FUNDAMENTOS LÓGICOS DE LA PROGRAMACIÓN

Convocatoria Septiembre 2011

Alumno:____ **DNI:**____________

(14/09/2011)

I. Informática I.T.I. Gestión I.T.I. Sistemas

Ejercicio 1. Sea $\alpha = a \to (b \wedge \neg c)$ y $\beta = (a \leftrightarrow \neg b) \vee c$. Encuentra una fórmula γ tal que para cualquier interpretación I se verifique que $I(\gamma) = I(\alpha) + I(\alpha)I(\beta)$. Calcula la forma clausular de γ.

Ejercicio 2. Estudia si es cierto que

$$\{a \to (\neg b \vee c);\ \neg a \leftrightarrow (b \vee c);\ \neg a \wedge (b \leftrightarrow c)\} \vDash (b \to \neg a) \to c$$

En caso afirmativo, demuéstralo, y en caso negativo da una interpretación que lo muestre.

Ejercicio 3. Sea $\alpha = \forall x(P(x) \wedge \exists y Q(f(x), y) \to \exists y Q(f(y), x))$, consideramos la estructura $\mathcal{E}$ siguiente:

Dominio: $\mathbb{N}$.

Funciones: $f(x) = x + 1$.

Predicado: $P(x) \equiv x$ es primo; $Q(x, y) \equiv y$ es múltiplo de x.

y una valoración v arbitraria.

Calcula el valor de verdad de α bajo la interpretación $I = (\mathcal{E}, v)$.

Ejercicio 4. Demuestra que la fórmula $\alpha = \forall x \exists y(P(x, y) \to P(y, x)) \to \exists x \exists y(P(y, x) \to \neg P(x, y))$ es satisfacible y refutable.

Ejercicio 5. Sea $\alpha = \forall x(\exists x(P(x) \vee \forall y Q(y, x)) \to \forall y(Q(y, x) \vee \forall x P(y)))$. Calcula una forma normal prenexa (con el menor número posible de cuantificadores), una forma de Skolem y una forma clausular (si es posible).

Ejercicio 6. Encuentra, si es posible, dos unificadores, uno principal y otro no, para el siguiente par de literales.

$$\{P(x, g(x, y), z);\ P(z, h(x, b), g(y))\}$$

Ejercicio 7. Sean:

$$\alpha_1 = \forall x(\exists y(P(x, y) \wedge R(x, y)) \to B(x))$$
$$\alpha_2 = \exists x(\neg C(x) \wedge \forall y(\neg Q(y) \to R(x, y)))$$
$$\alpha_3 = \forall x(\forall y(Q(y) \vee \neg P(x, y)) \to C(x))$$
$$\beta = \exists x(B(x) \wedge \neg C(x))$$

Demuestra que $\{\alpha_1,\ \alpha_2,\ \alpha_3\} \vDash \beta$.