TEORIA DE AUTOMATAS.

RELACION DE PROBLEMAS I.

1. Describir el lenguaje generado por la siguiente gramática,

$$S \to XYX$$

$$X \to aX \mid bX \mid \epsilon$$

$$Y \to bbb$$

2. Describir el lenguaje generado por la siguiente gramática,

$$S \to aX$$

$$X \to aX \mid bX \mid \epsilon$$

3. Describir el lenguaje generado por la siguiente gramática

$$S \to XaXaX$$

$$X \to aX \mid bX \mid \epsilon$$

4. Describir el lenguage generado por la siguiente gramática

$$S \to SS \mid XaXaX \mid \epsilon$$

$$X \to bX \mid \epsilon$$

5. Encontrar la gramática libre de contexto que genera el lenguaje sobre el alfabeto $\{a, b\}$ de las palabras que tienen mas a que b (al menos una más).

6. Encontrar gramáticas de tipo 2 para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{a, b\}$. En cada caso determinar si los lenguajes generados son de tipo 3, estudiando si existe una gramática de tipo 3 que los genera.

   (i) Palabras en las que el numero de b no es tres.

   (ii) Palabras que tienen 2 o 3 b.

   (iii) Palabras que no contienen la subcadena ab

   (iv) Palabras que no contienen la subcadena baa

7. Encontrar una gramática libre del contexto que que genere el lenguaje

$$L = \{1u1 \mid u \in \{0,1\}^*\}.$$

8. Encontrar si es posible una gramática lineal por la derecha o una gramática libre del contexto que genere el lenguaje L supuesto que $L \subset \{a, b, c\}^*$ y verifica:

   - $u \in L$ si y solamente si verifica que u no contiene dos símbolos b consecutivos.
   - $u \in L$ si y solamente si verifica que u contiene dos símbolos b consecutivos.
   - $u \in L$ si y solamente si verifica que contiene un número impar de símbolos c.
   - $u \in L$ si y solamente si verifica que no contiene el mismo número de símbolos b que de símbolos c.

9. *a*) Dado el alfabeto $A = \{a, b\}$ determinar si es posible encontrar una gramática libre de contexto que genere las palabras de longitud impar, y mayor o igual que 3, tales que la primera letra coincida con la letra central de la palabra.

   b) Dado el alfabeto $A = \{a, b\}$ determinar si es posible encontrar una gramática libre de contexto que genere las palabras de longitud par, y mayor o igual que 2, tales que las dos letras centrales coincidan.

10. Determinar si el lenguaje generado por la gramática

$$S \to SS$$
$$S \to XXX$$
$$X \to aX|Xa|b$$

es regular. Justificar la respuesta.

MODELOS DE COMPUTACION
Preguntas Tipo Test - Tema 1

1. Si un lenguaje es generado por una gramática dependiente del contexto, entonces dicho lenguaje no es independiente del contexto.
2. Los alfabetos tienen siempre un número finito de elementos, pero los lenguajes, incluso si el alfabeto tiene sólo un símbolo, tienen infinitas palablas.
3. Si L es un lenguaje no vacío, entonces L^* es infinito.
4. Todo lenguaje con un número finito de palabras es regular e independiente del contexto.
5. Si L es un lenguaje, entonces siempre L^* es distinto de L^+.
6. $L.\emptyset = L$
7. Si A es un afabeto, la aplicación que transforma cada palabra $u \in A^*$ en su inversa es un homomorfismo de A^* en A^*.
8. Si $\epsilon \in L$, entonces $L^+ = L^*$.
9. La transformación que a cada palabra sobre $\{0,1\}^*$ le añade 00 al principio y 11 al final es un homomorfismo.
10. Se puede construir un programa que tenga como entrada un programa y unos datos y que siempre nos diga si el programa leido termina para esos datos.
11. La cabecera del lenguaje L siempre incluye a L.
12. Un lenguaje nunca puede ser igual a su inverso.
13. La aplicación que transforma cada palabra u sobre el alfabeto $\{0,1\}$ en u^3 es un homomorfismo.
14. El lenguaje que contiene sólo la palabra vacía es el elemento neutro para la concatenación de lenguajes.
15. Si L es un lenguaje, en algunas ocasiones se tiene que $L^* = L^+$.
16. Hay lenguajes con un número infinito de palabras que no son regulares.
17. Si un lenguaje tiene un conjunto infinito de palabras sabemos que no es regular.
18. Si L es un lenguaje finito, entonces su cabecera ($CAB(L)$) también será finita.
19. El conjunto de palabras sobre un alfabeto dado con la operación de concatenación tiene una estructura de monoide.
20. La transformación entre el conjunto de palabras del alfabeto $\{0,1\}$ que duplica cada símbolo (la palabra 011 se transforma en 001111) es un homomorfismo.
21. Si f es un homomorfismo entre palabras del alfabeto A_1 en palabras del alfabeto de A_2, entonces si conocemos $f(a)$ para cada $a \in A_1$ se puede calcular $f(u)$ para cada palabra $u \in A_1^*$.

TEORIA DE AUTOMATAS.

RELACION DE PROBLEMAS II.

1. Construir un AFND capaz de aceptar una cadena $u \in \{0,1\}^*$, que contenga la subcadena 010. Construir un AFND capaz de aceptar una cadena $u \in \{0,1\}^*$, que contenga la subcadena 110. Obtener un AFD capaz de aceptar una cadena $u \in \{0,1\}^*$, que contenga simultaneamente las subcadenas 010 y 110.

2. Obtener a partir de la gramática regular $G = (\{S, B\}, \{1, 0\}, P, S)$, con

   $$P = \{S \to 110B, B \to 1B, B \to 0B, B \to \epsilon\},$$

   el autómata AFND que reconoce el lenguaje generado por esa gramática.

3. Dada la gramática regular $G = (\{S\}, \{1, 0\}, P, S)$, con

   $$P = \{S \to S10, S \to 0\},$$

   obtener el autoómata AFD que reconoce el lenguaje generado por esa gramática.

4. Obtener el AFD que acepta el lenguaje representado por la expresión regular 0(10)*.

5. Dado el lenguaje

   $$L = \{u110 \mid u \in \{1, 0\}^*\},$$

   encontrar la expresión regular, la gramática lineal por la derecha, la gramática lineal por la izquierda y el autómata asociado.

6. Dado un AFD, determinar el proceso que habría que seguir para construir una Gramática lineal por la izquierda capaz de generar el Lenguaje aceptado por dicho autómata.

7. Dada la expresión regular $(a + \epsilon)b^*$ encontrar el AFD asociado.

8. Obtener una expresión regular para el lenguaje complementario al aceptado por la gramática

   $$S \to abA|B|baB|\epsilon$$

   $$A \to bS|b$$

   $$B \to aS$$

   Nota.- Se valorará especialmente, si la construcción se hace construyendo el Autómata Finito Determinístico asociado.

9. Construir un Autómata Finito Determinístico que acepte el lenguaje generado por la siguiente gramática:

$$S \to AB, \quad A \to aA, \quad A \to c$$

$$B \to bBb, \quad B \to b$$

10. Dar expresiones regulares para los lenguajes sobre el alfabeto $\{a, b\}$ dados por las siguientes condiciones:

    a) Palabras que no contienen la subcadena a

    b) Palabras que no contienen la subcadena ab

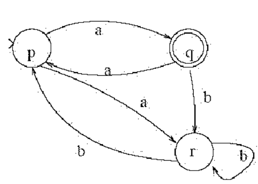
    c) Palabras que no contienen la subcadena aba

11. Construir un autómata finito determinístico minimal que acepte el lenguaje $L \subseteq \{a, b, c\}^*$ de todas las palabras con un número impar de ocurrencias de la subcadena abc.

12. Construir un autómata finito determinístico que acepte el lenguaje de todas las palabras sobre el alfabeto $\{0, 1\}$ que no contengan la subcadena 001.

    Construir una gramática regular por la izquierda a partir de dicho autómata.

13. Calcular de forma algorítmica una expresión regular para el lenguaje aceptado por el autómata:

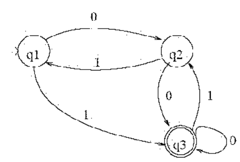


14. Determinar si el lenguaje generado por la siguiente gramática es regular:

$$S \to AabB,$$
$$A \to aA, \quad A \to bA, \quad A \to \epsilon,$$
$$B \to Bab, \quad B \to Bb, \quad B \to ab, \quad B \to b$$

    En caso de que lo sea, encontrar una expresión regular asociada.

15. Dado el autómata finito determinista:



construir una expresión regular para el lenguaje L aceptado por el autómata.

Construir un autómata y una expresión regular para el lenguaje LL.

16. Sobre el alfabeto $A = \{0, 1\}$ realizar las siguientes tareas:

   a) Describir un autómata finito determinista que acepte todas las palabras que contengan a 011 o a 010 (o las dos) como subcadenas.

   b) Describir un autómata finito determinista que acepte todas las palabras que empiecen o terminen (o ambas cosas) por 01.

   c) Dar una expresión regular para el conjunto de las palabras en las que hay dos ceros separados por un número de símbolos que es multiplo de 4 (los símbolos que separan los ceros pueden ser ceros y puede haber otros símbolos delante o detrás de estos dos ceros).

   d) Dar una expresión regular para las palabras en las que el número de ceros es divisible por 4.

17. *a*) Construye una gramática regular que genere el siguiente lenguaje:

$$L_1 = \{u \in \{0,1\}^* \mid \text{ el número de 1's y de 0's es impar}\}$$

   b) Encuentra una expresión regular que represente el siguiente lenguaje:

$$L_2 = \{0^n 1^m \mid n \geq 1, m \geq 0, n \text{ múltiplo de 3 y } m \text{ es par}\}$$

   c) Diseña un autómata finito determinista que reconozca el siguiente lenguaje:

$$L_3 = \{u \in \{0,1\}^* \mid \text{ el número de 1's no es múltiplo de 3 y el número de 0's es par}\}$$

MODELOS DE COMPUTACION.

RELACION DE PROBLEMAS III.

1. Para el lenguaje representado por la expresión regular (01)*0, obtener

   - Una gramática lineal por la derecha que genera a L.
   - Una gramática lineal por la izquierda que genera a L.
   - El autómata finito determinístico minimal que acepta el lenguaje L.

2. Encontrar si es posible una gramática lineal por la derecha o una gramática libre del contexto que genere el lenguaje L supuesto que $L \subset \{a, b, c\}^*$ y verifica:

   - $u \in L$ si y solamente si verifica que u no contiene dos símbolos b consecutivos.
   - $u \in L$ si y solamente si verifica que u contiene dos símbolos b consecutivos.
   - $u \in L$ si y solamente si verifica que contiene un número impar de símbolos c.
   - $u \in L$ si y solamente si verifica que no contiene el mismo número de símbolos b que de símbolos c.

3. Encontrar un AFD minimal para el lenguaje

$$(a + b)^*(aa + bb)(a + b)^*$$

4. Para cada uno de los siguientes lenguajes regulares, encontrar el autómata minimal asociado, y a partir de dicho autómata minimal, determinar la gramática regular que genera el lenguaje:

   - a^+b^+
   - $a(a + b)^*b$

5. Considera la gramática cuyas producciones se presentan a continuación y donde el símbolo inicial es S:

$$S \to xN|x$$

$$N \to yM|y$$

$$M \to zN|z$$

   - Escribe el diagrama de transiciones para ab AFD que acepte el lenguaje $L(G)$ generado por G.
   - Encuentra una gramática regular por la izquierda aqe genere ese mismo lenguaje $L(G)$.

- Encuentra el AFD que acepte el complementario del lenguaje $L(G)$.

6. Construir un AFD minimal para el lenguaje dado por la expresión regular

$$1^{+}01^{*}$$

7. Obtener autómatas finitos determinísticos para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0,1\}$.

   - Palabras en las que el número de 1 es múltiplo de 3 y el número de 0 es par.
   - $\{(01)^{2i} \mid i \geq 0\}$
   - $\{(0^{2i}1^{2i}) \mid i \geq 0\}$

8. Construir un Autómata Finito Determinístico que acepte el lenguaje generado por la siguiente gramática:

$$S \to AB, \quad A \to aA, \quad A \to c$$

$$B \to bBb, \quad B \to d$$

9. Dar una expresión regular para la intersección de los lenguajes asociados a las expresiones regulares $(\mathbf{01}+\mathbf{1})^{*}\mathbf{0}$ y $(\mathbf{10}+\mathbf{0})^{*}$. Se valorará que se construya el autómata que acepta la intersección de estos lenguajes, se minimice y, a partir del resultado, se construya la expresión regular.

10. Construir un Autómata Finito Determinista Minimal que acepte el lenguaje sobre el alfabeto $\{a,b,c\}$ de todas aquellas palabras que verifiquen simultaneamente las siguientes condiciones

    a) La palabra cgntiene un número par de a's

    b) La longitud de la palabra es un múltiplo de 3.

    c) La palabra no contiene la subcadena abc.

11. Determinar si los siguientes lenguajes son regulares o libres de contexto. Justificar las respuestas.

    - $\{0^{i}b^{j} \mid i = 2j \text{ ó } 2i = j\}$
    - $\{uu^{-1} \mid u \in \{0,1\}^{*}, |u| \leq 1000\}$
    - $\{uu^{-1} \mid u \in \{0,1\}^{*}, |u| \geq 1000\}$

- $\{0^i1^j2^k \mid i = j \text{ ó } j = k\}$

12. Determinar que lenguajes son regulares o libres de contexto de los siguientes:

    a) $\{u0u^{-1} \mid u \in \{0,1\}^*\}$

    b) Números en binario que sean múltiplos de 4

    c) Palabras de $\{0,1\}^*$ que no contienen la cabcadena 0110

13. Determinar autómatas minimales para los lenguajes $L(M_1) \cup L(M_2)$ y $L(M_1) \cap \overline{L(M_2)}$ donde,

    - $M_1 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b, c\}, \delta_1, q_0, \{q_2\})$ donde

δ_1	q_0	q_1	q_2	q_3
a	q_1	q_1	q_3	q_3
b	q_2	q_1	q_1	q_3
c	q_3	q_3	q_0	q_3

    - $M_2 = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{a, b, c\}, \delta_2, q_0, \{q_2\})$

δ_2	q_0	q_1	q_2	q_3
a	q_1	q_1	q_3	q_3
b	q_1	q_2	q_2	q_3
c	q_3	q_3	q_0	q_3

14. Determinar qué lenguajes son regulares y qué lenguajes son libres de contexto entre los siguientes:

    a) Conjunto de palabras sobre el alfabeto $\{0,1\}$ en las que cada 1 va precedido por un número par de ceros.

    b) Conjunto $\{0^i1^2j0^{i+j} | i, j \geq 0\}$

    c) Conjunto $\{0^i1^j0^{i*j} | i, j \geq 0\}$

15. Dado el conjunto regular representado por la expresion regular $a^*b^* + b^*a^*$, construir un autómata finito determinístico minimal que lo acepte.

16. Sean los lenguajes:

    - $L_1 = (01 + 1)^*00$
    - $L_2 = 01(01 + 1)^*$

construir un autómata finito determinístico minimal que acepte el lenguaje $L_1 - L_2$, a partir de autómatas que acepten L_1 y L_2.

17. Dada una palabra $u = a_1 \dots a_n \in A^*$, se llama $Per(u)$ al conjunto

$$\{a_{\sigma(1)}, \dots, a_{\sigma(n)} \ : \sigma \text{ es una permutación de } \{1, \dots, n\}\}$$

.

Dado un lenguaje L, se llama $Per(L) = \bigcup_{u \in L} Per(u)$.

Dar expresiones regulares y autómatas minimales para $Per(L)$ en los siguientes casos:

a) $L = (00 + 1)^*$

b) $L = (0 + 1)^*0$

c) $L = (01)^*$

>Es posible que, siendo L regular, $Per(L)$ no lo sea?

18. Dados los alfabetos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ y $B = \{0, 1\}$ y el homomorfismo f de A^* en B^* dado por:

- $f(0) = 00, \quad f(1) = 01, \quad f(2) = 10, \quad f(3) = 11$

Sea L el conjunto de las palabras de B^* en las que el número de símbolos 0 es par y el de símbolos 1 no es múltiplo de 3. Construir un autómata finito determinista que acepte el lenguaje $f^{-1}(L)$.

19. Determinar una autómata finito determinístico minimal para el el lenguaje sobre el alfabeto $A = \{a, b, c\}$ dado por la expresión regular $b(a + b)^* + cb^*$.

20. Dar expresiones regulares para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $A = \{a, b, c\}$,

- Palabras en las que cada c va precedida de una a o una b
- Palabras de longitud impar
- Palabras de longitud impar en las que el símbolo central es una c
- Palabras en las que los dos primero símbolos son iguales a los dos último símbolos en orden inverso: si la palabra empieza por ab, debe de terminar por ba.

21. Determinar si las expresiones regulares siguientes representan el mismo lenguaje:

a) $(b + (c + a)a^*(b + c))^*(c + a)a^*$

b) $b^*(c+a)((b+c)b^*(c+a))^*a^*$

c) $b^*(c+a)(a^*(b+c)b^*(c+a))^*a^*$

Justificar la respuesta.

22. Construir un autómata finito determinista minimal que acepte el conjunto de palabras sobre el alfabeto $A = \{0, 1\}$ que representen números no divisibles por dos ni por tres.

23. Determinar una expresión regular para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0, 1\}$:

    - Palabras en las que el tercer símbolo es un 0.
    - Palabras en las que el antepenltimo símbolo es un 1.

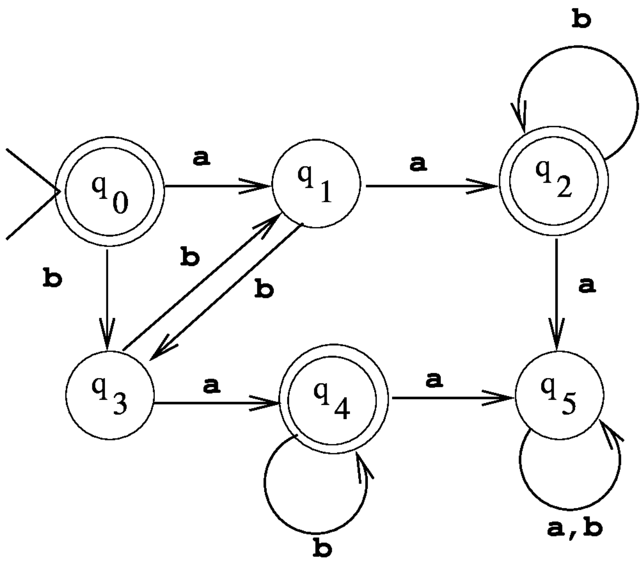
    Construir un autómata finito minimal que acepte la intersección de ambos lenguajes.

24. Construir autómatas finitos minimales para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0, 1\}$:

    a) Palabras que contienen como subcadena una palabra del conjunto $\{00, 11\}^2$.

    b) Palabras que contienen como subcadena una palabra del conjunto $\{0011, 1100\}$.

25. Sea M el autómata finito determinista:



- Obtener el automata finito determinista minimal.
- Dar una expresión regular para el lenguaje que reconoce el autómata.

Escribir expresiones regulares para dichos lenguajes.

26. Encuentra para cada uno de los siguientes lenguajes una gramática de tipo 3 que lo genere o un autómata finito que lo reconozca:

   a) $L = \{u \in \{a,b\}^* : u$ no contiene la subcadena $'abab'\}$

   b) $L = \{a^n b^m c^p : n \geq 0$ y mltiplo de $3, m \geq 0, p > 0\}$

   c) $L = \{(ab)^j (cd)^i / j \geq i \geq 0\}$

27. - Construye una gramática regular que genere el siguiente lenguaje:

    $$L_1 = \{u \in \{0,1\}^* \mid \text{ el número de 1's y el número de 0's en } u \text{ es par}\}$$

    - Construye un autómata que reconozca el siguiente lenguaje:

    $$L_2 = \{0^n 1^m \mid n \geq 1, m \geq 0, n \text{ múltiplo de } 3, m \text{ par}\}$$

    - Diseña el AFD mínimo que reconoce el lenguaje $(L_1 \cup L_2)$.

28. Construir expresiones regulares para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0,1\}$:

   a) Palabras en las que el número de símbolos 0 es múltiplo de 3.

   b) Palabras que contienen como subcadena a 1100 ó a 00110

   c) Palabras en las que cada cero forma parte de una subcadena de 2 ceros y cada 1 forma parte de una subcadena de 3 unos.

   d) Palabras en las que el número de ocurrencias de la subcadena 011 es menor o igual que el de ocurrencias de la subcadena 110.

29. Sobre el alfabeto $\{0,1\}$:

   a) Construye una gramática regular que genere el lenguaje L_1 de las palabras u tales que:

      - Si $|u| < 5$ entonces el número de 1's es impar.
      - Si $|u| \geq 5$ entonces el número de 1's es par.
      - u tiene al menos un símbolo 1.

   b) Construye un autómata que reconozca el lenguaje L_2 dado por:

   $$L_2 = \{0^n 1^m : n \geq 0, m \geq 1, m \text{ es múltiplo de } 6\}$$

   c) Diseña el AFD mínimo que reconozca el lenguaje $(L_1 \cup L_2)$.

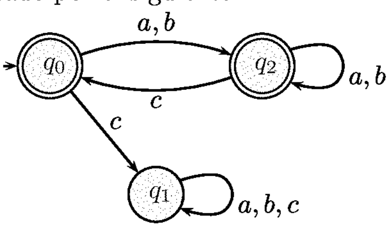
30. Encuentra para cada uno de los siguientes lenguajes una gramática de tipo 3 que lo genere o un autómata finito que lo reconozca:

   - $L_1 = \{u \in 0, 1* \,:\, u$ no contiene la subcadena '010'$\}$
   - $L_2 = \{0^i 1^j 0^k \,:\, i \geq 1, k \geq 0,\ i$ impar$, k$ múltiplo de 3 y $j \geq 2\}$.

   Diseña el AFD mínimo que reconoce el lenguaje $(L_2 \cap L_1)$.

31. Encuentra una expresión regular para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $A = \{a, b, c\}$:

   a) el aceptado por el siguiente AFD:



   b) el generado por la siguiente gramática:

$$S \rightarrow aA|bA|cA, \qquad A \rightarrow \epsilon|aS|bS|cS$$

   c) el generado por la siguiente gramática:

$$S \rightarrow TST|c, \qquad T \rightarrow a|b|c$$

32. Dado el alfabeto $A = \{a, b, c\}$, encuentra:

   a) Un AFD que reconozca las palabras en las que cada $'c'$ va precedida de una $'a'$ o una $'b'$.

   b) Una expresión regular que represente el lenguaje compuesto por las palabras de longitud impar en las que el símbolo central es una $'c'$.

   c) Una gramática regular que genere las palabras de longitud impar.

33. Construir autómatas finitos para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{a, b, c\}$:

   a) L_1: palabras del lenguaje $(\mathbf{a} + \mathbf{b})^*(\mathbf{b} + \mathbf{c})^*$.

   b) L_2: palabras en las que nunca hay una $'a'$ posterior a una $'c'$.

   c) $(L_1 - L_2) \cup (L_2 - L_1)$

   ¿Qué podemos concluir sobre L_1 y L_2?

MODELOS DE COMPUTACION I

RELACION DE PROBLEMAS 4.

1. Determinar si la siguiente gramática es ambigua y si el lenguaje generado es inherentemente ambiguo:

   $S \to A_1, A_2$

   $A_1 \to aA_1b, aA_1, \epsilon$

   $A_2 \to aA_2b, A_2b, \epsilon$

2. Sea la gramática

   $$S \to aSA, \quad S \to \epsilon, \quad A \to bA, \ z \ \ A \to \epsilon$$

   a) Demostrar que es ambigua

   b) Dar una expresión regular para el lenguaje generado.

   c) Construir una gramática no ambigua que genere el mismo lenguaje

3. Describe el lenguaje generado por la siguiente gramática $G = (\{S, A\}, \{a, b\}, P, S)$, con

   $$P = \{S \to aAa, S \to bAa, A \to aAa, A \to bAa, A \to \epsilon\}$$

   - Demuestra que el lenguaje generado por la gramática no es regular, pero si independiente del contexto,
   - Normaliza la gramática G en la Forma Normal de Greibach, y determina todas la derivaciones más a la izquierda para la cadena ab^2a^5.

4. Obtener la forma normal de Greibach para la siguiente gramática:

   $$< \{S_1, S_2, S_3\}, \{a, b, c, d, e\}, S_1, P >$$

   donde

   $$P = \{S_1 \to S_1S_2c, S_3, S_3bS_3; S_2 \to S_1S_1, d; S_3 \to S_2e\}$$

5. Considera la gramática $G = (V, T, S, P)$ donde

   $$V = \{< expresion >, < identificador >\}, T = \{a, b, c, d, -\}, S =< expresion >$$

   y P contiene las producciones:

   $$< expresion > \to < identificador >$$

   $$< expresion > \to < identificador > - < expresion >$$

   $$< expresion > \to < expresion > - < identificador >$$

   $$< identificador > \to a, b, c, d$$

- demuestra que esta gramática no puede ser empleada para describir un posible lenguaje de programación, teniendo en cuenta que que la sustración no es una operación conmutativa, y que $(a-b)-d \neq a-(b-d)$,
- ¿es ambígua la gramática G? >es la ambiguedad inherente al lenguaje generado por G ? Justifica adecuadamente la respuesta.
- ¿es posible modificar G de manera que la nueva gramática pueda ser usada para generar el lenguaje de las expresiones aritméticas correctas con el operador de resta

6. Dada la gramática

$$S \to A, \quad S \to B, \quad A \to aaA, \quad A \to \epsilon$$

$$B \to aaaB, \quad B \to \epsilon$$

   - Demostrar que es ambigua
   - Construir un autómata finito determinístico que acepte el mismo lenguaje
   - Construir una gramática lineal pgb la derecha, a partir del autómata determinístico, que genere el mismo lenguaje,
   - Demostrar que la gramática resultante no es ambigua.

7. Dar una gramática libre de contexto no ambigua que genere el lenguaje $L = \{a^i b^j a^k b^l \ : \ (i=j) \vee (k=l)\}$.

8. Determinar cuales de las siguientes gramáticas son ambiguas y, en su caso, comprobar si los lenguajes generados son inherentemente ambiguos:

   a) $S \to aSb|Sb|aS|a$

   b) $S \to aaS|aaaS|a$

   c) $S \to aS|aSb|X$
   $X \to Xa|a$

9. Dar gramáticas libres de contexto o regulares (cuando sea posible) para los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $A = \{a, b, c\}$:

   a) $L_1 = \{a^i b^j c^k \ : \ i \neq j \vee j \neq k\}$

   b) $L_2 = \{(ab)^i (bc)^j \ : \ i, j \geq 0\}$

   c) $L_3 = \{a^i b^{i+j} c^j \ : \ i, j \geq 0\}$

   d) L_4 definido como el conjunto de palabras que comienzan por aab y terminan por bbc y tales que estas dos subcadenas no aparecen nunca en el interior de la palabra (sólo están al principio y al final).

10. Pasar a forma normal de Greibach la gramática

$$\begin{array}{ll} S \to AAA, & S \to B \\ A \to aA, & A \to B \\ B \to \epsilon & \end{array}$$

11. Dada la gramática:

$$S \to 01S, \quad S \to 010S, \quad S \to 101S, \quad S \to \epsilon,$$

determinar si es ambigua.

Construir un autómata finito determinista asociado y calcular la gramática lineal por la derecha que se obiene a partir del autómata. ¿Es ambigua la gramática resultante?

12. Demostrar que la gramática: $S \to A1B, \quad A \to 0A|\epsilon, \quad B \to 0B|1B|\epsilon$ no es ambigua.

Encontrar una gramática para el mismo lenguaje que sea ambigua y demostrar su ambigüedad.

MODELOS DE COMPUTACION I

RELACION DE PROBLEMAS 5.

1. Determinar una gramática que acepte el lenguaje $N(M)$ donde,

$$M = \{\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, X\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset\}$$

y donde

$\delta(q_0, a, Z_0) = \{(q_0, XZ_0)\}$

$\delta(q_0, a, X) = \{(q_0, XX), (q_1, \varepsilon)\}$

$\delta(q_0, b, Z_0) = \{(q_0, XZ_0)\}$

$\delta(q_0, b, X) = \{(q_0, XX)\}$

$\delta(q_1, a, X) = \{(q_1, \varepsilon)\}$

$\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) = \{(q_1, \varepsilon)\}$

y el resto de transiciones son el conjunto vacio.

2. Construir un autómata con pila que acepte el lenguaje

$$\{a^i b^i \mid i \geq 0\} \cup \{a^i \mid i \geq 0\} \cup \{b^i \mid i \geq 0\}$$

a) Por el criterio de estados finales.

b) Por el criterio de pila vacía

Indicar si el autómata es determinístico.

3. Obtener a partir de la gramática $G = (\{S, T\}, \{a, b, c, d\}, P, S)$, con

$$P = \{S \to abS, S \to cdT, T \to bT, T \to b\},$$

un autómata con pila que acepta por el criterio de estados finales el lenguaje generado por esa gramática.

4. Demostrar que los siguientes lenguajes son Libres del Contexto y obtener para cada uno de ellos un APND que pueda ser usado como reconocedor:

- $L_1 = \{a^p b^q \mid p, q \geq 1; p > q\}$,
- $L_2 = \{a^p b^q \mid p, q \geq 1; p < q\}$,
- $L_3 = \{a^p b^q a^r \mid p + q \geq r \geq 1\}$

5. Dado el lenguaje

$$L = \{a^i b^j c^{i+j} \mid i, j \in \mathbb{N}\}$$

- y haciendo uso de resultados matemáticos concretos, identifica a que tipos de lenguajes NO pertenece L,
- además encuentra, si es posible, un reconocedor para las cadenas de ese lenguaje.

6. Construir un autómata con pila que por el criterio de estados finales acepte el lenguaje de las palabras sobre el alfabeto $\{0,1\}$ en las que el numero de 0 es el doble que el número de 1.

   Construir a partir del autómata una gramática libre de contexto en forma normal de Chomsky que genere el mismo lenguaje.

7. Construir un autómata con pila que acepte el lenguage sobre el alfabeto $A = \{a,b\}$ de todas aquella palabras en las que el número de símbolos a es distinto del número de símbolos b. Construir una gramática en forma normal de Chomsky a partir de dicho autómata.

8. Dado $L = \{a^i b^j c^k a^i \mid i \geq 1, j \geq k \geq 1\}$ construir un autómata con pila que acepte dicho lenguaje por el criterio de pila vacía. Transformar dicho autómata en uno que lo acepte por el criterio de estados finales.

9. Construir un autómata con pila que acepte el lenguaje:

$$L = \{a^i b^j c^k d^l \mid i + l = j + k\}$$

10. Sea el alfabeto $A = \{0,1\}$ y para $u \in \{0,1\}^*$, sea $\overline{u}$ la palabra obtenida a partir de u cambiando los 0 por 1 y los 1 por 0. Considerar el lenguaje $L = \{u \in \{0,1\}^* \mid u^{-1} = \overline{u}\}$.

    - Dar una gramática en forma normal de Chomsky que acepte L
    - Dar un autómata con pila que acepte L por el criterio de estados finales

11. Construir un Autómata con Pila que acepte el siguiente lenguaje:

$$L = \{0^r 1^s : r \leq s \leq 2r\}$$

    - Construir, a partir de dicho autómata, una gramática libre de contexto que acepte el mismo lenguaje.
    - Eliminar símbolos y producciones inútiles de la gramática.

12. Construir autómatas con pila que acepten los siguientes lenguajes:

    a) El conjunto de todas las palabras u con el mismo número de síbolos a y b, y tal que en todo prefijo el número de símbolos a es menor o igual que el número de símbolos b.

b) $L = \{a^i b^j c^k : (i = j) \vee (j = k)\}$.

Los autómatas deberán de ser determinísticos en caso de que sea posible.

13. Dado el autómata con pila $M = (\{q_0, q_1\}, \{0, 1\}, \{Z_0, A, B\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$, donde

$$\delta(q_0, 0, Z_0) = \{(q_0, AAZ_0)\}, \quad \delta(q_0, 0, A) = \{(q_0, AAA)\}$$

$$\delta(q_0, 0, B) = \{(q_1, \varepsilon)\}, \quad \delta(q_1, \varepsilon, B) = \{(q_0, \varepsilon)\}$$

$$\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) = \{(q_0, A)\}, \quad \delta(q_0, 1, Z_0) = \{(q_0, BZ_0)\}$$

$$\delta(q_0, 1, A) = \{(q_0, \varepsilon)\}, \quad \delta(q_0, 1, B) = \{(q_0, BB)\}$$

Encontrar una gramática libre de contexto que genere el mismo lenguaje que este autómata acepta por el criterio de pila vacía. Se valorará que se haga por el procedimiento explicado en clase.

14. Encontrar autómatas con pila que acepten los siguientes lenguajes:

- $L_1 = \{uvv^{-1}u^{-1} : u, v \in \{0, 1\}^*\}$
- $L_2 = \{uvu^{-1}v^{-1} : u, v \in \{0, 1\}^*\}$

15. Construir un autómata con pila determinístico que reconozca el lenguaje $L = L_1 \cap L_2$ sobre el alfabeto $A = \{0, 1, 2\}$, donde

- L_1 es el conjunto de todas las palabras $u \in A^*$ tales que en todo prefijo u' de u, la cantidad de símbolos 0 es mayor que la cantidad de 1
- L_2 es el lenguaje de todas las palabras sobre A que contienen la subcadena 0102

16. Encontrar gramáticas libres de contexto y autómatas con pila para los siguientes lenguajes:

- $L = \{0^m 1^n : n, m \geq 0, m \leq n \leq 2m\}$
- $L = \{0^n 1^m 2^p 0^q 1^n : q = p + m, m \geq 1, p \geq 0\}$

17. Realizar un autómata con pila que acepte los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $A = \{a, b, c\}$

a) $L_1 = \{a^i b^j c^k : i + k = j, i, j, k \geq 0\}$

b) $L_2 = \{a^i b^j c^k : i \leq j \leq k\}$

18. Dado el alfabeto $A = \{0, 1\}$,

a) Construir un autómata con pila que acepte por el criterio de estados finales el conjunto de palabras con el triple de ceros que de unos.

b) Construir una gramática independiente del contexto asociada al autómata

19. Construir autómatas con pila deterministas que acepten por el criterio de pila vacía los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0,1\}$:

   - $L = \{0^n1^n : n \geq 1\} \cup \{0^n1^{2n} : n \geq 1\}$
   - $L = \{0^n1^m0^m1^n : n,m \geq 1\}$

20. Dado el autómata con pila dado por las transiciones (R es el símbolo inicial):

$$
\begin{array}{lll}
\delta(q_1,0,R) = \{(q_1,BR)\} & \delta(q_1,1,R) = \{(q_1,GR)\} & \delta(q_1,0,B) = \{(q_1,BB)\} \\
\delta(q_1,1,B) = \{(q_1,GB)\} & \delta(q_1,0,G) = \{(q_1,BG)\} & \delta(q_1,1,G) = \{(q_1,GG)\} \\
\delta(q_1,1,G) = \{(q_2,G)\} & \delta(q_2,0,B) = \{(q_2,\varepsilon)\} & \delta(q_2,1,G) = \{(q_2,\varepsilon)\} \\
\delta(q_2,\varepsilon,R) = \{(q_2,\varepsilon)\} & \delta(q_1,\varepsilon,R) = \{(q_2,R)\} & \delta(q_1,\varepsilon,B) = \{(q_2,B)\} \\
\delta(q_1,\varepsilon,G) = \{(q_2,G)\} & \delta(q_1,0,R) = \{(q_2,R)\} & \delta(q_1,0,B) = \{(q_2,B)\} \\
\delta(q_1,0,G) = \{(q_2,G)\} & \delta(q_1,1,R) = \{(q_2,R)\} & \delta(q_1,1,B) = \{(q_2,B)\}
\end{array}
$$

   Construir una gramática independiente del contexto (siguiendo el procedimiento explicado en clase) que acepte el mismo lenguaje. Eliminar símbolos y producciones inútiles.

21. Construir autómatas con pila deterministas que acepten por el criterio de estados finales los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $\{0,1\}$:

   - $L = \{0^i1^j : j \geq i \geq 1\}$
   - $L = \{0^i1^j0^i : i,j \geq 1\} \cup \{1^i0^j1^i : i,j \geq 1\}$

22. Construir autómatas con pila deterministas que acepten por el criterio de pila vacía y, si no es posible, por el criterio de estados finales, los siguientes lenguajes:

   a) $L = \{a^ib^jc^k : i,j,k \geq 0,\ i \neq j\}$

   b) $L = \{a^ib^jc : i,j \geq 0,\ i \leq 2j\}$

23. Supongamos un operador (que puede aparecer en el código de un lenguaje de programación con la siguiente estructura: $\otimes(u,v)$; donde

   - $u \in \{0,1\}^*$ es una cadena de símbolos binarios que determina:

     a) La operación que se ejecutará. Si el número de 0's es impar en la cadena u y no contiene la subcadena $'11'$ se realiza una suma, en caso contrario se hace un producto.

     b) El número de operandos de $\otimes$ (número de ocurrencias de la subcadena $'01'$en u).

- $v \in \{a,b,c\}^*$ es una cadena donde cada símbolo representa un operando de $\otimes$.

Construir, si es posible:

a) Un autómata finito que reciba como entrada la cadena u y le indique al ordenador si realiza una suma (estado final) o si realiza un producto (estado no final).

b) Construir un autómata con pila determinista por el criterio de pila vacía definido sobre el alfabeto de entrada

$$A = \{ \ '(' \ , \ '(' \ , \ ')' \ , \ ',' \ , \ ';' \ , \ '0' \ , \ '1' \ , \ 'a' \ , \ 'b' \ , \ 'c' \ \}$$

que reciba como entrada una expresión del conjunto

$$\{\otimes(u,v);: u \in \{0,1\}^*, v \in \{a,b,c\}^*\}$$

y nos informe si está bien construida sintácticamente (de acuerdo con lo especificado anteriormente) y si el número de operandos es correcto.

24. Construye un autómata con pila determinista por el criterio de pila vacía que reconozca el lenguaje:

    $L = \{ucv \mid u,v \in \{a,b\}^+$ y nº de subcadenas $'ab'$ en u es igual al nº subcadenas $'ba'$ en $v\}$

25. Sea el lenguaje sobre el alfabeto $A = \{a,b,c,d\}$, dado por las siguientes reglas:

    a) a y b son palabras del lenguaje.

    b) Cualquier sucesión no vacía de palabras del lenguaje es una palabra del lenguaje.

    c) Si u es una palabra del lenguaje, entonces $cudd$ es una palabra del lenguaje.

    Decid de qué tipo es el lenguaje generado. Según sea el tipo del lenguaje, crear un autómata finito minimal o un autómata con pila que lo acepten.

26. Construye un autómata con pila determinista que reconozca por el criterio de pila vacía el lenguaje $L = \{a^m b^n c^m : n \leq m\}$.

MODELOS DE COMPUTACION I

RELACION DE PROBLEMAS 6.

1. Proporcione ejemplos de los siguientes lenguajes:

   1.a Un lenguaje que no es independiente del contexto.

   1.b Un lenguaje independiente del contexto pero no determinista.

   1.c Un lenguaje que es independiente del contexto determinista, pero que no es aceptado por un autómata con pila determinista que tiene que vaciar su pila.

   1.d Un lenguaje que es aceptado por un autómata con pila determinista que tiene que vaciar su pila, pero que no es un lenguaje regular.

2. Encontrar cuando sea posible, un autómata con pila que acepte el lenguaje L, donde:

   - $L = \{ww^{-1} \mid w \in \{a,b\}^*\}$
   - $L = \{ww \mid w \in \{a,b\}^*\}$
   - $L = \{a^l b^m c^n \mid l + m = n\}$
   - $L = \{a^m b^n c^m \mid n \leq m\}$

3. Demostrar que los siguientes lenguajes no son libres de contexto:

   - $L_1 = \{a^p \ : \ p \text{ es primo }\}$
   - $L_2 = \{a^{n^2} \ : \ n \geq 1\}$

4. Encontrar un autómata con pila que acepte, por el criterio de pila vacía el lenguaje $L = \{0^n uu^{-1} 1^n \ : \ u \in \{0,1\}^*\}$.

   Encontrar un autómata que acepte el lenguaje complementario.

5. Considerar la gramática libre de contexto dada por las siguientes producciones:

$$
\begin{aligned}
&S \to aABb \mid aBA \mid \epsilon \\
&A \to aS \mid bAAA \\
&B \to aABB \mid aBAB \mid aBBA \mid bS
\end{aligned}
$$

   Determinar si las cadenas *aabaab* y las cadenas *bbaaa* son generadas por esta gramática

   a) Haciendo una búsqueda en el árbol de todas las derivaciones, pasando previamente la gramática a forma normal de Greibach.

   b) Mediante el algoritmo de Cocke-Younger-Kasami.

6. Determinar qué lenguajes son regulares y/o libres de contexto:

- $\{0^{n^2} \mid n \geq 1\}$
- $\{0^n 1^n 0^n 1^n \mid n \geq 0\}$
- $\{0^n 1 0^m 1 0^{n+m} \mid n, m \geq 0\}$
- Conjunto de palabras en las que toda posición impar está ocupada por un 1.

7. Construir autómatas con pila que acepten por el criterio de pila vacía los siguientes lenguajes sobre el alfabeto $A = \{0, 1\}$:
   - $L_1 = \{(01)^i (10)^i | i \geq 0\}$
   - $L_2 = \{(0^i 1^i (10)^i | i \geq 0\}$

8. Comprobar, usando el algoritmo de Cocke-Younger-Kasami y el algoritmo de Early si las palabras $bba0d1$ y $cba1d1$ pertenecen al lenguaje generado por la gramática:

$$S \to AaB|AaC$$

$$A \to Ab|Ac|b|c$$

$$B \to BdC|0$$

$$C \to CeB|1$$

9. Dada la gramática:

$$\begin{array}{llll} S \to AB & S \to C & & \\ A \to aAb & A \to ab & B \to cBd & B \to cd \\ C \to aCd & C \to aDd & D \to bDc & D \to bc \end{array}$$

   determinar mediante el algoritmo de Cocke-Younger-Kasami si las palabras $abbccd$ y $aabbcd$ son generadas.

10. Determinar si son regulares y/o independientes del contexto los siguientes lenguajes:

    a) $\{uu^{-1}u \mid u \in \{0,1\}^*\}$

    b) $\{uu^{-1}ww^{-1} \mid u, w \in \{0,1\}^*\}$

    c) $\{uu^{-1}w \mid u, w \in \{0,1\}^* \text{ y } |u| \leq 3\}$

    Justificar las respuestas.

11. Construir una gramática independiente del contexto para el lenguaje más pequeño que verifica las siguientes reglas: