


TOPOLOGÍA I

13 de febrero de 2013

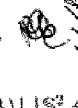
1. En \mathbb{R} se define la siguiente familia de subconjuntos:

$$\mathcal{T} = \{O \subseteq \mathbb{R} / \mathbb{R} - O \text{ es compacto en } (\mathbb{R}, \mathcal{T}_u)\} \cup \{\emptyset\}$$


- (a) Demostrar que \mathcal{T} es una topología sobre \mathbb{R} .
 (b) Comparar \mathcal{T} con la topología usual \mathcal{T}_u .
 (c) Calcular interior, adherencia y frontera de $A = [0, 1] \cup [2, 3]$ y $B =]0, \infty[$ en $(\mathbb{R}, \mathcal{T})$.
2. Sea $f : (X, \mathcal{T}) \longrightarrow (Y, \mathcal{T}')$ una aplicación biyectiva. Probar que son equivalentes:
- (a) f es continua y abierta.
 (b) $f(\overline{A}) = \overline{f(A)}$, $\forall A \subset X$.
3. (a) Razonar si puede existir una biyección abierta del plano $(\mathbb{R}^2, \mathcal{T}_u)$ en la esfera $(S^2, (\mathcal{T}_u)_{S^2})$. (\mathcal{T}_u) \mathbb{R}^2
 (b) Probar que si \mathcal{B} es una base de $(\mathbb{R}^2, \mathcal{T}_u)$, entonces las componentes conexas de los elementos de \mathcal{B} forman otra base de $(\mathbb{R}^2, \mathcal{T}_u)$.
4. Razonar si los siguientes subespacios de $(\mathbb{R}^3, \mathcal{T}_u)$ son homeomorfos:

(a) $(S^1 \times \{0\}) \cup (\{0\} \times S^1)$, 

(b) S^2 ,

(c) $S^2 - \{N, S\}$, 

(d) $S^1 \times \mathbb{R}$,

(e) $(\mathbb{R} \times \{(0, 0)\}) \cup S^2$. 

Puntuación: todos igual.

Tiempo: 3 horas.

