MODÉLISATION MATHÉMATIQUE Dossier : Traitement d'images : le débruitage.

De nombreuses images numériques sont produites aujourd'hui : images médicales, images grand public (appareils photos numériques), numérisation de films anciens, etc... Une problématique qui se pose est le débruitage des images obtenues. Nous proposons dans ce dossier d'aborder certaines techniques utilisées.

Image numérique

Une image numérique de taille $n_x \times n_y$ est composée de pixels (le nombre de pixels est $n = n_x \cdot n_y$), et pour chaque pixel on dispose de (selon les cas):

- une valeur entière comprise entre 0 et 255 (image en niveaux de gris codée sur 8 bits)
- trois valeurs entières comprises entre 0 et 255, correspondant aux trois canaux de couleur RGB
- une valeur entière codée sur 12 ou 16 bits (image de qualité professionnelle, par exemple microscopie ou image médicale)

Bruit

Dans une image numérique, les processus de dégradation peuvent provenir de plusieurs sources, et donner du bruit qui peut avoir différentes expressions mathématiques. Notons u l'image d'origine (l'image "réelle") et $u^{\rm OBS}$ l'image mesurée. Les exemples les plus courants sont décrits ci-dessous :

- l'image $u^{\rm OBS}$ est mesurée par des appareils électroniques qui sont perturbés par des fluctuations aléatoires, et ces perturbations viennent s'ajouter au signal mesuré. On parle de *bruit additif*, et on a

$$u^{\text{OBS}} = u + n,$$

où n est le bruit ajouté.

- l'image u^{OBS} comporte certains pixels où la valeur est aberrante (par exemple à cause d'un capteur défectueux, ou de défaut de transmission de l'information). Pour fixer les idées, on parle de *bruit* "Salt and Pepper" lorsque certains pixels (au hasard) ont un niveau 0, et certains pixels (au hasard) ont un niveau 255.
- lorsque le processus de formation de l'image comporte des compteurs de photons ou des photomultiplicateurs, l'erreur commise peut être proportionnelle au signal mesuré. On parle alors de *bruit* multiplicatif et on a

$$u^{\text{OBS}} = u.(1+n).$$

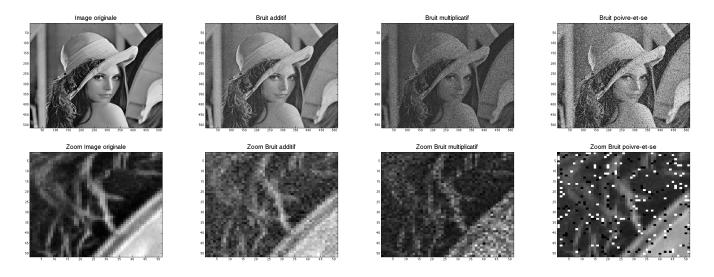
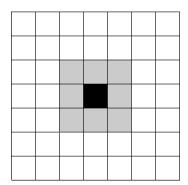


FIGURE 1 – De gauche à droite : image originale, bruit additif, bruit multiplicatif, bruit poivre-et-sel. En bas : détails.

Débruitage par filtrage local

Nous proposons des documents présentant un traitement local des images bruitées. Autrement dit, pour chaque pixel on va considérer un voisinage V de ce pixel et le débruitage sera effectué en prenant en compte la valeur des pixels dans ce voisinage.



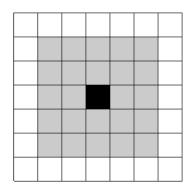


Figure 2 – Exemples de voisinages pour un pixel.

Les techniques utilisées pour enlever du bruit multiplicatif ne sont pas abordées dans ce dossier. Pour enlever le bruit additif on utilise souvent un filtrage moyenneur, ou un filtrage par convolution. Pour enlever le bruit poivre-et-sel le plus efficace est le filtrage médian.

Mesurer la qualité d'une image

On présente ici des mesures de qualité d'une image (bruitée ou restaurée), qui prennent pour référence l'image d'origine qui est donc supposée connue. Pour mesurer si une image v est proche de l'image originale u, on compare le bruit v-u avec le signal u. La norme de ces quantités est mesurée, on l'appelle en traitement du signal la puissance:

$$P_{signal} = \sum_{(i,j)} |u(i,j)|^2,$$

où u(i,j) désigne la valeur de u au pixel (i,j) - la formule est analogue pour la puissance du bruit. La qualité de l'image v est mesurée par le rapport signal-sur-bruit P_{signal}/P_{bruit} qui est d'autant plus élevé que la qualité est bonne. Comme ce nombre est peut-être grand, on le mesure en échelle logarithmique et l'unité de mesure est le décibel (dB):

$$SNR = \log_{10} \frac{P_{signal}}{P_{bruit}}.$$

Travail demandé

- Vous approfondirez les notions présentées ici à l'aide des documents joints et de ce que vous pourrez trouver par vous-même.
- Vous implémenterez des codes qui bruitent une image (à l'aide des différents bruits présentés) et qui calculent le SNR de l'image bruitée.
- Vous pourrez implémenter un débruitage par filtrage par convolution, et par filtrage médian.
- Pour aller plus loin, vous pouvez implémenter le filtre de Kuwahara.

DOCUMENTS JOINTS

- Description de filtres (plusieurs documents) : filtres moyenneurs et filtres médians.
- Pour des explications en français, voir le site

http://images.math.cnrs.fr/Le-traitement-numerique-des-images.html.

- Pour plus de détails sur le calcul du SNR : https://en.wikipedia.org/wiki/Signal-to-noise_ratio