Teoría de Algoritmos
Segundo de Ingeniería Informática
Examen de Septiembre del Curso 2002-2003

1. Tenemos n programas que queremos almacenar en una cinta de longitud L. El programa i tiene una longitud l_i , $1\leq i \leq n$, y se supone que la suma de todas las longitudes de los programas no supera a L. Si los programas se almacenan en el orden $I = i_1\ i_2\ \ldots\ i_n$ el tiempo t_j que se necesita para recuperar el programa i_j es proporcional a

$$\sum_{1\leq k\leq j} l_{i_k}$$

Si todos los programas se recuperan con la misma frecuencia temporal, entonces el Tiempo Medio de Recuperación (TMR) es

$$(1/n)\sum_{1\leq j\leq n} t_j$$

Queremos encontrar el orden de almacenamiento de los n programas de modo que cuando estos se guarden en ese orden, TMR sea mínimo o, lo que es equivalente, se minimice

$$D(I) = \sum_{1\leq j\leq n}\ \sum_{1\leq k\leq j} l_{i_k}$$

Diseñar un algoritmo que resuelva este programa. Explicar por que se ha elegido la correspondiente técnica de diseño. Demostrar que el algoritmo diseñado funciona correctamente, y aplicarlo al caso en que n = 3 y $(l_1, l_2, l_3) = (5, 10, 3)$.

2. Suponga que A = 1234 y B = 5678 son dos enteros muy grandes. Desarrolle sobre ellos el algoritmo de multiplicación de enteros grandes para calcular su producto.

3. Si en el algoritmo Quicksort la partición se realiza en cuatro partes y no en dos ¿se mejora la eficiencia del algoritmo?. Razone la respuesta.

4. En un río hay n embarcaderos. En cada uno de ellos se puede alquilar un bote que permite ir a cualquier otro embarcadero río abajo (no es posible ir río arriba). Existe una tabla de tarifas que da el coste del viaje entre el punto de embarque i y el j, para cualquier embarcadero de partida i y cualquier embarcadero de llegada j mas abajo del río. Puede ser que un viaje de i a j sea mas caro que una sucesión de viajes mas cortos, en cuyo caso se debería tomar un primer bote hasta un embarcadero k, y un segundo bote para continuar a partir de k (no hay coste adicional por cambiar de bote). Diseñe un algoritmo, asociado a alguna de las técnicas de diseño conocidas, para encontrar las tarifas de costo mínimo entre todos los embarcaderos. Justifique la elección de esa técnica. Demuestre que la solución que se obtiene es la optima y aplíquelo al siguiente ejemplo numérico, en el que filas (i) y columnas (j) indican los puntos de embarque, y los valores de cada casilla, los correspondientes costos.

	1	**2**	**3**	**4**	**5**
1	0	3	6	9	12
2		0	2	5	7
3			0	3	5
4				0	3
5					0

5. El problema del laberinto consiste en determinar el camino para salir de un laberinto donde se tiene una entrada y una salida. Formular este problema de manera que sea resoluble con la técnica “Backtracking”: Representación del laberinto, definición de las tuplas, tipos de restricciones, árbol de estados, …

Tiempo para la realización del examen: 2 horas y media