



## Teoría de Algoritmos

Curso 2007–08. Convocatoria extraordinaria de diciembre

**I.T.I. Gestión — I.T.I. Sistemas**

20 de diciembre de 2007

1. (2,5 pt) Se desean resolver los siguientes problemas. Proponga algoritmos voraces para obtener soluciones y justifique si dan soluciones exactas o sólo aproximadas:

Considérense los  $n$  contenedores almacenados en un muelle de carga. Cada contenedor está caracterizado por una capacidad máxima de carga  $c_i$  y tienen mercancías con un peso  $p_i$ . El carguero “Evita” es el siguiente en salir con destino a la Patagonia argentina. La compañía propietaria del buque ha asignado una tarifa  $t_i$  a cada contenedor.

- Se desea maximizar el número de contenedores a transportar, considerando que no se puede exceder la capacidad máxima de carga del buque,  $C$ .
- Buscando incrementar la ganancia, la naviera sugiere buscar una forma distinta de cargar el buque. Su objetivo es conseguir el máximo de ingresos. Ayúdeles.
- Finalmente, se desea aproximar al máximo el espacio de la bodega de carga. Considerando que todos los contenedores tienen el mismo volumen, ¿qué contenedores se elegirían para que la densidad del cargamento fuese lo más alta posible?

2. (2,5 pt) Maximización de ganancias. Se trata de mover un peón de ajedrez desde la fila inferior del tablero hasta la fila superior consiguiendo el máximo beneficio. El recorrido se realizará observando las siguientes reglas:

- El peón podrá comenzar en cualquier casilla de la fila inferior.
- En cada movimiento avanzará una única fila pudiendo situarse (dentro de la fila inmediatamente superior) en la misma columna en la que está, la columna inmediatamente a la izquierda de ésta (si existe) o la columna inmediatamente a la derecha (si existe).
- Por cada movimiento (pasar de la casilla  $x$  a la  $y$ ) se consigue un pago  $p(x, y)$ , que no necesariamente será positivo.
- El beneficio total será la suma de los pagos conseguidos en cada movimiento realizados.



Se desea encontrar el recorrido que partiendo de una casilla (cualquiera) de la fila más baja llegue a la fila más alta (a cualquier casilla) pero obteniendo el máximo beneficio acumulado. Para ello se ha de diseñar un algoritmo basado en Programación Dinámica.

3. (2,5 pt) Se tienen  $n$  bolas de igual tamaño, todas ellas de igual peso salvo una más pesada. Como único medio para dar con dichas bolas se dispone de una balanza romana clásica (sólo se puede saber si algo pesa más, menos o igual que otra cosa). Diseñar un algoritmo que permita determinar cuál es la bola más pesada, con el mínimo número posible de pesadas (que es logarítmico). Utilizar para ello la técnica “Divide y Vencerás”.

Analizar también el caso en el que hayan dos bolas más pesadas, que a su vez pesan lo mismo. ¿Qué habría que modificar? ¿Se sigue manteniendo el mismo orden de eficiencia?

4. (2,5 pt) Se tienen matrices de números naturales  $M[1..n, 1..n]$  y  $H[1..n, 1..n]$  tales que  $M[i, j]$  indica la preferencia de la mujer  $i$  por el hombre  $j$ , y  $H[i, j]$  la preferencia del hombre  $i$  por la mujer  $j$ , para  $i, j = 1, \dots, n$ . Proponer un algoritmo utilizando la técnica “Branch & Bound” que encuentre un emparejamiento óptimo entre hombres y mujeres, en el sentido de que la suma de los productos de las preferencias sea máximo.

**Duración del examen:** 2 horas y 30 minutos.