

Chapter 1

Metodologia

Antes de continuar con la implementacin y exposicin de la tcnica de simulacin Montecarlo es necesario introducir un marco terico matemtico que nos servir de referencia adems de establecer una base de trabajo concisa. Los formalismos nos permitirn articular la intuicin de asincronismo en el esquema de actualizacin de autmata celular, cuyo homnimo biolgico sera el procesamiento imperfecto de informacin entre individuos a causa de las perturbaciones, derivadas del medio o de la interaccin de los individuos. En este trabajo nos restringimos a un caso simple de asincronismo en la actualizacin: examinaremos que ocurre si todas las transiciones ocurren al mismo tiempo pero los individuos reciben la informacin del estado de sus vecinos de forma imperfecta.

1.1 Formulacin matemtica

Autmata celular determinista sncrono

Un autmata celular determinista es un sistema dinmico discreto consistente en un array d -dimensional de autmatas finitos, clulas. Cada clula est conectada uniformemente a un vecindario formado por un nmero finito de clulas, y tiene un estado de un conjunto finito de estados. Actualiza su estado de acuerdo a una funcin de transicin la cual determina el estado de una clula considerando su propio estado y el de su vecindario.

Formalmente, la tupla $A = (Z^d, N, Q, f)$ es un autmata celular determinista, de ahora en adelante autmata celular, donde Z^d es un espacio de clulas d -dimensional, Q el conjunto de estados posibles para cada clula y $N \in (Z^d)^k$ el vecindario genrico de un autmata celular, esto es, para $N = (n_1, \dots, n_k)$, $a \in Z^d$ clula, cada clula en $\{(a + n_1, \dots, a + n_k)\}$ es una clula vecina de a y $f : Q^{k+1} \rightarrow Q$ es la funcin de transicin local que define la transicin de estado de cada clula como funcin de su propio estado y del estado de cada clula en su vecindario.

Diremos que un autmata celular A tiene *vecindario simtrico* si y solo si, $\forall a, b \in A$ si $a \in \{(b + n_1, \dots, b + n_k)\}$ implica $b \in \{(a + n_1, \dots, a + n_k)\}$

Autmata celular determinista asncrono**Juego de vida de Conway**

El juego de vida de Conway es un autmata celular snrono:

$$C = (Z^2, N = \{(-1, 1), (0, 1), (1, 1), (-1, 0), (1, 0), (-1, -1), (0, -1), (1, -1)\}, Q = \{0, 1\}, f) \quad (1.1)$$

donde $f : \{0, 1\}^9 \rightarrow \{0, 1\}$ viene dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_0 = 0 \text{ y } \sum_{i=1}^8 x_i = 3 \\ 1 & \text{si } x_0 = 1 \text{ y } \sum_{i=1}^8 x_i \in \{2, 3\} \\ 0 & \text{si } \sum_{i=1}^8 x_i \in \{1, 4, 5, 6, 7, 8\} \end{cases} \quad (1.2)$$

$$x = (x_0, x_1, \dots, x_8) = (c, c + n_1, \dots, c + n_8)$$