

## Cálculo II

5 de septiembre de 2013

1. Desarrollar uno de los dos temas siguientes:

- Aplicaciones del Teorema del Valor Medio
- Definición y propiedades de la integral

2. Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, razonando la respuesta:

- (a) Sea  $I$  un intervalo no trivial y  $f, g \in D(I)$ . Si  $f + g \in C^1(I)$ , entonces  $f, g \in C^1(I)$ .
- (b) Sea  $A \subset \mathbb{R}$  tal que  $A = A'$  y  $f \in D(A)$ . Si existen  $a, b \in A$  tales que  $f'(a) = 1$  y  $f'(b) = -1$ , entonces ha de existir  $c \in A$  tal que  $f'(c) = 0$ .
- (c) Sea  $f \in C[0, 1]$  con  $f(x) \geq 1/2$  para todo  $x \in [0, 1]$ . Si  $\int_0^1 f(x) dx = 1/2$ , entonces  $f$  es constante.
- (d) Si  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función convexa, entonces se verifica que

$$f\left(\frac{x+y+z}{3}\right) \leq \frac{f(x)+f(y)+f(z)}{3} \quad \forall x, y, z \in \mathbb{R}$$