Ejemplo de resolución de circuitos en corriente continua

Isabel M. Tienda Luna

En este documento analizaremos cómo solucionar ejercicios de circuitos en corriente continua usando los métodos de mallas y de nudos. En lo que sigue utilizaré como sinónimos:

- Tensión = voltaje = potencial.
- Intensidad = intensidad de corriente = corriente.

1. Método de mallas

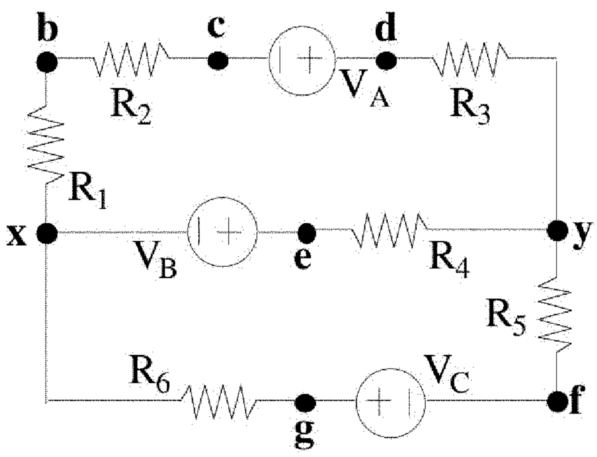


Figura 1: Circuito a resolver por el método de mallas.

Para aprender a utilizar el método de mallas, utilizaremos el circuito de la figura 1 usando los siguientes valores para las resistencias y fuentes: $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 2k\Omega$, $R_3 = 3k\Omega$, $R_4 = 4k\Omega$, $R_5 = 5k\Omega$, $R_6 = 6k\Omega$, $V_A = 3V$, $V_B = 2V$ y $V_C = 1V$.

Como hemos visto en clase, a la hora de resolver circuitos utilizando el método de mallas vamos a seguir una serie de pasos que se enumeran a continuación:

1. Buscar el número de nudos esenciales (n) y el número de ramas esenciales (r) en el circuito.
2. Usar el n y r para calcular el número de mallas independientes. Escoger las mallas independientes.
3. Dibujar las intensidades en cada una de las mallas independiente escogidas.
4. Aplicar a cada malla la ley de Kirchhoff de mallas.
5. Calcular las intensidades de cada una de las mallas.

1.1. Buscar el número de nudos esenciales (n) y el número de ramas esenciales (r) en el circuito.

Para encontrar el número de nudos esenciales en el circuito recordamos la definición de nudo esencial que es aquel que une tres o más elementos. En el circuito de la figura 1 sólo hay dos nudos que cumplan esta condición y son los nudos x e y. Por tanto, $n = 2$.

Para encontrar el número de ramas esenciales en el circuito recordamos que una rama esencial es aquella que conecta dos nudos esenciales. Por tanto, para encontrar las ramas esenciales en el circuito hay que buscar los distintos caminos que conectan los nudos x e y. En la figura 1 puede verse que hay tres posibilidades para ir de x a y, por tanto, hay tres ramas esenciales. Esto es, $r = 3$.

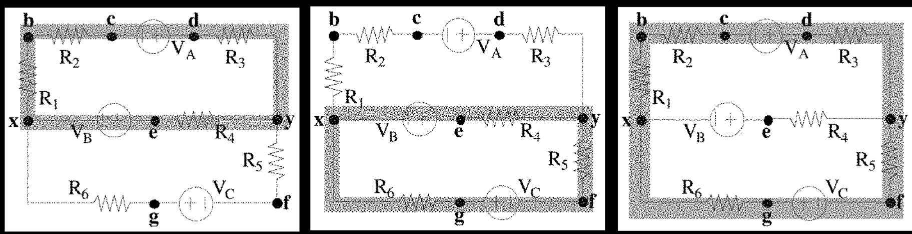
1.2. Usar n y r para calcular el número de mallas independientes. Escoger las mallas independientes.

Para calcular el número de mallas independiente usamos la expresión que hemos visto en clase, esto es, el número de mallas independientes se puede calcular como $r - (n - 1)$. Si aplicamos esta fórmula, llegamos a que en el circuito de la figura 1 hay dos mallas independientes.

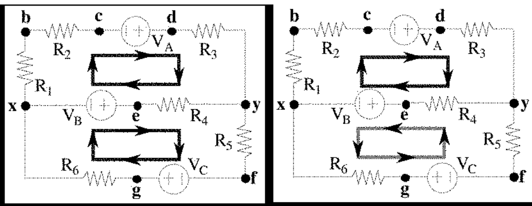
1.2.1. ¿Cómo escojo las mallas independientes con las que voy a trabajar?

La elección de las mallas con las que se va a trabajar es totalmente arbitraria, esto es, cada uno puede elegir las que quiera. En la figura 2 se muestran en rojo las posibles mallas que se pueden elegir para hacer el problema. Observar que sólo dos de las tres mallas son independientes, esto es que sólo necesito dos de las tres mallas de la figura 2 para recuperar el circuito completo de la figura 1.

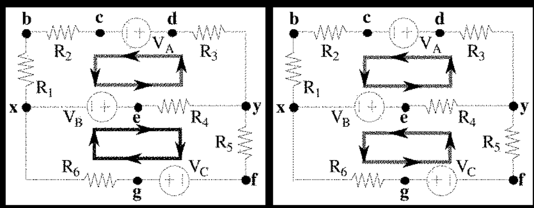
Cualquier conjunto de dos (son dos porque hay dos mallas independientes) de las mallas que aprecen en la figura 2 es adecuado para resolver el


b c d
R_2 V_A R_3
R_1
x V_B e R_4 y
R_5
R_6 g V_C f
b c d
R_2 V_A R_3
R_1
x V_B e R_4 y
R_5
R_6 g V_C f
b c d
R_2 V_A R_3
R_1
x V_B e R_4 y
R_5
R_6 g V_C f

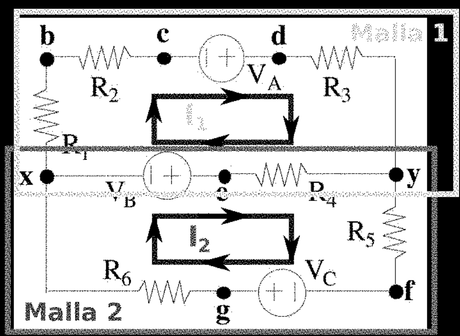
[redacted]



[redacted]



[redacted]



[redacted]

¿Cómo se el signo de ϵ?

[redacted]

la fuerza electromotriz de esa fuente es positivo. El signo será negativo en caso contrario. Esto es, si la intensidad de la malla que estoy analizando (I_1 en este caso) sale de la fuente por el polo negativo.

Entonces, aplicando el criterio anterior:

$$\sum \varepsilon = 3V - 1V = 2V \tag{2}$$

Para calcular el segundo miembro de la ecuación 1 hay que fijarse en cada una de las resistencias que están en la malla 1. Si nos fijamos en la figura 4, veremos que en la malla 1 hay 4 resistencias. Mientras que por R_1, R_2 y R_3 sólo pasa la corriente de intensidad I_1, por la resistencia R_4 pasan tanto la corriente I_1 como la I_2.

¿Cómo se el signo de IR? El criterio es el siguiente: si la intensidad I que atraviesa la resistencia R va en el mismo sentido que la intensidad de la malla que estoy analizando (I_1 en este caso), entonces IR es positivo. Será negativo en caso contrario. Esto es, si la intensidad I que atraviesa la resistencia R va en sentido contrario a la intensidad de la malla que estoy analizando (I_1 en este caso). Por tanto, el segundo miembro de la ecuación 1 se calcula de la siguiente manera:

$$\sum RI = 1k\Omega I_1 + 2k\Omega I_1 + 3k\Omega I_1 + 4k\Omega I_1 - 4k\Omega I_2 = 10k\Omega I_1 - 4k\Omega I_2 \tag{3}$$

Si sustituyo en la ecuación 1 los resultados obtenidos en las ecuaciones 2 y 3 obtengo:

$$\begin{aligned} \sum \varepsilon &= \sum RI \\ 2V &= 10k\Omega I_1 - 4k\Omega I_2 \end{aligned} \tag{4}$$

1.4.2. Análisis de la malla 2

Para realizar el análisis de la malla 2 comenzamos de nuevo calculando el primer miembro de la ecuación 1. Para ello necesito saber cuántas fuentes hay en la malla 2. Según podemos observar en la figura 4, en la malla 2 hay 2 fuentes B y C. Además, para hacer la suma $\sum \varepsilon$ necesitamos considerar cada fuente con su signo.

¿Cómo se el signo de ε? Si la intensidad de la malla que estoy analizando (I_2 en este caso) sale de la fuente por el polo positivo, entonces el signo de la fuerza electromotriz de esa fuente es positivo. El signo será negativo en caso contrario. Esto es, si la intensidad de la malla que estoy analizando (I_2 en este caso) sale de la fuente por el polo negativo.

Entonces, aplicando el criterio anterior:

$$\sum \varepsilon = 2V + 1V = 3V \tag{5}$$

Para calcular el segundo miembro de la ecuación 1 hay que fijarse en cada una de las resistencias que están en la malla 2. Si nos fijamos en la figura 4, veremos que en la malla 2 hay 3 resistencias. Mientras que por R_5 y R_6 sólo pasa la corriente de intensidad I_2, por la resistencia R_4 pasan tanto la corriente I_1 como la I_2.

¿Cómo se el signo de IR? El criterio es el siguiente: si la intensidad I que atraviesa la resistencia R va en el mismo sentido que la intensidad de la malla que estoy analizando (I_2 en este caso), entonces IR es positivo. Será negativo en caso contrario. Esto es, si la intensidad I que atraviesa la resistencia R va en sentido contrario a la intensidad de la malla que estoy analizando (I_2 en este caso). Por tanto, el segundo miembro de la ecuación 1 se calcula de la siguiente manera:

$$\sum RI = 5k\Omega I_2 + 6k\Omega I_2 + 4k\Omega I_2 - 4k\Omega I_1 = 15k\Omega I_2 - 4k\Omega I_1 \qquad (6)$$

Si sustituyo en la ecuación 1 los resultados obtenidos en las ecuaciones 5 y 6 obtengo:

$$\begin{aligned} \sum \varepsilon &= \sum RI \\ 3V &= 15k\Omega I_2 - 4k\Omega I_1 \qquad (7) \end{aligned}$$

1.5. Calcular las intensidades de cada una de las mallas.

Finalmente, para calcular las intensidades de cada una de las mallas sólo hay que resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 2V &= 10k\Omega I_1 - 4k\Omega I_2 \\ 3V &= 15k\Omega I_2 - 4k\Omega I_1 \end{aligned}$$

cuya solución es:

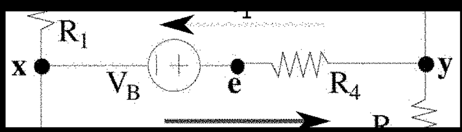
$$\begin{aligned} I_1 &= 0{,}000313433A \\ I_2 &= 0{,}000283582A \end{aligned}$$

1.5.1. Cálculo de las intensidades de rama

Pero lo que realmente tiene sentido no son las intensidades de malla sino las de rama, las que pasan por cada uno de los elementos del circuito. A continuación vamos a calcular esas intensidades, esas corrientes de rama.

Si nos fijamos en el circuito de la figura 4, vemos que por las resistencias R_1, R_2 y R_3 y la fuente A pasa la intensidad $I_1 = 0{,}000313433A$ mientras que por las resistencias R_5 y R_6 y la fuente C pasa la intensidad $I_2 = 0{,}000283582A$. Es por esto, que para los elementos anteriores no hay que hacer ninguna consideración o cálculo adicional una vez que se han calculado las corrientes de malla: sabiendo la intensidad de malla, se la de rama.

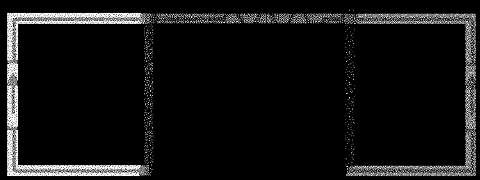
Sin embargo, si nos fijamos en la figura 5 vemos que por la resistencia R_4 y por la fuente B pasan tanto I_1 como I_2. ¿Cuál es entonces la intensidad real que pasa por esos elementos?



¿Y por qué he escrito $V_e - V_y$ y no $V_y - V_e$?

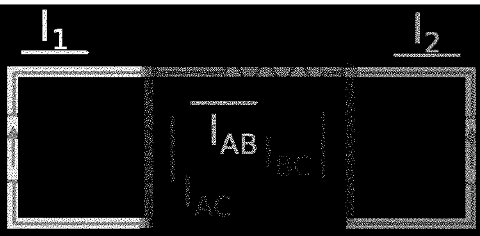
[redacted] 3 nudos esenciales [redacted]

5 ramas esenciales



¿Cómo se dibujan las intensidades, qué sentido tienen?

I_1 I_2 I_{AC} I_{BC} I_{AB}



I_{AC}

I_{BC}

I_{AB}

I_1 I_2

I_1 I_2

I_1

I_{AC} I_{AB}

I_1

I_{AC} I_{AB}

I_{AC}

I_{AB}

Por tanto, si sustituimos las ecuaciones 12 en la ecuación 11 obtenemos:

$$\begin{aligned} \sum I_{entran} &= \sum I_{salen} \\ 1A &= \frac{V_A}{1k\Omega} + \frac{V_A - V_B}{3k\Omega} \end{aligned} \tag{13}$$

2.5.2. Nudo *B*

Si nos fijamos en la figura 8, vemos que al nudo B entran I_2 e I_{AB} mientras que sólo sale I_{BC}. Esto es:

$$\begin{aligned} \sum I_{entran} &= I_2 + I_{AB} = 2A + \frac{V_A - V_B}{3k\Omega} \\ \sum I_{salen} &= I_{BC} = \frac{V_B}{2k\Omega} \end{aligned} \tag{14}$$

donde se han usado las ecuaciones 9 y 10 para sustituir los valores de I_{BC} y de I_{AB}.

Por tanto, si sustituimos las ecuaciones 14 en la ecuación 11 obtenemos:

$$\begin{aligned} \sum I_{entran} &= \sum I_{salen} \\ 2A + \frac{V_A - V_B}{3k\Omega} &= \frac{V_B}{2k\Omega} \end{aligned} \tag{15}$$

2.6. Calcular los potenciales de cada uno de los nudos.

Finalmente, para calcular los potenciales, tensiones o voltajes de cada uno de los nudos sólo hay que resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 1A &= \frac{V_A}{1k\Omega} + \frac{V_A - V_B}{3k\Omega} \\ 2A &= -\frac{V_A - V_B}{3k\Omega} + \frac{V_B}{2k\Omega} \end{aligned}$$

cuya solución es:

$$\begin{aligned} V_A &= 1500V \\ V_B &= 3000V \end{aligned}$$

Con los potenciales anteriores, y haciendo uso de las ecuaciones 8, 9 y 10 podemos calcular cada una de las intensidades de rama:

$$\begin{aligned} \text{Ley de Ohm en } R_1 \rightarrow I_{AC} &= \frac{V_A - V_C}{1k\Omega} = \frac{1500V}{1k\Omega} = 1{,}5A \\ \text{Ley de Ohm en } R_2 \rightarrow I_{BC} &= \frac{V_B - V_C}{2k\Omega} = \frac{3000V}{2k\Omega} = 1{,}5A \\ \text{Ley de Ohm en } R_3 \rightarrow I_{AB} &= \frac{V_A - V_B}{3k\Omega} = \frac{1500V - 3000V}{3k\Omega} = -0{,}5A \end{aligned}$$

De los signos de las intensidades anteriores puede verse que nuestra suposición sobre el sentido de las intensidades I_{AC} e I_{BC} es correcta puesto que su signo es positivo. En el caso de I_{AB}, su signo negativo nos indica que el sentido que hemos supuesto es incorrecto y que en realidad la intensidad en esa rama va desde el nudo B hasta el nudo A (nosotros la habíamos dibujado desde el A hasta el B).