4. Sea el conjunto de fórmulas:

$$\Gamma = \{\forall x(\exists y(P(x,y) \wedge R(x,y)) \to B(x)),\\ \exists x(\neg C(x) \wedge \forall y(\neg Q(y) \to R(x,y))),\\ \forall x(\forall y(Q(y) \vee \neg P(x,y)) \to C(x))\}$$

y sea γ la fórmula

$$\exists x(B(x) \wedge \neg C(x))$$

Compruebe que $\Gamma \models \gamma$, es decir, que γ es consecuencia semántica de Γ.

5. Haga los siguiente:

a) Encontrar una expresión no recurrente para la sucesión definida por las siguientes igualdades:

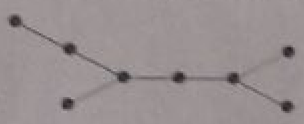
$$x_0 = 2,$$
$$x_1 = 2,$$
$$x_n = x_{n-2} + 2^n + (-1)^n, \text{ siempre que } n \geqslant 2.$$

b) Demostrar por inducción que para cada número natural $n \geqslant 1$ se tiene que:

$$\prod_{k=1}^{n} \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{n+2}{2n+2}$$

6. Según el caso, haga o responda razonadamente a lo siguiente:

a) Estudiar si los árboles siguientes son o no isomorfos:



b) Sea G un grafo y A su matriz de adyacencia. Sabemos que:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \qquad A^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

1) ¿Es G conexo?
2) ¿Es G un grafo de Euler?
3) ¿Es G un árbol?
4) ¿Es G bipartido?
5) ¿Cuántos caminos de longitud 5 hay de v_1 a v_5? ¿Y de v_1 a v_6?