

## Cálculo I

5 de septiembre de 2012

1. Desarrollar uno de los temas siguientes:

a) Teorema de completitud de  $\mathbb{R}$ .

b) Teorema del valor intermedio para funciones continuas

2. Dilucidar si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas, explicando brevemente las respuestas:

a) Existe un conjunto no vacío de números reales tal que el conjunto de sus minorantes es un intervalo de la forma  $]-\infty, a]$  con  $a \in \mathbb{R}$ .

b) Existe una sucesión de números reales  $\{x_n\}$  que está acotada y verifica que  $|x_n - x_m| > 10^{-10}$  siempre que  $m \neq n$ .

c) Si  $I$  es un intervalo,  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  es una función inyectiva y el conjunto  $J = f(I)$  es un intervalo, entonces la función inversa  $f^{-1}$  es continua.

d) Hay una función continua  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $f([0, 1]) = [2, 3]$ .

a)  $(-\infty, a)$  Verdadero

$[a, +\infty)$

$(a, +\infty)$

$(-\infty, a]$

$$|x_n - x_m| > 10^{-10} \quad m \neq n$$

No es