



## Teoría de Algoritmos

Curso 2009–2010. Convocatoria de febrero

1. (2 puntos) Resuelve la siguiente recurrencia:

$$\frac{T(n)}{2} = T(2n/4) + T(n/2) + \frac{\log_2(n)}{2}, \quad \text{con } T(1), T(2) = 1$$

¿Cuál es su orden de eficiencia?

2. (2 puntos) Diseña un algoritmo cuyo tiempo promedio de ejecución sea lineal y que dado un conjunto  $S$  con  $n$  números, y un entero positivo  $k \leq n$  y par, determine los  $k$  números de  $S$  más cercanos a la mediana  $m$  de  $S$ . Es decir, aquellos que se encuentren entre las posiciones  $(m - k/2)$  y  $(m + k/2)$ .  
Nota: los elementos no tienen porqué obtenerse ordenados.
3. (2 puntos) Para la fabricación de un producto formado por  $n$  piezas (con pesos  $p_1, \dots, p_n$ ) se tiene un coste igual a la suma de los pesos de las piezas que se encuentran en los extremos de los elementos que se conectan entre sí. Diseña un algoritmo que determine el orden de conexión de las piezas de forma que se tenga coste mínimo teniendo en cuenta que la pieza  $i$ -ésima sólo se puede conectar con la pieza  $(i+1)$ -ésima. Por ejemplo: pesos = (10, 15, 5, 17, 9, 2, 23), una opción sería la secuencia de conexiones (1,2), (3,4), (6,7), (5,6,7), (1,2,3,4), (1,2,3,4,5,6,7) y que tendría un coste total de  $(10+15) + (5+17) + (2+23) + (9+23) + (10+17) + (10+23)$
4. (2 puntos) Para la fabricación de un producto formado por  $n$  piezas (con pesos  $p_1, \dots, p_n$ ) se tiene un coste igual a la suma de los pesos de todas las piezas que se interconectan entre sí. Diseña un algoritmo que determine el orden de conexión de las piezas de forma que se tenga coste mínimo teniendo en cuenta que la pieza  $i$ -ésima sólo se puede conectar con la pieza  $(i+1)$ -ésima. Por ejemplo: pesos = (10, 15, 5, 17, 9, 2, 23), una opción sería la secuencia de conexiones (1,2), (3,4), (6,7), (5,6,7), (1,2,3,4), (1,2,3,4,5,6,7) y que tendría un coste total de  $(10+15) + (5+17) + (2+23) + (9+2+23) + (10+15+5+17) + (10+15+5+17+9+2+23)$
5. (2 puntos) Dada un número de personas  $N$  de las que se conoce su peso. Diseña un algoritmo que particione de forma eficiente a todas y cada una de las  $N$  personas en dos grupos disjuntos de forma que la diferencia entre la suma de sus pesos sea la mínima posible. Por ejemplo: pesos = (12,24,5,42,9,8,1) se podría particionar en dos grupos ((1,4,5,7), (2,3,6)) tendría una diferencia de  $(12+42+9+1) - (24+5+8) = 64 - 37 = 27$

**Duración del examen:** 2 horas y 30 minutos.