UNIVERSIDAD DE GRANADA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
ECUACIONES DIFERENCIALES I
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA Y MATEMÁTICAS
CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE. 15 de septiembre de 2015

El número entre corchetes es la puntuación máxima de cada ejercicio.

[3] Ejercicio 1.- Sea  $A \in M_N(\mathbb{R})$  y denotemos  $A^*$  su matriz traspuesta. Demuestra que:

1. 
$$(e^{At})^* = e^{A^*t}$$
.

- 2. Si A es antisimétrica, es decir,  $A^* = -A$ , entonces  $e^{At}$  es ortogonal para todo  $t \in \mathbb{R}$ . 1
- 3. Si A es antisimétrica y x(t) es una solución del sistema x' = Ax, entonces

$$|x(t)| = |x(0)|, t \in \mathbb{R}.^2$$

[4] Ejercicio 2.- Se considera el sistema lineal

$$x' = Ax, \tag{1}$$

con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & a \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}.$$

- 1. Discute cúal es la forma canónica real de Jordan de la matriz asociada al sistema (1) en función del valor de a.
- 2. Calcula la solución de (1) cuando a=1.
- 3. ¿Tiene (1) alguna solución periódica para algún valor de a? En caso afirmativo, pon un ejemplo de término independiente  $b \in C_{2\pi}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  para el cual el sistema  $x' = -A^*x + b(t)$  con ese valor de a NO admite solución  $2\pi$ -periódica.