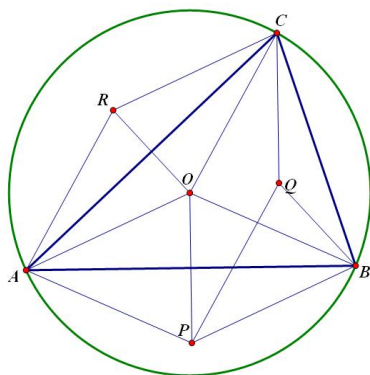


## Geometría III. (8 de febrero de 2012).

1. Teorema de Pappus. Enunciado, demostración y versiones.
2. Sea  $ABC$  un triángulo acutángulo inscrito en una circunferencia  $\mathcal{C}(O, \rho)$  con  $AC > BC$  y sean  $P, Q, R$  puntos tales que  $AOBP$ ,  $AOCR$  y  $COPQ$  son paralelogramos.

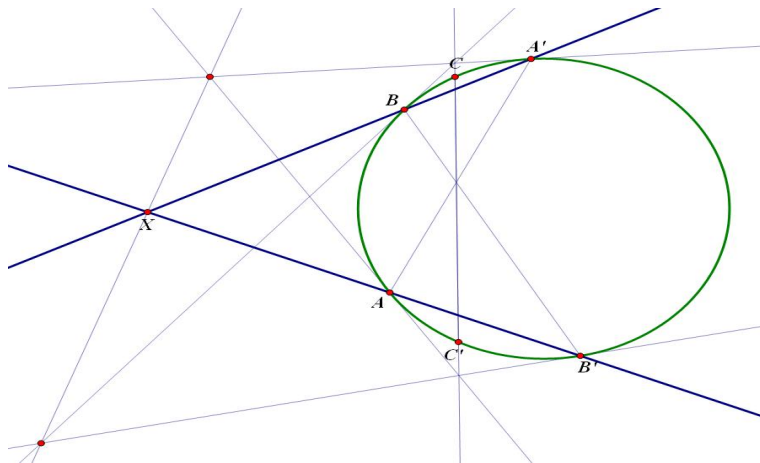
Demostrar:

- a)  $R \vee O$  es la mediatriz del segmento  $\overline{AC}$  y  $C \vee Q$  es una altura de  $ABC$ .
- b)  $BPQ$  y  $OAR$  son semejantes.
- c)  $BQRO$  es un paralelogramo y  $Q$  es el ortocentro de  $ABC$ .



3. Teorema. Si  $ABA'B'$  es un cuadrilátero inscrito en una cónica propia  $\mathcal{C}$ , entonces los puntos  $r_A \cap r_{A'}$ ,  $r_B \cap r_{B'}$ ,  $A \vee B \cap A' \vee B'$  y  $A \vee B' \cap A' \vee B$  están alineados.

- a) Enunciar razonadamente el teorema dual.
- b) Demostrar que la recta polar  $r_X$  de  $X = A \vee B' \cap A' \vee B$  respecto a  $\mathcal{C}$  pasa por los puntos  $A \vee A' \cap B \vee B'$  y  $r_A \cap r_{B'}$ .
- c) Probar que si  $r_X \cap \mathcal{C} = \{C, C'\}$ , entonces existe una versión afín donde los triángulos  $ABC$  y  $A'B'C'$  tienen lados homólogos paralelos.



4. Clasificar proyectiva y afínmente las cónicas que pasan por los puntos  $(1, 1)$  y  $(1, -1)$ , con tangentes  $x = y$ ,  $x = -y$ .

**Puntuación:** 1º) y 4º) 2 puntos, 2º) y 3º) 3 puntos.