UNIVERSIDAD DE GRANADA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
ECUACIONES DIFERENCIALES I
CONVOCATORIA DE FEBRERO. 5 de febrero de 2015

El número entre corchetes es la puntuación máxima de cada ejercicio.

[6] Ejercicio 1.- Resuelve las siguientes cuestiones

1. Halla la solución general de la ecuación de Riccati $x' = -tx^2 + 2t^2x - t^3 + t + 1$, sabiendo que tiene una solución polinómica de grado uno.

2. Determina la matriz fundamental principal en 2π del sistema

$$x' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} x.$$

3. Halla $a, b \in \mathbb{R}$ y $f \in C(\mathbb{R})$ para que las funciones $x_1(t) = 5e^{2t} + \cos t + t^3$ y $x_2(t) = e^{-3t} + \cos t + t^3$ sean solución de la ecuación $x'' + ax' + bx = f(t)$.

4. Prueba que el cambio de variable independiente $t = e^s$ transforma la ecuación de Euler

$$t^2x'' + atx' + bx = 0,\ a, b \in \mathbb{R},\ t > 0,$$

en una ecuación con coeficientes constantes. Resuelve el p.v.i.

$$t^2x'' - 2tx' + 2x = 3\cos(\ln t),\ x(1) = 0,\ x'(1) = 1.$$

[4] Ejercicio 2.- Se considera la ecuación 2π-periódica

$$x' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \sin t & -1 \end{pmatrix} x. \tag{1}$$

Se pide:

1. Hallar los multiplicadores carcterísticos.

2. Determinar un cambio de variable que transforme la ecuación anterior en una de coeficientes constantes.

3. Encontrar, si existen, la o las soluciones 2π-periódicas de la ecuación

$$x' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \sin t & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$