

---

APELLIDOS: .....

NOMBRE: ..... D.N.I.: .....

---

## 1º D ALEM. Temas 1, 2, 3, 4

12 de diciembre de 2013

**Ejercicio 1.** Sea  $f: \mathbb{Z}_{30} \rightarrow \mathbb{Z}_{30}$  la aplicación definida como  $f(x) = 4x + 17$ .

1. Estudia si  $f$  es o no inyectiva.
2. Dados  $A = \{8, 12, 15\}$  y  $B = \{17, 18, 19, 20\}$ , calcula  $f_*(A \cap f^*(B))$ .

**Ejercicio 2.** Sea  $X = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . En  $X \times X$  definimos la relación de equivalencia

$$(x, y)R(x', y') \text{ si, y sólo si, } |x| + |y| = |x'| + |y'|$$

1. Calcula la clase de equivalencia de los elementos  $(0, 0)$ ,  $(1, 3)$  y  $(-2, 2)$ .
2. Calcula cuántos elementos tiene el conjunto cociente.
3. Calcula el cardinal de  $[(-4, 2)]$ .

**Ejercicio 3.** Sea  $x = 365)_8$ , e  $y = 1202)_4$ . Calcula la expresión de  $x + 2y$  y  $xy$  en base 16.

**Ejercicio 4.** Resuelve, si es posible, en  $\mathbb{Z}_{357}$ , la siguiente ecuación:

$$113(3x - 4) - (5x - 7) = 2(10x + 3)$$

**Ejercicio 5.** Da, si es posible, una solución mayor que 100000 del siguiente sistema de congruencias:

$$\begin{cases} 29x \equiv 2 \pmod{35} \\ 47x \equiv 82 \pmod{105} \end{cases}$$

**Ejercicio 6.** Sea  $A = \mathbb{Z}_2[x]_{x^5+x^4+1}$ .

1. ¿Cuántos elementos tiene  $A$ ?
2. ¿Es  $A$  un cuerpo?
3. Calcula, si es posible, el siguiente elemento de  $A$ :  $(x^3 + x^2 + 1)(x^2 + x) + (x^2 + x)^{-1}x$ .

**Ejercicio 7.** Calcula, en  $\mathbb{Z}_7[x]$ , el resto de la división de  $x^{100} + x^{50} + 1$  entre  $x + 2$  y  $2x + 4$ .

**Ejercicio 8.** Consideramos las letras de la palabra GRANADA.

1. ¿De cuántas formas podemos ordenarlas?
2. ¿Cuántas de las ordenaciones anteriores no empiezan ni terminan por  $A$ ?

**Ejercicio 9.** Calcula el número de soluciones naturales de la ecuación  $x + y + z = 15$  en las que  $x \geq 2$ ,  $y \geq 1$  y  $z \leq 10$ .