UNIVERSIDAD DE GRANADA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA APLICADA
ECUACIONES DIFERENCIALES I
Primera prueba. 5 de diciembre de 2014

$x' = 2tx - \frac{x}{t}\ln x$

El número entre corchetes es la puntuación máxima de cada ejercicio.

[2] Ejercicio 1.- Usando el cambio de variable $y = \ln x$ hallar la solucin del p.v.i.

$$tx' = 2t^2x + x\ln x, \qquad x(1) = 1,$$

especificando el intervalo maximal donde está definida. $e^y = x$ $\quad te^y = 2t^2e^y + e^y y$

$2t^2e^y - te^y + e^y$

$e^y(2t^2 - t + 1) = 0$

[4] Ejercicio 2.- Se considera el p.v.i.

$$x' = \frac{1}{t}Ax, \qquad x(1) = x_0,$$

con $t \in (0, \infty)$, $A \in M_n(\mathbb{R})$ y $x_0 \in \mathbb{R}^n$. Se pide:

1. Justificar que existe una única solución de este p.v.i. definida en $(0, \infty)$, construir las aproximaciones suce y encontrar la solución expresada en términos de la exponencial de una matriz.
2. Usando el cambio de variable independiente $t = e^s$, hallar la solución de (1) y comparar con el resultado apartado anterior.

[4] Ejercicio 3.-

1. Hallar la solución del p.v.i.

$$x' = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} t \\ 0 \\ t^2 \end{pmatrix}, \quad x(5) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

2. Obtener una cota del error que se comete en el intervalo $[5, 10]$ cuando se toma la solución de (2) como soluc del p.v.i. con condición inicial

$$x(5) = \begin{pmatrix} 1.001 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$