



Ejercicios (7 puntos)

1. Se considera el problema de interpolación siguiente:

Hallar el polinomio, $p(x)$, de grado ≤ 2 que satisface:

$$p'(0) = z_1, \quad p'(1) = z_2, \quad p(-1) = z_3$$

- (a) ¿Es unisolvante el problema?
 - (b) Calcula, si es factible, la base de Lagrange asociada al problema anterior y escribe el interpolante para los valores $z_1 = -1$, $z_2 = 0$, $z_3 = 2$
2. De cierto spline polinomial, $s(x)$, con nodos $-1, 1, 2$ se conoce uno de sus trozos; a saber,

$$s(x) = \begin{cases} s_1(x) & -1 \leq x < 1 \\ s_2(x) = x^3 - 5x + 3 & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

- (a) suponiendo que se trata de un spline cúbico y pasa por el punto $(-1, 0)$, calcula $s_1(x)$;
- (b) si, ahora, suponemos que es spline cúbico de clase 1 y pasa por el punto $(-1, 0)$ con pendiente¹ -1, calcula de nuevo $s_1(x)$;
- (c) ¿se obtiene el mismo resultado?

3. Dado el sistema de ecuaciones lineales:
$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

- (a) Resuelva el sistema mediante descomposición $A=LU$.
 - (b) Escribe las ecuaciones del método iterativo de Gauss–Seidel para aproximar la solución del sistema y calcula 2 aproximaciones desde la aproximación inicial $x = y = z = 0$.
4. Considera el sistema lineal, $Ax = b$ del ejercicio anterior.
- (a) calcula la matriz del método de Jacobi y su radio espectral;
 - (b) calcula la matriz del método de Gaus-Seidel y su radio espectral;
 - (c) ¿qué se puede asegurar sobre la convergencia de ambos métodos? ¿y sobre la rapidez?

¹**Nota:** recuerda la relación entre derivada y pendiente a una curva en un punto