

1. Dado  $a \in \mathbb{R}^+$ , probar que

$$x^a \leq a^x \quad \forall x \in \mathbb{R}^+ \iff a = e$$

2. Sea  $A = ]-1, 0[ \cup \mathbb{R}^+$  y  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por

$$f(x) = \frac{2 \arctan x - \ln(1+x) - 2x^2 + x^3}{x^3} \quad \forall x \in A$$

Estudiar el comportamiento de  $f$  en  $-1$ ,  $0$  y  $+\infty$ .

3. Se considera la función  $H: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$

$$H(x) = \int_0^{x^2} e^{2t} dt$$