



Teoría de Algoritmos

Curso 2007–08. Convocatoria ordinaria de febrero

I.T.I. Gestión— I.T.I. Sistemas

6 de febrero de 2008

1. (2 pt) Dado un vector $V[1..n]$ de elementos que se pueden ordenar, se desea hallar los m elementos más pequeños, donde m es mucho más pequeño que n . ¿Qué es mejor,
 - ordenar $V[1..n]$ y después coger los m primeros elementos V ,
 - ir seleccionando el primer elemento, después el segundo, y así hasta el elemento m -ésimo, o
 - utilizar algún otro método?

Generalizar el mejor método para, fijada una posición p del vector, hallar los m elementos que ocuparían en el vector ordenado las posiciones $p, p + 1, \dots, p + m - 1$.

2. (2 pt) Maximización de ganancias. Se trata de mover un peón de ajedrez desde la fila inferior del tablero hasta la fila superior consiguiendo el máximo beneficio. El recorrido se realizaría observando las siguientes reglas:
 - El peón podrá comenzar en cualquier casilla de la fila inferior.
 - En cada movimiento avanzará una única fila pudiendo situarse (dentro de la fila inmediatamente superior) en la misma columna en la que está, la columna inmediatamente a la izquierda de ésta (si existe) o la columna inmediatamente a la derecha (si existe).
 - Por cada movimiento (pasar de la casilla x a la y) se consigue un pago $p(x, y)$, que no necesariamente será positivo.
 - El beneficio total será la suma de los pagos conseguidos en cada movimiento realizados.

Se desea encontrar el recorrido que partiendo de una casilla (cualquiera) de la fila más baja llegue a la fila más alta (a cualquier casilla) pero obteniendo el máximo beneficio acumulado. Para ello se ha de diseñar un algoritmo basado en Programación Dinámica.

3. (2 pt) Pepe Casanova es un ligón de los de antaño, que intenta encandilar a las chicas con canciones románticas. A tal efecto, y de cara al veraneo en una playa del sur, decide conseguir una cinta para el radio-casete de su



coche con las mejores canciones de amor. Pepe es muy peculiar en sus gustos, y además anda algo escaso de dinero, por lo que en lugar de comprar una de tantas recopilaciones que circulan por el mercado discográfico, quiere grabársela el mismo. Rebuscando entre sus viejos vinilos, ha confeccionado la lista de sus n canciones favoritas, junto con la duración individual de cada una. Lamentablemente, su cinta (de dos caras) de T minutos no tiene capacidad suficiente para contener todas las canciones, así que Pepe ha otorgado una puntuación a cada canción (cuanto más le gusta, mayor es la puntuación). Ayudar a Pepe a conseguir la mejor cinta, teniendo en cuenta que las canciones escogidas han de caber enteras y no es admisible que una canción se corte a la mitad al final de una cara de la cinta.

4. (1 pt) Resolver la siguiente recurrencia, siendo n una potencia de 2:

$$T(n) = \begin{cases} 1, & \text{si } n = 1 \\ 2 \cdot T(\frac{n}{2}) + \log_2 n, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Expresa su respuesta en el modo más sencillo posible empleando la notación Θ .

Duración del examen: 2 horas y 30 minutos.