## MODELOS AVANZADOS DE COMPUTACIÓN

## 22 de junio de 2016

- 1. Determinar cuales de los siguientes problemas son decidibles, semidecidibles o no semidecidibles (se supone que las MTs y las gramáticas independientes del contexto tienen a {0,1} como alfabeto de entrada o de símbolos terminales):
  - a) Dada una MT M, determinar si  $L(M) = \{0, 1\}^*$ .
  - b) Dada una gramática independiente del contexto G, determinar si es ambigua.
  - c) Dadas dos MT  $M_1$  y  $M_2$ , determinar si existe una palabra aceptada por  $M_1$  que no es aceptada por  $M_2$ .
  - d) Dada una MT M, una palabra de entrada w y un número natural n, determinar si para dicha entrada M da más de n pasos.

Justifica las respuestas.

- 2. Define el lenguaje de diagonalización  $L_d$ . ¿Es recursivamente enumerable? ¿es su complementario recursivamente enumerable? Justifica las respuestas.
- 3. Describe una MT que sea espacio logarítmica para calcular  $f(u) = u^{-1}$ , donde  $u \in \{0,1\}^*$ .
- 4. Describe una macro para la instrucción  $V \leftarrow -V$  (eliminar el primer símbolo) en programas con variables.
- 5. Define la clase **DP**: enuncia dos problemas que pertenezcan a esa clase.
- 6. Enuncia el problema de la partición. Da un ejemplo de otro problema **NP** que se demuestre que es **NP**completo reduciendo el problema de la partición, describiendo brevemente la reducción.
- 7. De los siguientes problemas, determinar cuales son NP-completos y cuales son polinómicos. Justificar brevemente las respuestas:
  - 2-SAT: dado un conjunto de cláusulas de longitud menor o igual a dos, determinar si existe una asignación de valores de verdad que satisfaga todas las cláusulas.
  - 4-SAT: dado un conjunto de cláusulas de longitud menor o igual a cuatro, determinar si existe una asignación de valores de verdad que satisfaga todas las cláusulas.
  - Horn-SAT: dado un conjunto de cláusulas Horn, determinar si existe una asignación de valores de verdad que satisfaga todas las cláusulas.
  - MAXSAT: Dado un conjunto de de cláusulas y un entero K, determinar si existe una asignación de valores de verdad que satisfaga al menos K cláusulas.
- 8. ¿Cuál es el umbral de aproximación del problema de la mochila? justifica la respuesta.

## Problema adicional de clase

1. Demostrar que el siguiente problema es NP-completo:

Colorear grafos (3 colores) Dado un grafo no dirigido G = (V, E), ¿existe una función  $f : V \to \{1, 2, 3\}$ , tal que  $f(u) \neq f(v)$  para todos los arcos  $\{u, v\} \in E$  (no existen dos nodos conectados con el mismo color)?

## Examen global de la asignatura

El problema adicional de clase y los siguientes problemas:

- 1. Supongamos un ejemplo del problema del viajante de comercio en el cual las distancias entre ciudades verifican la desigualdad triangular:  $d_{ik} \leq d_{ij} + d_{jk}$ . Considereremos el árbol generador minimal para las ciudades.
  - a) Demostrar que a partir de un recorrido en profundidad del árbol generador minimal se puede construir un circuito cuyo coste no es mayor que 2 veces el óptimo del problema.
  - b) Demostrar que el umbral de aproximación del problema del viajante de comercio que verifica la desigualdad triangular es menor o igual que 2.
- 2. Sea L r.e., pero no recursivo. Considérese el lenguaje

$$L' = \{0w \, | \, w \in L\} \cup \{1w \, | \, w \not\in L\}$$

¿Puede asegurarse que L' o su complementario son recursivos, r.e. o no r.e.?