Đại số là một nhánh quan trọng trong toán học và bao gồm nhiều lĩnh vực con khác nhau. Sau đây là một số nhánh của đại số:

1. Đại số cơ bản: Nghiên cứu về các phép tính và các đại lượng số học cơ bản như phép cộng, phép trừ, phép nhân, phép chia, các phương trình bậc nhất và bậc hai, các bất phương trình,...
2. Đại số tuyến tính: Nghiên cứu về các hệ đẳng thức và bất đẳng thức tuyến tính, các phương trình ma trận và các tính chất của ma trận, đại số không gian vector và không gian vector Euclid.
3. Đại số rời rạc: Nghiên cứu về các cấu trúc rời rạc như đồ thị, cây, tổ hợp, đại số Boole, các hàm boolean và ứng dụng của chúng trong các lĩnh vực như khoa học máy tính, mạng máy tính, lý thuyết thông tin và cryptography.
4. Đại số đại số: Nghiên cứu về các đại lượng trừu tượng như nhóm, vòng, trường, phép ánh xạ, các thuộc tính và ứng dụng của chúng trong các lĩnh vực như vật lý, hóa học, kỹ thuật và lý thuyết số.
5. Đại số Lie: Nghiên cứu về các đại lượng trừu tượng có tính chất như một nhóm Lie, các phép biến đổi liên hợp và ứng dụng của chúng trong lý thuyết vật lý và toán học.

Ngoài ra, còn có nhiều nhánh khác của đại số như đại số nguyên tử, đại số topologice, đại số khuôn khổ và đại số bổ sung.

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

1. GIỚI THIỆU
2. RÚT GỌN BIỂU THỨC LOGIC
3. BÀI TẬP

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Đại số Boole

- Đại số Boole dựa trên các mệnh đề "đúng" hoặc "sai". Trong máy tính, trường hợp 1 bit thì "đúng" là 1, "sai" là 0. Nếu có số bit nhiều hơn 1, thì "đúng" là khác 0, "sai" là 0.
- Một số ký hiệu của phép toán trong đại số Boole:

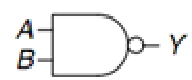
$\cdot$	**AND**
$+$	**OR**
$\overline{A}$	**NOT**
$\oplus$	**XOR**

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Cổng logic

- Có 7 cổng logic cơ bản gồm có: NOT, AND, OR, XOR, NAND, NOR, XNOR
- Toàn bộ các hệ thống số đều dựa trên 7 cổng logic này để thiết kế

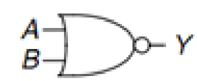
NAND



$Y = \overline{AB}$

A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

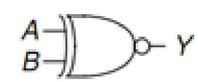
NOR



$Y = \overline{A+B}$

A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

XNOR



$Y = \overline{A \oplus B}$

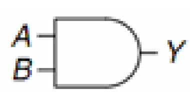
A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

NOT

$Y = \overline{A}$

A	Y
0	1
1	0

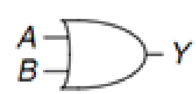
AND



$Y = AB$

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

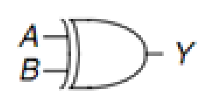
OR



$Y = A + B$

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

XOR



$Y = A \oplus B$

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Biểu thức logic

Các tiên đề của đại số Boole:

*** Tính giao hoán**

$A + B = B + A$ $\quad\quad$ $A . B = B . A$

*** Tính kết hợp**

$(A + B) + C = A + (B + C)$ $\quad\quad$ $(A . B) . C = A . (B . C)$

*** Tính phân bố**

$A . (B + C) = A.B + A.C$ $\quad\quad$ $A+B.C = (A+B).(A+C)$

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Biểu thức logic

- Một số biểu thức logic cho trường hợp 1 biến:

$\overline{\overline{A}} = A$

$A + A = A$	$A \oplus A = 0$	$A \cdot A = A$
$A + \overline{A} = 1$	$A \oplus \overline{A} = 1$	$A \cdot \overline{A} = 0$
$A + 1 = 1$	$A \oplus 1 = \overline{A}$	$A \cdot 1 = A$
$A + 0 = A$	$A \oplus 0 = A$	$A \cdot 0 = 0$

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Biểu thức logic

- Một số biểu thức logic cho trường hợp nhiều biến:

$$A + A.B = A \qquad A.(A + B) = A$$

$$A.B + A.\overline{B} = A \qquad (A + B).(A + \overline{B}) = A$$

$$A + \overline{A}.B = A + B \qquad A.(\overline{A} + B) = A.B$$

$$A.B + \overline{A}.C + BC = A.B + \overline{A}.C$$

$$(A+B).(\overline{A}+C).(B+C) = (A+B).(\overline{A}+C)$$

- Quy tắc Demorgan

$$\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A + B} = \overline{A}.\overline{B}$$

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Rút gọn biểu thức logic

- Có 3 phương pháp rút gọn biểu thức logic:
  - Biến đổi đại số Boole
  - **Giản đồ Karnaugh**
  - Quine McCluskey
- Mỗi phương pháp đều có những ưu khuyết điểm riêng:
  - Biến đổi đại số Boole mang tính chất tính toán và ít được sử dụng nhất. Phương pháp này dựa trên các tiên đề của đại số Boole để thực hiện việc biến đổi.
  - Phương pháp dùng giản đồ Karrnaugh đơn giản, trực quan và cho kết quả nhanh nên được sử dụng chủ yếu.
  - Phương pháp Quine McCluskey chủ yếu dùng để lập trình trên máy tính.

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Giản đồ Karnaugh

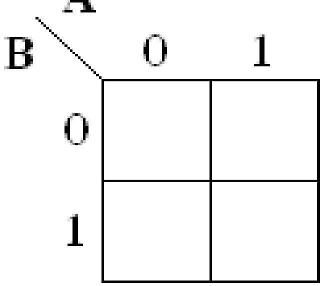
Giản đồ Karnaugh dùng để rút gọn một biểu thức logic. Bất kỳ 2 ô liền kề (chung cạnh) trên giản đồ chỉ khác nhau 1 bit. Đặc biệt, nếu ta đi hết một chiều của giản đồ Karnaugh thì sẽ quay lại.

- Quy tắc vẽ:
  - Số ô = $2^{\text{số biến}}$
  - Hai ô liền kề thì khác nhau 1 bit
- Quy tắc khoanh:
  - Số ô phải bằng 2^n (1, 2, 4, 8, ….)
  - Diện tích khoanh phải lớn nhất

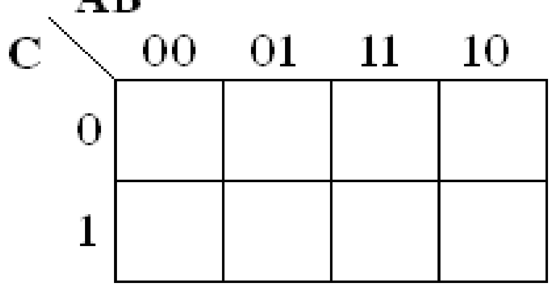
BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Giản đồ Karnaugh

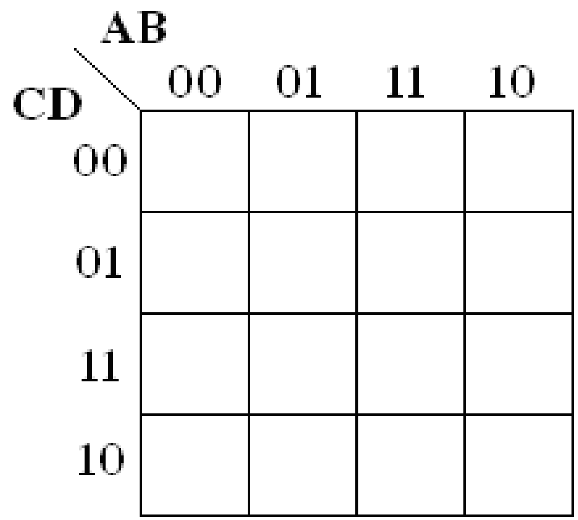
Giản đồ Karnaugh cho trường hợp 2 biến, 3 biến và 4 biến



2 biến



3 biến



4 biến

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Giản đồ Karnaugh

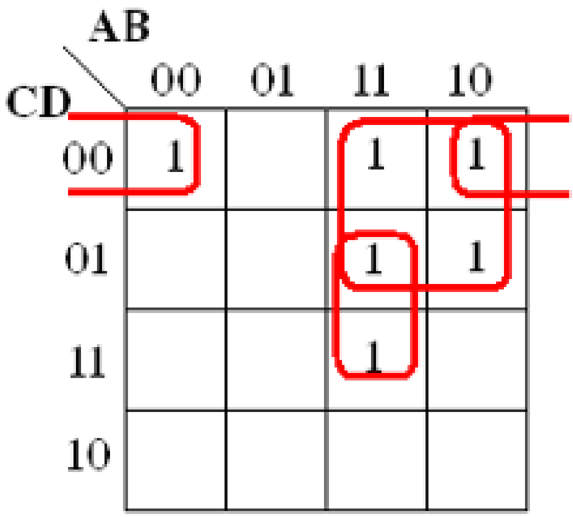
Giản đồ Karnaugh cho trường hợp 5 biến

AB \ CDE	000	001	011	010	110	111	101	100
00								
01								
11								
10								

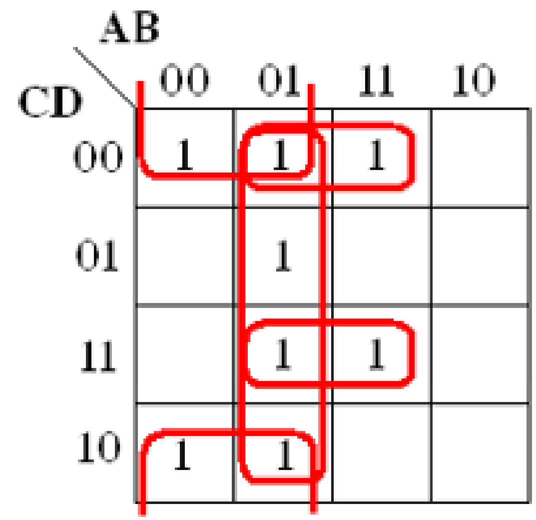
BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Giản đồ Karnaugh

Rút gọn biểu thức qua giản đồ Karnaugh



$Y_{ABCD} = A\overline{C} + \overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D} + ABD$



$Y_{ABCD} = \overline{A}B + \overline{A}\,\overline{D} + B\overline{C}\,\overline{D} + BCD$

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Giản đồ Karnaugh

Thay vì vẽ hình, ta có thể ghi biểu thức cho giản đồ Karnaugh. Mỗi một ô trên giản đồ tương ứng với một con số. Con số được đổi từ hàng ngang và hàng dọc tương ứng.

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	4	12	8
01	1	5	13	9
11	3	7	15	11
10	2	6	14	10

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Giản đồ Karnaugh

Giản đồ Karnaugh được biểu diễn bởi một biểu thức tương ứng:

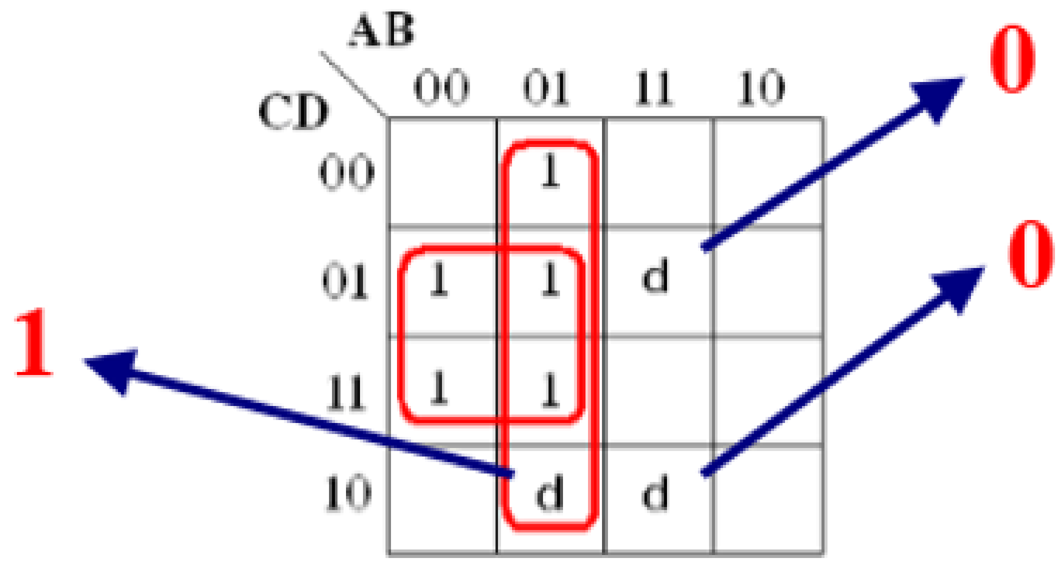
$$Y = \sum_{ABCD} (0, 1, 5, 6, 7, 14, 15)$$

CD \ AB	00	01	11	10
00	1			
01	1	1		
11		1	1	
10		1	1	

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Giản đồ Karnaugh có tín hiệu "*don't care*"

Don't care: không quan trọng, mang giá trị 1 hay 0 đều được.



=> Khi rút gọn có thể khoanh các ô mang giá trị *don't care* này nhằm đạt được diện tích khoanh là lớn nhất.

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Phương pháp Quine McCluskey

- Phương pháp này thường được sử dụng cho các lập trình viên muốn thực hiện trên máy tính. Do việc vẽ hình và nhóm các ô khó thực hiện đối với máy tính hơn so với con người.
- Ví dụ: ta có biểu thức logic sau:

$$Y = \sum_{ABCD}(2,3,6,7,12,13,14,15)$$

- Phương pháp Quine McCluskey thực hiện như sau:
  - **Bước 1**: Đổi các giá trị ra nhị phân:

2	**0010**	**12**	**1100**
3	**0011**	**13**	**1101**
6	**0110**	**14**	**1110**
7	**0111**	**15**	**1111**

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Phương pháp Quine McCluskey

- **Bước 2**: Tìm những cặp số khác nhau 1 bit. Vị trí khác nhau được đánh dấu bằng dấu "-".

(2,3)	**001-**	**(7,15)**	**-111**
(2,6)	**0-10**	**(12,13)**	**110-**
(3,7)	**0-11**	**(12,14)**	**11-0**
(6,7)	**011-**	**(13,15)**	**11-1**
(6,14)	**-110**	**(14,15)**	**111-**

- **Bước 3**: Tiếp tục tìm trong bước 2 những cặp khác nhau 1 bit

(6,7,14,15)	**-11-**
(2,3,6,7)	**0-1-**
(12,13,14,15)	**11--**

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Phương pháp Quine McCluskey

- **Bước 4:** Lập bảng để đưa ra biểu thức cuối cùng

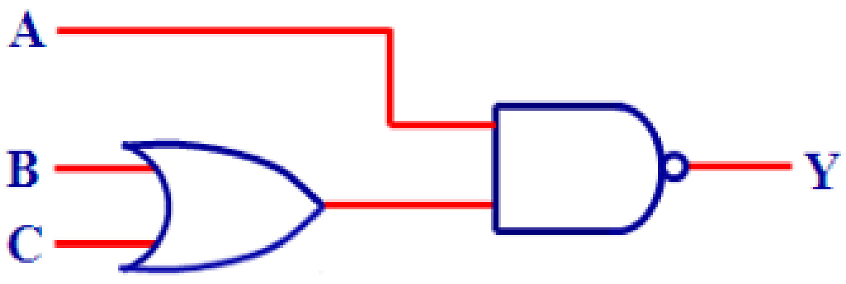
			2	3	6	7	12	13	14	15
(6,7,14,15)	-11-	BC			X	X			X	X
(2,3,6,7)	0-1-	$\overline{A}C$	X	X	X	X				
(12,13,14,15)	11--	AB					X	X	X	X

- Vậy biểu thức rút gọn là: $Y = \overline{A}C + AB$

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Bài tập 1

Điền vào bảng chân trị



A	B	C	Y
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Bài tập 2

Vẽ giản đồ Karnaugh, khoanh và đưa ra biểu thức logic

CD \ AB	00	01	11	10
00	1		1	1
01		1	1	
11				
10	1			1

CD \ AB	00	01	11	10
00		1	1	1
01		1		
11			1	
10	1	1	1	

CD \ AB	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11				1
10	1			1

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	1	1	1
11	1	1		1
10	1	1	1	1

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Bài tập 2

Vẽ giản đồ Karnaugh, khoanh và đưa ra biểu thức logic

CD \ AB	00	01	11	10
00		1		1
01	1		1	
11		1		1
10	1		1	

CD \ AB	00	01	11	10
00		1	1	
01	1			1
11		1	1	
10	1			1

CD \ AB	00	01	11	10
00	1		1	
01	1		1	
11		1		1
10		1		1

CD \ AB	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	
11		1	1	
10	1			1

BÀI 3: ĐẠI SỐ BOOLE VÀ MẠCH SỐ

Bài tập 3

Vẽ giản đồ Karnaugh, khoanh và đưa ra biểu thức logic

$$Y = \sum_{ABCD} (0, 1, 5, 7, 8, 9, 14, 15)$$

$$Y = \sum_{ABCDE} (6, 7 ,14, 15, 22, 23, 30, 31)$$

$$Y = \sum_{ABCDE} (1, 4, 5, 17, 20, 21, 29)$$

Bài tập 4

Rút gọn biểu thức dùng phương pháp Quine McCluskey

$$Y = \sum_{ABCD} (0, 2, 3, 7, 8, 10, 11, 15)$$

$$Y = \sum_{ABCD} (2, 3, 5, 7, 10, 11, 13, 15)$$

$$Y = \sum_{ABCD} (2, 3, 5, 10, 11, 13)$$