Examen Parcial de Probabilidad

Ingeniería Informática y Matemáticas

13 de enero de 2105

1.- Sea $\{A_n\}$ una sucesion de conjuntos. Defina $\limsup A_n$ y $\liminf A_n$. Sea φ una función $\sigma-$aditiva ¿Es φ una funcion continua?

2.- Teorema de extensión de Caratheodory.

3. Sea $\{X_n\}$ una sucesion de funciones medibles reales definida en el espacio probabilistico $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. ¿Qué significa que la sucesión tienda $c.s.$ a la variable aleatoria X? ¿Cómo se formula esta convergencia?

¿Qué relación tiene con la convergencia en probabilidad de la sucesión a X ?

4.- Enuncie el Teorema de la convergencia monótona. ¿Lo sabría demostrar?

5.- Sea el espacio probabilistico $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ y la variable aleatoria real X. Defina la distribución inducida por X.

¿Es cierto que

$$\int_{\omega \in \Omega} X(\omega)\, dP(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x\, dF(x)$$

en donde $F(x)$ representa la función de distribución de X ? Razone la respuesta.

Examen parcial de Probabilidad
Ingeniería informática y Matemáticas
20 de enero de 2015

1.- Sea $\mathcal{A}_1, ..., \mathcal{A}_n$ una colección de $\sigma-$campos minimales construidos sobre las clases independientes $\mathcal{C}_1, ..., \mathcal{C}_n$. ¿Son los $\sigma-$campos independientes? Razone la respuesta.

2.- Criterio $0-1$ de Borel. ¿Lo sabría demostrar?

3.- Sean $\{X_n\}$ y $\{X'_n\}$ sucesiones tales que $\sum_{n=1}^{\infty} P[X_n \neq X'_n] < \infty$. ¿Qué vale $P \limsup[X_n \neq X'_n]$? ¿Qué significado tiene el resultado obtenido?

4.- Sea el espacio probabilitíco $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ y $\{X_n\}$ una sucesión de variables independientes e indicadoras del suceso medible A. Demostrar que

$$\frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} X_k$$

converge en probabilidad a PA. ¿Qué significa este resultado?

5.- Desigualdades de kolmogorov. Implicaciones.

Examen final de Probabilidad

Ingeniería Informática y Matemáticas

26 de enero de 2105

Primera parte:

1.- Sea $\{X_n\}$ una sucesión de variables aleatorias reales definidas en el espacio probabilistico $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. ¿Son el $\sup X_n$ y el $\inf X_n$ variables aleatorias? Razone la respuesta.

2.- Teorema de extensión de Caratheodory.

3. Sea X una variable aleatoria real definida en el espacio probabilistico $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. Defina la integral de X.

Segunda parte:

4.- Ley 0-1 de Kolmogorov.

5.- Sean $\{X_n\}$, $\{Y_n\}$ dos sucesiones de variables aleatorias reales definidas en el espacio probabilistico $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ tales que

$$\sum_{n=1}^{\infty} P[X_n \neq Y_n] < \infty.$$

¿Cómo son las distribuciones límite de $\{X_n\}$ y $\{Y_n\}$? Razone la respuesta.

6.- Enuncie y demuestre la ley débil de los grandes números.