1. Sean los subespacios vectoriales de $\mathbb{R}^3$: $U_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x + 3y - 4z = 0\}$ y $U_2 = \langle(1, 3, 5), (1, 2, 2)\rangle$. Una base de $U_1 \cap U_2$ es:
   a) $\{(3, 6, 6)\}$
   b) $\{(2, 0, 1), (4, 1, 2)\}$
   c) $\{(-1, 2, 1)\}$
   d) $\{\overrightarrow{0}\}$
2. Sean $B_1 = \{v_1, v_2\}$ y $B_2 = \{u_1, u_2\}$ dos bases de $\mathbb{R}^2$ tales que $v_1 = -2u_1 - u_2$ y $v_2 = 5u_1 + 2u_2$. Si w es un vector de $\mathbb{R}^2$ cuyas coordenadas respecto de B_1 son $(8, 3)$, entonces las coordenadas de w respecto de B_2 son:

   (a) $(1, 2)$ (b) $(-1, -2)$ (c) $(2, 1)$ (d) $(-2, -1)$
3. Sea la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por $f(x, y, z) = (x+y+z, -2x+3y+z, x + 6y + 4z)$. ¿Cuál de los siguientes vectores de $\mathbb{R}^3$ no pertenece a $Im(f)$?

   (a) $(1, 0, 3)$ (b) $(1, -1, 2)$ (c) $(2, -5, 1)$ (d) $(2, -1, 4)$
4. Sobre una aplicación $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de la forma $f(x) = ax + b$ se sabe que $(f \circ f)(x) = 4x + 2$. Entonces $f^{-1}(x)$ puede ser igual a:

   (a) $2x + \frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$ (d) $\frac{-1}{2}x + \frac{1}{8}$
5. Si para dos elementos a y b pertenecientes a un grupo $(G, \cdot)$ se verifica que $a^2 = b^2$, entonces:

   (a) $a \cdot b = b \cdot a$ (b) $b^{-1} \cdot a = a \cdot b^{-1}$ (c) $a = b$ (d) $b^{-1} \cdot a = b \cdot a^{-1}$
6. Sea la relación de equivalencia R definida en el grupo simétrico $\mathcal{S}_5$ como $\alpha\ R\ \beta$ si y sólo si α y β tienen el mismo orden. Entonces el cardinal del conjunto cociente $\mathcal{S}_5/R$ es igual a

   (a) 5 (b) 4 (c) 6 (d) 7
7. El valor del determinante $\begin{vmatrix} a & 0 & 0 & b \\ 0 & a & b & 0 \\ 0 & b & a & 0 \\ b & 0 & 0 & a \end{vmatrix}$ sobre $\mathbb{R}$ es igual a:

   (a) $a^4 + 2a^2b^2 + b^4$ (b) $a^4 - b^4$ (c) $a^4 - 2a^2b^2 + b^4$ (d) $a^4 - a^3b + ab^3 - b^4$
8. Dada la permutación $\alpha = (4, 1, 5, 7, 2)(6, 4, 8, 3, 1, 9)$, entonces a^{2008} es igual a

   (a) α^4 (b) $\mathbf{1}$ (c) α^2 (d) α^6
9. Sobre una aplicación lineal $f : (\mathbb{Z}_5)^3 \to (\mathbb{Z}_5)^3$ se sabe que $f(1, 2, 3) = (4, 1, 2)$ y $f(2, 1, 1) = (3, 2, 1)$. Entonces:
   a) $f(1, 1, 3) = (2, 3, 3)$.
   b) $f(1, 1, 3) = (4, 1, 1)$.

c) $f(1,1,3)$ no se puede calcular a partir de los datos del enunciado.
d) $f(1,1,3) = (1,2,1)$.

10. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3\times3}(\mathbb{Z}_7)$, podemos afirmar que:
a) A tiene tres valores propios distintos en $\mathbb{Z}_7$.
b) A no tiene ningún valor propio en $\mathbb{Z}_7$.
c) A tiene sólo un valor propio en $\mathbb{Z}_7$.
d) A tiene exactamente dos valores propios distintos en $\mathbb{Z}_7$.

11. Sea $U = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 \mid 2x - y + 3z - t = 0\}$. En el espacio vectorial cociente $\mathbb{R}^4/U$, el vector $[(5,2,-1,2)]$ es igual a:

(a) $[(2,-1,3,-1)]$ (b) $[(2,1,4,-3)]$ (c) $[(2,-1,1,5)]$ (d) $[(-2,6,1,-1)]$

12. La dimensión del subespacio núcleo de la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por $f(x,y,z) = (x+y+z, -2x+3y+z, x+6y+4z)$ es:

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3

13. Sean el espacio vectorial $V = (\mathbb{Z}_5)^3$ y su subespacio vectorial $U = \langle(1,3,2),(2,1,1)\rangle$. ¿Para cuál de los siguientes subespacios vectoriales W de V se verifica que $V = U \oplus W$?
a) $W = \langle(3,4,3)\rangle$.
b) $W = \langle(2,1,3),(3,4,2)\rangle$.
c) $W = \langle(2,3,1),(4,1,2)\rangle$.
d) $W = \{(x,y,z) \in V \mid 4x - 3y = 0, x - z = 0\}$.

14. Sean $A, B \in \mathcal{M}_{2\times2}(\mathbb{R})$ tales que

$$\left.\begin{array}{rcl} A + B &=& \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \\ A - B &=& \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \end{array}\right\}$$

Entonces $A \cdot B$ es igual a

(a) $\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$

15. La aplicación $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ definida por $f(x,y) = (x-1, x+y+1)$
a) es inyectiva pero no es sobreyectiva.
b) es sobreyectiva pero no es inyectiva.
c) es biyectiva.
d) no es inyectiva ni sobreyectiva.

16. El sistema $\left\{\begin{array}{rcrcl} 3x &+& 5y &=& 4 \\ 2x &+& y &=& 5 \end{array}\right.$ en $\mathbb{Z}_7$ es
a) incompatible.

b) compatible determinado.
c) compatible indeterminado y su número de soluciones es menor o igual que 21.
d) compatible indeterminado y su número de soluciones es mayor que 21.

17. Sean $v_1 = (1,2,1,2,1)$, $v_2 = (1,3,2,1,1)$, $v_3 = (1,-5,-6,9,1)$ y $v_4 = (1,-4,2,a,5)$ vectores de $\mathbb{R}^5$. Entonces v_1, v_2, v_3, v_4 son vectores:
a) linealmente independientes para cualquier valor de $a \in \mathbb{R}$.
b) linealmente dependientes para cualquier valor de $a \in \mathbb{R}$.
c) linealmente independientes sólo para un único valor de $a \in \mathbb{R}$.
d) linealmente dependientes sólo para un único valor de $a \in \mathbb{R}$.

18. Sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_7)$. ¿Para cuál de las siguientes matrices regulares $P \in \mathcal{M}_{2\times 2}(\mathbb{Z}_7)$ se verifica que $P^{-1} \cdot A \cdot P$ es una matriz diagonal?

(a) $P = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ (b) $P = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ (c) $P = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ (d) $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

19. Sean A y B conjuntos tales que $|A| = 8$ y $|B| = 9$. De los siguientes cuatro conjuntos, ¿cuál de ellos tiene cardinal distinto del cardinal de los tres conjuntos restantes?
a) $\mathcal{P}(A \times B)$
b) $\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)$
c) El conjunto de todas las aplicaciones de A en $\mathcal{P}(B)$.
d) El conjunto de todas las aplicaciones de B en $\mathcal{P}(A)$.

20. Sea V el conjunto de todas las matrices de la forma $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$, con a y b números reales. Entonces V con respecto de las operaciones suma de matrices y producto de un número real por una matriz,
a) es un espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$ de dimensión dos.
b) es un espacio vectorial sobre $\mathbb{R}$ isomorfo a $\mathbb{R}^3$.
c) no es un espacio vectorial, ya que la suma de matrices no es una operación binaria en V.
d) no es un espacio vectorial, ya que en V hay matrices no nulas cuyo determinante no es cero.