

1. Sean $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{4, 5, 6\}$. El cardinal del conjunto $A \times (A \cup B)$ es
a) 6 b) 12 c) 16 d) 24
2. La aplicación $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definida por $f(x, y) = 2x + 3y$ es
a) inyectiva y no sobreyectiva,
b) sobreyectiva y no inyectiva,
c) inyectiva y sobreyectiva,
d) no inyectiva y no sobreyectiva.
3. Sea $X = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$. Para cada $A \subseteq X$ llamamos ΣA a la suma de los elementos de A , es decir, $\Sigma\{-3, -2, 0, 4\} = -1$ por ejemplo. Convenimos también que $\Sigma \emptyset = 0$. Sea R la relación de equivalencia en $\mathcal{P}(X)$ definida por $A R B$ si y sólo si $\Sigma A = \Sigma B$. El cardinal del conjunto cociente $\mathcal{P}(X)/R$ es
a) 0 b) 9 c) 21 d) 512
4. Sobre los grupos $(\mathbb{Z}, +)$ (los enteros con la suma usual de enteros) y $(\{1, -1\}, \cdot)$ (con el producto usual) definimos la aplicación

$$f : \mathbb{Z} \longrightarrow \{1, -1\}$$

$$x \longmapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x \text{ es par} \\ -1 & \text{si } x \text{ es impar.} \end{cases}$$

Entonces

- a) f es un homomorfismo sobreyectivo de grupos no inyectivo,
 - b) f es un homomorfismo inyectivo de grupos no sobreyectivo,
 - c) f es un isomorfismo (homomorfismo biyectivo) de grupos,
 - d) f no es un homomorfismo de grupos.
5. Sea $\sigma = (12345)(246)^{-1}$. Entonces σ^{327} es igual a
a) Identidad b) σ c) σ^2 d) σ^3
 6. Sean $B = \{v_1, v_2, v_3\}$ y $B' = \{v'_1 = v_1, v'_2 = v_1 + v_2, v'_3 = v_1 + v_2 + v_3\}$ dos bases de un espacio vectorial V sobre \mathbb{R} . Si las coordenadas de x respecto de la base B' son $(1, -1, 1)$, entonces las coordenadas de x respecto de B son

- a) $(1, 0, 1)$ b) $(1, 0, -1)$ c) $(1, 2, -1)$ d) $(0, 0, 1)$

7. Consideremos la aplicación lineal $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definida por $f(x, y, z) = (x + y, x + z, 2x + y + z)$. Entonces
 a) La dimensión de la imagen de f es 2.
 b) La dimensión del núcleo de f es 2.
 c) f es sobreyectiva.
 d) f es inyectiva.
8. Consideremos los siguientes subespacios de $(\mathbb{Z}_5)^4$: $U_1 = \langle (1, 1, 2, 0), (3, 1, 4, 1) \rangle$, y $U_2 = \langle (0, 1, 0, 3), (1, 0, 1, 3) \rangle$. Una base de $U_1 \cap U_2$ es
 a) $\{(2, 0, 2, 1)\}$
 b) $\{(1, 1, 2, 0), (3, 1, 4, 1), (0, 1, 0, 3), (1, 0, 1, 3)\}$
 c) $\{(1, 1, 2, 0)\}$
 d) $\{(2, 0, 2, 1), (1, 0, 1, 3)\}$
9. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{Z}_5),$$

- a) A tiene dos valores propio de multiplicidades algebraicas 1 y 2 respectivamente.
 b) A tiene tres valores propios.
 c) A tiene un único valor propio de multiplicidad algebraica 3.
 d) A tiene un único valor propio de multiplicidad algebraica 1.
10. Sea $V = \{ \alpha(x) \in \mathbb{Z}_3[x] \mid \text{el grado de } \alpha(x) \text{ es menor o igual que } 2 \}$. Entonces
 a) V es un espacio vectorial sobre \mathbb{Z}_3 de dimensión 3.
 b) V es un espacio vectorial sobre \mathbb{Z}_3 de dimensión 2.
 c) V no es un espacio vectorial sobre \mathbb{Z}_3 .
 d) V es un espacio vectorial sobre \mathbb{Z}_3 de dimensión infinita.
11. La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -\frac{3}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_3(\mathbb{Q})$$

representa un endomorfismo de \mathbb{Q}^3 en \mathbb{Q}^3 . Una base de \mathbb{Q}^3 formada por vectores propios de A es

- a) $\{(0, 1, 1), (0, -1, 1), (4, -3, 1)\}$
 - b) $\{(0, 4, 1), (1, -1, 1), (4, -3, 1)\}$
 - c) $\{(0, 1, 1), (0, -1, 1), (0, 0, 2)\}$
 - d) $\{(0, 1, 1), (0, -1, 1), (1, -1, 1)\}$
12. Sea $f : X \rightarrow Y$ una aplicación. Cual de las siguientes afirmaciones es falsa?
- a) Si f es inyectiva entonces f_* es inyectiva.
 - b) Si f es inyectiva entonces f^* es inyectiva.
 - c) Si f es sobreyectiva entonces f_* es sobreyectiva.
 - d) Si f es inyectiva entonces f^* es sobreyectiva.