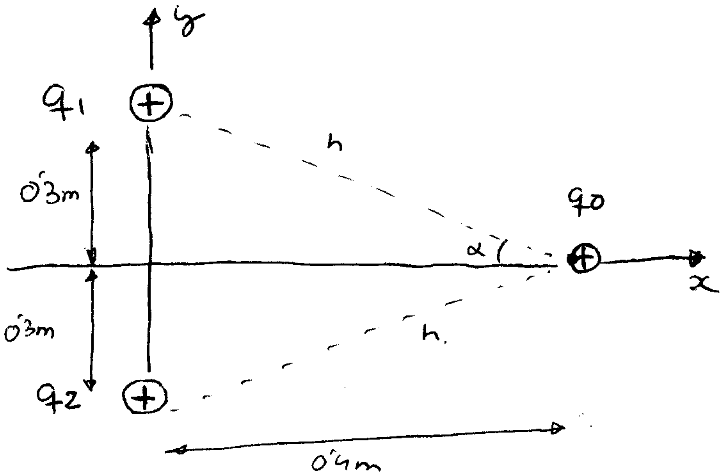


— CALCULAR LA FUERZA EJERCIDA SOBRE q_0 POR LAS DEMAS CARGAS

— CALCULAR EL INCREMENTO DE ENERGIA POTENCIAL DE q_0 CUANDO LAS CARGAS q_1 y q_2 SE ACERCAN 0'1m al EJE X

$q_1 = +2\mu C$
$q_2 = +2\mu C$
$q_0 = 4\mu C$

Ley de Coulomb

$$\underset{\text{de } q_i \text{ en } q_0}{|F|} = \left| k \, q_0 \, \frac{q_i}{r^2} \right| \quad r = \text{distancia de } q_i \text{ a } q_0$$

$\alpha = \text{arc tg} \, 0'3/0'4$

$h = \sqrt{0'3^2 + 0'4^2} = 0'5\,m$

$\cos\alpha = 0'4/0'5$

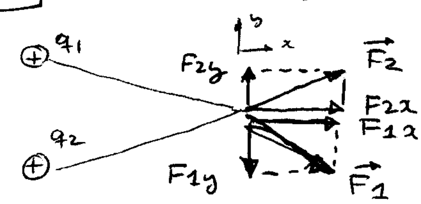
$\text{sen}\,\alpha = 0'3/0'5$

$\boxed{1^\circ}$ CALCULO de los MODULOS

$$q_1 \blacktriangleright |F_1| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{(4 \cdot 10^{-6}C)(+2 \cdot 10^{-6}C)}{(0'5^2 m)^2} \right| = 0'288\,N$$

$$q_2 \blacktriangleright |F_2| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{(4 \cdot 10^{-6}C)(+2 \cdot 10^{-6}C)}{(0'5\,m)^2} \right| = 0'288\,N$$

$\boxed{2^\circ}$ ESQUEMA de LAS FUERZAS



$\boxed{3^\circ}$ CALCULO de LAS COMPONENTES

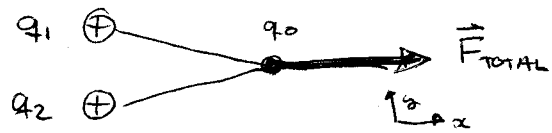
$$\begin{cases} F_{1x} = +|F_1| \cos\alpha = 0'2304\,N \\ F_{1y} = -|F_1| \,\text{sen}\,\alpha = -0'1728\,N \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{2x} = +|F_2| \cos\alpha = 0'2304\,N \\ F_{2y} = +|F_2| \,\text{sen}\,\alpha = 0'1728\,N \end{cases}$$

¡LOS SIGNOS SE VEN EN EL ESQUEMA del PUNTO $\boxed{2}$!

$\boxed{4^\circ}$ CALCULO de LA FUERZA TOTAL

$$\begin{cases} F_x = F_{1x} + F_{2x} = 0'4608\,N \\ F_y = F_{1y} + F_{2y} = \emptyset \end{cases}$$



— COJO COMO NIVEL DE REFERENCIA DE E_p el ∞: $E_p(\infty) = \emptyset$ —

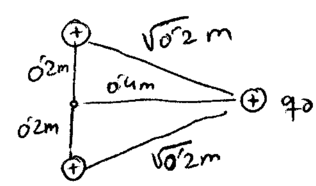
$$\underset{\text{de } q_0 \text{ debido a } q_i}{E_p} = k \, q_0 \sum \frac{q_i}{r} \quad (r = \text{distancia de } q_i \text{ a } q_0)$$

INICIAL $E_{pi} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} (4 \cdot 10^{-6}C) \left[\frac{+2 \cdot 10^{-6}C}{0'5m} + \frac{2 \cdot 10^{-6}C}{0'5m} \right] = +0'288\,J$

FINAL $E_{pf} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} (4 \cdot 10^{-6}C) \left[\frac{2 \cdot 10^{-6}C}{\sqrt{0'2}\,m} + \frac{2 \cdot 10^{-6}C}{\sqrt{0'2}\,m} \right] = +0'322\,J$

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = +0'034\,J$$

(Se ha hecho trabajo CONTRA EL CAMPO)
(ya que la carga q_0 se "ha acercado" a q_1 y q_2)
$q_0 > 0$ $\qquad$ q_1 y $q_2 > 0$

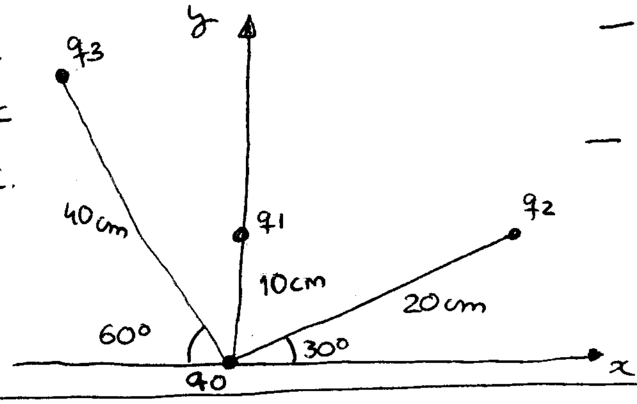


$q_1 = +10\mu C$

$q_2 = +20\mu C$

$q_3 = +30\mu C$

$q_0 = 100 nC$



— CALCULAR LA FUERZA EJERCIDA POR q_1, q_2 y q_3 SOBRE q_0

— CALCULAR EL INCREMENTO de ENERGIA POTENCIAL, CUANDO LA CARGA q_2 se ACERCA 10 cm y q_3 20 cm ¡de q_0!

Ley de Coulomb de q_i en q_0: $|F| = \left| k \, q_0 \frac{q_i}{r^2} \right|$ --- r = distancia de q_i a q_0

$100 nC = 100 \cdot 10^{-9} C = 10^{-7} C$

$\cos 30° = \sqrt{3}/2$

$\sin 30° = 1/2$

$\alpha = 30°$

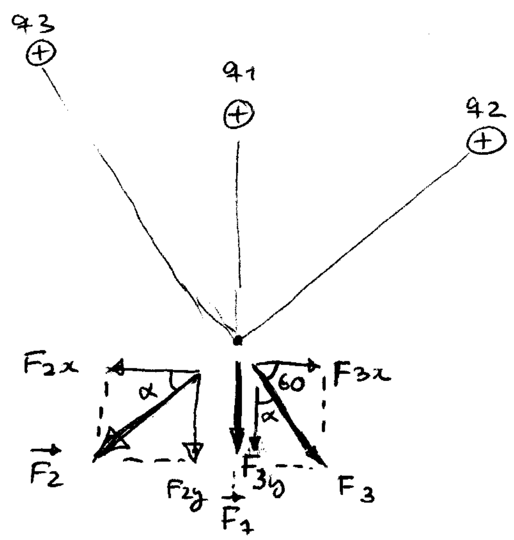
$\boxed{1°}$ CALCULO de LOS MODULOS

$q_1 \blacktriangleright \; |F_1| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(10^{-7}C)(10 \cdot 10^{-6}C)}{(0'1_m)^2} \right| = 0'9 N$

$q_2 \blacktriangleright \; |F_2| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(10^{-7}C)(20 \cdot 10^{-6}C)}{(0'2_m)^2} \right| = 0'45 N$

$q_3 \blacktriangleright \; |F_3| = \left| 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(10^{-7}C)(30 \cdot 10^{-6}C)}{(0'4 m)^2} \right| = 0'16875 N$

$\boxed{2°}$ ESQUEMA de LAS FUERZAS



$\boxed{3}$ CALCULO de LAS COMPONENTES

$\begin{cases} F_{1x} = \emptyset \\ F_{1y} = -|F_1| = -0'9 N \end{cases}$

$\begin{cases} F_{2x} = -|F_2| \cos 30° = -0'45 \cdot \sqrt{3}/2 \; N \\ F_{2y} = -|F_2| \sin 30° = -0'45 \cdot 1/2 \; N \end{cases}$

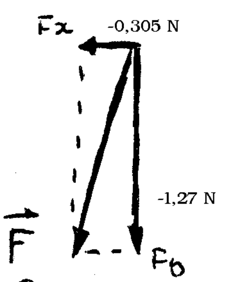
$\begin{cases} F_{3x} = +|F_3| \cos 60° = +0'16875 \; 1/2 \; N \\ F_{3y} = -|F_3| \sin 60° = -0'16875 \frac{\sqrt{3}}{2} \; N \end{cases}$

↑ VER LOS SIGNOS EN EL ESQUEMA del PUNTO $\boxed{2}$

$\boxed{3}$ CALCULO de la FUERZA TOTAL.

$F_x = \sum F_{ix} = -0'3053 N$

$F_y = \sum F_{iy} = -1'271 N$



COJO COMO NIVEL DE REFERENCIA de Ep el ∞: $E_p(\infty) = 0$

$E_p = K q_0 \sum \frac{q_i}{r}$ (r = distancia de q_i á q_0)

de q_0 debido a q_i

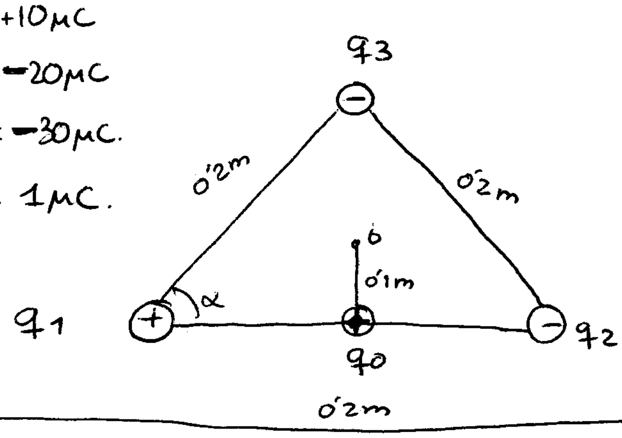
INICIAL $\quad E_{pi} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} (+10^{-7}C) \cdot \left[\frac{+10 \cdot 10^{-6} C}{0'1 m} + \frac{+20 \cdot 10^{-6} C}{0'2 m} + \frac{30 \cdot 10^{-6} C}{0'4 m} \right] = 0'2475 J$

FINAL $\quad E_{pf} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} (+10^{-7}C) \cdot \left[\frac{+10 \cdot 10^{-6} C}{0'1 m} + \frac{+20 \cdot 10^{-6} C}{0'1 m} + \frac{30 \cdot 10^{-6} C}{0'2 m} \right] = 0'405 J$

$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = +0'1575 J$

Se ha hecho trabajo contra el campo, ya que q_2 y q_3 (ambas positivas) se han acercado a q_0 (positiva).

$q_1 = +10\,\mu C$
$q_2 = -20\,\mu C$
$q_3 = -30\,\mu C$
$q_0 = 1\,\mu C$



— CALCULAR LA FUERZA EJERCIDA POR q_1, q_2 y q_3 SOBRE q_0

— CALCULAR EL INCREMENTO DE ENERGIA POTENCIAL de q_0 CUANDO q_0 SE MUEVE A LA POSICION b

---

$$\underset{\text{de } q_i \text{ en } q_0}{|F|} = \left| k \, q_0 \frac{q_i}{r^2} \right|$$

← LEY de COULOMB
r = distancia de q_i a q_0

$\alpha = 60°$
$\cos\alpha = 1/2$
$\operatorname{sen}\alpha = \sqrt{3}/2$
$0'1732^2 + 0'1^2 = 0'2^2$

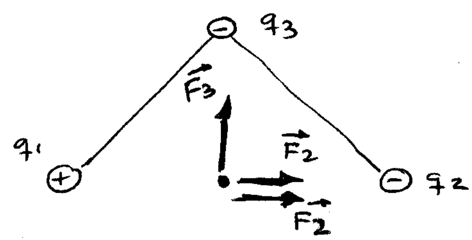
1° CALCULO DE MODULOS

$$q_1 \blacktriangleright |F_1| = \left| 9\cdot10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(10^{-6}C)(10^{-5}C)}{(0'1m)^2} \right| = 9N$$

$$q_2 \blacktriangleright |F_2| = \left| 9\cdot10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(10^{-6}C)(-20\cdot10^{-6}C)}{(0'1m)^2} \right| = 18N$$

$$q_3 \blacktriangleright |F_3| = \left| 9\cdot10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(10^{-6}C)(-30\,10^{-6}C)}{(0'1732\,m)^2} \right| = 9N$$

2 ESQUEMA de las FUERZAS



TOMO EJES:

3 CALCULO de las COMPONENTES (REVISANDO SIEMPRE EL ESQUEMA ↑)

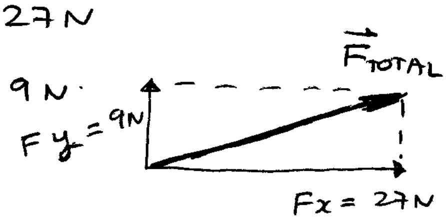
$$\begin{cases} F_{1x} = +|F_1| = 9N \\ F_{1y} = \emptyset \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{2x} = +|F_2| = 18N \\ F_{2y} = \emptyset \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{3x} = \emptyset \\ F_{3y} = +|F_3| = 9N \end{cases}$$

4 CALCULO de la FUERZA TOTAL.

$$\begin{cases} F_x = \sum F_{ix} = 27N \\ F_y = \sum F_{iy} = 9N \end{cases}$$



— ESCOJO COMO NIVEL de REFERENCIA de E_p el ∞: $E_p(\infty) = 0$ —

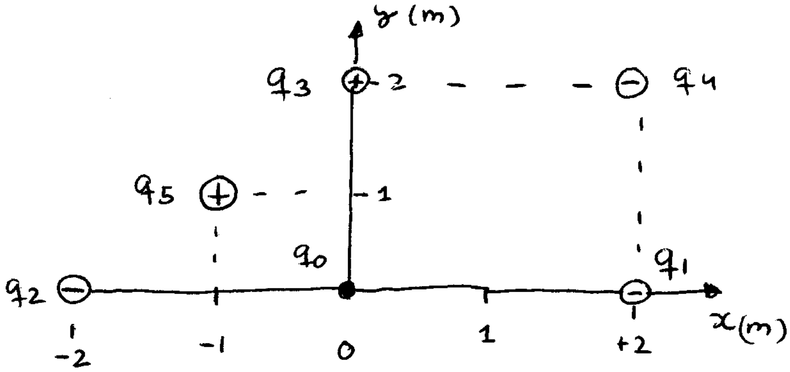
$$\underset{\text{de } q_0 \text{ debido a } q_i}{E_p} = k\, q_0 \sum \frac{q_i}{r} \quad (r = \text{distancia de } q_i \text{ a } q_0)$$

INICIAL
$$E_{pi} = 9\cdot10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot(10^{-6}C)\cdot\left[\frac{(+10^{-5}C)}{0'1m} + \frac{(-20\cdot10^{-6}C)}{0'1m} + \frac{(-30\cdot10^{-6}C)}{0'1732m}\right] = -2'459\,J$$

FINAL
$$E_{pf} = 9\cdot10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot(+10^{-6}C)\cdot\left[\frac{(+10^{-5}C)}{0'1414m} + \frac{(-20\cdot10^{-6}C)}{0'1414m} + \frac{(-30\cdot10^{-6}C)}{0'0732m}\right] = -4'325\,J$$

$$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = -1'866\,J$$

Es el campo el que ha hecho trabajo, la carga positiva q_0 se ha acercado a las cargas negativas.



— CALCULAR LA FUERZA EJERCIDA POR q_1, q_2, q_3, q_4 y q_5 SOBRE q_0

— CALCULAR EL INCREMENTO DE ENERGIA POTENCIAL DE q_0 CUANDO q_0 SE MUEVE al PUNTO (0,1)

$q_1 = -10\mu C$ $\qquad q_4 = -40\mu C$

$q_2 = -20\mu C$ $\qquad q_5 = +50\mu C$.

$q_3 = +30\mu C$ $\qquad q_0 = 1\mu C$.

$$\underset{\text{de } q_i \text{ en } q_0}{|F|} = \left| K \; q_0 \frac{q_i}{r^2} \right|$$

← LEY de COULOMB

(r = distancia de q_i a q_0)

DISTANCIA $q_4 - q_0 = \sqrt{2^2+2^2} = \sqrt{8}$

DISTANCIA $q_5 - q_0 = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$

$\boxed{1}$ CALCULO de MODULOS

q_1 ▸ $|F_1| = \left| 9\cdot10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(+10^{-6}C)(-10\cdot10^{-6}C)}{(2m)^2} \right| = \frac{9}{400} N$

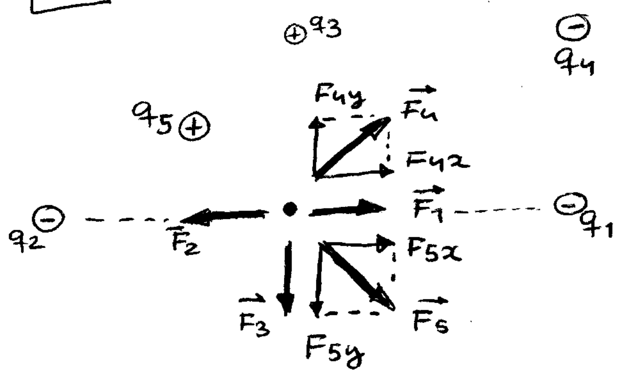
q_2 ▸ $|F_2| = \left| 9\cdot10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(+10^{-6}C)(-20\cdot10^{-6}C)}{(2m)^2} \right| = \frac{18}{400} N$

q_3 ▸ $|F_3| = \left| 9\cdot10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(+10^{-6}C)(+30\cdot10^{-6}C)}{(2m)^2} \right| = \frac{27}{400} N$

q_4 ▸ $|F_4| = \left| 9\cdot10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(+10^{-6}C)(-40\cdot10^{-6}C)}{(\sqrt{8}m)^2} \right| = \frac{36}{800} N$

q_5 ▸ $|F_5| = \left| 9\cdot10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \frac{(+10^{-6}C)(+50\cdot10^{-6}C)}{(\sqrt{2}m)^2} \right| = \frac{45}{200} N$

$\boxed{2}$ ESQUEMA de las FUERZAS.



$\boxed{3}$ CALCULO de las COMPONENTES

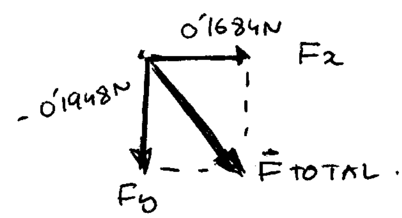
$\begin{cases} F_{1x} = +0'0225\ N \\ F_{1y} = \emptyset \end{cases}$ $\quad \begin{cases} F_{2x} = -0'045 N \\ F_{2y} = \emptyset \end{cases}$ $\quad \begin{cases} F_{3x} = \emptyset \\ F_{3y} = -0'0675 N \end{cases}$

$\begin{cases} F_{4x} = +|F_4| \cos 45^\circ = +0'0318\ N \\ F_{4y} = +|F_4| \operatorname{sen} 45^\circ = +0'0318\ N \end{cases}$

$\begin{cases} F_{5x} = +|F_5| \cos 45^\circ = +0'1591 N \\ F_{5y} = -|F_5| \operatorname{sen} 45^\circ = -0'1591 N \end{cases}$

$\boxed{4}$ CALCULO de la FUERZA TOTAL

$\begin{cases} F_x = \sum F_{ix} = +0'1684 N \\ F_y = \sum F_{iy} = -0'1948 N \end{cases}$



— ESCOJO COMO NIVEL de REFERENCIA de E_p el ∞: $E_p(\infty) = \emptyset$ —

$$\underset{\text{de } q_0 \text{ debida a } q_i}{E_p} = K \; q_0 \sum \frac{q_i}{r} \qquad (r = \text{distancia de } q_i \text{ a } q_0)$$

INICIAL $E_{pi} = 9\cdot10^9 \frac{Nm^2}{C^2} (+10^{-6}C) \left[\frac{-10\cdot10^{-6}C}{2m} + \frac{-20\cdot10^{-6}C}{2m} + \frac{+30\cdot10^{-6}C}{2m} + \frac{-40\cdot10^{-6}C}{\sqrt{8}} + \frac{+50\cdot10^{-6}C}{\sqrt{2}} \right] =$

$= 0'1909 J$

FINAL $E_{pf} = 9\cdot10^9 \frac{Nm^2}{C^2} (+10^{-6}C) \left[\frac{-10\cdot10^{-6}C}{\sqrt{3}} + \frac{-20\cdot10^{-6}C}{\sqrt{3}} + \frac{+30\cdot10^{-6}C}{1} + \frac{-40\cdot10^{-6}C}{\sqrt{3}} + \frac{+50\cdot10^{-6}C}{1} \right] =$

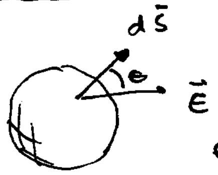
$= 3'3812 J$

$\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi} = +3'1903 J$

⇒ Hay que hacer trabajo CONTRA EL CAMPO, ya que $q_0 > 0$ se acerca a las cargas positivas y se aleja de las negativas.

TEOREMA de GAUß

$$\int_{\substack{SUP.\\CERRADA}} \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_{VOL} \rho/\varepsilon \, dV = \frac{1}{\varepsilon}\begin{pmatrix}\text{CARGA}\\\text{DENTRO}\\\text{DEL}\\\text{VOLUMEN}\end{pmatrix}$$

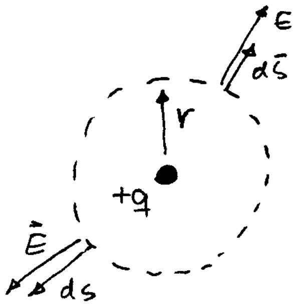


$$\vec{E}\cdot d\vec{s} = |\vec{E}|\cdot ds \cdot \cos\theta$$

EJERCICIOS

SIMETRIA ESFERICA

① CALCULAR EL CAMPO ELECTRICO PRODUCIDO POR UNA CARGA PUNTUAL a DISTANCIA r



TOMO COMO SUP. de Gauß una esfera CENTRADA en $+q$:

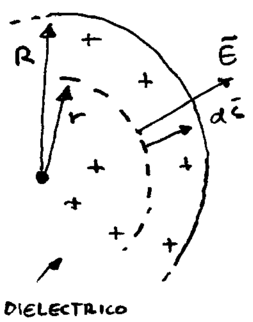
$\Rightarrow$ $\vec{E}$ y $d\vec{s}$ FORMAN ANGULO de $0°$ $\Rightarrow \vec{E}\cdot d\vec{s} = E\cdot ds$

$\Rightarrow$ $|\vec{E}|$ ES CTE. EN LA ESFERA $\Rightarrow$ SALE FUERA de la $\int$

$$E\int_{SUP} ds = E\cdot(4\pi r^2) = \frac{1}{\varepsilon}\begin{pmatrix}\text{CARGA}\\\text{DENTRO}\end{pmatrix} = {+q}/{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

② CALCULAR $\vec{E}$ PRODUCIDO POR UNA ESFERA AISLANTE CON CARGA $+q$. LA CARGA ESTA DISTRIBUIDA UNIFORMEMENTE. EL RADIO de la ESFERA es R.

– A DISTANCIAS $r > R$ NO LO HAGO → HACEDLO COMO EJERCICIO.



– $r < R$

TOMO COMO SUP de Gauß una esfera CONCENTRICA:

$\Rightarrow$ $\vec{E}$ y $d\vec{s}$ FORMAN ANGULO de $0°$ $\Rightarrow \vec{E}\cdot d\vec{s} = E\cdot ds$

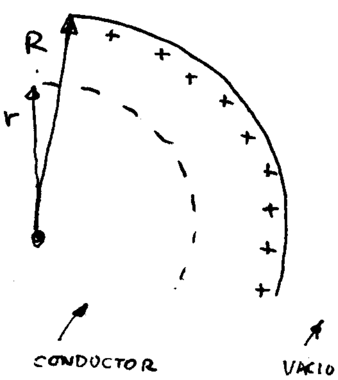
$\Rightarrow$ E es CTE. en la ESFERA $\Rightarrow$ SALE FUERA de la $\int$

$$E\cdot\int_{sup} ds = E\cdot(4\pi r^2) = \frac{1}{\varepsilon}\begin{pmatrix}\text{CARGA}\\\text{DENTRO}\end{pmatrix} = \frac{q_r}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon}\frac{r}{R^3}$$

CARGA en la esfera de radio $r = q_r$:

$$\frac{q_r}{4/3\,\pi r^3} = \frac{q}{4/3\,\pi R^3} \Rightarrow q_r = q\frac{r^3}{R^3}$$

③ CALCULAR $\vec{E}$ PRODUCIDO POR UNA ESFERA CONDUCTORA. CARGADA CON CARGA $+q$. El RADIO es R. LAS CARGAS ESTAN EN EQUILIBRIO.



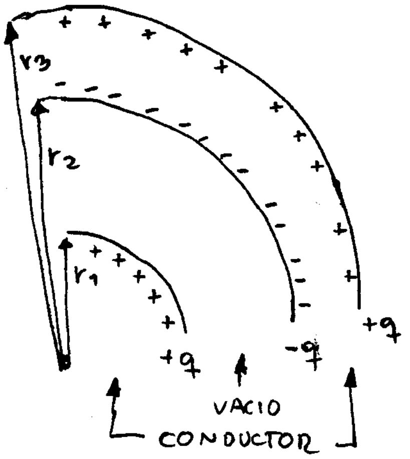
– A DISTANCIAS $r > R$ NO LO HAGO → HACEDLO COMO EJERCICIO.

– $r < R$ si está en equilibrio $\Rightarrow \nexists$ MOVIMIENTO de CARGAS $\Rightarrow$

$\Rightarrow \nexists$ FUERZA SOBRE ELLAS $\Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{F}=\emptyset}{q} = \emptyset$

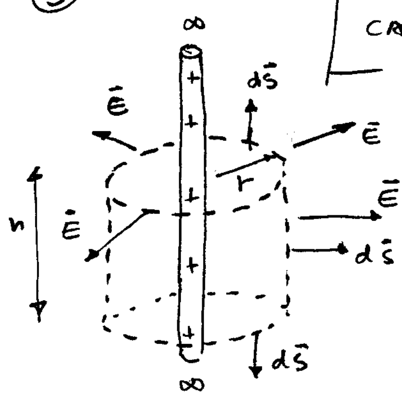
(Si SE USA EL TEOREMA de GAUß, con una esfera CONCENTRICA SE DEMUESTRA QUE NO HAY CARGA ALMACENADA EN EL INTERIOR DE UN CONDUCTOR EN EQUILIBRIO)

④ EJERCICIO — CALCULAR $\vec{E}$ PRODUCIDO POR DOS ESFERAS CONDUCTORAS CONCENTRICAS. CARGAS Y DIMENSIONES en la FIGURA



SIMETRIA CILINDRICA

⑤ CALCULAR $\vec{E}$ PRODUCIDO POR UN HILO INFINITO (RECTILINEO) CARGADO CON λ (C/m)



TOMO COMO SUP de GAUß UN CILINDRO CONCENTRICO ⇒

⇒ ARRIBA $\vec{E} \perp d\vec{s} \Rightarrow \vec{E}\cdot d\vec{s} = \emptyset$ $(\cos 90 = 0)$

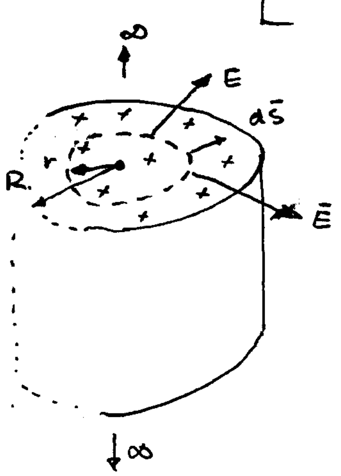
⇒ ABAJO $\vec{E} \perp d\vec{s} \Rightarrow \vec{E}\cdot d\vec{s} = \emptyset$

⇒ LATERAL $\vec{E}$ y $d\vec{s}$ FORMAN ANGULO de $0^\circ \Rightarrow \vec{E}\cdot d\vec{s} = E\cdot ds$

⇒ EN EL LATERAL E es CTE (ESTA a DISTANCIA FIJA del HILO)
⇒ SALE FUERA de la $\int$

$$\int_{sup} \vec{E}\, d\vec{s} = \underset{ARRIBA}{\emptyset} + \underset{ABAJO}{\emptyset} + E\cdot\int_{LATERAL} ds = \frac{1}{\varepsilon}\begin{pmatrix}\text{carga}\\ \text{DENTRO}\end{pmatrix} = \frac{\lambda\cdot h}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{\lambda h/\varepsilon}{2\pi r\cdot h} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}$$

⑥ CALCULAR $\vec{E}$ PRODUCIDO POR UN CILINDRO INFINITO AISLANTE Y CARGADO CON λ (C/m). (R = RADIO del CILINDRO)



- A DISTANCIAS $r > R$ NO LO HAGO → HACEDLO COMO EJERCICIO
- $r < R$

TOMO COMO SUP de GAUß UN CILINDRO CONCENTRICO de radio r y de altura h ⇒

⇒ ARRIBA y ABAJO $d\vec{s}$ y $\vec{E}$ PERPENDICULARES ⇒ $\vec{E}\cdot d\vec{s} = \emptyset$

⇒ LATERAL $\left\{\begin{array}{l} \vec{E} \text{ y } d\vec{s} \text{ FORMAN ANGULO } \emptyset \Rightarrow \vec{E}\cdot d\vec{s} = E\cdot ds \\ E \text{ ES CTE.} \Rightarrow \text{SALE FUERA de la } \int \end{array}\right.$

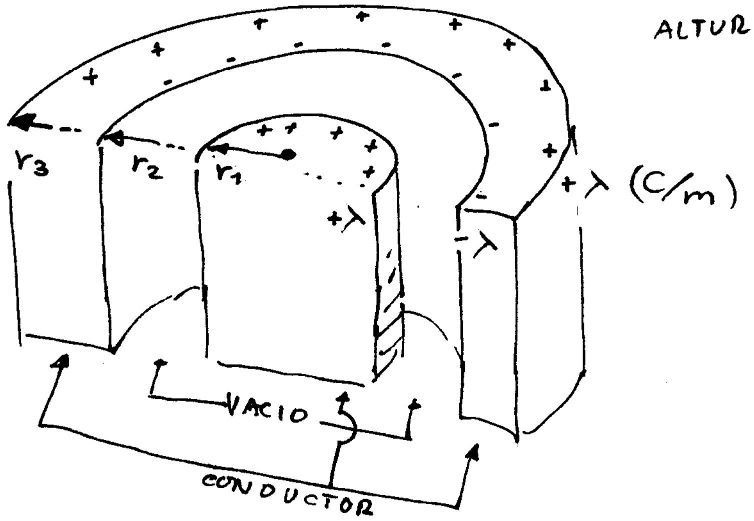
q_r = Carga en el CILINDRO de radio r

$$\frac{q_r}{[\pi r^2 \cdot h]} = \frac{q = \lambda\cdot h}{[\pi R^2\cdot h]}$$

$$\int_{sup} \vec{E}\cdot d\vec{s} = \int_{ARRIBA} \emptyset + \int_{ABAJO} \emptyset + E\int_{LATERAL} ds = E\cdot(2\pi r\cdot h) = \frac{1}{\varepsilon}\begin{pmatrix}\text{CARGA}\\ \text{DENTRO}\end{pmatrix} = \frac{q_r}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{\varepsilon}\left[\lambda h \frac{r^2}{R^2}\right]\frac{1}{2\pi r h} = \frac{\lambda r}{2\pi\varepsilon R^2}.$$

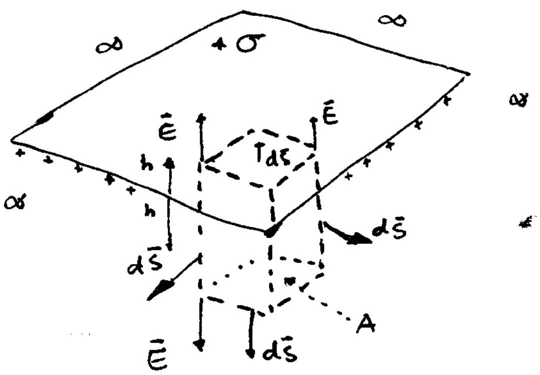
⑦ CALCULAR $\vec{E}$ PRODUCIDO POR DOS CILINDROS COAXIALES CONDUCTORES. CARGAS Y DIMENSIONES EN LA FIGURA.



ALTURA INFINITA. Las CARGAS estan en EQUILIBRIO

SIMETRIA PLANA

⑧ CALCULAR $\vec{E}$ PRODUCIDO POR UN PLANO INFINITO CARGADO con CARGA $\sigma\ (C/m^2)$



TOMO COMO SUP. de GAUß UN PARALELEPÍPEDO, ORIENTADO COMO EN LA FIGURA. ⇒

⇒ ARRIBA $\vec{E}$ y $d\vec{s}$ 0° ⇒ $\vec{E}\cdot d\vec{s} = E\cdot ds\cdot 1$

ABAJO ARCO$(\vec{E}, d\vec{s}) = 0^\circ$ ⇒ $\vec{E}\cdot d\vec{s} = E\cdot ds\cdot 1$

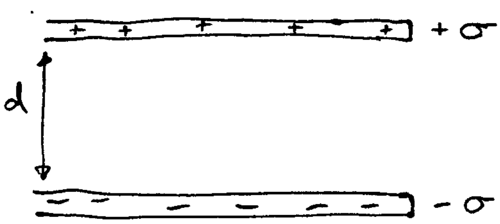
LATERAL ARCO$(\vec{E}, d\vec{s}) = 90^\circ$ ⇒ $\vec{E}\cdot d\vec{s} = E\cdot ds\cdot \emptyset = \emptyset$

⇒ ARRIBA y ABAJO $|E|$ es CTE ⇒ E SALE FUERA de la $\int$

$$E\int_{SUP} ds = \underset{LATERALES}{\emptyset} + E\underset{ARRIBA}{\int ds} + E\cdot\underset{ABAJO}{\int ds} = 2\cdot E\cdot \underset{\text{área}}{A} = \frac{1}{\varepsilon}\begin{pmatrix}\text{CARGA}\\ \text{DENTRO}\end{pmatrix} = \frac{\sigma\cdot A}{\varepsilon}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon}$$

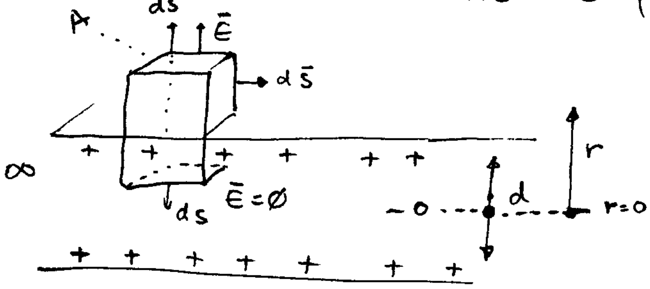
⑨ CALCULAR $\vec{E}$ PRODUCIDO POR DOS PLANOS INFINITOS CARGADOS CON $+\sigma\ (C/m^2)$ y $-\sigma\ (C/m^2)$ SEPARADOS POR DISTANCIA d.



$\vec{E}$ CREADO POR PLACA POSITIVA	$\vec{E}$ DE PLACA NEGATIVA	$\vec{E}$ TOTAL.
$\uparrow \sigma/2\varepsilon$	$\downarrow \sigma/2\varepsilon$	$\emptyset = \sigma/2\varepsilon - \sigma/2\varepsilon$
$\downarrow \sigma/2\varepsilon$	$\downarrow \sigma/2\varepsilon$	$\downarrow \sigma/\varepsilon = \frac{\sigma}{2\varepsilon} + \frac{\sigma}{2\varepsilon}$
$\downarrow \sigma/2\varepsilon$	$\uparrow \sigma/2\varepsilon$	$\emptyset = \sigma/2\varepsilon - \sigma/2\varepsilon$

SE SUMAN ("SUPERPOSICION") $1 \vec{E}$

(10) CALCULAR EL CAMPO ELECTRICO $\vec{E}$ PRODUCIDO POR UN PLANO CONDUCTOR INFINITO, de ESPESOR d. CARGA POR UNIDAD de SUPERFICIE $= \sigma$ (C/m^2). LAS CARGAS ESTAN EN EQUILIBRIO



— DENTRO del CONDUCTOR ($-d/2 < r < d/2$)

$\nexists\ \vec{E}$, ya que si existiera $\Rightarrow$ Existiría una Fuerza $\vec{F} = q\vec{E}$ sobre las cargas $\Rightarrow$ se moverían $\Rightarrow$ ¡No ESTARÍAN EN EQUILIBRIO!

$$\vec{E} = \emptyset$$

(USANDO EL TEOREMA de GAUB PODRÍA DEMOSTRARSE QUE LA CARGA NETA DENTRO DEL CONDUCTOR es $\emptyset$)

— Fuera (por arriba) ($d/2 < r$)

Tomo como sup. de Gauß un paralelepípedo. (ver figura)

ARRIBA ARCO $(\vec{E}, d\vec{s}) = 0° \Rightarrow \vec{E}\cdot d\vec{s} = E\cdot ds \cdot 1$. ADEMAS $E = cte \Rightarrow$ Sale de la $\int$

LATERALES ARCO $(\vec{E}, d\vec{s}) = 90° \Rightarrow \vec{E}\cdot d\vec{s} = \emptyset$ ($\cos 90° = 0$)

ABAJO ARCO $(\vec{E}, d\vec{s}) = ?$ ¡$\vec{E} = 0$! $\Rightarrow \vec{E}\cdot d\vec{s} = \emptyset$

$$\int_{SUP} E\cdot ds = \underbrace{E\cdot\int ds}_{ARRIBA} + \underbrace{\emptyset}_{LATERALES} + \underbrace{\emptyset}_{ABAJO} = E\cdot A = \frac{1}{\varepsilon}\begin{pmatrix}CARGA\\DENTRO\end{pmatrix} = \frac{1}{\varepsilon}(\sigma\cdot A)$$

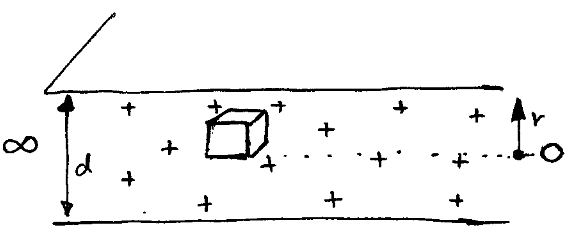
— Fuera (por abajo) ($r < -d/2$)

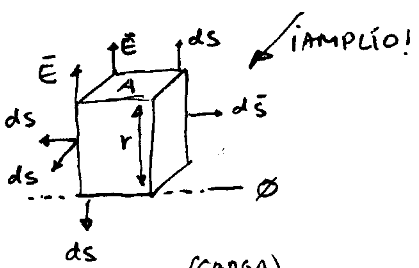
(No lo hago, es similar)

$$E = \sigma/\varepsilon$$

⚠ ESTE PROBLEMA TAMBIEN PODRÍA HABERSE RESUELTO UTILIZANDO SUPERPOSICION

(11) CALCULAR $\vec{E}$ PRODUCIDO POR UN DIELECTRICO (AISLANTE). PLANO e INFINITO, de espesor d y CARGA POR UNIDAD de SUPERFICIE $= \sigma$ (C/m^2).





— FUERA (por arriba) ($r > d/2$)
— FUERA (por abajo) ($r < -d/2$)
} No lo Hago

— DENTRO ($-d/2 < r < d/2$)

por SIMETRIA, para $r > 0$ $\vec{E}$ hacia arriba
para $r < 0$ $\vec{E}$ hacia abajo
para $r = \emptyset$ $\vec{E} = \emptyset$

— Tomo como sup. de GAUSS un PARALELEPIPEDO ASENTADO en $r = \emptyset \Rightarrow$

- LATERALES $\vec{E} \perp d\vec{s} \Rightarrow \vec{E}\cdot d\vec{s} = \emptyset$
- ABAJO $\vec{E} = \emptyset \Rightarrow \vec{E}\cdot d\vec{s} = \emptyset$
- ARRIBA $E = cte$ y ARCO$(\vec{E}\cdot d\vec{s}) = \emptyset \Rightarrow \vec{E}\cdot d\vec{s} = E\cdot ds\cdot 1$

$$\frac{\begin{pmatrix}CARGA\\DENTRO\end{pmatrix}}{A\cdot r} = \frac{\overbrace{\sigma\cdot A}^{\begin{pmatrix}CARGA\\TOTAL\end{pmatrix}}}{A\cdot d}$$

$$\int_{SUP} \vec{E}\,d\vec{s} = \underbrace{\emptyset}_{LATERALES} + \underbrace{\emptyset}_{ABAJO} + E\cdot\int ds = E\cdot A = \frac{1}{\varepsilon}\begin{pmatrix}CARGA\\DENTRO\end{pmatrix} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\sigma\frac{r}{d}A\right)$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon}\frac{r}{d}$$

EN UN DISPOSITIVO SE TIENE: $E(x)\left(\frac{V}{m}\right) = \begin{cases} 20x+10 & 0 \le x \le 0'1m \\ 15-30x & 0'1 \le x \le 0'3m \\ 6 & 0'3m \le x \end{cases}$

SUPONIENDO QUE $\vec{E}$ TIENE LA DIRECCION DEL EJE x y que $V(0)=0$.

CALCULAR $V(x)$ desde $x=0$ hasta $x=0'4$ m

$dV = -\vec{E}\cdot d\vec{l}$

- COMO QUIERO INTEGRAR SEGUN LA DIRECCION x, TOMO COMO CAMINO de INTEGRACION $|d\vec{l}| = dx$
- COMO $\vec{E}$ tiene dirección y sentido del eje x ⇒ FORMA CON EL EJE x UN ANGULO de $\emptyset°$ ⇒ $\vec{E}\cdot d\vec{l} = E\cdot dx \cdot \cos(0) = E\cdot dx\cdot 1$

$$\int_{x_0}^{x} dV = V(x) - V(x_0) = -\int_{x_0}^{x} E\cdot dx$$

[E en V/m y x en m ⇒ V en VOLTIOS]

$\boxed{0 \le x \le 0'1 \quad x_0 = \emptyset}$

$V(x) =$

$= V(0) - \int_0^x (20x+10)dx$

$= \emptyset - \left(20\frac{x^2}{2} + 10x\right)\Big|_0^x$

$= -\left[\left(20\frac{x^2}{2}+10x\right) - \left(20\frac{0^2}{2}+10\cdot\emptyset\right)\right]$

$= -\left(10x^2 + 10x\right)$

$\boxed{0'1 \le x \le 0'3 \quad x_0 = 0'1}$

$V(x) =$

$= V(0'1) - \int_{0'1}^x (15-30x)\,dx$

$= -1'1 - \left(15x - 30\frac{x^2}{2}\right)\Big|_{0'1}^x$

$= -1'1 - \left[\left(15x - 30\frac{x^2}{2}\right) - \left(15\cdot 0'1 - 30\cdot\frac{0'1^2}{2}\right)\right]$

$= 15x^2 - 15x + 0'25$

$\boxed{0'3 \le x \le 0'4 \quad x_0 = 0'3}$

$V(x) =$

$= V(0'3) - \int_{0'3}^x 6\,dx$

$= -2'9 - (6x)\Big|_{0'3}^x$

$= -2'9 - \left[(6x) - (6\cdot 0'3)\right]$

$= -1'1 - 6x.$

- BORDE IZDO. COMPROBAR:

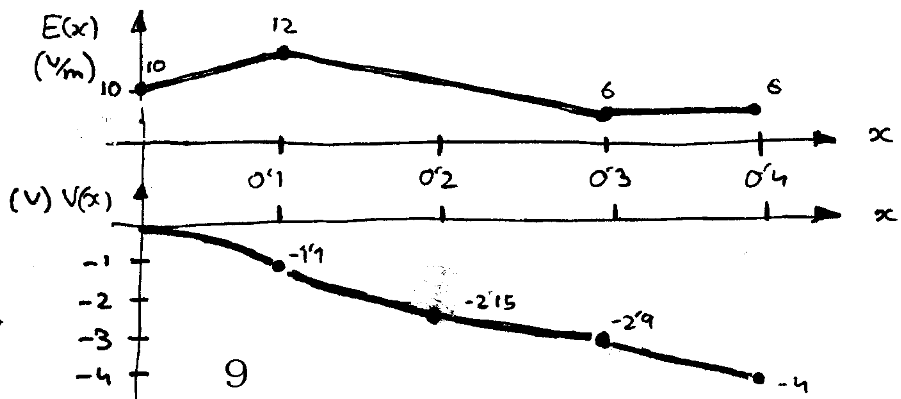
¿ $V(x=0) = 0$? si// ¿ $V(x=0'1) = -1'1$? si// ¿ $V(x=0'3) = -2'9$? si//

- LIMITE DCHO. CALCULAR:

$V(x=0'1) = -1'1$ V $V(x=0'3) = -2'9$ $V(x=0'4) = -4$ V.

- COMPROBAR QUE $-dV/dx = E$:

$-\frac{dV}{dx} = -(-20x-10)$ si// $-\frac{dV}{dx} = -30x+15$ si// $-dV/dx = 6x$ si//



$\frac{dV}{dx} < 0$ ⇒ DECRECIENTE

$\frac{d^2V}{dx^2}$:

-20 +30 ∅

CONCAVA CONVEXA RECTA

CURVATURA: