



Normas para la realización del examen:

Duración: 2:30 horas

- El ejercicio 5 es voluntario y sirve para subir la nota (hasta 1 punto).

◁ Ejercicio 1 ▷ Preguntas tipo test

[2.5 puntos]

Indicar si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

1. El lenguaje de las palabras sobre $\{0, 1\}$ en las que hay el doble de número de ceros que de unos es regular.
2. Dada una gramática independiente del contexto sin producciones nulas, siempre se puede construir una gramática sin producciones unitarias que genere exactamente el mismo lenguaje que la gramática original.
3. La gramática compuesta por la siguientes reglas de producción $\{S \rightarrow A|BA, B \rightarrow a|b, A \rightarrow a|aA\}$ es ambigua.
4. El complementario de un lenguaje con un número finito de palabras es siempre regular.
5. En una gramática independiente del contexto en forma normal de Chomsky puede haber una palabra generada que tenga infinitos árboles de derivación distintos.
6. En el algoritmo que transforma un autómata con pila a una gramática libre de contexto, hay que añadir las reglas $S \rightarrow [q_1, Z_0, q_0]$, donde q_0 es el estado inicial y Z_0 el símbolo inicial de la pila.
7. La intersección de dos lenguajes aceptados por autómatas con pila no deterministas da lugar a un lenguaje independiente del contexto.
8. En un autómata con pila determinista no puede haber transiciones nulas.
9. Todo lenguaje aceptado por un autómata finito no determinista puede también ser aceptado por un autómata finito determinista.
10. El conjunto de cadenas formado por las fechas con el formato dd/mm/aaaa (dos dígitos para el día, dos para el mes y cuatro para el año, separados por el carácter '/') forman un lenguaje regular.

◁ Ejercicio 2 ▷

[2.5 puntos]

Construir un Autómata Finito Determinístico minimal que acepte el lenguaje generado por la siguiente gramática:

$$S \rightarrow AB$$

$$A \rightarrow b$$

$$A \rightarrow Aa$$

$$B \rightarrow bBb$$

$$A \rightarrow Ac$$

$$B \rightarrow b$$

◁ Ejercicio 3 ▷

[2.5 puntos]

Encuentra una gramática libre de contexto en forma normal de Chomsky que genere el siguiente lenguaje sobre el alfabeto $\{0, 1\}$

$$L = \{uw^{-1}ww^{-1} : u, w \in \{0, 1\}^*\}$$

Comprueba con el algoritmo CYK si la cadena 011001 pertenece al lenguaje generado por la gramática.

◁ Ejercicio 4 ▷

[2.5 puntos]

Determinar si los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ son regulares y/o independientes del contexto. Justifica las respuestas.

1. $L_1 = \{u \in \{0, 1\}^* : u \text{ no contiene la subcadena '01' y el número de 1's es impar}\}$
2. L_2 el conjunto de los palíndromos que tienen la misma cantidad de 0's que de 1's.
3. $L_3 = \{ucx : u, x \in \{0, 1\}^*, u^{-1} \text{ es una subcadena de } x\}$ donde c es un símbolo que no está en $\{0, 1\}$ (este lenguaje está realmente definido sobre el alfabeto $\{0, 1, c\}$)
4. L_4 el complementario del lenguaje $\{0^i 1^i : i \geq 0\}$

◁ Ejercicio 5 ▷ Ejercicio Adicional Voluntario

[+1 puntos]

Si L_1 y L_2 son lenguajes, sea $L_1 \circ L_2 = \{xy : x \in L_1, y \in L_2, |x| = |y|\}$. Demostrar que si L_1 y L_2 son regulares, entonces $L_1 \circ L_2$ es independiente del contexto. Dar un ejemplo en el que L_1 y L_2 son regulares y $L_1 \circ L_2$ no lo es.