Universidad de Granada

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN E INTELIGENCIA ARTIFICIAL

ETSII Informática y de Telecomunicación, C/Periodista Daniel Saucedo Aranda s/n - 18071 - Granada (España)

Teoría de Algoritmos

Curso 2010–2011. Convocatoria ordinaria de febrero

I.T.I. Gestión e I.T.I. Sistemas

1. (1 punto) Calcular el orden de eficiencia, usando la notación $O(\cdot)$ de la siguiente recurrencia:

$$T(n) = 2T(\sqrt{n}) + \log(n), \qquad \text{con } n \geq 4, \qquad \text{y} \qquad T(2) = 1.$$

2. (2 puntos) Supongamos que tenemos k vectores ordenados, cada uno con n elementos, y queremos combinarlos en un único vector ordenado con kn elementos. Una posible solución consiste en, utilizando un algoritmo clásico, mezclar los dos primeros vectores, posteriormente, mezclar el resultado con un tercero, y así sucesivamente.

   - ¿Cuál sería el tiempo de ejecución de este algoritmo?
   - Diseñe un algoritmo de mezcla más eficiente.

3. (2 puntos) Supongamos que el coste de tender una red de fibra óptica entre dos ciudades es proporcional a la distancia euclídea entre ellas.

   - Diseñe un algoritmo que permita interconectar un conjunto de ciudades minimizando el coste de la red de interconexión.
   - Busque un ejemplo en el que se demuestre que puede resultar más económico instalar una centralita entre ciudades que utilizar solamente conexiones directas entre ciudades. Es decir, que añadir un punto nuevo (distinto a las ciudades ya existentes) puede producir una solución más eficiente.

4. (2 puntos) Resuelva el problema de la mochila 0-1 para los siguientes valores:

   Tamaño de la mochila: $M = 61$
   Número de objetos: $n = 5$
   Vector de pesos: $W = (1, 11, 21, 23, 33)$
   Vector de beneficios: $B = (11, 21, 31, 33, 43)$

   Represente el árbol de estados que se obtendría al utilizar la técnica *branch & bound*. ¿Qué funciones de acotación utilizaría para reducir el espacio de búsqueda?

   NOTA: Numere los nodos según el orden en que son expandidos y comente los criterios que se siguen para la expansión o poda de los nodos.

5. (2 puntos) Sea V un vector con n valores enteros distintos. Diseñe un algoritmo eficiente basado en *programación dinámica* para encontrar la secuencia creciente de máxima longitud en V. Por ejemplo, si el vector de entrada es $(11, 17, 5, 8, 6, 4, 7, 12, 3)$, la secuencia creciente de máxima longitud es $(5, 6, 7, 12)$.

Notas

- **Tiempo para realizar el examen**: 3 horas.
- Tras los primeros 20 minutos en que se preguntarán todas las dudas acerca de los enunciados no se responderá a *ninguna* pregunta.