

王文娟,谢 滨,潘克家,等. 利用加速差分进化算法反演非均匀介质电磁成像. 地球物理学进展, 2010, 25(6):2002~2008, DOI:10. 3969/j. issn. 1004-2903. 2010. 06. 015.

Wang W J, Xie B, Pan K J, *et al.* Electromagnetic imaging of heterogeneous media based on the accelerated differential evolution algorithm. *Progress in Geophys.* (in Chinese), 2010, 25(6):2002~2008, DOI:10. 3969/j. issn. 1004-2903. 2010. 06. 015.

利用加速差分进化算法反演非均匀介质电磁成像

王文娟^{1,2}, 谢 滨¹, 潘克家³, 王景婷¹, 冯宝宾¹

(1. 成都理工大学数学地质四川省高校重点实验室, 成都 610059; 2. 复旦大学数学科学学院, 上海 200433;
3. 中南大学数学科学与计算技术学院, 长沙 410075)

摘 要 本文研究了差分进化算法在地球物理反演中的几种应用. 利用双频电磁波电导率成像原理建立成像方程后, 根据其严重病态性质, 将 Tikhonov 正则化方法与差分进化算法结合, 反演其成像方程. 为加速差分进化算法的收敛速度, 提出了将种群熵的自适应差分进化 (ARDE) 算法以及粒子群差分进化混合 (PSODE) 算法分别与 Tikhonov 正则化方法结合. 在大型反演计算中, 这两种方法可以在不影响反演效果的前提下, 不同程度地提高收敛速度, 降低时间成本. 适宜于在正则化参数选取困难情况时的地球物理反演问题的求解.

关键词 差分进化算法, 正则化参数, 电导率成像

DOI:10. 3969/j. issn. 1004-2903. 2010. 06. 015 中图分类号 P313 文献标识码 A

Electromagnetic imaging of heterogeneous media based on the accelerated differential evolution algorithm

WANG Wen-juan^{1,2}, XIE Bin¹, PAN Ke-jia³, WANG Jin-ting¹, FENG Bao-bin¹

(1. Key Lab of Geomathematics of Sichuan Province, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China;
2. School of Mathematical Sciences, Fudan University, Shanghai 200433, China; 3. School of Mathematical Sciences and Computing Technology, Central South University, Changsha, 410075, China)

Abstract This paper studies differential evolution algorithm and its application to inversion of geophysics. It establishes the dual-frequency electrical conductivity imaging equations and introduces a new solution of the equation that incorporates Tikhonov regularization and differential evolution algorithms. To improve the rate of convergence of differential evolution algorithms, two new Tikhonov regularization algorithms are proposed. The one is the Adaptive Recursive Differential Evolution (ARDE) algorithm. The other is Particle Swarm Optimization and Differential Evolution (PSODE) algorithm. Without any compromise in effectiveness, these two algorithms both improve the convergence speed and thus reduce computation cost. This algorithm is particularly suitable to solve the problem of selection of regularization parameters in the study of geophysical inversion.

Keywords differential evolution algorithm, regularization parameter, electrical conductivity imaging

0 引 言

井间电磁成像^[1,2]是在单井电磁成像基础上发展起来的新方法,其通过对数据进行资料反演,得到井间电导率分布. 为了避免传统井间电磁成像中,由

于发射天线的初始辐射场与辐射方向因子难以准确计算而对反演成像精度的影响,曹俊兴^[3]等发展了一个适合于良导介质的双频电磁波电导率射线层析成像算法. 该算法通过计算两个频率的电场强度之比避开了发射天线初始辐射强度和辐射方向因子的

计算,提高了重建图像的精度.这种反演算法最终归结为大型病态矩阵方程组的求解,王文娟^[4]等继续对此方程组的解进行了深入讨论.

随着计算数学学科中最优化方法的发展,使得非线性地球物理反演取得了可喜的进展^[5].一类模拟自然界某种物理过程或现象的“启发式”反演法,如蒙特卡洛法、遗传算法、模拟退火法、差分进化算法等,越来越多地被应用到地球物理的反演计算中来.差分进化算法(Differential Evolution Algorithm, DEA)于1996年由Storn^[6]等人提出,由于其简单易用,具有可靠的鲁棒性而在短期内得到了很大的发展,并被迅速的应用到众多科研和商业领域.在反演方面,潘克家^[7]将DE算法应用于核磁共振 T_2 谱多指数反演,后来又继续将DE算法应用于双频电磁波成像线性反演^[8],韩伟^[9]等利用DE算法对油田地层参数进行反演,Harry Eckel^[10]等将DE算法应用于EIT头部成像反演.虽然非线性反演目前还处于蓬勃发展的阶段,没有形成像线性反演那样完整的理论体系.然而,对于大多数为非线性、多极值的地球物理反演问题,用非线性方法来解决必然是未来发展的趋势.

文献^[8]中介绍的基于LSQR的混合差分进化算法是一种在迭代正则化的基础上采用DE进化策略的优化新算法.该算法避开了Tikhonov和TSVD等算法正则化参数的选取困难,首先利用LSQR方法求解线性方程组,将各步迭代得到的近似解组成DE算法的初始种群;然后通过变异、交叉和选择等操作,利用DE算法求解二次优化问题,进一步优化所得到的正则化解.具有数值稳定性好、不依赖于初值、不易陷入局部极值和收敛速度快等优点.但是对于反演规模较大时,收敛速度还有待进一步提高.

近年,Tikhonov正则化方法也广泛应用于各类地球物理反演^[11~13].本文主要尝试讨论将Tikhonov正则化方法与差分进化算法结合的电导率反演实验,重点在如何加速差分进化算法的收敛速度方面展开研究,提出了基于种群熵的自适应差分进化算法(简称ARDE)以及粒子群差分进化混合算法(简称PSODE),将其应用于实际数据反演,以提高收敛速度.

2 非均匀介质电磁成像

高频电磁波常以电偶极天线激励,在均匀介质中的传播路径可以射线近似.对非均匀介质,将井间区域剖分成 $n_x \times n_z = n$ 个单元,并假设电导率在每

个单元中为常数,并设 σ_j 为单元 j 的电导率, r_j 为第 j 个单元中射线段的长度(图1)^[3].

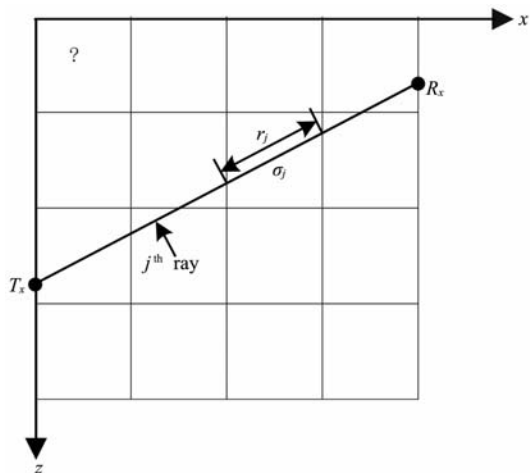


图1 井间地层剖分和接收路径示意图

Fig. 1 Schematic diagram showing the discretization of the image plane and a typical raypath through j th cell, where Tx denotes the transmitter and Rx denotes the receiver

则双频电磁波电导率成像方程如下所示^[3]:

$$\mathbf{A}_{m \times n} \mathbf{m} = \mathbf{d} + \mathbf{e}, \quad (1)$$

式中:

$$\mathbf{m} = (\sqrt{\sigma_1}, \sqrt{\sigma_2}, \dots, \sqrt{\sigma_n})^T$$

为未知的电导率参数,系数矩阵 \mathbf{A} 为贡献度矩阵,其元素 a_{ij} 的物理意义是射线 i 在单元 j 内的实际长度, \mathbf{m} 为观测次数, \mathbf{d} 为由观测数据得到的已知向量, \mathbf{e} 为误差向量,包含测量误差和在近似计算过程中产生的误差.求解方程组,即可得到电导率成像图.

3 差分进化算法

DE由 NP (种群规模)个 D (决策变量个数)维参数矢量 x_{ij} ($i=1,2,\dots,NP$; $j=1,2,\dots,D$)在搜索空间进行并行直接搜索.DE算法包括变异(Mutation)、交叉(Crossover)以及选择(Selection)三种基本操作^[14],最小化优化函数 f 的算法流程如图2所示.

为求非线性函数 $f(x_1, x_2, \dots, x_D)$ 的最小值,进化过程中的第 G 代利用 NP 个 D 维参数向量构成种群 $\{x_i^G, i=1,2,\dots,NP\}$,种群大小 NP 在进化过程中保持不变.

3.1 标准差分进化算法

3.1.1 初始化种群

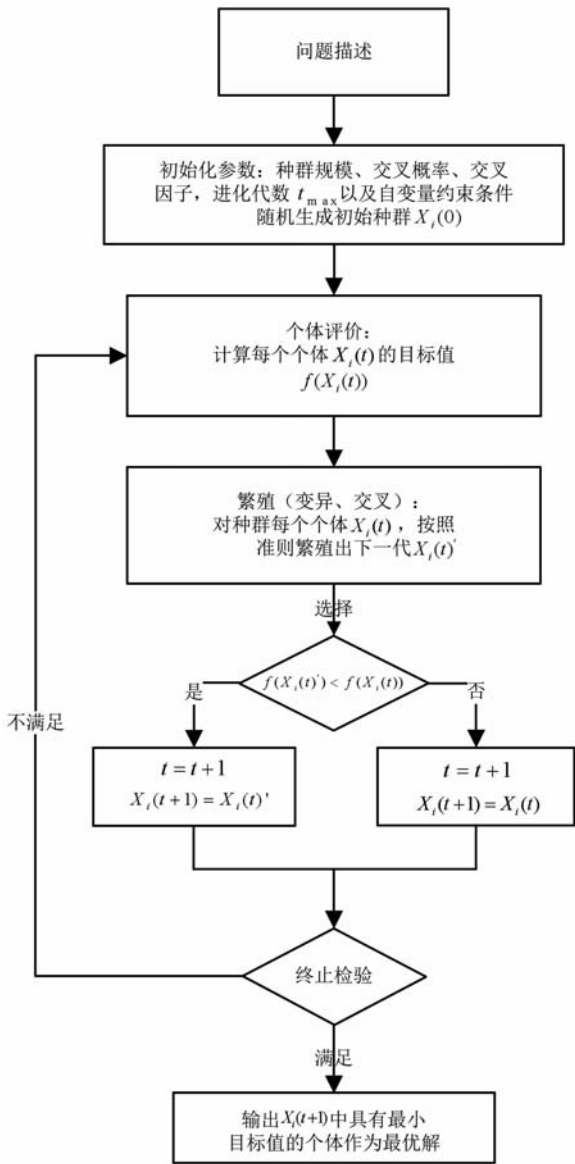


图 2 差分进化算法流程图

Fig. 2 Algorithm flowchart of differential evolution

在 D 维空间,随机产生满足约束条件的 NP 个向量作为初始种群:

$$x_{ij}^0 = \text{rand}_i \cdot (b_{iU} - b_{iL}) + b_{iL}, i \in \{1, \cdots, D\},$$
$$j \in \{1, \cdots, NP\}, \tag{2}$$

其中, rand_i 为区间 $[0,1]$ 上的随机数, b_{iU} 和 b_{iL} 分别为第 i 个变量 x_i 的上下界, D 为参数的数量, NP 为设置的种群数量参数.

3.1.2 变异

对每一个目标向量 x_i^G 在 $\{1,2,\cdots,NP\}$ 范围内随机选择 3 个互异整数 r_1, r_2, r_3 且均与 i 不相等,得到变异向量

$$\mathbf{V}_i^{t+1} = \mathbf{x}_{r_3}^t + F \cdot (\mathbf{x}_{r_1}^t - \mathbf{x}_{r_2}^t), \tag{3}$$

其中, t 为进化代数,变异因子 F 是介于 $[0,1]$ 之间

的常数,控制偏差向量的放大程度.

3.1.3 交叉

交叉的目的是为了增加种群的多样性,通过如下方式得到试验向量:

$$\mathbf{u}_{ij}^{t+1} = \begin{cases} \mathbf{v}_{ij}^{t+1}, & \text{rand}(j) \leq CR \text{ or } j = \text{randn}(i), \\ \mathbf{x}_{ij}^t, & \text{rand}(j) > CR \text{ and } j \neq \text{randn}(i), \end{cases} \tag{4}$$

式中, $\text{rand}(j) \in [0,1]$ 为均匀分布的随机数; CR 为交叉概率常数, $CR \in [0,1]$, 本文算例中取作 1. 而 $\text{rand}(i) \in \{1,2,\cdots,D\}$ 保证该种群至少有一个基因要进行交叉变异.

在进行变异、交叉之后得到了试验向量,通过比较试验向量和上一代种群的适应值,选择得到适应值较优的参数作为下一代种群.以最小化优化为例,选择操作按照以下准则进行:

$$\mathbf{x}_i^{t+1} = \begin{cases} \mathbf{u}_i^{t+1}, & f(\mathbf{u}_i^{t+1}) < f(\mathbf{x}_i^t), \\ \mathbf{x}_i^t, & f(\mathbf{u}_i^{t+1}) \geq f(\mathbf{x}_i^t). \end{cases} \tag{5}$$

算法将对种群参数进行边界值检验,对于不在可行解区域中的参数,将产生一个属于可行解区域的随机数将其替代.

差分进化算法原理简单,受控参数少,这使得参数的设置显得尤为重要.合理的算法参数将有助于提高计算精度,根据应用研究,可得到以下一些经验性的结论^[15~18].

(1)种群数量 NP , 根据问题的规模,一般选择在 $5D \sim 10D$ 之间. NP 过大将导致算法收敛速度较慢,过小则可能造成 DE 算法过早收敛,得不到目标函数的全局最小值.

(2)变异因子 F 是在变异操作中添加到被扰动向量上的差异值的比率. F 越大,算法的全局搜索能力越强;反之则局部搜索能力强.

(3)交叉因子 CR 表示子代个体从变异操作产生的向量实验个体中继承的比率. CR 较大,收敛速度加快,但易早熟.

3.2 改进差分进化算法

由于实际电导率成像方程反演参数较多,利用标准的 DE 算法迭代求解的时间成本高,迭代次数受到较大的限制.在较少迭代次数的条件下,很难获得接近于全局收敛的结果.因此,提高 DE 算法的收敛速度相当必要,只有这样,在诸如本例的大型反演问题当中,才能以较小的时间成本取得满意的计算结果,DE 算法才能更好地满足实际工程的需求.

改进 DE 算法的收敛速度是 DE 算法一个重要的研究领域,国内外学者纷纷提出自适应 DE 算法以及混合 DE 算法等以解决 DE 算法的收敛性问

题.为了提高差分进化的收敛速度,Josef^[19]提出了自适应差分进化算法(ARDE),并对其进行了对比研究;随后又提出了基于种群熵的差分算法^[20]、粒子群差分混合算法^[21]等.

4 基于差分进化算法的电磁成像反演实证研究

基于某一大型建筑的地基础,对其进行数对井间剖面的电磁成像测量.利用国产 J-W4 型井中电磁波仪,其用电偶极天线进行定点发射,通过对有限扇区扫描的观测方式采集数据.在每一个观测点,以 2 MHz 为间隔,扫描记录了 12 MHz 至 32 MHz 的 11 个频率的数据.观测得到 882 个数据,未知电导率参数个数为 $22 \times 55 = 1100$ 个,故得到的系数矩阵 A 为 882×1100 型的,Matlab 求得条件数约为 1.65×10^{31} ,这是一个高度病态的矩阵,利用常规方法很难求解.文献[3]等都对此问题进行了研究,本文将利用 Tikhonov 正则化与 DE 算法相结合的方法来研究.

本文将利用基于全局寻优的差分进化算法结合 Tikhonov 正则化方法对病态问题(1) 进行求解.考虑到电导率非负性及原问题的严重病态性质,首先用 Tikhonov 正则化方法求解此线性方程组,即对其进行正则化处理:

$$\min(\|Am - d\|_2^2 + \lambda \|m\|_2^2),$$
$$\text{s. t. } m \geq 0,$$

(6)

其中正则化参数的确定采用 Hansen^[22,23]创立的 L_{曲线}方法求解得到.将多次得到的近似解 x_k 组成 DE 算法的初始种群;然后通过变异、交叉和选择等操作,进一步优化所得到的正则化解.通过多次的理论模型反演,确定了差分进化参数为: $F = 0.6, CR = 0.7, NP = 6D$, 进行 500 代进化.

4.1 理论模型反演分析

这里,先做一个算法的理论分析.给定一组反演参数值 m_f ,假设 $m_f = (1,1,\cdots,1)^T$,得到式(1)的右边项 $d_f = Am_f$.将 A 和 d_f 带入反演模型求解,根据其反演结果 m 对 m_f 的逼近程度,对反演模型的有效性进行验证.

对理想模型得到的 d_f 加上一定大小的高斯白噪声得到 \tilde{d}_f ,选取适合的正则化参数,利用上述算法进行理想模型反演.

这里信噪比 SNR 按如下定义:

$$SNR = 20\log_{10} \frac{\|d\|_2}{\|d - \tilde{d}\|_2},$$

(7)

具体的方法是选择当 $SNR = 50$ 、 $SNR = 100$ 以及 $SNR = \infty$ 三种情况分别讨论.首先通过利用 Tikhonov 正则化方法求解线性方程组(1),每确定一个正则化参数,就得到相应的一组初始解.将多次得到的近似解 x_k 组成 DE 算法的初始种群;再将这些近似解通过变异、交叉和选择等操作进行迭代求最优.通过几种情况的比较发现,差分进化算法具有较好的抗噪能力. $SNR = \infty$ 时,相对误差为 0.0449,而 $SNR = 100$ 和 $SNR = 50$ 时,相对误差分别增加为 0.0528 和 0.0583.

4.2 改进差分进化算法反演分析

4.2.2 基于 ARDE 算法的电导率反演及结果分析

下面分别根据各种改进的 DE 算法,将其与 Tikhonov 正则化方法相结合,应用于本例的实际反演当中.

为了优化差分进化算法的搜索能力,随算法迭代的进行,自适应减小变异因子 F ,设定 $F_{\max} = 0.9$, $F_{\min} = 0.3$,算法中其他参数和设置不变.

ARDE 在前期由于寻优区间收缩频率比较大,收敛速度比较快,后期收敛趋于平稳.图 3 为自适应差分进化算法(ARDE)和标准 DE 算法的收敛比较图,从图中可以看出,ARDE 在 200 代时就已经达到了 DE 算法在 500 代的收敛水平,表明 ARDE 算法具有实际的应用价值.

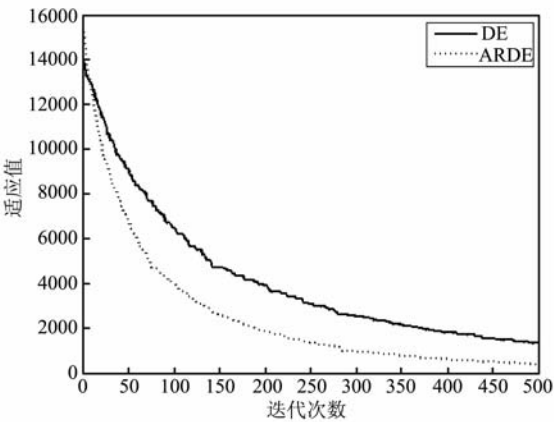


图 3 DE 算法和 ARDE 算法的收敛比较图
Fig. 3 Convergence Comparison of DE and ARDE Algorithms

基于种群熵差分进化算法经过 250 次迭代得到的实际反演结果如图 4.

4.2.3 基于 PSODE 算法的电导率反演及结果分析

图 5 为 PSO 算法、DE 算法、PSODE 算法进行

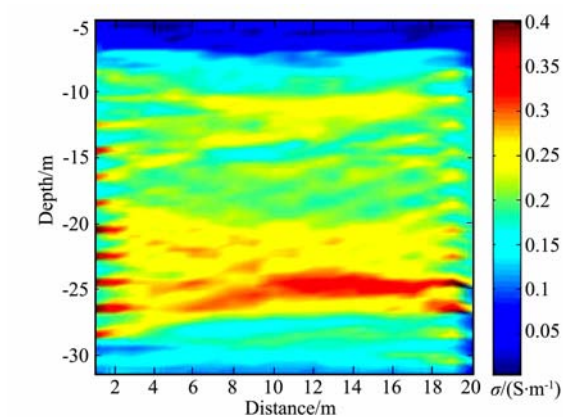


图 4 ARDE 算法重建的电导率图像
Fig. 4 Conductivity image reconstructed by the ARDE algorithm

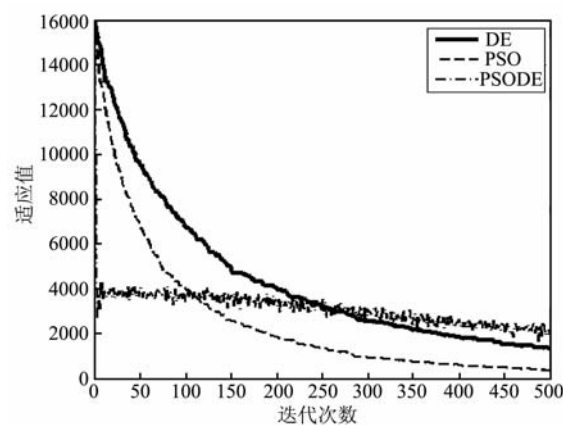


图 5 DE、PSO 、PSODE 算法的收敛比较图
Fig. 5 Convergence Comparison of DE, PSO and PSODE Algorithms

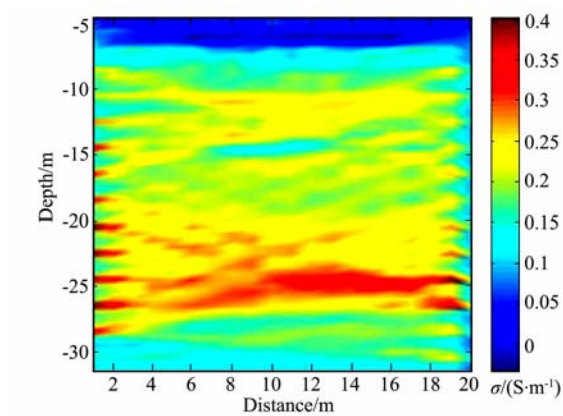


图 6 PSODE 算法重建的电导率图像
Fig. 6 Conductivity Diagram Restored by PSODE Algorithm

理想模型反演的收敛速度图,不难看出,PSO 算法迭代前期具有较快的收敛速度,随着进化种群逐渐失去多样性,粒子陷入局部最优. PSO 算法在迭代初期高效的收敛能力优化了 DE 算法的输入,使 DE 算法与 PSO 算法结合得到的 PSODE 算法,收敛速度得到了大幅提高.

图 6 为 PSODE 算法经 250 次迭代得到的反演成像效果图,显示 PSODE 算法具有较快的反演速度,同时也保持了较好的反演精度.

5 结 论

本文提出的基于种群熵的自适应差分进化算法(简称 ARDE)以及粒子群差分进化混合算法(简称 PSODE),主要是针对电导率的电磁参数反演规模大、病态性质严重的情况下的一种解决方法. 通过研究表明,在不影响反演效果的前提下,这两种方法均不同程度地提高了收敛速度,降低了时间成本. 对于该文所述方法能否在其他地球物理反演中发挥更好的优势,还有待于进一步深入研究.

参 考 文 献 (References):

[1] 熊汉亮,董琰婷,王安文,等. 电磁层析成像技术的物理机制与检测极限[J]. 天津大学学报,1998, 31(2):136~142.
Xiong H L, Dong Y T, Wang A W, *et al.* Physical mechanism and detectability limits of electromagnetic tomography[J]. Journal of Tianjin University, 1998, 31(2): 136~142.

[2] 何元胜,何敏,李杰仁. 电磁层析成像图形重建算法[J]. 电气技术,2007, 4:43~48
He Y S, He M, Li J R. Review about image reconstruction arithmetic for electromagnetic tomography [J]. Electrical Engineering, 2007, 4:43~48.

[3] Cao J X, He Z H, Zhu J S, *et al.* Conductivity tomography at two frequencies[J]. Geophysics, 2003, 68(2):516~522.

[4] 王文娟,潘克家,曹俊兴,等. 基于 Tikhonov 正则化的双频电磁波电导率成像反演[J]. 地球物理学报,2009, 52(3):750~757.
Wang W J, Pan K J, Cao J X, *et al.* Electrical conductivity imaging using dual-frequency EM data based on Tikhonov regularization[J]. Chinese J. Geophys., 2009, 52(3): 750~757.

[5] 杨文采. 非线性地球物理反演方法:回顾与展望[J]. 地球物理学进展, 2002, 17(2):255~261.
Yang W C. Non-linear geophysical inversion methods: review and perspective[J]. Progress in Geophysics, 2002, 17(2): 255~261.

[6] Storn R, Price K. Differential evolution — A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. J. Glob. Optim, 1997, 11:341~359.

- [7] 潘克家,陈华,谭永基. 基于差分进化算法的核磁共振 T_2 谱多指数反演[J]. 物理学报, 2008, 57(9):5956~5961.
Pan K J, Chen H, Tan Y J. Multi-exponential inversion of T_2 spectrum in NMR based on differential evolution algorithm [J]. Acta Physical Sinica, 2008, 57(9):5956~5961
- [8] 潘克家,王文娟,谭永基,等. 基于混合差分进化算法的地球物理线性反演[J]. 地球物理学报, 2009, 52(12):3083~3090.
Pan K J, Wang W J, Tan Y J, *et al.* Geophysical linear inversion based on hybrid differential evolution algorithm[J]. Chinese J. Geophys, 2009, 52(12):3083~3090.
- [9] 韩伟,李道伦,卢德堂,等. 利用改进差分进化算法的油田地层参数反演[J]. 电子技术, 2008, 8:74~78.
Han W, Li D L, Lu D T, *et al.* Oil field parameters inversion based on modified differential evolution algorithm [J]. Electronic Technology, 2008, 8:74~78.
- [10] Harry Eckel, aus Kassel. Numerical study of an evolutionary algorithm for electrical impedance tomography [D]. der Georg-August Universitat Gottingen, 2007.
- [11] 李功胜,姚德,马昱,等. 一维溶质运移源(汇)项系数反演的迭代正则化算法[J]. 地球物理学报, 2008, 51(2): 582~588.
Li G S, Yao D, Ma Y, *et al.* An iterative regularization algorithm for determining source (sink) coefficient in 1-D solute transportation[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2008, 51(2): 582~58.
- [12] 王彦飞,杨长春,段秋梁. 地震偏移反演成像的迭代正则化方法研究[J]. 地球物理学报, 2009, 52(6):1615~1624.
Wang Y F, Yang C C, Duan Q L. On iterative regularization methods for migration deconvolution and inversion in seismic imaging[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2009, 52(6): 1615~1624.
- [13] 姚东华,汪宏年,陶宏根,等. 水平层状介质中双侧向测井资料的迭代 Tikhonov 正则化反演[J]. 地球物理学报, 2010, 53(9):2227~2236.
Yao D H, Wang H N, Tao H G, *et al.* Iterative Tikhonov regularization inversion for dual-laterolog in horizontally stratified media[J]. Chinese J. Geophys. (in Chinese), 2010, 53(9): 2227~2236.
- [14] Holland J. H. Genetic Algorithm[J]. Science. 1992, 11: 24~31.
- [15] 陈良,戴光明,张全元,等. 差分演化算法及其改进形式的综述[J]. 计算机工程与设计, 2008, 29(1):131~135.
Chen L, Dai G M, Zhang Q Y, *et al.* The overview of differential evolution algorithm and its improved form[J]. Computer Engineering and Design, 2008, 29(1):131~135
- [16] Gamperle R, Dmuller S, Koumoutsakos P. A parameter study for differential evolution [A]. International conference on advances in intelligent systems, Fuzzy systems, Evolutionary Computation[C]. 2002:293~298.
- [17] 谢晓峰,张文俊,张国瑞,等. 差分演化算法的实验研究[J]. 控制与决策, 2004, 19(1):45~52.
Xie X F, Zhang W J, Zhang G R, *et al.* Experimental study of differential evolution algorithm[J]. Control and Decision, 2004, 19(1):45~52.
- [18] Onwubolu G C, Davendra D. Differential evolution: A handbook for global permutation-based combinatorial optimization [M]. Springer, 2008.
- [19] Josef Tvrdik. Adaptation in differential evolution: A numerical comparison [J]. Applied Soft Computing, 2009, 9: 1149~1155.
- [20] 宋立明,李军,丰镇平. ARDE 算法及其在三维叶栅气动优化设计中的应用[J]. 工程热物理学报, 2005, 26(2):221~224.
Song L M, Li J, Feng Z P. Aerodynamic optimization of 3D blade using adaptive range differential evolution[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2005, 26(2):221~224.
- [21] 栾丽君,谭立静,牛奔. 一种基于粒子群算法和差分进化算法的新兴混合全局优化算法[J]. 信息与控制, 2007, 36(6): 708~714.
Luan L J, Tan L J, Niu B. Based on particle swarm and differential evolution algorithm for the emerging hybrid global optimization algorithm[J]. Information and Control, 2007, 36(6):708~714.
- [22] Hansen P C. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve[J]. SIAM Review, 1992, 34: 561~580.
- [23] Hansen P C. The L_curve and its use in the numerical treatment of inverse problems [J]. Computational Inverse Problems in Electrocardiography, 2001:119~142.