

4. Sea el conjunto de fórmulas:

$$\Gamma = \{ \forall x (\exists y (P(x, y) \wedge R(x, y)) \rightarrow B(x)),$$

$$\exists x (\neg C(x) \wedge \forall y (\neg Q(y) \rightarrow R(x, y)),$$

$$\forall x (\forall y (Q(y) \vee \neg P(x, y)) \rightarrow C(x)) \}$$

y sea γ la fórmula

$$\exists x (B(x) \wedge \neg C(x))$$

Compruebe que $\Gamma \models \gamma$, es decir, que γ es consecuencia semántica de Γ .

5. Haga lo siguiente:

a) Encontrar una expresión no recurrente para la sucesión definida por las siguientes igualdades:

$$x_0 = 2$$

$$x_1 = 2$$

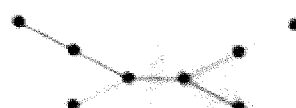
$$x_n = x_{n-2} + 2^n + (-1)^n, \text{ siempre que } n \geq 2$$

b) Demostrar por inducción que para cada número natural $n \geq 1$ se tiene que:

$$\prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2} \right) = \frac{n+2}{2n+2}$$

6. Según el caso, haga o responda razonadamente a lo siguiente.

a) Estudiar si los árboles siguientes son o no isomorfos:



b) Sea G un grafo y A su matriz de adyacencia. Sabemos que:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) ¿Es G conexo?
- 2) ¿Es G un grafo de Euler?
- 3) ¿Es G un árbol?
- 4) ¿Es G bipartido?
- 5) ¿Cuántos caminos de longitud 5 hay de v_1 a v_5 ? ¿Y de v_1 a v_6 ?