

Alumno:_____ DNI:_____

Fundamentos Lógicos de la Programación

Ingeniería Informática de Sistemas (grupo A)

Septiembre (15/09/09)

Toda respuesta debe venir justificada. La falta de justificación supondrá la no puntuación.

1. ¿Cuál de las siguientes asignaciones nos muestra que la implicación:

$$a \rightarrow (\neg b \vee c), \neg a \leftrightarrow (b \vee c), \neg a \wedge (b \leftrightarrow c) \models (b \rightarrow \neg a) \rightarrow \neg c$$

es falsa?

- a) $v(a) = 1; v(b) = 1; v(c) = 1.$
- b) $v(a) = 0; v(b) = 0; v(c) = 1.$
- c) $v(a) = 1; v(b) = 1; v(c) = 0.$
- d) $v(a) = 0; v(b) = 1; v(c) = 1.$

2. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es equivalente a $\neg(\alpha \leftrightarrow \beta)$

- a) $\neg\alpha \leftrightarrow \neg\beta.$
- b) $\neg\alpha \leftrightarrow \beta.$
- c) $(\neg\alpha \vee \beta) \wedge (\neg\beta \vee \alpha).$
- d) $(\alpha \wedge \beta) \vee (\neg\alpha \wedge \neg\beta).$

3. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es universalmente válida?

- a) $\exists x p(x, a) \wedge \exists y q(y, f(b)) \rightarrow \exists x (p(x, a) \wedge q(y, f(b)))$.
- b) $\forall x (p(x) \wedge \neg q(x, a)) \vee (q(x, a) \wedge \exists x \neg p(x))$
- c) $(\exists x r(x, a) \rightarrow \forall y q(y)) \rightarrow (\forall x r(x, a) \rightarrow \forall z q(z))$
- d) $\exists x (p(x) \vee q(x)) \rightarrow \forall x (p(x) \vee q(x))$

4. Dado el lenguaje de primer orden con símbolos de constante a , símbolos de función f^1 y símbolos de relación p^1 y eq^2 , consideremos la estructura \mathbf{A} definida por:

- a) $A = \mathbb{N}$
- b) $a^{\mathbf{A}} = 0$
- c) $f^{\mathbf{A}}(n) = 2n + 1$
- d) $p^{\mathbf{A}} = \{n : n \in \mathbb{N}, n \text{ es primo}\}$
- e) $eq^{\mathbf{A}} = \{(m, n) : m \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}, m = n\}$

Decir qué fórmula de las siguientes significa la negación de

“para cualquier número primo m hay un número n tal que $m = 2n + 1$ ”

- a) $\exists x \forall y (\neg p(x) \vee eq(x, h(y)))$
- b) $\neg(\forall x p(x) \rightarrow \exists y eq(h(y), x))$
- c) $\exists x (p(x) \wedge \forall y \neg eq(x, h(y)))$
- d) $\forall x (\neg p(x) \rightarrow \exists y eq(x, h(y)))$

5. Para un lenguaje de primer orden L se considera la siguiente interpretación:

- Como L -estructura A la determinada por:
 - $A = \mathbb{Z}$
 - $a^A = 1$
 - $f^A(x, y) = x + y$, para cualesquiera $x, y \in \mathbb{Z}$
 - $r^A = \{(x, y) : x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}, \text{ existe } z \in \mathbb{Z} \text{ tal que } x \cdot z = y\}$
 - $q^A = \{(x, y) : x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}, x = y\}$
- Como asignación: una cualquiera, digamos s , cumpliendo $s(x) = 3$.

¿Cuál de las siguientes fórmulas de L no se hace verdadera bajo la interpretación I_A^s ?

- a) $\forall x(r(x, a) \rightarrow r(a, x))$.
- b) $\forall yq(y, y) \wedge r(x, f(f(a, a), a))$.
- c) $\forall y((r(y, x) \wedge r(y, f(x, a))) \rightarrow q(y, a))$.
- d) $\exists z\forall y(r(z, y) \rightarrow q(z, y))$.

6. Supongamos que tenemos tres cláusulas φ_1 , φ_2 y φ_3 ; que $\varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \varphi_3$ y que ψ una resolvente de φ_1 y φ_2 . En esta situación, ¿cuál de las siguientes situaciones puede darse?

- a) φ es satisfacible y ψ es insatisfacible.
- b) $\varphi_1 \wedge \varphi_2$ es satisfacible, pero ψ no.
- c) φ es insatisfacible y ψ es satisfacible.
- d) φ es satisfacible pero $\varphi \wedge \psi$ no.

7. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es equivalente a la fórmula

$$\forall z \neg r(z, x) \rightarrow \forall x (r(x, y) \wedge \exists x \neg q(y, x))$$

- a) $\exists z \forall w (\neg r(z, x) \vee (r(w, y) \wedge \neg q(y, w)))$
- b) $\forall w \exists x (r(w, x) \vee (r(w, y) \wedge \neg q(y, x)))$
- c) $\exists z \forall w ((r(z, x) \vee r(w, y)) \wedge (r(z, x) \vee \neg q(y, z)))$
- d) $\exists z \forall w \exists x \neg r(z, y) \vee (r(w, y) \wedge \neg q(y, x))$

8. Dados los literales $\varphi_1 = p(f(x), g(y), a)$ y $\varphi_2 = p(f(u), g(u), z)$, y las sustituciones

$$\sigma_1 = [(x|u)(y|u)(z|a)] \quad \text{y} \quad \sigma_2 = [(u|x)(y|x)(z|a)],$$

donde como es usual x, y, z, u denotan símbolos de variable y a denota símbolo de constante. Entonces:

- a) σ_1 y σ_2 son unificadores principales para φ_1 y φ_2 .
- b) σ_1 y σ_2 son unificadores para φ_1 y φ_2 . Además σ_1 es principal, mientras que σ_2 no lo es.
- c) σ_1 y σ_2 son unificadores para φ_1 y φ_2 , aunque ninguno de ellos es principal.
- d) $\sigma_3 = [(x|a)(y|a)(z|a)(u|a)]$ es un unificador principal para φ_1 y φ_2 .

9. Dado el conjunto de cláusulas:

$$\{p(x, a) \vee r(f(x)), q(x, b) \vee \neg r(x), \neg p(a, x) \vee q(f(x), x), p(y, y) \vee \neg q(x, z), \neg p(y, x) \vee \neg q(f(y), x)\}$$

Elegir la cierta entre las siguientes afirmaciones:

- a) No podemos saber si es satisfacible o insatisfacible, pues el sistema de Herbrand es infinito.
- b) Es satisfacible, pues no hay ninguna cláusula unitaria.
- c) Es insatisfacible, pues hay una deducción lineal de la cláusula vacía.
- d) Es satisfacible, pues no es un conjunto de Horn ni puede transformarse en un conjunto de Horn.

10. Dado un lenguaje de primer orden, supongamos que tenemos un conjunto Σ formado únicamente por cláusulas de Horn. Entonces:

- a) Σ es satisfacible.
- b) Σ es satisfacible sólo en el caso que no contenga cláusulas unitarias.
- c) Σ es insatisfacible.
- d) Las condiciones expresadas en el enunciado no son suficientes para saber si Σ es satisfacible o insatisfacible.