

Apellidos

Firma

| | | |
|--|--|--|
| | | |
|--|--|--|

Nombre

D.N.I o pasaporte

Grupo

| |
|--|
| |
|--|

| |
|--|
| |
|--|

| |
|--|
| |
|--|

| |
|--|
| |
|--|

2º curso del Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Métodos Numéricos II. Curso 2014/15

1. 3.5 puntos Sea s la única solución en $[\pi, 2\pi]$ de la ecuación $4 - x + (1/3)\sin(2x) = 0$.

a) Demuestre que si $x^{(0)} = 4.5$ entonces la sucesión $\{x^{(k)}\}_{k=1}^{\infty}$ dada por

$$x^{(k+1)} = 4 + \frac{1}{3} \sin(2x^{(k)}) \quad , \quad k \geq 0$$

converge a s . ¿De qué orden es la convergencia de dicha sucesión? ¿Por qué?

b) Demuestre que la sucesión de iteraciones del método de Newton-Raphson para aproximar s que considera $x^{(0)} = 4.5$ converge a s . ¿De qué orden es la convergencia de dicha sucesión? Justifique la respuesta.

c) ¿Cuál de las sucesiones mencionadas en a) y b) es preferible utilizar para aproximar s ? ¿Por qué?

2. 1.5 puntos Use la fórmula de Taylor para obtener la fórmula en diferencias centrada en tres nodos para aproximar $f''(c)$, y deduzca la expresión de su error cuando $f \in C^4([a, b])$ con $[a, b]$ un intervalo que contiene a los nodos de la fórmula. ¿Cuál es el orden de precisión de esta fórmula? Justifique la respuesta.

3. 2.5 puntos Se considera la fórmula de integración numérica

$$\int_a^b f(x) dx \approx a_0 f(a) + a_1 f\left(\frac{a+b}{2}\right) + a_2 f'\left(\frac{a+b}{2}\right) \quad (1)$$

a) Determine los coeficientes a_0 , a_1 y a_2 para que la fórmula anterior sea de tipo interpolatorio. ¿Cuál es la exactitud real de la fórmula (1)?

b) Proporcione una expresión para el error asociado, suponiendo que la función sea suficientemente regular. ¿De qué clase debe ser la función $f(x)$?

4. 2.5 puntos Para $a \in \mathbb{R}$, consideremos el método lineal multipaso

$$x_{n+2} - (1+a)x_{n+1} + ax_n = \frac{h}{2}[(3-a)f_{n+1} - (1+a)f_n]$$

a) Determine el orden en términos del valor de a .

b) Estudie los valores de a para los cuales es convergente.

Granada, a 8 de junio de 2015