Examen Final de Cálculo Curso 2016/2017

√1. (1.5 puntos) Calcula la imagen de la función $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida como

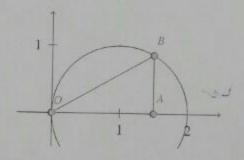
$$f(x) = e^{-x^2 + x} (1 - 2x).$$

2. Calcula los siguientes límites:

a) (1.25 puntos)
$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\log(\text{sen}(2x))}{\log(\text{sen}(x))}$$
.

b) (1.5 puntos)
$$\lim_{x \to 0^+} \frac{\int_{x}^{\sqrt{x}} \log(1+t^2) dt}{\sqrt{x}}$$
.

3. (1.5 puntos) Un triángulo rectángulo OAB, inscrito en la circunferencia de ecuación $(x-1)^2 + y^2 = 1$, tiene un vértice en el origen, otro A en el eje horizontal y el tercero B en dicha circunferencia. Si uno de los catetos es horizontal, calcula B de forma que el triángulo OAB tenga área máxima.



$$\sqrt{4}$$
. (1.5 puntos) Calcula $\int (\log(x))^2 dx$.

5. Estudia la convergencia de las series:

a) (1.5 puntos)
$$\sum \left(\frac{2(n+1)}{e}\right)^n \frac{1}{n!}.$$

b) (1.25 puntos)
$$\sum \left(\frac{1 \cdot 4 \cdots (3n-2)}{4 \cdot 8 \cdots (4n)}\right)^2$$
.