# FUNDAMENTOS LÓGICOS DE LA PROGRAMACIÓN

## 1 de diciembre de 2011

NOMBRE Y APELLIDOS:	DNI:
NOMBRE I AFEBBIDOS	DN1

De las siguientes 10 preguntas, debes contestar 8 de ellas. En cada una, tienes que elegir la opción correcta (hay sólo una en cada pregunta) y justificar la elección.

Pregunta 1: Sean  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  tres fórmulas tales que  $\alpha \land \neg \beta \land \gamma$  es una contradicción. Entonces:

- a)  $\{\alpha, \beta\} \vDash \gamma$ .
- b)  $\{\alpha, \gamma\} \models \beta$ .
- c)  $\{\alpha, \neg \beta\} \vDash \gamma$ .
- d)  $\{\alpha\} \models \neg \beta \lor \gamma$ .

Pregunta 2: ¿Cuál de las siguientes interpretaciones

a) 
$$I(a) = I(b) = 1$$
,  $I(c) = I(d) = 0$ .

b) 
$$I(c) = 1$$
,  $I(a) = I(b) = I(d) = 0$ .

c) 
$$I(a) = I(b) = I(c) = 1$$
,  $I(d) = 0$ .

d) 
$$I(a) = I(b) = I(c) = I(d) = 1$$
.

nos muestran que la implicación

$$\{b \to c \lor a; \ a \leftrightarrow \neg(b \land d); \ d \to a \land b\} \vDash b \leftrightarrow c \lor d$$

es falsa?.

Pregunta 3: Indica para cuál de los siguientes conjuntos es ¬b consecuencia lógica.

- a)  $\{b \to a, a\}$ .
- b)  $\{b \rightarrow \neg a, a\}$ .
- c)  $\{a \rightarrow \neg b, \neg a \lor c, \neg c\}$ .
- d)  $\{b \rightarrow a, a \rightarrow c, c\}$ .

**Pregunta 4:** La fórmula  $\forall x (R(x,z) \rightarrow \neg \exists y R(g(x,y),z))$ 

- a) Es satisfacible en la estructura  $\mathcal{U}=\mathbb{N};\ g(x,y)=2x+y;\ R(x,y)\equiv x< y.$
- b) Es satisfacible en la estructura  $\mathcal{U}=\mathbb{Z}_4;\ g(x,y)=x+2y;\ R(x,y)\equiv x^2+y^2=1.$
- c) Es válida en la estructura  $\mathcal{U}=\mathbb{N};\ g(x,y)=2x+y;\ R(x,y)\equiv x< y.$
- d) Es satisfacible en la estructura  $\mathcal{U}=\mathbb{Z};\ g(x,y)=x+2y;\ R(x,y)=\left\{ \begin{array}{ll} 1 & \text{si } x+y \text{ es par.} \\ 0 & \text{si } x+y \text{ es impar.} \end{array} \right.$

1 de diciembre de 2011

## Pregunta 5: ¿Cuál de las siguientes implicaciones

- a)  $\forall x Q(x,b) \lor \forall y R(y) \vDash \forall x (Q(x,b) \lor R(y))$
- b)  $\exists x P(x) \models P(a)$
- c)  $(\exists x \neg R(x, a) \rightarrow P(f(b))) \models (\neg \exists x R(x, a) \rightarrow P(f(b)))$
- d)  $\exists x \forall y (P(x) \land R(x,y)) \vDash \exists x P(x) \land \exists x \forall y R(x,y))$

es falsa?

Pregunta 6: De entre las siguientes equivalencias lógicas señala la que sea cierta:

- a)  $\forall x P(x) \land \forall y R(x,y) \equiv \forall x [P(x) \land R(x,x)]$
- b)  $\exists x P(x) \land \exists y Q(y) \equiv \exists x [P(x) \land Q(y)]$
- c)  $\forall x S(x, a) \rightarrow Q(a) \equiv \forall x [S(x, a) \rightarrow Q(a)]$
- d)  $\forall x P(x) \land \forall y Q(y) \equiv \forall y [P(y) \land Q(y)]$

1 de diciembre de 2011 (3)

Pregunta 7: Dadas las siguientes parejas de conjuntos de fórmulas, indica en cuál el segundo conjunto podría ser el resultado de hacer la forma clausular de las fórmulas del primero.

- $X = \{ \forall x \exists y (P(x) \to R(x, y)); \ \neg \forall x Q(x, b) \}$
- $Y = \{ \neg P(x) \lor R(x, f(x)); \ \neg Q(\alpha, b); \ \neg P(x) \lor \neg Q(x, \alpha) \}$
- $X = \{\exists x \forall y (\neg Q(x, b) \rightarrow R(y, f(x))); \ \forall x \exists y \neg R(y, x)\}$ b)
- $Y = \{Q(a, b) \lor R(y, f(a)); \neg R(f(x), x)\}$
- $X = \{ \forall x \exists y (P(x) \to \neg Q(y, b)); \ \exists x \forall y \exists z (\neg R(x, f(y)) \land Q(b, z)) \}$
- $Y = {\neg P(x) \lor \neg Q(\alpha, b); \neg R(c, f(y)); Q(b, g(y))}$
- $X = \{ \neg Q(f(\alpha), \alpha); \ \exists x P(x) \rightarrow P(\alpha); \ \forall x P(x) \}$
- d)  $Y = {\neg Q(f(a), a); \neg P(b) \lor P(a); P(x)}$

Pregunta 8: ¿Cuál de los siguientes conjuntos de cláusulas es satisfacible?

- a)  $\{P(f(x), y), \neg P(x, f(y))\}$
- b)  $\{P(x,x) \lor P(x,f(x)), \neg P(b,x)\}$
- c)  $\{P(u, f(b)) \lor P(f(a), y), \neg P(x, f(y)) \lor \neg P(f(u), z)\}$
- d)  $\{P(x,x) \lor P(x,f(x)), \neg P(x,\alpha)\}$

(4) 1 de diciembre de 2011

#### Pregunta 9: Dado el conjunto de cláusulas

$$\{\neg Q(x,b) \lor \neg R(x); P(x,x) \lor Q(y,z); \neg P(x,y) \lor Q(f(x),y); P(x,a) \lor R(f(x)); \neg P(a,y) \lor \neg Q(f(y),y)\}$$

- a) No podemos saber si es satisfacible o insatisfacible, ya que el sistema de Herbrand es infinito.
- b) Es insatisfacible, pues hay una deducción lineal de la cláusula vacía.
- c) Es satisfacible, pues no hay ninguna deducción lineal-input de la cláusula vacía.
- d) Es satisfacible, pues no hay ninguna cláusula unitaria.

#### Pregunta 10: Dadas las siguientes cláusulas en un lenguaje de primer orden

$$C1 = \neg P(g(x), f(x,b)) \lor Q(x, g(a)) \lor Q(a, g(x))$$

$$C2 = P(y, f(g(a), b)) \lor \neg Q(f(z, z), g(y))$$

- a) Hay una deducción lineal de la cláusula vacía, pues P(g(x), f(x, b)) y P(y, f(g(a), b)) son unificables.
- b) No hay una deducción lineal de la cláusula vacía, pues hay una estructura con dominio  $\mathbb{Z}$  en la que las dos cláusulas se iterpretan como ciertas.
- c) Hay una deducción de la cláusula vacía pues no hay variables comunes en ambas fórmulas.
- d) No hay ninguna deducción de la cláusula vacía pues no hay fórmulas unitarias.

1 de diciembre de 2011 (5)