

Cálculo I

3 de febrero de 2012

1. Sean A y B conjuntos no vacíos de números reales positivos y supongamos que A está mayorado. Probar que el conjunto

$$C = \{a^2 - b : a \in A, b \in B\}$$

está mayorado y calcular su supremo

2. Estudiar la convergencia de la sucesión $\{x_n\}$ definida por

$$x_1 = 2, \quad x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 1}{x_n - 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

3. Estudiar la convergencia y la convergencia absoluta de las siguientes series

$$(a) \sum_{n \geq 1} (-1)^{n-1} (\sqrt[n]{n+1} - \sqrt[n]{n})$$

$$(b) \sum_{n \geq 1} \frac{(n-1)^{n-1} e^{-n}}{(n+1)^{n-1}}$$

4. Sea $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \quad \forall x \in [-1, 1]$$

Calcular $f([-1, 1])$ y $f([-1/2, 1/2])$.