CALCULO I, $1^0$ MATEMÁTICAS, Grupo B

Prueba 1

Curso 2014-15

1. *(1 punto)*
   Enuncia el principio de los intervalos encajados.

2. *(1 punto)*
   Di cuales de los siguientes conjuntos son equipotentes a $\mathbb{N}$. Justifica la respuesta:
   $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}\backslash\mathbb{Z}$, $[0, 1]$

3. *(2 puntos)*
   Justifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:
   a) Si un subconjunto no vacío de números reales tiene ínfimo, tiene mínimo.
   b) Todo subconjunto no vacío de $\mathbb{Z}$ y mayorado tiene máximo.
   c) Todo subconjunto no vacío de $\mathbb{Z}$ está minorado.
   d) Todo subconjunto no vacío de $\mathbb{N}$ tiene mínimo.

4. *(2 puntos)*
   a) Prueba que si $n \in \mathbb{N}$ y $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ son tales que $k \leq n-1$, entonces se verifica que
   $$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}.$$
   b) Deduce que $\binom{n}{k} \in \mathbb{N}$ para todo $n \in \mathbb{N}$ y $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ tales que $k \leq n$.

5. *(4 puntos)* Sean $A$ y $B$ subconjuntos no vacíos de $\mathbb{R}^+$ y mayorados.
   a) Prueba que $AB$ está mayorado y se verifica
   $$\text{Sup } AB = \text{Sup } A \text{ Sup } B,$$
   donde
   $$AB = \{ab : a \in A, b \in B\}.$$
   b) Prueba que $A$ y $B$ tienen máximo si, y sólo si, $AB$ tiene máximo.
   c) Calcula el supremo de $AB$, siendo
   $$A = \left\{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\right\}, \qquad B = \left\{3 - \frac{1}{2^n} : n \in \mathbb{N}\right\}$$
   ¿Tiene máximo $AB$?

*Granada, a 20 de noviembre de 2014*