



Teoría de Algoritmos

Curso 2009–2010. Convocatoria extraordinaria de diciembre
3 de Diciembre de 2009

1. (1 pt) Resolver la siguiente recurrencia:

$$nT(n) = 3nT(n/3) + n^2 \log_2 n, \quad \text{con } T(0) = 1, T(1) = 9, t(2) = 63$$

e indica su orden de eficiencia exacto.

2. (2 puntos) Tenemos un vector de N personas ordenadas según orden alfabético. Además disponemos de un premio para sortear entre las personas. El criterio consiste en obtener un número a azar, k , entre 0 y $N-1$ y entregar el premio a la persona que ocuparía la posición k -ésima en el vector si este estuviese ordenado de menor a mayor según el DNI.

Diseñar un algoritmo Divide y Vencerás que permita encontrar a la persona premiada con un orden de eficiencia lineal el promedio.

3. (2 puntos) Se quieren multiplicar N matrices compatibles entre si. Diseña un algoritmo que determine el orden para multiplicarlas de forma que el número de productos sea mínimo. Aplícalo para calcular el orden óptimo para multiplicar ABCD con A (13×5), B (5×89), C (89×3) y D (3×34)

4. (2.5 puntos) Tenemos un conjunto de N pruebas físicas, donde cada prueba a su vez se compone de dos subpruebas. Una vez pasada una prueba completa puntúa con un valor p_i y con valor $p_i/2 - \epsilon_i$ si solo se pasa una de las dos subpruebas (con $\epsilon_i > 0$).

Para realizar una evaluación del nivel físico de un deportista, éste tiene que seleccionar el conjunto de pruebas/subpruebas a realizar en un tiempo máximo de T . Además, para cada prueba el deportista conoce el tiempo t_i que necesita para superarla (si decide realizar sólo una parte el tiempo que necesita es $t_i/2$). Diseñar un algoritmo que permita al deportista determinar que pruebas (o subpruebas) debe seleccionar para maximizar la puntuación obtenida.

5. (2.5 puntos) Tenemos un conjunto de N actividades que se pueden que realizar en cualquier orden. Si la actividad a_i se realiza antes de la actividad a_j tenemos un costo $c_{i,j}$, con $c_{i,j} = \infty$ si la actividad a_j tiene que realizarse necesariamente antes que la actividad a_i . Dentro del conjunto de actividades podemos destacar una actividad de representa la situación inicial I y una actividad final F . Diseñar:

- un algoritmo para encontrar la secuencia de actividades que me permite alcanzar (desde el inicio) la actividad final con el menor costo posible,
- un algoritmo que me permite alcanzar el objetivo (final) con el menor número de actividades a realizar.

Duración del examen: 2 horas y 30 minutos.