EXAMEN DE LMD

Grupos D y E

29 de Junio de 2011

APE	LLIDOS, NOMBRE:			
DNI:		GRUPO:	D	E
\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \	Rodee con un círculo la letra de En todas las preguntas hay que jo los cálculos o pasos intermedios No se corregirán respuestas escrucada pregunta vale 1 punto. Si procede del plan antiguo y su posibilidad de no responder a nituágica, en cuyo caso éstas contactivos. Si desea esta opción, marque la esta contactivo.	ustificar la respues itas a lápiz. peró la asignatura F nguna de las cuestio rán como la mitad de	ta incluye LP, tiene nes de la	la parte de
1,	Demuestre por el método de inducción un número entero $k(n)$ tal que	que para todo número ϵ	entero $n \geq 0$	0 existe
	$7^n - 6 \cdot n + 143$	$= 36 \cdot k(n).$		
2.	A partir del conjunto de números naturales $K = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ordenado con el orden usual, consideramos el conjunto $A = K \times K \times K$ con el orden producto cartesiano. a) Calcule los elementos distinguidos del subconjunto			
	$B = \{(3, 5, 4), (8, 7, 9),$	•		
	b) ¿Es A un retículo? c) ¿Es A un álgebra de Boole?	(-,-,-), (-, -, -,)		
3.	Sea G un grafo completo de 30 vértices el menor número de lados que hay que sea un árbol? b) tenga un circuito de Euler? c) tenga un ciclo de Hamilton? d) sea plano? e) sea bipartido? Se recuerda que al suprimir un lado ℓ de dentes con ℓ .	suprimir en G para que	el grafo resi	ultante:

- Calcule cuántos números naturales a verifican que $1 \le a \le 10000$ y a no es múltiplo de ninguno de los elementos del conjunto {20, 24, 45}.
- Tenemos los predicados siguientes:
 - significa que x es pájaro, P(x)
 - I(x)significa que x es insecto,
 - C(x,y) significa que x se come a y.

Utilice estos predicados para traducir cada una de las frases siguientes a un lenguaje de predicados de primer orden:

- "Hay pájaros que sólo comen insectos".
- "Todos los pájaros comen insectos".
- Sea el lenguaje de predicados de primer orden \mathfrak{L} dado por $Var(\mathfrak{L}) = \{x, y, z\},\$ $\operatorname{Cons}(\mathfrak{L}) = \{a\}, \operatorname{Func}(\mathfrak{L}) = \{f^1\} \text{ y } \operatorname{Rel}(\mathfrak{L}) = \{Q^2\}.$
 - a) Interprete las fórmulas

$$\alpha_1 = \forall x \exists y Q(x, f(y)),$$

$$\alpha_2 = Q(x, f(a)) \to \exists y \exists z Q(y, z),$$

$$\alpha_3 = \exists x \exists y (\neg Q(x, y) \land Q(f(x), f(y))),$$

utilizando la estructura \mathcal{E} dada por

$$\begin{cases} D=\mathbb{Z}_6\\ a^{\mathcal{E}}=5\\ f^{\mathcal{E}}(x)=x^2\\ Q^{\mathcal{E}}(x,y)=\mathbf{1} \text{ si y sólo si } (x,y)\in\{(0,0),(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)\},\\ \text{y la asignación } v \text{ en } \mathcal{E} \text{ tal que} \end{cases}$$

$$v(x) = v(y) = v(z) = 3.$$

- b) Para cada una de las fórmulas anteriores, estudie si es válida en \mathcal{E} y si es universalmente válida.
- Obtenga una forma normal clausular para la fórmula siguiente perteneciente a un lenguaje de predicados de primer orden:

$$\exists y \forall x \Big[\Big(\forall x Q(x, f(y)) \lor \neg P(y) \Big) \to \neg \exists y \Big(Q(a, x) \land P(f(y)) \Big) \Big].$$

Sea el conjunto de cláusulas siguiente:
$$\Gamma = \Big\{ \widehat{R(x,a) \vee P(x) \vee P(y)}, \neg \widehat{R(b,x) \vee Q(x,f(y))}, \neg \widehat{P(z) \vee \neg P(x)}, \neg \widehat{Q(z,f(z))} \Big\},$$

donde como es usual x, y, z son símbolos de variable y a, b son símbolos de constante. Además todas las variables que aparecen se supone que están cuantificadas universalmente. Estudie si Γ es satisfacible o insatisfacible.