

# Doble Grado en Informática-Matemáticas

## Variable Compleja I

(CURSO 2013-2014) Control 1

30-Mayo-2014

---

### TEMA : .

1. Demostrar la identidad del paralelogramo:

$$|z + w|^2 + |z - w|^2 = 2(|z|^2 + |w|^2) \text{ para cualesquiera } z, w \in \mathbb{C}.$$

Como aplicación obtener el mínimo valor de  $|z - a|^2 + |z - b|^2$ , donde  $a$  y  $b$  son números complejos fijos y  $z$  varía en  $\mathbb{C}$ .

2. Estudiar la continuidad y la derivabilidad compleja de la función

$$f : \Omega \rightarrow \mathbb{C}$$

definida por

$$f(x + iy) := \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2) + i \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \text{ para todo } x + iy \in \Omega,$$

donde  $\Omega = \{z = x + iy \in \mathbb{C} : x \neq 0\}$ .

3. Se consideran las funciones

$$\frac{1}{(1 - z)^2} \text{ y } \frac{1}{(1 - z)^3}.$$

- i) Determina el dominio de holomorfía de dichas funciones.
- ii) Expresa dichas funciones como suma de una serie de potencias centrada en 0.
- iii) Determina el radio de convergencia de dichas series.
- iv) Tienen algo que ver las respuestas que has dado en los apartados anteriores.