CÁLCULO I, 1º MATEMÁTICAS, Grupo A

Curso 2014-15

Prueba 1

1. *(1.5 puntos)*
Enuncia el axioma de Dedekind. Define el supremo de un conjunto ¿Qué relación existe entre el axioma de Dedekind y la propiedad de supremo.

2. *(1 punto)*
Di si los siguientes conjuntos son numerables; justifica la respuesta: $(\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q})\cap[0,1]$, $\mathbb{Q}\cap[0,1]$.

3. *(1.5 puntos)*
Justifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
a) Todo subconjunto no vacío de $\mathbb{R}$ y mayorado tiene máximo.
b) Si para cada natural n, I_n es un intervalo no vacío de $\mathbb{R}$ tales que $I_{n+1}\subset I_n$, entonces $\cap_n I_n \neq \varnothing$.
c) Todo subconjunto no vacío de $\mathbb{N}$ que esté mayorado tiene máximo.

4. *(2 puntos)*
Prueba que n^3+5n es múltiplo de 6 para cada número natural n.

5. *(4 puntos)*
Sean A y B subconjuntos no vacíos de $\mathbb{R}$ y minorados.
a) Prueba que $A+B$ está minorado y se verifica

$$\operatorname{Inf}(A+B)=\operatorname{Inf}A+\operatorname{Inf}B,$$

donde

$$A+B=\{a+b : a\in A, b\in B\}.$$

b) Prueba que A y B tienen mínimo si, y sólo si, $A+B$ tiene mínimo.
c) Calcula el ínfimo de $A+B$, siendo

$$A=\left\{\frac{1}{n} : n\in\mathbb{N}\right\},\qquad B=\left\{1+\frac{1}{2^n} : n\in\mathbb{N}\right\}$$

¿Tiene mínimo $A+B$?