

Álgebra Lineal y Estructuras Matemáticas

Grado en

Firma:

Nombre

D.N.I. (o Pasaporte):

1. Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Definimos sobre $A \times A$ la relación binaria

$$(a, b) R (c, d) \text{ si } a + b = c + d.$$

Demuestra que R es una relación de equivalencia y calcula el cardinal del conjunto cociente $\frac{A \times A}{R}$.

2. Calcula todas las soluciones de la ecuación en congruencias $1210x \equiv 110 \pmod{2560}$.

3. ¿Es $x^2 + 1$ una unidad de $\mathbb{Z}_2[x]_{x^4+x^2+1}$?

4. Sea $U = \left\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{Z}_7^4 \mid \begin{array}{l} x + y + z + t = 0 \\ 2x + y + z + t = 0 \\ x + 3y + 3z + 3t = 0 \end{array} \right\}$. Calcula una base de U .

5. Sea la aplicación lineal $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $f(x, y, z) = (x + z, x + y, 2x + y + z)$. Calcula las ecuaciones cartesianas de $\text{Im}(f)$.

6. Estudia el siguiente sistema de ecuaciones con coeficientes en \mathbb{Z}_{11} y dependiente de los parámetros a, b .

$$\left. \begin{array}{l} ax + by + z = a \\ x + ay + z = b \end{array} \right\}.$$

7. Calcula los valores propios de la matriz, con coeficientes en \mathbb{Z}_5 , dada por

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

8. ¿Cuántos números impares de tres cifras podemos construir con los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5?