Cálculo II

20 de septiembre de 2012

1. Probar que $\qquad \dfrac{x}{1+x^2} < \operatorname{arc\,tg} x < x \qquad \forall\, x \in \mathbb{R}^+$

2. Estudiar el comportamiento en $-\infty$, 0 y $+\infty$ de la función $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$ dada por
$$f(x) = \frac{(x - \operatorname{sen} x)\,\log(1+x^4)}{x^7} \qquad \forall\, x \in \mathbb{R}^*$$

3. Calcular la imagen de la función $H : \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$ dada por
$$H(x) = \int_1^{x^2-2x+2} \frac{\log t}{t^2}\,dt \qquad \forall\, x \in \mathbb{R}_0^+$$

Cálculo II

20 de septiembre de 2012

1. Desarrollar uno de los dos temas siguientes:
   - Teorema de Rolle. Teorema del valor medio. Aplicaciones.
   - Definición y propiedades de la integral.

2. Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, razonando la respuesta:
   (a) Si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función par, y es derivable en $\mathbb{R}$, entonces $f'(0) = 0$.
   (b) Si $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ es una función convexa, verificando que $f(0) = f(1) = 0$, entonces $f(x) \le 0$ para todo $x \in [0,1]$.
   (c) La función arco-tangente es uniformemente continua en $\mathbb{R}$.
   (d) Si $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ es una función continua, verificando que $\displaystyle\int_0^1 f(t)\,dt = 0$ y $f(0) > 0$, entonces existe $x \in]0,1]$ tal que $f(x) < 0$.