

Teoria de algoritmos. Examen enero 2007

1. Dar la mejor cota en notación O para

$$\sum_{j=1..n} n/j$$

2. Sean $X = a+bi$ e $Y = c+di$ dos números complejos. Describir todos los algoritmos que conozca para multiplicarlos, indicando la técnica de diseño en que se basan y calculando en cada caso el correspondiente tiempo de ejecución. Razonar cual de todos es el mejor
3. Definir parentización. Verificar el Principio de Optimalidad en el problema de la Multiplicación Encadenada de Matrices. Calcular el número de parentizaciones que hay para multiplicar cinco matrices. Justifíquelo y explique si ese número depende de las dimensiones que tengan las referidas matrices. ¿Cuántas formas habría entonces para multiplicar 6 matrices?
4. Demostrar que un grafo dirigido G , con distancias no negativas definidas sobre sus arcos y un vértice origen s , el algoritmo de Dijkstra encuentra la longitud de la distancia desde s a cualquier otro vértice en un tiempo $O(n^2)$. Explicar que ocurre cuando alguna distancia es negativa.
5. El juego de los palillos consiste en lo siguiente. Se tienen n filas de palillos. Cada jugador debe quitar uno o varios palillos, pero siempre de la misma fila, y pierde el que quite el último palillo. Describir el árbol de estados para este juego en el caso $n=3$ (en la fila i hay i palillos), y representarlo. Identificar sobre ese árbol todas y cada una de las características que pueden definir un juego. Establecer una estrategia ganadora para el primer jugador.
6. Enumere y comente las propiedades que debe reunir un problema para poder ser resuelto con a) una técnica Backtracking, b) con un método Branch and Bound. Establezca las diferencias entre ambos métodos.