

Apellidos:

[Redacted]

Firma:

[Redacted Signature]

Nombre:

[Redacted]

D.N.I. (o Pasaporte):

[Redacted]

1. Sea  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Definimos sobre  $A \times A$  la relación binaria

$$(a, b) R (c, d) \text{ si } a + b = c + d.$$

Demuestra que  $R$  es una relación de equivalencia y calcula el cardinal del conjunto cociente  $\frac{A \times A}{R}$ .

2. Calcula todas las soluciones de la ecuación en congruencias  $1210x \equiv 110 \pmod{2560}$ .

3. ¿Es  $x^2 + 1$  una unidad de  $\mathbb{Z}_2[x]_{x^4+x^2+1}$ ?

4. Sea  $U = \left\{ (x, y, z, t) \in \mathbb{Z}_7^4 \mid \begin{array}{l} x + y + z + t = 0 \\ 2x + y + z + t = 0 \\ x + 3y + 3z + 3t = 0 \end{array} \right\}$ . Calcula una base de  $U$ .

5. Sea la aplicación lineal  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  definida por  $f(x, y, z) = (x + z, x + y, 2x + y + z)$ . Calcula las ecuaciones cartesianas de  $\text{Im}(f)$ .

6. Estudia el siguiente sistema de ecuaciones con coeficientes en  $\mathbb{Z}_{11}$  y dependiente de los parámetros  $a, b$ .

$$\left. \begin{array}{l} ax + by + z = a \\ x + ay + z = b \end{array} \right\}.$$

7. Calcula los valores propios de la matriz, con coeficientes en  $\mathbb{Z}_5$ , dada por

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

8. ¿Cuántos números impares de tres cifras podemos construir con los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5?