TOPOLOGÍA I. Examen extraordinario de septiembre

— Grado en Matemáticas – Grupo 2^0-B. Curso 2012/13 —

Nombre:

1. En $(\mathbb{R}, \tau_u)$ consideramos el subconjunto $A = (-1, 3) \cup \{\frac{4n-1}{n} : n \in \mathbb{N}\} \cup ((4, \sqrt{18}] - \mathbb{Q})$.

   (a) Hallad $int(A)$ y $\overline{A}$ en $(\mathbb{R}, \tau_u)$.

   (b) Si $B = (4, \sqrt{18}] - \mathbb{Q}$, determinad el interior y la adherencia de B en el espacio topológico $(A, (\tau_u)_{|A})$.

2. Estudiad en cada uno de los siguientes casos si los espacios X e Y son homeomorfos:

   (a) $X = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z > 0, \;\; x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$, $Y = \mathbb{R}^2$.

   (b) $X = \mathbb{S}^1 \times \mathbb{R}$, $Y = \mathbb{S}^2$.

   (c) $X = [0, 1]$, $Y = \mathbb{S}^1 \times [0, 1]$.

3. Probad que $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{S}^1$ dada por $f(x, y, z) = (\cos(2\pi z), \sin(2\pi z))$ es una identificación. Deducid que $(\mathbb{R}^3/R, \tau_u/R)$ es homeomorfo a $\mathbb{S}^1$ donde R es la relación de equivalencia en $\mathbb{R}^3$ dada por

$$(x, y, z)R(x', y', z') \Longleftrightarrow z - z' \in \mathbb{Z}.$$

Razonar todas las respuestas. Todas las preguntas puntúan lo mismo.