

Cálculo II

5 de septiembre de 2013

1. Desarrollar uno de los dos temas siguientes:

- Aplicaciones del Teorema del Valor Medio
- Definición y propiedades de la integral

2. Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, razonando la respuesta:

- (a) Sea I un intervalo no trivial y $f, g \in D(I)$. Si $f + g \in C^1(I)$, entonces $f, g \in C^1(I)$.
- (b) Sea $A \subset \mathbb{R}$ tal que $A = A'$ y $f \in D(A)$. Si existen $a, b \in A$ tales que $f'(a) = 1$ y $f'(b) = -1$, entonces ha de existir $c \in A$ tal que $f'(c) = 0$.
- (c) Sea $f \in C[0, 1]$ con $f(x) \geq 1/2$ para todo $x \in [0, 1]$. Si $\int_0^1 f(x) dx = 1/2$, entonces f es constante.
- (d) Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función convexa, entonces se verifica que

$$f\left(\frac{x+y+z}{3}\right) \leq \frac{f(x)+f(y)+f(z)}{3} \quad \forall x, y, z \in \mathbb{R}$$