167	166

165	156	150	128	95	141	127	90	84	158	111	112
207	170	179	138	133	152	136	96	122	138	127	144

还原:

Abar = 10×12

206	231	212	151	154	196	157	144	104	205	161	161
196	185	161	179	151	146	137	112	111	153	171	152
172	222	176	129	139	200	133	143	103	163	170	132
173	165	155	112	146	140	104	102	115	90	138	135
201	214	172	179	178	171	137	136	125	144	202	164
134	107	92	127	108	80	82	63	87	69	120	103
258	240	194	225	192	211	171	144	172	157	238	183
231	204	196	173	160	177	155	119	137	161	167	166
165	156	150	128	95	141	127	90	84	158	111	112
207	170	179	138	133	152	136	96	122	138	127	144