

Examen de Teoría de Algoritmos.

Curso 2011–2012. Convocatoria extraordinaria de Septiembre. Duración: 2'30 horas.

I.T.I. Gestión e I.T.I. Sistemas

1. (1 pt) Resolver la siguiente recurrencia:

$$T(n) = T(n/2) + 2T(n/4) + n, \quad \text{con } T(1), T(2) = 1$$

¿Cuál es su orden de eficiencia?

2. (1 pt) Supongamos un problema P. Dar las condiciones bajo las que podría resolverse mediante la técnica: a) Divide y Vencerás; b) Backtracking y Branch&Bound; c) Programación Dinámica.

(Intente ser conciso en la respuesta, que no debe ocupar más de una página)

3. (2 pt.) Divide y Vencerás

- a) (1 pt.) Dado un array con n elementos donde se sabe que algunos están repetidos. Diseña un algoritmo para eliminar todos los elementos repetidos en $O(n \log n)$ (los elementos deben mantener el mismo orden relativo).
- b) (1 pt.) Sea A un array de n elementos ordenados. Queremos averiguar si para alguna posición del array i se verifica que $A[i] = i$. Diseña un algoritmo que dé una respuesta correcta en tiempo $O(\log n)$.

4. (2 pt.) Responda a las siguientes cuestiones:

- a) (1 pt.) ¿Cómo se podría utilizar el algoritmo de Dijkstra para resolver el problema de los caminos mínimos entre todos los vértices de un grafo?

Adicionalmente, explique bajo qué condiciones interesaría más aplicar dicho algoritmo o el de Floyd.

- b) (1 pt.) Ilustra el funcionamiento del algoritmo de Dijkstra sobre el grafo que tiene la siguiente matriz de costos, M, considerando a como el origen.

	a	b	c	d
a	0	4	3	9
b	2	0	7	3
c	7	9	0	8
d	5	8	5	0

5. (2 pt.) Un club deportivo quiere completar su plantilla con un máximo de k jugadores. Tras explorar el mercado, el ojeador preselecciona n posibles candidatos. Para cada candidato dicho ojeador ha acordado una ficha a pagar a su club de origen, f_i . De igual forma, el ojeador proporciona al club el rendimiento esperado de cada jugador, r_i .

Se pide diseñar un algoritmo que permita al equipo realizar la selección del mejor grupo de jugadores (el rendimiento del grupo es la suma del rendimiento de los distintos componentes), teniendo en cuenta que no se puede pasar del presupuesto global P .

Resolver el problema con la siguiente instancias: Presupuesto global $P = 570$; número de jugadores $n = 5$; tamaño del grupo $k = 3$, fichas $F = (20, 180, 210, 220, 350)$; rendimiento de jugadores $R = (15, 19, 28, 35, 37)$.

6. (2 pt.) Mediante Programación Dinámica encontrar la parentización óptima para realizar la multiplicación de matrices siguiente:

$$A_{10 \times 20} \cdot B_{20 \times 50} \cdot C_{50 \times 1} \cdot D_{1 \times 100}$$