Álgebra I. Grado en Matemáticas e Informática 20/12/2013

APELLIDOS Y NOMBRE: DNI:

Propuestas:

- 1. (a) Define el concepto de elemento "irreducible" y elemento "primo" en un Dominio de Integridad. Prueba todo elemento primo es irreducible.
 - (b) Demuestra que en cualquier Dominio de Factorización Única todo irreducible es primo.
 - (c) Enuncia, y demuestra, el Teorema de Euclides sobre la cantidad de números primos que hay en $\mathbb{Z}.$
- 2. Demuestra el Teorema Fundamental de la Aritmética: $Todo\ entero\ a>1$ se factoriza de manera única como producto de primos en la forma

$$a = p_1^{e_1} p_2^{e_2} \cdots p_n^{e_n},$$

donde $n \ge 1$, $p_1 < p_2 < \cdots < p_n$, y los exponentes e_1, e_2, \ldots, e_n son todos positivos.

- 3. (a) Demuestra que todo Dominio Euclídeo es un Dominio de Ideales Principales.
 - (b) Demuestra que todo Dominio de Ideales Principales existe máximo común divisor de cada par de elementos.