## UNIVERSIDAD DE GRANADA DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA ECUACIONES DIFERENCIALES I CONVOCATORIA DE FEBRERO. 5 de febrero de 2015

El número entre corchetes es la puntuación máxima de cada ejercicio.

## [6] Ejercicio 1.- Resuelve las siguientes cuestiones

- 1. Halla la solución general de la ecuación de Riccati  $x' = -tx^2 + 2t^2x t^3 + t + 1$ , sabiendo que tiene una solución polinómica de grado uno.
- 2. Determina la matriz fundamental principal en  $2\pi$  del sistema

$$x' = \left(\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{array}\right) x.$$

- 3. Halla  $a, b \in \mathbb{R}$  y  $f \in C(\mathbb{R})$  para que las funciones  $x_1(t) = 5e^{2t} + \cos t + t^3$  y  $x_2(t) = e^{-3t} + \cos t + t^3$  sean solución de la ecuación x'' + ax' + bx = f(t).
- 4. Prueba que el cambio de variable independiente  $t=e^s$  transforma la ecuación de Euler

$$t^2x'' + atx' + bx = 0, \ a, b \in \mathbb{R}, \ t > 0,$$

en una ecuación con coeficientes constantes. Resuelve el p.v.i.

$$t^2x'' - 2tx' + 2x = 3\cos(\ln t), \ x(1) = 0, \ x'(1) = 1.$$

## [4] Ejercicio 2.- Se considera la ecuación $2\pi$ -periódica

$$x' = \begin{pmatrix} -1 & 0\\ \sin t & -1 \end{pmatrix} x. \tag{1}$$

Se pide:

- 1. Hallar los multiplicadores carcterísticos.
- 2. Determinar un cambio de variable que transforme la ecuación anterior en una de coeficientes constantes.
- 3. Encontrar, si existen, la o las soluciones  $2\pi$ -periódicas de la ecuación

$$x' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \sin t & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$