

a) ¿Es $1+i$ un divisor de cero?
 b) ¿Existen divisores de cero en el anillo \mathbb{Z}_{130} ?
 c) ¿Resuelve la ecuación $61x = 12$ en el anillo \mathbb{Z}_{130} ?

d) Resuelve en $\mathbb{Z}[i]$ el siguiente sistema de congruencias:

$$\begin{aligned} x &\equiv i \pmod{1+i} \\ x &\equiv -1 \pmod{2+i} \end{aligned}$$

e) Resuelve la siguiente ecuación en $\mathbb{Z}_5[x]$.

$$(x^3 - x^2 + x - 1)F(x) + (x^4 - x^3 + x^2 - 1)G(x) = x^2 - 1$$

y encuentra una solución en la que el grado del polinomio $F(x)$ sea mínimo.

f) Factoriza como producto de irreducibles en $\mathbb{Q}[x]$ el polinomio

$$f(x) = \frac{2}{17}x^5 - \frac{1}{17}x^4 + 2x - 1.$$

g) Factoriza como producto de irreducibles en $\mathbb{Z}[x]$ y en $\mathbb{Q}[x]$ el polinomio

$$f(x) = 12x^5 + 126x^4 + 48x^3 - 6x^2 + 12x + 6.$$