1. La aplicación $f : \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ que le hace corresponder a cada matriz $A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{R})$ su determinante
   *a*) es inyectiva pero no es sobreyectiva.
   *b*) es sobreyectiva pero no es inyectiva.
   *c*) es biyectiva.
   *d*) no es inyectiva ni sobreyectiva.
2. Dada la aplicación $f : \mathbb{Z}_8 \to \mathbb{Z}_8$ definida por $f(x) = x^2 + 5$, entonces $f^*(f_*(\{1, 6\}))$ es igual a

   (a) $\{0, 1, 4, 6\}$ (b) $\{1, 2, 3, 5, 6, 7\}$ (c) $\mathbb{Z}_8$ (d) $\{1, 6\}$

3. Sea $R$ la relación binaria definida en $\mathbb{Z}_8$ como $a\ R\ b$ si y sólo si existe $x \in \mathbb{Z}_8$ tal que $a \cdot x = b$. Entonces
   *a*) $R$ es una relación de equivalencia cuyo conjunto cociente consta de dos clases de equivalencia.
   *b*) $R$ no es una relación de equivalencia ya que no se verifica la propiedad transitiva.
   *c*) $R$ es una relación de equivalencia cuyo conjunto cociente consta de cuatro clases de equivalencia.
   *d*) $R$ no es una relación de equivalencia ya que no se verifica la propiedad simétrica.
4. ¿Cuál es el menor $n$ natural tal que $S_n$ contiene alguna permutación de orden 42?

   (a) 11 (b) 12 (c) 13 (d) 14

5. Sean $U_1 = \langle (2, 3, 4, 1), (1, 4, 2, 3) \rangle$ y $U_2 = \langle (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0) \rangle$ subespacios vectoriales de $(\mathbb{Z}_5)^4$. Entonces $dim(U_1 \cap U_2)$ es igual a

   (a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

6. Sea $B$ una base de $\mathbb{R}^7$ y sea $\{X, Y\}$ una partición de $B$. Entonces
   *a*) $\mathbb{R}^7 = \langle X \rangle + \langle Y \rangle$ aunque $\langle X \rangle \cap \langle Y \rangle \neq \{\vec{0}\}$.
   *b*) $\langle X \rangle \cap \langle Y \rangle = \{\vec{0}\}$ aunque $\mathbb{R}^7 \neq \langle X \rangle + \langle Y \rangle$.
   *c*) $\mathbb{R}^7 = \langle X \rangle \oplus \langle Y \rangle$.
   *d*) $dim\langle X \rangle = dim\langle Y \rangle$.
7. Sea la aplicación $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ definida como $f(x, y, z, t) = (x + 2y + 3z + t, x + y + t, 3x + 4y + 3z + 3t)$. Entonces una base de $Im(f)$ es
   *a*) $\{(2, -1, 0), (1, 0, 1)\}$
   *b*) $\{(1, 1, 3), (1, 2, -1)\}$
   *c*) $\{(3, 0, 3), (1, 1, 1)\}$
   *d*) $\{(2, 1, 4), (1, 0, 3)\}$
8. Sea $U = \{(x, y, z) \in (\mathbb{Z}_7)^3 \mid 2x + 3y + z = 0, 3x + y + 5z = 0\}$. Entonces $U$ tiene cardinal

   (a) 1 (b) 7 (c) 49 (d) 21

9. Dado el sistema con parámetros $a$ y $b$ pertenecientes a $\mathbb{R}$,

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} ax & - & y & + & z & = & b \\ x & + & ay & + & z & = & 121 \\ x & + & ay & + & 2z & = & 3b \end{array}\right.$$

se verifica que
*a*) si $3b > a^2$, entonces el sistema es incompatible.
*b*) el sistema es siempre compatible indeterminado.
*c*) si $121^3 < a \cdot b < 121^4$, entonces el sistema es incompatible.
*d*) el sistema es siempre compatible determinado.

10. ¿Cuántas aplicaciones lineales $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ verifican que $\{(1,2,1),(1,3,1)\} \subseteq Ker(f)$ y $(1,2,1) \in Im(f)$?
*a*) Infinitas.
*b*) Sólo una.
*c*) Un número finito mayor que 1.
*d*) Ninguna.

11. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 7 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{Q})$, ¿cuál es el mayor cardinal que puede tener un subconjunto de $\mathbb{Q}^3$ formado por vectores propios de $A$ linealmente independientes?

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

12. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3\times 3}(\mathbb{Z}_5)$, ¿cuál de los vectores siguientes de $(\mathbb{Z}_5)^3$ no es un vector propio de $A$?

(a) $(3,1,0)$ (b) $(2,4,1)$ (c) $(3,1,4)$ (d) $(4,3,1)$

13. Si $X = \{\{\varnothing\}\}$, entonces $\mathcal{P}(X)$ es igual a

(a) $\{\{\varnothing\},\{\{\{\varnothing\}\}\}\}$ (b) $\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$ (c) $\{\varnothing,\{\{\varnothing\}\}\}$ (d) $\{\{\varnothing\},\{\{\varnothing\}\}\}$

14. Sea $G = S_{10}$ el grupo simétrico de grado 10 y sea $\mathbf{1}$ su elemento neutro. Si $A = \{\mathbf{1},(5,3,7),(3,5,7)\}$, entonces
*a*) $A$ es un subgrupo normal de $G$ al estar formado por tres elementos y ser 3 un número primo.
*b*) $A$ es un subgrupo de $G$, aunque no es un subgrupo normal.
*c*) $A$ no es un subgrupo de $G$ pues la operación binaria de $G$ no es una operación binaria en $A$.
*d*) $A$ no es un subgrupo de $G$ debido a que 3 no divide a 10.

15. Dada la permutación $\alpha = (1,2,4,5,6,3)(8,1,7,2,5)$, entonces $a^{2007}$ es igual a

(a) $\alpha^4$ (b) $\mathbf{1}$ (c) $\alpha^7$ (d) $\alpha^5$

16. Sea $A \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_{11})$ tal que $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$ y $A^5 = I$. Entonces $A^{-1}$ es igual a

(a) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 10 & 5 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$

17. Sean $U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - y - z + t = 0\}$ y $V = \mathbb{R}^4$. Entonces la dimensión del espacio vectorial cociente $V/U$ vale

(a) 3 (b) 4 (c) 2 (d) 1

18. Sobre la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{4\times 4}(\mathbb{Q})$ sabemos que $\lambda = -1$ es un valor propio. Entonces la multiplicidad algebraica de $\lambda$ es igual a

(a) 3 (b) 4 (c) 2 (d) 1

19. Dadas las bases $B_1 = \{(1, 2), (3, 4)\}$ y $B_2 = \{(3, -2), (2, 6)\}$ de $\mathbb{R}^2$, ¿cuál de los vectores siguientes cumple la propiedad de que sus coordenadas respecto de la base $B_1$ son también sus coordenadas respecto de la base $B_2$?

(a) $(-1, 1)$ (b) $(0, 4)$ (c) $(33, -4)$ (d) $(7, 10)$

20. Dados los subespacios vectoriales $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y - 3z = 0, 2x - y - z = 0\}$ y $W = \langle (8, 1, 0), (6, -4, 1) \rangle$ de $\mathbb{R}^3$, se verifica que

*a*) $U \setminus W = \varnothing$ y $W \setminus U \neq \varnothing$.
*b*) $U \setminus W = \varnothing$ y $W \setminus U = \varnothing$.
*c*) $U \setminus W \neq \varnothing$ y $W \setminus U = \varnothing$.
*d*) $U \setminus W \neq \varnothing$ y $W \setminus U \neq \varnothing$.