

Cálculo II

5 de septiembre de 2013

1. Dada $g \in C^2(\mathbb{R})$, con $g(0) = 0$, se considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{g(x)}{x} \quad \forall x \in \mathbb{R}^*, \quad f(0) = g'(0)$$

Estudiar la derivabilidad de f y la continuidad de su derivada.

2. Probar que

$$1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} \leq \sqrt[3]{1+x} \leq 1 + \frac{x}{3} \quad \forall x \in \mathbb{R}_0^+$$

3. Calcular la imagen de la función $F : [1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$F(x) = \int_1^x \frac{\log(1+t^2)}{t^3} dt \quad \forall x \in [1, +\infty[$$