



Normas para la realización del examen:

Duración: 2.5 horas

- Los alumnos que se presentan a la evaluación única global, deben de responder a las preguntas 6 y 7. Los demás deben de hacer las preguntas 1-4.
- El ejercicio 5 es voluntario y sirve para subir un punto adicional en la parte de teoría.
- Las preguntas tipo test restan cuando se contestan erróneamente.

◀ Ejercicio 1 ▶ Preguntas tipo test

[2.5 puntos]

1. Todo subconjunto de un lenguaje regular también es regular.
2. Si  $L_1$  y  $L_2$  son lenguajes tales que  $L_2, L_1 L_2$  y  $L_2 L_1$  son todos regulares, entonces  $L_1$  debe ser regular.
3. La gramática  $S \rightarrow aS | aSbS | c$  es ambigua.
4. El conjunto de todos los lenguajes sobre un alfabeto no vacío es numerable.
5. Si un lenguaje  $L$  tiene una expresión regular, también tendrá una gramática independiente del contexto.
6. Si  $L$  es un lenguaje independiente del contexto, entonces  $LL^{-1}$  es también independiente del contexto.
7. Si  $r_1, r_2$  son expresiones regulares, entonces  $(r_1 r_1 + r_1 r_2 + r_2 r_1 + r_2 r_2)^* = (r_1 + r_2)^* (r_1 + r_2)^*$ .
8. Todo lenguaje independiente del contexto determinista puede ser aceptado por una autómatas con pila por el criterio de estados finales.
9. En el algoritmo de Early, siempre que  $(i, j, A, \alpha, c\beta)$  esté en REGISTROS[j], entonces  $(i, j+1, A, \alpha c, \beta)$  estará en REGISTROS[j+1].
10. Existe un algoritmo que dados un autómatas finito que acepta un lenguaje  $R$  y un lenguaje arbitrario  $L$  calcula un autómatas finito para el lenguaje  $R/L$ .

◀ Ejercicio 2 ▶

[2.5 puntos]

Construir un AFD minimal que acepte el lenguaje  $L$  sobre el alfabeto  $\{a, b\}$ :

$L = \{u \in \{a, b\}^* : N_a(u) = 3n, n \in \mathbb{N}\}$ , y  $u$  no contiene la subcadena  $aba$ , donde  $N_a(u)$  indica el número de símbolos  $a$  de la cadena  $u$ .

◀ Ejercicio 3 ▶

[2.5 puntos]

Encuentra una gramática independiente del contexto sobre el alfabeto  $\{a, b\}$  que genere el lenguaje donde el número de  $a$ 's es mayor o igual que el número de  $b$ 's en cualquier prefijo de la cadena.

Comprueba con el algoritmo CYK si la cadena  $aababbbb$  pertenece al lenguaje generado por la gramática.

◀ Ejercicio 4 ▶

[2.5 puntos]

Determinar si los siguientes lenguajes sobre el alfabeto  $\{0, 1\}$  son regulares y/o independientes del contexto. Justifica las respuestas.

1.  $L_1 = \{u \in \{0, 1\}^* : 01u = u10\}$ .
2.  $L_2 = \{0^i 1^j 0^i : i, j > 0\}$ .
3.  $L_3 = \overline{L^+}$ , donde  $L = \{0^n 1^n : n > 0\}$ .

◀ Ejercicio 5 ▶ Opcional

[1 punto]

Para dos palabras  $u, v$ , escribimos  $u \dot{=} v$  cuando  $v$  es igual a una permutación de los símbolos de  $u$ . Si  $L$  es un lenguaje, sea  $PERMUTA(L) = \{v : \exists u \in L, \text{ con } u \dot{=} v\}$ .

- Demostrar que si  $L$  es un lenguaje regular sobre el alfabeto  $\{0, 1\}$ , entonces  $PERMUTA(L)$  es independiente del contexto.
- ¿Qué puede pasar si el alfabeto de  $L$  tiene 3 o más símbolos y  $L$  es regular? Justifica la respuesta.