Apellidos:	
Nombre:	. D.N.I.:

## 1° D ALEM. Temas 5, 6, 7

23 de enero de 2014

Ejercicio 1. Sea  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \in M_{3\times 5}(\mathbb{Z}_3)$ , y sea  $H_A$  su forma normal de Hermite por filas.

- 1. Calcula  $H_A$ , y encuentra una matriz P tal que  $P \cdot A = H_A$ .
- 2. ¿Existe alguna matriz regular Q tal que Q · A =  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ ? Razona la respuesta.

Ejercicio 2. Sea  $B = \{(1,0,1,1); (1,1,0,1); (1,1,1,0); (1,1,1,1)\}$  una base de  $(\mathbb{Z}_2)^4$ , y sea  $B' = \{(1,0,0,1); \ (0,1,1,1); \ (0,1,0,0); \ (1,0,1,1)\} \ un \ subconjunto \ de \ (\mathbb{Z}_2)^4.$ 

- 1. Estudia si B' es una base.
- 2. Calcula la matriz del cambio de base de la base canónica a la base B.
- 3. Calcula las coordenadas del vector (1,0,0,1) en la base B.

Ejercicio 3. Sea  $V = (\mathbb{Z}_3)^4$ , U el subespacio de V generado por los vectores (1,1,2,1); (2, 1, 0, 1); (2, 0, 2, 0) y W el subespacio de V dado por las ecuaciones

$$\begin{cases} y + z + t = 0 \\ 2x + y + 2z = 0 \end{cases}$$

- 1. Calcula las ecuaciones cartesianas del subespacio U + W.
- 2. Comprueba que el vector (1,0,0,2) pertenece a U+W, y exprésalo como suma de un vector de U y otro de W.
- 3. ¿De cuántas formas puede expresarse el vector (1,0,0,2) como suma de un vector de U y otro de W?

Ejercicio 4. Sea  $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$  la aplicación lineal dada por

$$f(x, y, z) = (2x - y + z, x + 3y - 2z, 5x + y).$$

- 1. Calcula una base del núcleo de f.
- 2. Calcula la dimensión del subespacio Im(f).
- 3. Calcula la matriz de f en la base  $B = \{(1,0,0); (-1,1,0); (0,-1,1)\}.$