

Cálculo I

3 de febrero de 2012

1. Sean A y B conjuntos no vacíos de números reales positivos y supongamos que A está mayorado. Probar que el conjunto

$$C = \{a^2 - b : a \in A, b \in B\}$$

está mayorado y calcular su supremo.

2. Estudiar la convergencia de la sucesión $\{x_n\}$ definida por:

$$x_1 = 2, \quad x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 1}{x_n + 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

3. Estudiar la convergencia y la convergencia absoluta de las siguientes series:

(a) $\sum_{n \geq 1} (-1)^{n+1} (\sqrt[n]{n+1} - \sqrt[n]{n})$

(b) $\sum_{n \geq 1} \frac{[(n+1)!]^3 7^n}{(n+1)^{3n}}$

4. Sea $f : [-1, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \quad \forall x \in [-1, 1[$$

Calcular $f([-1, 1[)$ y $f([-1/2, 1/2])$.