

**GEOMETRÍA I. Examen del Tema 1**  
– Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas –  
Curso 2013/14

**Nombre:**

1. En cada caso, probar la afirmación o dar un ejemplo de que es falsa
  - (a) Si  $A, B \in \mathcal{M}_{n \times m}(\mathbb{R})$ , entonces  $r(A + B) = r(A) + r(B)$ .
  - (b) Si  $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  tales que  $AB = A$ , entonces  $B$  es la matriz identidad.
  - (c) Si el sistema de ecuaciones lineales  $Ax = b$  es compatible determinado, entonces también lo es  $2Ax = 3b$ .
2. Según el valor de  $a$  y  $b$ , hallar la forma de Hermite por filas de

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 & b \\ 2 & 1 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

y deducir de dichos cálculos el rango de la matriz.

3. Consideramos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -a & a-1 \\ 2a-1 & a & a-1 \\ 1-2a & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Discutir para qué valores del parámetro  $a$  la matriz  $A$  es regular. Estudiar para qué valores de  $a$  existe una matriz  $X \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$  tal que  $AX = B$ .

4. Discutir y resolver los siguientes sistemas de en función del parámetro  $a$ :

$$\begin{cases} ax + y + az = 2 \\ x + ay + z = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} ax - y + 2az = 2a \\ -x - y + (a-1)z = 0 \\ -2ax + (1-a)y - 2az = -2 \end{cases}$$