

Convocatoria de Septiembre (03-09-2013):

ALUMNO:

D.N.I.:

Parte de Teoría

1. Ejercicios

- 1.
- 2 puntos**
- Considera el problema siguiente:

Hallar $p(x) \in \mathbb{P}_2$ tal que $p(0) = -1$, $p'(1) = 1$, $\int_{-1}^1 p(x)dx = 0$

- Calcula la matriz de Gram asociada al problema respecto de la base canónica de \mathbb{P}_2 y verifica si el problema admite solución única.
- Calcula, si es posible, una base de tipo Lagrange y la solución del problema con la fórmula de Lagrange.

- 2.
- 2 puntos**
- Calcula la curva spline natural que pasa por los puntos del plano

$$(x_i, y_i) := \{(-1, 2), (1, 1), (2, 5)\}$$

- 3.
- 3 puntos**
- Dada la función,
- $f(x) = 1/x$
- con
- $x \in [1, 4]$
- , se pide:

- calcula la mejor aproximación m.c. continua mediante funciones del tipo: $u(x) = ax + bx^2$ con $a, b \in \mathbb{R}$
- calcula la mejor aproximación m.c. discreta para $f(x)$ en los nodos $x_i := \{1, 2, 3, 4\}$ con funciones del tipo: $u(x) = ax + bx^2$ con $a, b \in \mathbb{R}$
- si consideramos como medida del error el siguiente: $E = \max\{|f(x) - u(x)| : 1 \leq x \leq 4\}$, ¿cuál de las dos aproximaciones es mejor?

- 4.
- 3 puntos**
- Se considera el sistema lineal,
- $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$
- , donde
- $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$
- y
- $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

- calcula la solución exacta mediante el método de Gauss con pivote parcial escalado.
- escribe las ecuaciones del método iterativo de Jacobi para aproximar la solución del sistema y calcula 2 aproximaciones desde la aproximación inicial: $x_1^{(0)} = 1$, $x_2^{(0)} = 0$, $x_3^{(0)} = 1$.
- estudia la convergencia del método a partir de:
 - da la matriz del método de Jacobi; es decir, \mathbf{B}_j .
 - calcula una aproximación del valor propio dominante de \mathbf{B}_j mediante la aplicación del método de las potencias tres veces partiendo de vector inicial: $\mathbf{x}^{(0)} = (3, 2, 3)^t$ (Use dos decimales en los cálculos)
 - teniendo en cuenta los resultados obtenidos, ¿qué se puede decir sobre la convergencia del método de Jacobi?