

UNIVERSIDAD DE GRANADA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA  
ECUACIONES DIFERENCIALES I  
GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA Y MATEMÁTICAS  
CONVOCATORIA DE SEPTIEMBRE. 15 de septiembre de 2015

El número entre corchetes es la puntuación máxima de cada ejercicio.

[3] Ejercicio 1. Sea  $A \in M_N(\mathbb{R})$  y denotemos  $A^*$  su matriz traspuesta. Demuestra que:

1.  $(e^{At})^* = e^{A^*t}$ .
2. Si  $A$  es antisimétrica, es decir,  $A^* = -A$ , entonces  $e^{At}$  es ortogonal para todo  $t \in \mathbb{R}$ .<sup>1</sup>
3. Si  $A$  es antisimétrica y  $x(t)$  es una solución del sistema  $x' = Ax$ , entonces

$$|x(t)| = |x(0)|, \quad t \in \mathbb{R}.^2$$

[4] Ejercicio 2. Se considera el sistema lineal

$$x' = Ax, \tag{1}$$

con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & a \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}.$$

1. Discute cuál es la forma canónica real de Jordan de la matriz asociada al sistema (1) en función del valor de  $a$ .
2. Calcula la solución de (1) cuando  $a = 1$ .
3. ¿Tiene (1) alguna solución periódica para algún valor de  $a$ ? En caso afirmativo, pon un ejemplo de término independiente  $b \in C_{2\pi}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$  para el cual el sistema  $x' = -A^*x + b(t)$  con ese valor de  $a$  NO admite solución  $2\pi$ -periódica.