Repaso tema 5

1.- Sea U el subespacio de Z_7^3 generado por los vectores $(3,5,2)$, $(2,1,6)$ y W el subespacio de Z_7^3 de ecuaciones $\begin{cases} 2x+y+3z=0 \\ x+4y+4z=0 \\ 5x+6y+3z=0 \end{cases}$ Entonces:

a) $\{(2,1,6),\ (5,2,6)\}$ es una base de $U+W$
b) $\{(1,4,3),\ (2,1,4)\}$ es una base de $U+W$
c) $U+W=Z_7^3$
d) $U+W=U$.

2.- Sean $B_1=\{(1,0,1);\ (1,-1,0);\ (2,1,2)\}$ y $B_2=\{(2,1,1);\ (1,0,1);\ (1,-1,1)\}$ dos bases de Q^3 y sea u un vector de Q^3 cuyas coordenadas en B_1 son $(1,1,1)$. Las coordenadas de u en B_2 son

a) $(0,2,-1)$ b) $(1,1,1)$ c) $(0,0,0)$ d) $(4,0,3)$

3.- Sean

$$U=\left\{(x,y,z,t)\in(Z_5)^4 : \begin{array}{r} 2x+3y+4z+t=0 \\ x+4y+2z+3t=0 \end{array}\right\}$$

$$W=\{(x,y,z,t)\in(Z_5)^4 : x+y+z+t=0\}$$

entonces una base de $U\cap W$ es

a) $\{(1,3,1,0),\ (3,1,0,1)\}$
b) $\{(2,3,4,1),\ (1,4,2,3)\}$
c) $\{(1,3,0,1)\}$
d) $\{(2,3,4,1)\}$

4.- Sea $V=(Z_5)^3$, y sea U el subespacio de V generado por los vectores $(2,1,3)$ y $(3,4,2)$. ¿Para cuál de los siguientes subespacios $W\subseteq V$ se verifica que $V=U\oplus W$?

a) $W=L\{(1,2,2)\}$ b) $W=\begin{cases} 2x+y+3z=0 \\ 2y+3z=0 \end{cases}$

c) $W=L\{(1,2,2),\ (3,0,1)\}$ d) $W=\{2x+y+z=0$

5.- Sea $V=\{a(x)\in Z_2[x] : gr(a(x))\leq 3\}$ y $p_1(x)=x^3+x+1$, $p_2(x)=x^2+x+1$, $p_3(x)=x^3+x^2+x$ y $p_4(x)=x^2+1$ elementos de V. Entonces:

a) Forman una base de V.
b) Son linealmente dependientes, pues el tercero es combinación lineal del resto.
c) Son linealmente dependientes, pues el segundo es combinación lineal del resto.
d) Son un sistema de generadores de V.

6.- Sean en R^3 los conjuntos $B_1 = \{(1,0,1),(0,1,1),(1,1,1)\}$ y $B_2 = \{(1,-1,0),(2,1,1),(1,1,2)\}$. Entonces:

a) La matriz del cambio de base de B_2 a B_1 es $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

b) No existe matriz del cambio de base de B_2 a B_1

c) La matriz del cambio de base de B_2 a B_1 es $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

d) La matriz de cambio de base de B_2 a B_1 es $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

7.- Sea $U = \{A \in M_3(Q) : A = -A^t\}$. Entonces:

a) U es un subespacio vectorial de $M_3(Q)$ de dimensión 2.
b) U es un subespacio vectorial de $M_3(Q)$ de dimensión 5
c) U es un subespacio vectorial de $M_3(Q)$ de dimensión 3.
d) U no es un subespacio vectorial de $M_3(Q)$.

8.- Sean $B = \{(1,3,2),\ (3,0,5),\ (2,1,6)\}$ y $B' = \{(3,4,1),\ (4,5,0),\ (4,6,1)\}$ dos bases de $(Z_7)^3$. Sea x el vector cuyas coordenadas en la base B' son $(3,2,3)$, entonces las coordenadas se x en la base B son

a) $(1,5,6)$ b) $(3,2,3)$ c) $(5,3,5)$ d) $(6,1,3)$

9.- En el espacio vectorial $(Z_3)^4$ se conocen las dimensiones de dos subespacios: $\dim U = 2$ y $\dim W = 3$; ¿cuál de las siguientes afirmaciones es necesariamente falsa?

a) $(Z_3)^4 = U \oplus W$ b) $\dim(U + W) = 4$ c) $\mathrm{ddim}(U \cap W) = 2$ d) $\dim(U \cap W) = 1$

10.- Sean $B_1 = \{v_1, v_2\}$ y $B_2 = \{u_1, u_2\}$ dos bases de R^2 tales que $v_1 = -2u_1 - u_2$ y $v_2 = 5u_1 + 2u_2$. Si w es un vector de R^2 cuyas coordenadas respecto a B_1 son $(8,3)$, entonces las coordenadas de w respecto de B_2 son

a) $(1,2)$ b) $(-1,-2)$ c) $(2,1)$ d) $(-2,-1)$

11.- Uno de los siguientes subconjuntos no es un subespacio vectorial de R^4, ¿cuál es?

a) $\{(a,b,1,a) : a,b \in R\}$
b) $\{(a,b,a+b,a-b) : a,b \in R\}$
c) $\{(a,0,b,0) : a,b \in R\}$
d) $\{(a,2a+b,b,a+2b) : a,b \in R\}$

12.- Consideremos los subespacios de $(Z_5)^4$ definidos por las ecuaciones

$$U_1 = \begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ 3x + y + 4z + t = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad U_2 = \begin{cases} y + 3z = 0 \\ x + z + 3t = 0 \\ x + 2y + z + 3t = 0 \end{cases}$$

Una base de $U_1 + U_2$ es

a) $\{(1,0,4,0),(1,0,0,3),(0,1,0,0)\}$
b) $\{(1,0,4,0),(1,0,0,3)\}$
c) $\{(1,0,4,0),(1,0,0,3),(0,0,1,3)\}$
d) $\{(1,0,4,0),(1,0,0,3),(1,1,1,3)\}$

13.- Sea $v = (1,0,2) \in (Z_5)^3$ y sea $B = \{(1,1,1),(0,3,1),(a,1,2)\}$. ¿Para que valor de a es B una base, y el vector v tiene coordenadas $(3,2,1)$ con respecto a la base b?

a) $a = 4$ b) $a = 1$ c) $a = 0$ d) $a = 3$.