

## Cálculo I

1 de septiembre de 2014

✧ Sean  $A$  y  $B$  conjuntos no vacíos de números reales positivos. Supongamos que  $B$  está mayorado y que  $\inf B = 0$ . Probar que el conjunto

$$C = \left\{ \frac{a}{b} : a \in A, b \in B \right\}$$

no está mayorado y que  $\inf C = \frac{\inf A}{\sup B}$

2. Dado  $\alpha \in \mathbb{R}$  con  $\alpha > 1$ , sea  $\{x_n\}$  una sucesión de números reales verificando que

$$0 < x_1 < 1 \quad \text{y} \quad x_{n+1} = \frac{\alpha x_n + 1}{x_n + \alpha} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Estudiar la convergencia de la sucesión  $\{x_n\}$ .

✧ Estudiar la convergencia y la convergencia absoluta de las siguientes series:

$$(a) \sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n \sqrt[n]{n}}{n^2}$$

$$(b) \sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n (n!)^2}{(2n)!}$$

resol

✧ Sea  $f : ]-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida, para  $x \in ]-1, 1]$ , por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x} & \text{si } x \leq 0 \\ 1+x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Estudiar la continuidad de  $f$  y calcular su imagen.