Fundamentos Lógicos de la Programación

Examen Final (03 - 07 - 2008)

Alumno:____ **D.N.I.:**__________________

RESPUESTAS A LAS PREGUNTAS TEST

	a)	b)	c)	d)
Pregunta 1				
Pregunta 2				
Pregunta 3				
Pregunta 4				
Pregunta 5				
Pregunta 6				
Pregunta 7				
Pregunta 8				
Pregunta 9				
Pregunta 10				

Preguntas tipo test

1. ¿Cuál o cuáles de las siguientes fórmulas tiene como interpretación $I(a) + I(b)I(c)$?

    a) $(a \leftrightarrow b) \leftrightarrow (b \wedge c)$

    b) $a \rightarrow (b \leftrightarrow c)$

    c) $a \leftrightarrow (b \rightarrow c)$

    c) $(b \rightarrow c) \rightarrow \neg a$

2. Señala las consecuencias lógicas que sean ciertas:

    a) $\{c \rightarrow d, a \vee b, \neg(\neg a \rightarrow d)\} \models (\neg a \rightarrow b) \rightarrow (b \wedge \neg c)$

    b) $\{\neg b \wedge \neg d \rightarrow \neg a, \neg a \wedge b \rightarrow d, e \rightarrow a \wedge \neg d\} \models (a \rightarrow \neg b) \rightarrow \neg e$

    c) $\{a \wedge b \rightarrow c, c \rightarrow a \vee d\} \models b \rightarrow (\neg a \rightarrow c)$

    d) $\{a \rightarrow b \vee c, d \vee \neg c\} \models (\neg b \rightarrow d) \rightarrow (a \rightarrow d)$

3. Sean α, β, γ fórmulas bien formadas para las cuales se conoce que es cierta la consecuencia lógica:

    $$\{\alpha \rightarrow \beta \wedge \gamma,\ \neg\beta,\ \alpha \vee \gamma\} \models \neg\beta \wedge \gamma$$

    ¿Cuál o cuáles es de las siguientes situaciones para una interpretación **no** puede ocurrir?

    a) $I(\alpha) = 0, I(\beta) = 1, I(\gamma) = 1$

    b) $I(\alpha) = 1, I(\beta) = 1, I(\gamma) = 0$

    c) $I(\alpha) = 1, I(\beta) = 1, I(\gamma) = 1$

    c) $I(\alpha) = 1, I(\beta) = 0, I(\gamma) = 1$

4. De entre los siguientes problemas de consecuencia lógica, elige los que sean equivalentes a

    $$\Gamma \models (\alpha \rightarrow \neg\beta) \rightarrow \neg(\beta \rightarrow \neg\alpha)$$

    a) $\Gamma \cup \{\alpha \rightarrow \neg\beta,\ \beta\} \models \alpha$

    b) $\Gamma \cup \{\alpha \rightarrow \neg\beta\} \models \neg(\beta \rightarrow \neg\alpha)$

    c) $\Gamma \cup \{\alpha,\ \beta\} \models \neg(\beta \rightarrow \neg\alpha)$

    d) $\Gamma \cup \{\beta \rightarrow \neg\alpha\} \models \neg(\alpha \rightarrow \neg\beta)$

5. Para el conjunto de cláusulas

    $$\Gamma = \{P(x) \vee \neg Q(y, f(b);\ P(g(x, f(y)));\ \neg P(g(x, b)) \vee Q(f(a), g(x, b))\}$$

    decide qué afirmaciones son ciertas:

    a) $g(f(a), f(b))$ es un elemento del universo de Herbrand.

    b) $P(b) \vee \neg Q(a, f(b))$ es un elemento del sistema de Herbrand.

    c) $P(g(a, f(b)))$ es un elemento de la base de Herbrand que también pertenece al Sistema de Herbrand.

    d) $P(a) \vee \neg Q(a, f(a))$ es un elemento del sistema de Herbrand.

6. ¿Cuáles de las siguientes son formas clausulares de la fórmula $\neg\exists x P(x, a) \vee \forall x P(x, f(x))$?

    a) $\forall x\, (\neg P(x, a) \vee P(x, f(x)))$

    b) $\forall x \forall y\, (\neg P(x, a) \vee P(y, f(y)))$

c) $\forall x \forall y\,(\neg P(y,a) \vee P(x,f(x)))$

d) $\forall x\,(\neg P(b,a) \vee P(x,f(x)))$

7. ¿En qué casos la tercera fórmula **no** es una resolvente de las dos cláusulas anteriores?

   a) $P(x) \vee Q(x,y), \neg Q(b,a), P(b)$

   b) $P(a) \vee Q(x,y), \neg Q(b,a), P(a)$

   c) $Q(x,f(x)), \neg Q(z,a), \square$

   d) $Q(x,f(x)) \vee Q(x,y), \neg Q(a,z), \square$

8. Señala las afirmaciones que sean ciertas para la fórmula

$$\neg P(x) \to \forall x P(x)$$

   a) Es contradicción.

   b) No es satisfacible en la estructura $\begin{array}{l} D = \mathbb{Z}_3 \\ P = \{0,2\} \end{array}$

   c) Es satisfacible y refutable en la estructura $\begin{array}{l} D = \mathbb{Z}_3 \\ P = \{0,1\} \end{array}$

   d) Es válida en la estructura $\begin{array}{l} D = \mathbb{Z}_3 \\ P = \{0,2\} \end{array}$

9. Señala cuál o cuáles de los siguientes grupos de literales son unificables:

   a) $\{Q(x,f(y));\ Q(f(x),f(a))\}$

   b) $\{P(x,g(x,a),f(y));\ P(x,g(b,f(y)),f(a))\}$

   c) $\{Q(x,g(x,y),z);\ Q(z,g(x,a),f(y))\}$

   c) $\{S(y,g(f(a),f(f(b))),g(z,f(y))),\ S(f(x),g(f(z),y),g(a,f(f(f(b)))))\}$

10. Elige las afirmaciones que sean verdaderas:

   a) El conjunto $\{P(x) \vee S(f(y)),\ R(x,y) \vee S(x), \neg R(x,y) \vee \neg P(x),\ P(x) \vee \neg S(y)\}$ no es un conjunto de Horn pero puede transformarse en uno de Horn.

   b) El conjunto $\{\neg P(x),\ \neg R(x,y) \vee S(x), \neg R(x,y) \vee \neg P(x),\ P(x) \vee \neg S(y)\}$ es de Horn y por tanto insatisfacible.

   c) El conjunto $\{P(x) \vee \neg S(f(y)),\ R(x,y) \vee S(x), \neg R(x,y) \vee \neg P(x),\ \neg P(x) \vee \neg S(y)\}$ no es de Horn ni puede transformarse en Horn.

   d) El conjunto $\{P(x) \vee \neg S(f(y)),\ \neg R(x,y) \vee S(x), \neg R(x,y) \vee \neg P(x),\ \neg P(x) \vee \neg S(y)\}$ es de Horn y es satisfacible.

Problemas

1. Dada la fórmula

$$\alpha = \forall x(P(x,y) \to \forall y \exists x P(x,y))$$

   a) Prueba que es satisfacible y refutable.

   b) Da, si es posible, una estructura donde sea válida.

   c) ¿Es satisfacible en cualquier estructura?. Razona la respuesta.

2. Para la fórmula:

$$\forall x \exists y (R(x) \lor P(x,y)) \to \exists y \forall x (R(x) \lor P(x,y))$$

   a) Calcula una forma prenexa, una forma de Skolem y una fórmula normal clausular.

   b) Determina su carácter, es decir, si es universalmente válida, satisfacible y refutable, o contradicción.

   c) Calcula 5 elementos del universo de Herbrand, 3 de la base de Herbrand y 5 del sistema de Herbrand.

3. Encuentra una deducción lineal de la cláusula vacía a partir del conjunto de cláusulas:

   1. $R(y, f(h(b)))$

   2. $S(x, f(y)) \lor \neg Q(b, z)$

   3. $Q(x, y) \lor \neg R(b, y)$

   4. $\neg Q(b, x) \lor \neg T(h(z), b)$

   5. $Q(x, z) \lor \neg T(h(b), y)$

   6. $T(y, b) \lor \neg S(h(y), f(y))$