

Examen de Teoría de Algoritmos.

Curso 2011–2012. Convocatoria ordinaria de Febrero. Duración: 2'30 horas.

I.T.I. Gestión e I.T.I. Sistemas

1. (2 pt.) Sea $T(n)$ la ecuación de recurrencia de un algoritmo Divide y Vencerás. Si $T(n)$ es de la forma $T(n) = aT(n/b) + n^k$ con $a \geq 1$, $b > 1$, resolver dicha ecuación y analizar el orden de ejecución del algoritmo dependiendo de los valores de a y b .
2. (2 pt.) Divide y Vencerás
 - a) (1 pt.) Utilizar la técnica Divide y Vencerás para diseñar un algoritmo que permita calcular a^n en $O(\log n)$, siendo a y n dos enteros positivos mayores que cero.
 - b) (1 pt.) Algoritmo de ordenación *Mergesort*.
3. (2 pt.) Sea V un conjunto de n actividades, donde cada actividad a viene definida por su nombre, su tiempo de inicio, $t(a)_i$, y su tiempo de fin, $t(a)_f$. Dadas dos actividades a_j y a_k se dice que se solapan en el tiempo cuando la intersección de sus intervalos temporales no es vacía. Resolver las siguientes cuestiones:
 - a) Diseñar un algoritmo voraz óptimo que maximize el número de tareas que una persona puede realizar al mismo tiempo sin solapamiento.
 - b) Diseñar un algoritmo voraz que minimize el tiempo que una persona puede estar ociosa sin solapamiento, para obtener la solución exacta o dar un contraejemplo en caso contrario.
4. (2 pt.) Diseñe un algoritmo basado en *backtracking* para calcular todos los anagramas de una cadena dada con ayuda de un diccionario. Por ejemplo, “COMPUTADORA” y “TAMPOCO DURA” son anagramas.
5. (2 pt.) Diseñar un algoritmo basado en programación dinámica que permita conocer cómo descomponer el número entero n en la forma $a^3 + b^3 + c^3 \dots$ utilizando el menor número posible de términos, siendo dichos coeficientes números enteros entre 1 y n y pudiéndose repetir cada término tantas veces como sea necesario. Por ejemplo, una forma de descomponer el número $n = 191$ con un total de 4 términos es $1^3 + 1^3 + 4^3 + 5^3$, donde $a = 1$, $d = 4$ y $e = 5$.

Adicionalmente, ¿cómo haría para obtener todas las combinaciones posibles?