ÁLGEBRA LINEAL Y ESTRUCTURAS MATEMÁTICAS

Convocatoria Septiembre 2011 (16/09/2011)

Alumno:______________________________ **Grupo:**_____ **DNI:**__________

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{Z}_{50} \to \mathbb{Z}_{50}$ la aplicación definida por $f(x) = 13x + 7$.
¿Es f una aplicación inyectiva?. ¿Es sobreyectiva?. ¿Es biyectiva?. Razona las respuestas.

Ejercicio 2.
Resuelve, si es posible, el siguiente sistema de congruencias:

$$\begin{array}{rcll} 7x & \equiv & 15 & \text{mód } 20 \\ 9x & \equiv & 23 & \text{mód } 46 \end{array}$$

Ejercicio 3. Resuelve, si es posible, la siguiente ecuación diofántica:

$$6x + 10y + 15z = 7$$

Ejercicio 4. Calcula, si es posible, $u(x), v(x) \in \mathbb{Z}_7[x]$ tales que

$$(x^2 + 3x + 3) \cdot u(x) + (x^3 + 2x + 4) \cdot v(x) = x + 2$$

Ejercicio 5. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & a & 2 \\ 3 & 0 & 5 & a+1 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in M_4(\mathbb{Z}_7)$. Estudia para que valores del parámetro a la matriz A tiene inversa para el producto.

Ejercicio 6. Sea U el subespacio de $(\mathbb{Z}_5)^3$ generado por los vectores $(2, 3, 1)$ y $(1, 4, 3)$, y W el subespacio de $(\mathbb{Z}_5)^3$ de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} x + 2y + z = 0 \\ 2x + y + 3z = 0 \end{array}\right\}$.
Calcula unas ecuaciones cartesianas o implícitas del subespacio $U + W$.

Ejercicio 7. Dado el sistema de ecuaciones con coeficientes en $\mathbb{Q}$

$$\begin{array}{rcrcrcr} x & - & ay & + & (a+1)z & = & 4 \\ ax & + & 2y & + & z & = & -1 \end{array}$$

Discútelo según los valores del parámetro a, y resuélvelo para $a = -1$.

Ejercicio 8. Dada la base $B = \{(1, 0, 1, 1);\ (0, 1, 1, 0);\ (1, 1, 1, 1);\ (0, 1, 0, 1)\}$ de $(\mathbb{Z}_2)^4$, calcula las coordenadas del vector $(0, 0, 0, 1)$ en la base B.

Ejercicio 9. Da una aplicación lineal $f : \mathbb{Q}^2 \to \mathbb{Q}^4$ tal que $(1, -1) \in N(f)$ y $f(3, 2) = (2, -1, 3, -2)$. Describe explícitamente cuanto vale $f(x, y)$ para cualquier vector $(x, y) \in \mathbb{Q}^2$.

Ejercicio 10. Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{Z}_5)$. Estudia si es posible encontrar una matriz regular P de forma que $P^{-1} \cdot A \cdot P$ sea una matriz diagonal, y en caso afirmativo, da una.