

Teoría de Algoritmos

Curso 2009–2010. Convocatoria Extraordinaria de septiembre

I.T.I. Gestión e I.T.I. Sistemas

3 de septiembre de 2010

1. (2 pt) Sea V un conjunto de n actividades, donde cada actividad a viene definida por su nombre, su tiempo de inicio, $t(a)_i$, y su tiempo de fin, $t(a)_f$. Dadas dos actividades a_j y a_k se dice que se solapan en el tiempo cuando la intersección de sus intervalos temporales no es vacía.

Se pretende dividir el conjunto V en grupos de actividades que no se solapan en el tiempo. Diseñar un algoritmo para realizar esa distribución de actividades de forma que el número de grupos resultante sea lo más pequeño posible.

2. (1 pt) Dado un array con n elementos donde se sabe que algunos están repetidos. Diseña un algoritmo para eliminar todos los elementos repetidos en $O(n \log n)$.
3. (1 pt) Sea A un array de n elementos ordenados. Queremos averiguar si para alguna posición del array i se verifica que $A[i] = i$. Diseña un algoritmo que dé una respuesta correcta en tiempo $O(\log n)$.
4. (1 pt) Para reducir el caos circulatorio y los accidentes de tráfico, el ayuntamiento de OneWayCity ha decidido hacer todas las calles unidireccionales. Sin embargo, antes de hacer efectiva la medida quieren comprobar si de esta forma sigue siendo posible ir desde una intersección de calles a otra cualquiera de la ciudad. Diseña un algoritmo para dar una respuesta efectiva a esta cuestión.
5. (2 pt) Una cadena se dice *palindrómica* si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda. Diseña un algoritmo que, dada una cadena s , devuelva la subcadena palindrómica de s más larga.
6. (2 pt) Sea $G = (V, E)$ un grafo. Un subconjunto de V , $S \subseteq V$ se dice que es una *cobertura* de V si para cada lado $e = \{i, j\} \in E$, se verifica que sólo uno de los dos vértices están en S : $i \in S$ o (exclusiva) $j \in S$. Diseña un algoritmo para encontrar una cobertura de un grafo dado G con cardinal mínimo.
7. (1pt) Resuelve la siguiente recurrencia:

$$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + n^k,$$

con $a \geq 1$, $b \geq 2$ y $k \geq 0$.

Notas

- **Tiempo para realizar el examen:** 3 horas.
- Tras los primeros 20 minutos en que se preguntarán todas las dudas acerca de los enunciados de las diferentes preguntas no se responderá a ninguna pregunta.