TOPOLOGÍA I

26 de enero de 2015

1. Se considera ($\mathbb{R} \times \{2,6\}, \mathcal{T}$), donde \mathcal{T} es la topología con base

$$\mathcal{B} = \{]a, b[\times \{2, 6\} : a < b \in \mathbb{R} \}.$$

(a) Estudiar si los conjuntos

$$A = [2, 6] \times \{2\} \cup [2, 6] \times \{6\}, \qquad B = [2, 6] \times \{2\} \cup [2, 6] \times \{6\}$$

y $A \cap B$ son compactos.

- (b) Calcular las componentes conexas de $\mathbb{R} \times \{2,6\} \{(2,6),(6,2)\}$.
- 2. En \mathbb{R}^2 y $X = \mathbb{R}^2 \{(0,0)\}$ se define la relación de equivalencia

$$xRy \Leftrightarrow \exists \lambda > 0/x = \lambda y.$$

- (a) Probar que $(X/R, \mathcal{T}_{uX}/R)$ es homeomorfo a $(\mathbb{S}^1, \mathcal{T}_{u\mathbb{S}^1})$.
- (b) Estudiar si $(\mathbb{R}^2/R, \mathcal{T}_u/R)$ es homeomorfo a $(\mathbb{S}^1 \cup \{(0,0)\}, \mathcal{T}_{u\mathbb{S}^1 \cup \{(0,0)\}})$.
- 3. Sea $Y' = Y \cup \{p\}$ con (Y, \mathcal{T}) espacio topológico Hausdorff, no compacto, $p \notin Y$ y la topología

$$\mathcal{T}' = \mathcal{T} \cup \{O' \subset Y' : Y' - O' \text{ es compacto en } (Y, \mathcal{T})\}.$$

- (a) Comparar \mathcal{T} y \mathcal{T}'_Y .
- (b) Probar que (Y', \mathcal{T}') es compacto.
- (c) Razonar si (Y', \mathcal{T}') es conexo.
- (d) Calcular la adherencia de Y en (Y', \mathcal{T}') .

Puntuación: 1°) y 2°) 3 puntos, 3°) 4 puntos.