

---

---

## FUNDAMENTOS LÓGICOS DE LA PROGRAMACIÓN

---

**Convocatoria Septiembre 2013**

---

**Alumno:**\_\_\_\_\_ **DNI:**\_\_\_\_\_

**(17/09/2013)**

I. Informática

I.T.I. Gestión

I.T.I. Sistemas

**Ejercicio 1.** Sean  $p, q, r$  tres fórmulas tales que  $\neg p \vee q \vee \neg r$  es una tautología. Entonces:

- a)  $\{p, q\} \models r$ .
- b)  $\{p\} \models r \rightarrow q$ .
- c)  $\{p, r\} \models \neg q$ .
- d)  $\{q\} \models p \rightarrow r$ .

**Ejercicio 2.** ¿Para cuál de los siguientes conjuntos es  $\neg b$  consecuencia lógica?

- 1.  $\{b \rightarrow a, a\}$ .
- 2.  $\{b \rightarrow \neg a, a\}$ .
- 3.  $\{a \rightarrow \neg b, \neg a \vee c, \neg c\}$ .
- 4.  $\{b \rightarrow a, a \rightarrow c, c\}$ .

**Ejercicio 3.** Para un lenguaje de primer orden, se considera la siguiente estructura:

- $D = \mathbb{N}$ .
- $a = 2$ .
- $f(x) = 2x + 1$ .
- $P(x) \equiv x$  es primo.
- $M(x, y) \equiv x$  es múltiplo de  $y$ .

¿Cuál de las siguientes fórmulas se interpreta como cierta en esta estructura?

- a)  $\forall x(P(f(x)) \vee M(x, a))$ .
- b)  $\exists x \exists y \forall z(M(x, z) \wedge M(z, y))$ .
- c)  $\forall x(P(x) \rightarrow \exists y M(f(y), x))$ .
- d)  $\forall x(M(f(x), x) \rightarrow M(x, a))$ .

**Ejercicio 4.** Sean  $\alpha = \forall x(P(x, a) \rightarrow \exists y Q(x, g(y)))$  y  $\beta = \forall x(P(x, a) \rightarrow Q(x, g(f(x))))$ . Entonces:

- a)  $\alpha \models \beta$ .
- b)  $\beta \models \alpha$ .
- c)  $\beta \rightarrow \alpha$  es satisfacible y refutable.
- d)  $\alpha$  y  $\beta$  son lógicamente equivalentes.

**Ejercicio 5.** La fórmula  $\alpha = \forall x P(x) \rightarrow \neg \forall y \exists x \neg Q(x, y)$  es equivalente a:

- a)  $\exists x \forall y (P(x) \rightarrow Q(y, x))$ .
- b)  $\exists x \forall z \exists y (P(x) \rightarrow Q(z, y))$ .
- c)  $\exists x \forall y (P(x) \rightarrow Q(x, y))$ .
- d)  $\forall y (P(a) \rightarrow Q(y, b))$ .

**Ejercicio 6.** Dadas las siguientes parejas de conjuntos de fórmulas, indica en cuál el segundo conjunto podría ser el resultado de hacer la forma clausular de las fórmulas del primero.

- a)  $X = \{\forall x \exists y (P(x) \rightarrow R(x, y)); \neg \forall x Q(x, b)\}$   
 $Y = \{\neg P(x) \vee R(x, f(x)); \neg Q(a, b)\}$
- b)  $X = \{\exists x \forall y (\neg Q(x, b) \rightarrow R(y, f(x))); \forall x \exists y \neg R(y, x)\}$   
 $Y = \{Q(a, b) \vee R(y, f(a)); \neg R(f(x), x)\}$
- c)  $X = \{\forall x \exists y (P(x) \rightarrow \neg Q(y, b)); \exists x \forall y \exists z (\neg R(x, f(y)) \wedge Q(b, z))\}$   
 $Y = \{\neg P(x) \vee \neg Q(a, b); \neg R(c, f(y)); Q(b, g(y))\}$
- d)  $X = \{\neg Q(f(a), a); \exists x P(x) \rightarrow P(b); \}$   
 $Y = \{\neg Q(f(a), a); \neg P(a) \vee P(b)\}$

**Ejercicio 7.** Dado el conjunto de cláusulas

$\{P(a); Q(b, c); R(a, b); \neg S(z, y, x) \vee T(x, y); \neg U(x, z) \vee \neg Q(y, z) \vee S(z, y, x); \neg R(x, y) \vee \neg P(x) \vee U(x, z); \neg T(a, b)\}$

- a) No podemos saber si es satisfacible o insatisfacible, ya que el sistema de Herbrand es infinito.
- b) Hay una deducción lineal-input de la cláusula vacía.
- c) Hay una deducción lineal de la cláusula vacía, pero no hay ninguna lineal-input.
- d) Es satisfacible, pues no hay ninguna deducción de la cláusula vacía.

**Ejercicio 8.** Dada la fórmula  $\alpha = \exists x(Q(x) \wedge \forall x P(a, x)) \rightarrow \forall x(Q(x) \wedge \exists y \forall z R(a, y, z))$ . ¿Cuál de las siguientes fórmulas es una forma prenexa para  $\alpha$ ?

- a)  $\exists y \forall x (\neg Q(x) \vee \neg P(a, y) \vee (Q(x) \wedge R(a, y, x)))$ .
- b)  $\exists y \forall x \forall z (\neg Q(x) \vee \neg P(a, y) \vee (Q(z) \wedge R(a, y, z)))$ .
- c)  $\exists y \exists z \forall x (\neg Q(x) \vee \neg P(a, y) \vee (Q(x) \wedge R(a, z, x)))$ .
- d)  $\exists y \forall x \forall z (\neg Q(y) \vee \neg P(a, x) \vee (Q(z) \wedge R(a, y, z)))$ .

**Ejercicio 9.** ¿Cuál de los siguientes conjuntos de cláusulas es **satisfacible**?

- a)  $\{P(f(x), y), \neg P(x, f(y))\}$
- b)  $\{P(x, x) \vee P(x, f(x)), \neg P(b, x)\}$
- c)  $\{P(u, f(b)) \vee P(f(a), y), \neg P(x, f(y)) \vee \neg P(f(u), z)\}$
- d)  $\{P(x, x) \vee P(x, f(x)), \neg P(x, a)\}$

**Ejercicio 10.** Dadas las siguientes cláusulas en un lenguaje de primer orden

$$\begin{aligned}C1 &= \neg P(g(x), f(x, b)) \vee Q(x, g(a)) \vee Q(a, g(x)) \\C2 &= P(y, f(g(a), b)) \vee \neg Q(f(z, z), g(y))\end{aligned}$$

- a) Hay una deducción lineal de la cláusula vacía, pues  $P(g(x), f(x, b))$  y  $P(y, f(g(a), b))$  son unificables.
- b) No hay una deducción lineal de la cláusula vacía, pues hay una estructura con dominio  $\mathbb{Z}$  en la que las dos cláusulas se interpretan como ciertas.
- c) Hay una deducción de la cláusula vacía pues no hay variables comunes en ambas fórmulas.
- d) No hay ninguna deducción de la cláusula vacía pues no hay fórmulas unitarias.