Álgebra I. Grado en Informática y Matemáticas
06/09/2013

PARTE TEÓRICA(2 puntos):

1. Define el concepto de Dominio de Factorización Única. Demuestra que todo Dominio de Ideales Principales es un Dominio de Factorización Única.

EJERCICIOS(8 puntos):

1. Estudiar si los siguientes polinomios son reducibles ó irreducibles en $\mathbb{Z}[x]$ y en $\mathbb{Q}[x]$
   (a) $2x^4 - 20x^3 + 2x^2 + 4x + 20$
   (b) $6X^4 + 9X^3 - 3X^2 + 1$
   (c) $X^5 - 6X^4 + 5X^2 - X + 2$
   (d) $x^6 - 2x^5 - x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x - 1$
2. Demuestra que en anillo $\mathbb{Z}[\sqrt{3}i]$, los números 2, $1 + \sqrt{3}i$ y $1 - \sqrt{3}i$ son irreducibles. Verificar que $4 = 2 \cdot 2 = (1 + \sqrt{3}i) \cdot (1 - \sqrt{3}i)$ es un ejemplo de factorización no única en irreducibles en el anillo $\mathbb{Z}[\sqrt{3}i]$. ¿Es 2 primo en este anillo?. ¿Es $\mathbb{Z}[\sqrt{3}i]$ un DFU, DIP, or DE?
3. Halla el resto de dividir $1022^{1034} + 2^{3147}$ entre 7.
4. Un grupo de turistas, con menos de 300 integrantes, viaja en 5 autobuses iguales que llenan completamente. Llegan a un hotel para cenar y se encuentran con que en el comedor hay mesas redondas con 9 asientos cada una y mesas cuadradas para 4 personas. Los turistas de los dos primeros autobuses se sientan alrededor de las mesas redondas quedando 3 personas sin acomodar; éstas, junto con los turistas de los 3 autobuses restantes, se sientan alrededor de las mesas cuadradas. Quedan así todos acomodados para la cena sin que ninguna mesa resulte incompleta. Al día siguiente, van a realizar una visita a un museo donde deben entrar en grupos de 24 personas. Si al hacer la distribución en grupos, el ultimo es de tan solo 15 personas, ¿cuántos turistas viajan en el grupo?