FUNDAMENTOS FÍSICOS DE LA INFORMÁTICA

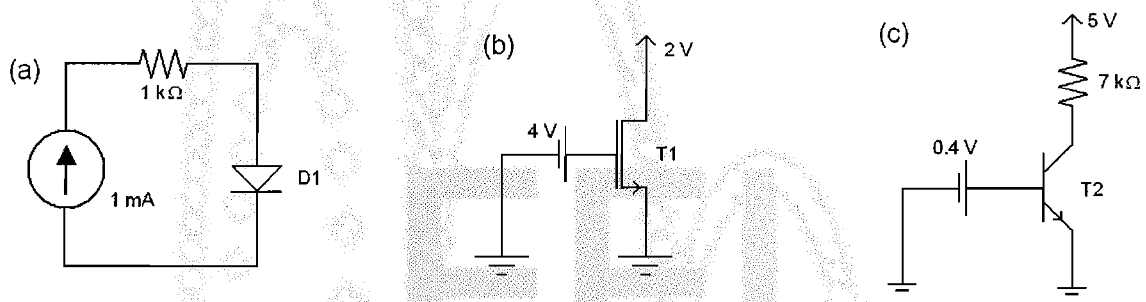
Universidad de Granada
Departamento de Electrónica y Tecnología de Computadores

Ingeniería Informática
Examen Febrero 2009

Duración: 3 horas
Responda a cada pregunta en hojas separadas. Indique en cada hoja su nombre, el número de página y el número de páginas totales que entrega.
Lea detenidamente los enunciados antes de contestar

Nombre ______________________________ **D.N.I.** ___________ **Grupo** _____

1. Indica razonadamente la región de funcionamiento en la que operan cada uno de los dispositivos electrónicos siguientes: **(1.5 puntos)**



Datos para el diodo (D1): $V_\gamma = 0.6$ V

Datos para el MOSFET (T1): $V_T = 1$V; $k = 2$ mA/V^2

Región lineal u óhmica:

$$I_D = \frac{k}{2}\left[2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2\right]$$

Región de saturación:

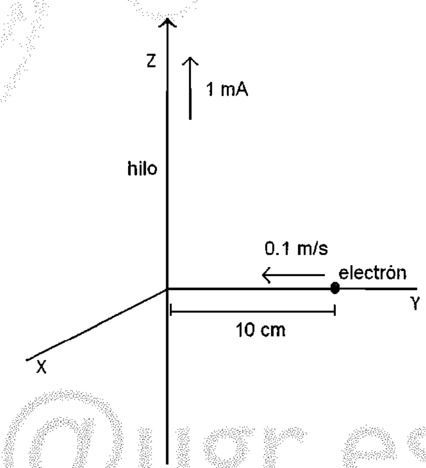
$$I_D = \frac{k}{2}(V_{GS} - V_T)^2$$

Datos para el BJT: Los que se han dado en clase de teoría.

2. Por un hilo infinito orientado a lo largo del eje Z circula una corriente ascendente de intensidad 1 mA tal y como muestra el dibujo. Sobre el eje Y, y a 10 cm del hilo se encuentra un electrón inicialmente en reposo.

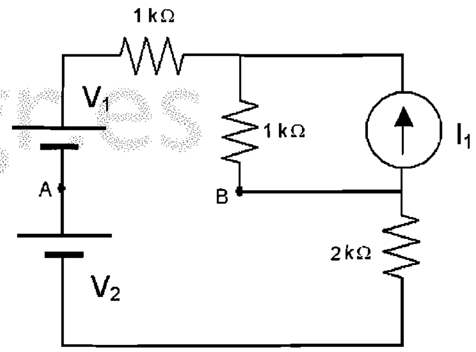
- ¿Cuál será la dirección y sentido de la fuerza que siente el electrón si se le empuja un poco y se le comunica una velocidad de 0.1 m/s tal y como se muestra en el esquema?

(0.75 puntos)



Datos carga del electrón: $-1.6\times10^{-19}\,C$; $\mu_0 = 1.256\times10^{-6}\,N/A^2$;

3. Calcula el equivalente Thevenin del circuito entre los puntos A y B. **(1.5 puntos)**
 Datos: $I_1 = 1$ mA; $V_1 = 1$ V; V2 = 3 V



4. El campo eléctrico generado por una esfera dieléctrica de radio R cargada uniformemente con una carga Q viene dado por la siguiente expresión:

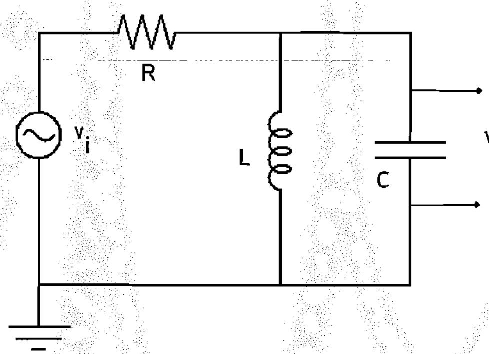
$$\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{Q \times r}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\hat{r} & r < R \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} & r > R \end{cases}$$

- Calcula la diferencia de potencial entre la superficie de la esfera y su centro. **(1.25 puntos)**

Datos: $\varepsilon_0 = 8.8542\times10^{-12}\, C^2/N\,m^2$; $R = 1$ cm; $Q = 10^{-2}$ C

$R = 400\,\Omega$

5. Para el circuito de la figura (~~R=4kΩ~~; C=0.5 μF; L=5 H)



a) Obtenga la función de transferencia $T(s)=V_0(s)/V_i(s)$. **(1 punto)**

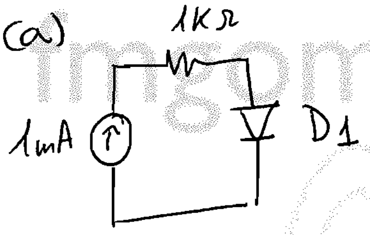
b) Represente el diagrama de Bode en amplitud y fase para dicha función de transferencia. **(2 puntos)**

c) Usando la función de transferencia obtenida, calcule $v_0(t)$ si $v_i(t)=[10\cos(100t)+10\cos(200t)+10]$ V. **(1 punto)**

d) Calcula la potencia disipada por la resistencia cuando la señal de entrada es de $4\cos(200t)$ V **(1 punto)**

Nota: $\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$

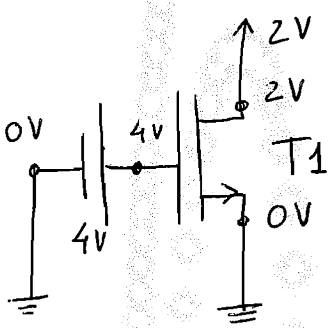
1.- (a)



- El circuito tiene una sola malla
- Hay una fuente de corriente que hace circular 1 mA por la malla

↳ El diodo conduce (hay una corriente de 1 mA que circula por su interior)

(b)



- El circuito muestra la tensión en cada terminal del MOSFET

$V_G = 4V$

$V_D = 2V$

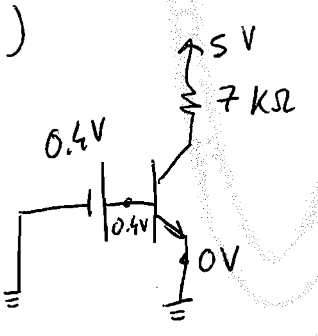
$V_S = 0V$

Por tanto $\begin{cases} V_{GS} = V_G - V_S = 4\,V \\ V_{DS} = V_D - V_S = 2\,V \end{cases}$

y sólo queda comprobar $V_{GS} > V_T \rightarrow 4 > 1 \rightarrow$ conduce (lineal o saturación)

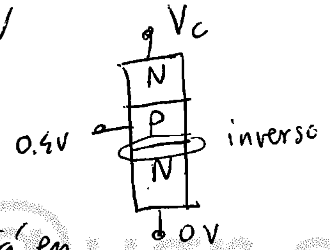
$V_{DS} < V_{GS} - V_T \rightarrow 2 < 4-1 \rightarrow$ lineal

(c)



- Conocemos $V_B = 0.4V$ y $V_E = 0V$

$V_{BE} = V_B - V_E = 0.4V$

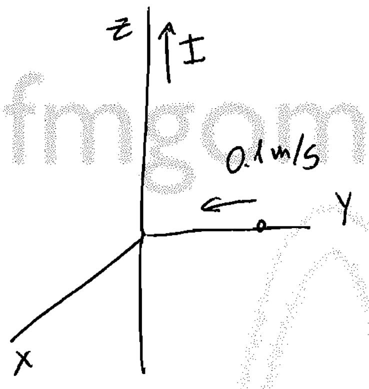


- Dado que la unión BE está en inverso, nos quedan dos opciones: corte (BC inverso) o activa inversa (BC directa)

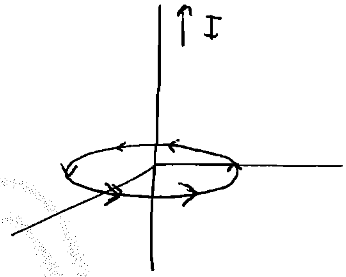
Si está en corte: $I_C = 0 \Rightarrow V_C = 5V$

$V_{BC} = 0.4 - 5 = -4.6\,V \Rightarrow$ inverso Está en corte

2.-



- Un hilo por el que circula una corriente produce un campo magnético. La orientación del mismo viene dada por la regla de la mano derecha



- En la posición del electrón, el campo magnético apunta en la dirección del eje X, en el sentido negativo.

$$\vec{B} = -B\hat{\imath}$$

- La velocidad del electrón tiene dirección Y y sentido negativo.

$$\vec{v} = -v\hat{\jmath}$$

- La fuerza viene dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}) = q\vec{v}\times\vec{B}$$

no hay $\vec{E}$ en este problema

$$\vec{v}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{\imath} & \hat{\jmath} & \hat{k} \\ 0 & -v & 0 \\ -B & 0 & 0 \end{vmatrix} = -Bv\hat{k}$$

$$\vec{F} = -qvB\hat{k}$$

v es el módulo de la velocidad: $v>0$

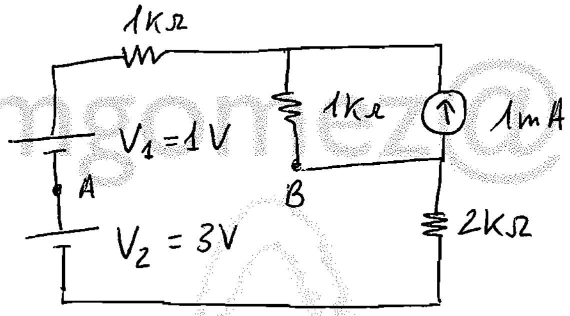
B es el módulo del campo magnético: $B>0$

q es la carga del electrón: $q<0$

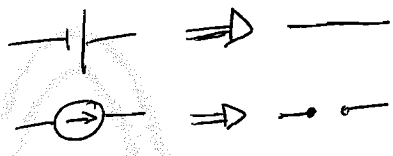
$$C = -qvB > 0$$

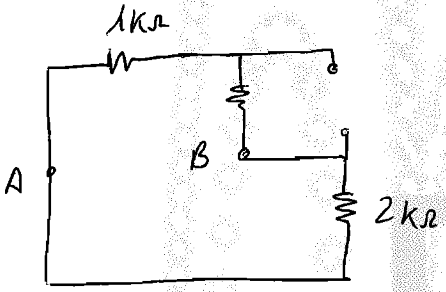
$\vec{F} = C\hat{k} \rightarrow$ La fuerza apunta en el eje z, con sentido positivo

3.-

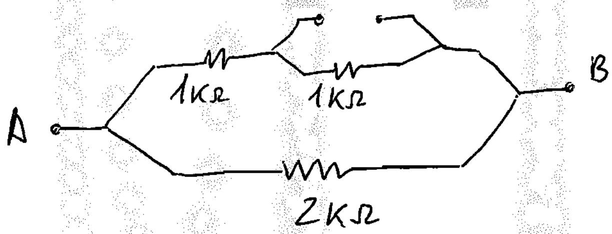


R_{Th}: Anulamos las fuentes

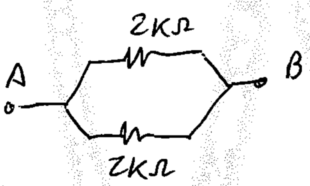




Desdoblamos el circuito

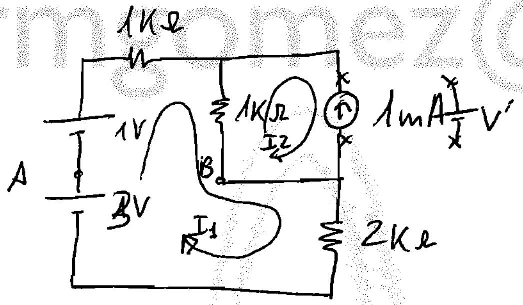


• La rama de arriba son dos resistencias en serie: $R_{eq} = 1k\Omega + 1k\Omega = 2k\Omega$



• La resistencia Thevenin es $\frac{1}{R_{Th}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$; $\boxed{R_{Th} = 1k\Omega}$

V_{Th}: Resolvemos el circuito



Malla 1

$\hookrightarrow 1+3 = 4I_1 - I_2$

$-V' = -I_1 + I_2$

Malla 2

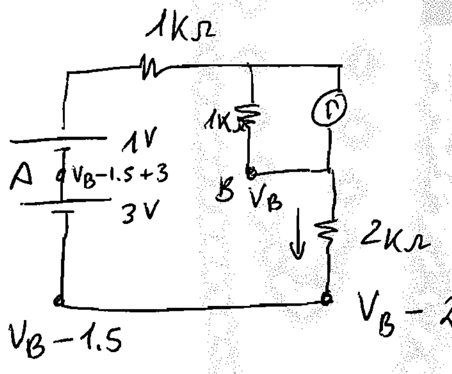
Usamos el dato de la fuente de corriente: $\boxed{I_2 = -1\,mA}$

$4 = 4I_1 + 1$; $\boxed{I_1 = \frac{3}{4}\,mA}$

$-V' = -\frac{3}{4} - 1 = -1.75\,V$

$\boxed{V' = 1.75\,V}$

Ahora recorremos el circuito entre A y B

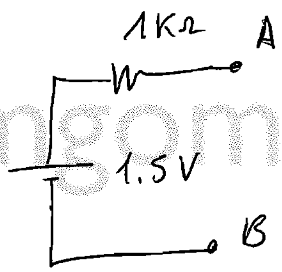


$V_B - 2 \cdot \frac{3}{4} = V_B - 1.5$

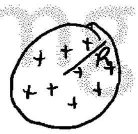
$V_A = V_B - 1.5 + 3 = V_B + 1.5$; $\boxed{V_A - V_B = 1.5\,V}$

$\boxed{V_{Th} = 1.5\,V}$

Equivalente Thevenin



4.-



$$\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{Q\,r}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\,\hat{r} & \text{si } r<R \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,\hat{r} & \text{si } r>R \end{cases}$$

Para calcular la diferencia de potencial es necesario calcular el potencial

$$\vec{E} = -\nabla V \quad ; \quad \nabla = \frac{\partial}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\,\mathrm{sen}\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\hat{\phi}$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\,\mathrm{sen}\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\hat{\phi}$$

- El campo $\vec{E}$ no depende ni de θ ni de ϕ $\Rightarrow$ $\dfrac{\partial V}{\partial \theta} = 0$; $\dfrac{\partial V}{\partial \phi} = 0$

si $r<R$

$$\frac{Q\,r}{4\pi\varepsilon_0 R^3} = -\frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow \int dV = \int -\frac{Q\,r}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\,dr$$

$$V = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\frac{r^2}{2} + C_1$$

si $r>R$

$$\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = -\frac{\partial V}{\partial r} \Rightarrow \int dV = \int -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr$$

$$V = +\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r} + C_2$$

- Hacemos que el potencial valga 0 en $r \to \infty$

$$\lim_{r\to\infty} V(r) = \lim_{r\to\infty} \left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + G_2'\right] = \underline{\underline{G_2' = 0}}$$

- Hacemos que el potencial sea continuo. Nos fijamos en $r=R$

$$V(r=R) = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\frac{R^2}{2} + G_1' \quad \text{si usamos la expresión de } r<R$$

$$V(r=R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + G_2' \quad \text{si usamos la expresión de } r>R$$

$$-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\frac{R^2}{2} + G_1' = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \overset{0}{\overset{\shortparallel}{G_2'}}$$

$$G_1' = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} + \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R} = \frac{3Q}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

$$V(r) = \begin{cases} -\dfrac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R^3} r^2 + \dfrac{3Q}{8\pi\varepsilon_0 R} & \text{si } r<R \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} & \text{si } r>R \end{cases}$$

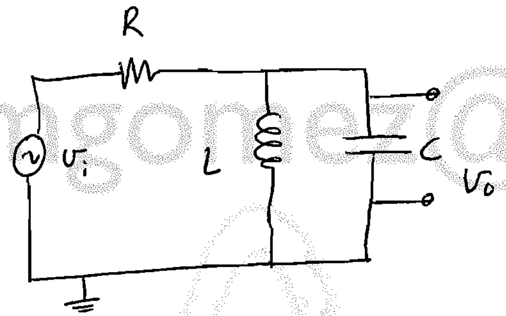
Diferencia de potencial:

$$V(r=R) - V(r=0) = \frac{2Q}{8\pi\varepsilon_0 R} - \frac{3Q}{8\pi\varepsilon_0 R} = -\frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\Delta V = \frac{-10^{-2}}{8\pi\varepsilon_0 \cdot 0.01} = -4.49\cdot 10^9 \text{ V}$$

(Hay otra forma más fácil de hacerlo)

5.-

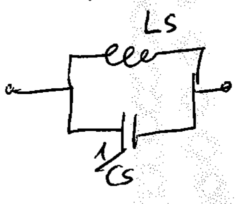


(a) Para calcular la función de transferencia usaremos que el condensador y la bobina están en paralelo.

Paralelo = misma caída de potencial

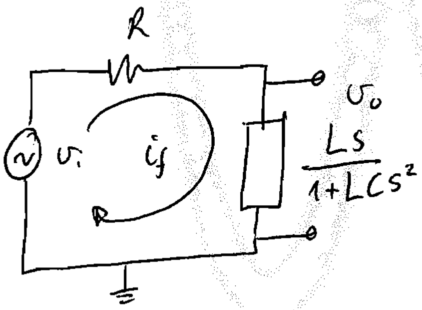
Por tanto, v_0 es la caída de tensión en el condensador y también en la bobina.

Z_{eq}:



$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Ls} + \frac{1}{1/Cs} = \frac{1}{Ls} + Cs = \frac{1+LCs^2}{Ls}$$

$$Z_{eq} = \frac{Ls}{1+LCs^2}$$



$$v_i = R\,i_f + \frac{Ls}{1+LCs^2}\,i_f$$

$$v_i = i_f\left[R + \frac{Ls}{1+LCs^2}\right]$$

$$i_f = \frac{v_i}{R + \frac{Ls}{1+LCs^2}} = \frac{v_i}{\frac{R+RLCs^2+Ls}{1+LCs^2}}$$

$$v_0 = \frac{Ls}{\cancel{1+LCs^2}} \cdot \frac{v_i}{\frac{R+RLCs^2+Ls}{\cancel{1+LCs^2}}} = \frac{Ls}{R+RLCs^2+Ls}\,v_i$$

$$T(s) = \frac{v_0}{v_i} = \frac{Ls}{RLCs^2 + Ls + R}$$

$L = 5$
$R = 400$
$C = 0.5 \cdot 10^{-6}$

$RLC = 400 \cdot 5 \cdot 0.5 \cdot 10^{-6} = 400 \cdot 2.5 \cdot 10^{-6} = 10^{-3}$

$$T(s) = \frac{5s}{10^{-3}s^2 + 5s + 400}$$

(b) Factorizamos

Numerador: $5s$

Denominador: $10^{-3}s^2 + 5s + 400 = 0$

$$s = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 10^{-3} \cdot 400}}{2 \cdot 10^{-3}} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 1.6}}{2 \cdot 10^{-3}}$$

$s_1 = -81.32$

$s_2 = -4918.7$

$10^{-3}(s + 81.32)(s + 4918.7)$

- Ahora hacemos 1 los términos independientes

$$T(s) = \frac{5s}{10^{-3} \cdot 81.32\left(\frac{s}{81.32} + 1\right) 4918.7\left(\frac{s}{4918.7} + 1\right)} = \frac{s/80}{\left(\frac{s}{81.32} + 1\right)\left(\frac{s}{4918.7} + 1\right)}$$

- Y pasamos $s = j\omega$

$$\boxed{T(\omega) = \frac{j\omega/80}{\left(\frac{j\omega}{81.32} + 1\right)\left(\frac{j\omega}{4918.7} + 1\right)}}$$

$$T = \frac{z_1}{z_2 \cdot z_3} \qquad z_1 = \frac{j\omega}{80} \qquad z_2 = \frac{j\omega}{81.32} + 1 \qquad z_3 = \frac{j\omega}{4918.7} + 1$$

$$T = \frac{|z_1| e^{j \arg z_1}}{|z_2| e^{j \arg z_2} \, |z_3| e^{j \arg z_3}}$$

- $$|T| = \frac{|z_1|}{|z_2|\,|z_3|} = \frac{\frac{\omega}{80}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{81.32}\right)^2}\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{4918.7}\right)^2}}$$

- $$\arg T = \arg z_1 - \arg z_2 - \arg z_3 = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{\omega}{81.32} - \operatorname{arctg}\frac{\omega}{4918.7}$$

Amplitud

$$20\log|T| = 20\log\frac{\omega/80}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{81.32}\right)^2}\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{4918.7}\right)^2}} = \overbrace{20\log\frac{\omega}{80}}^{①} \overbrace{- 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{81.32}\right)^2}}^{②} \underbrace{- 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{4918.7}\right)^2}}_{③}$$

① $20\log\omega - 20\log 80$; - Recta de pendiente 20 dB/dec
- Si $\omega = 80 \to$ La recta pasa por cero

② $-20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{81.32}\right)^2}$;

$\omega\downarrow\downarrow \quad -20\log 1 = 0$

$\omega\uparrow\uparrow \quad -20\log\frac{\omega}{81.32} = -20\log\omega + 20\log 81.32$

- Recta de pendiente -20 dB/decada
- Si $\omega = 81.32 \to$ La recta pasa por cero

③ Igual que ② pero cambiando 81.32 por 4918.7

Fase

$$\arg T = \underbrace{\frac{\pi}{2}}_{1} \underbrace{- \operatorname{arctg}\frac{\omega}{81.32}}_{2} \underbrace{- \operatorname{arctg}\frac{\omega}{4918.7}}_{3}$$

1 constante $\frac{\pi}{2}$

2 $-\operatorname{arctg}\frac{\omega}{81.32}$; si $\omega \downarrow\downarrow$ $-\operatorname{arctg} 0 = 0$

si $\omega \uparrow\uparrow$ $-\operatorname{arctg} \infty \to -\pi/2$

si $\omega = 81.32$ $-\operatorname{arctg} 1 = -\pi/4$

3 Igual que 2 pero cambiando 81.32 por 4918.7

(c)

$$v_i(t) = \underbrace{10\cos(100t)}_{a)\ 10e^{j100t}} + \underbrace{10\cos(200t)}_{b)\ 10e^{j200t}} + \underbrace{10}_{c)\ 10e^{j0t}}$$

$$|v_o| = |T||v_i|$$

$$\arg v_o = \arg T + \arg v_i$$

a) $|v_i| = 10$

$\arg v_i = 100t$

$\omega = 100$

$$|T|_{\omega=100} = \frac{100/80}{\sqrt{1+\left(\frac{100}{81.32}\right)^2}\sqrt{1+\left(\frac{100}{4918.7}\right)^2}} = 0.7885$$

$$\arg T_{\omega=100} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{100}{81.32} - \operatorname{arctg}\frac{100}{4918.7} = 0.6624$$

$|v_o| = 7.885$

$\arg v_o = 100t + 0.6624$

b) $|v_i| = 10$

$\arg v_i = 200t$

$\omega = 200$

$$|T|_{\omega=200} = \frac{200/80}{\sqrt{1+\left(\frac{200}{81.32}\right)^2}\sqrt{1+\left(\frac{200}{4918.7}\right)^2}} = 0.941$$

$$\arg T_{\omega=200} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}\frac{200}{81.32} - \operatorname{arctg}\frac{200}{4918.7} = 0.346$$

$|v_0| = 9.41$

$\arg v_0 = 200t + 0.346$

c) $|v_i| = 10$

$\arg v_i = 0t$

$\omega = 0$

$$|T|_{\omega=0} = \frac{0}{1.1} = 0$$

$$\arg T_{\omega=0} = \frac{\pi}{2} - 0 - 0$$

$|v_0| = 0$

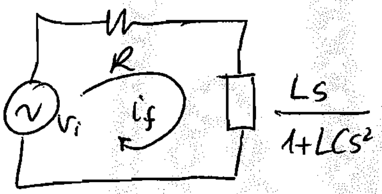
$\arg v_0 = \pi/2$ → No tiene interés

$$v_0(t) = 7.885\cos(100t + 0.6624) + 9.41\cos(200t + 0.346) + 0$$

d) Potencia disipada por la R

$$P(t) = v_R(t) \cdot i_R(t)$$

Hay que calcular la caída de tensión en la resistencia y la corriente que la atraviesa.



$$i_f = \frac{1+LCs^2}{R+RLCs^2+Ls} \cdot v_{i_f} \quad \text{(página 7)}$$

$$LC = 5 \cdot 0.5 \cdot 10^{-6} = 2.5 \cdot 10^{-6}$$

$$RLC = 10^{-3}$$

· Fasor de la entrada: $4e^{j200t}$

$\omega = 200$

$$i_f = \frac{1+2.5\cdot 10^{-6}(-\omega^2)}{400+10^{-3}(-\omega^2)+5j\omega} 4e^{j200t} \underset{\omega=200}{=} \frac{0.9}{360+1000j} 4e^{j200t}$$

Pasamos a polares el primer término

$$i_f = \frac{0.9}{\sqrt{360^2+1000^2}\, e^{j\,\mathrm{arctg}\left(\frac{1000}{360}\right)}} 4e^{j200t} = 3.39\cdot 10^{-3} e^{j(200t-1.225)}$$

Por tanto la corriente que atraviesa la resistencia es:

$$i_R(t) = 3.39\cdot 10^{-3} \cos(200t - 1.225) \text{ A}$$

Dado que la resistencia cumple la ley de Ohm, se tiene que:

$$v_R(t) = i_R(t) \cdot R = 1.356 \cos(200t - 1.225) \text{ V}$$

La potencia disipada por la resistencia es:

$$P(t) = i_R(t) \cdot v_R(t) = 4.6 \cos^2(200t - 1.225) \quad W$$

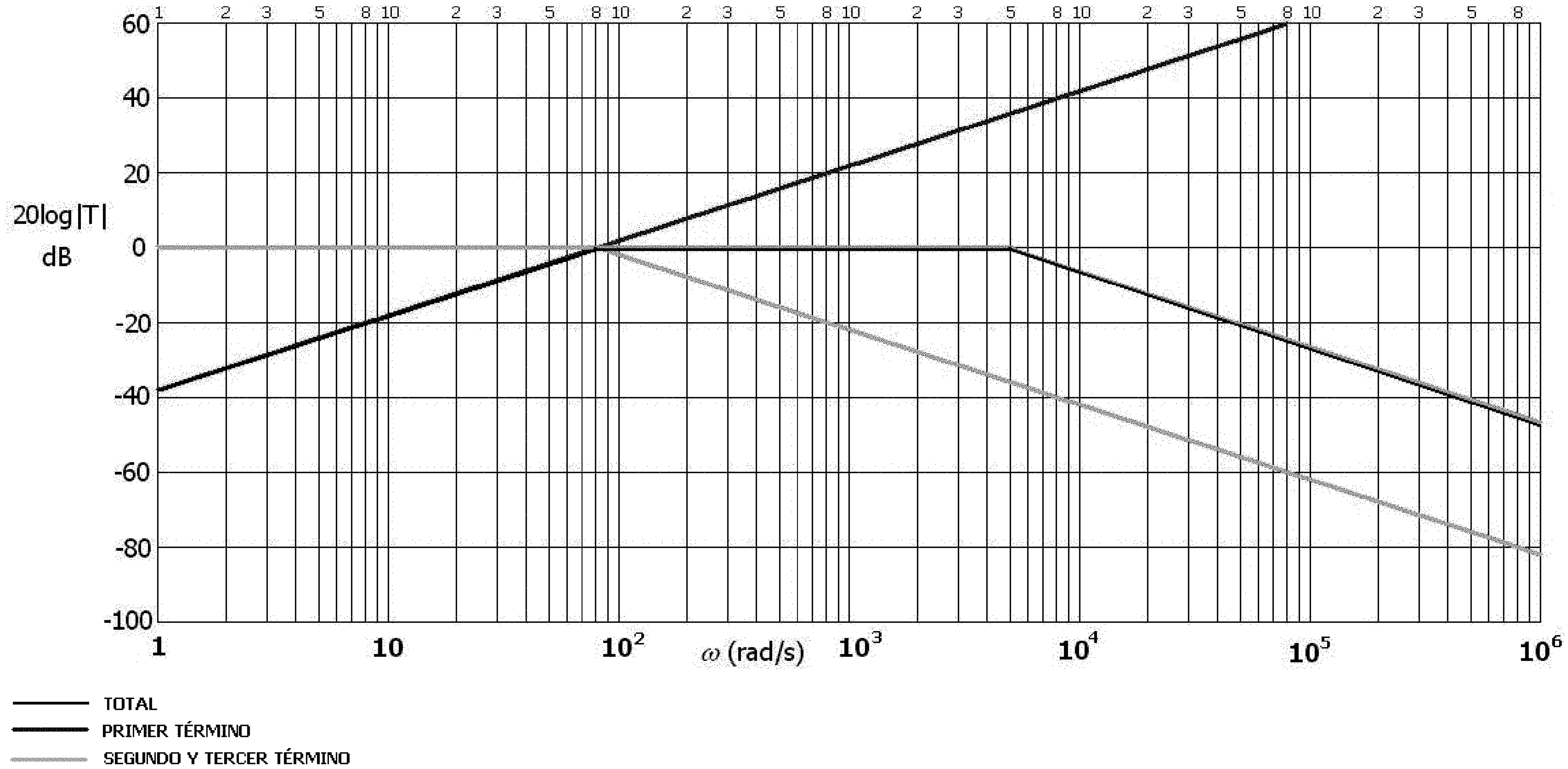
Usando que $\cos\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)\right]$

$\alpha = 200t - 1.225$

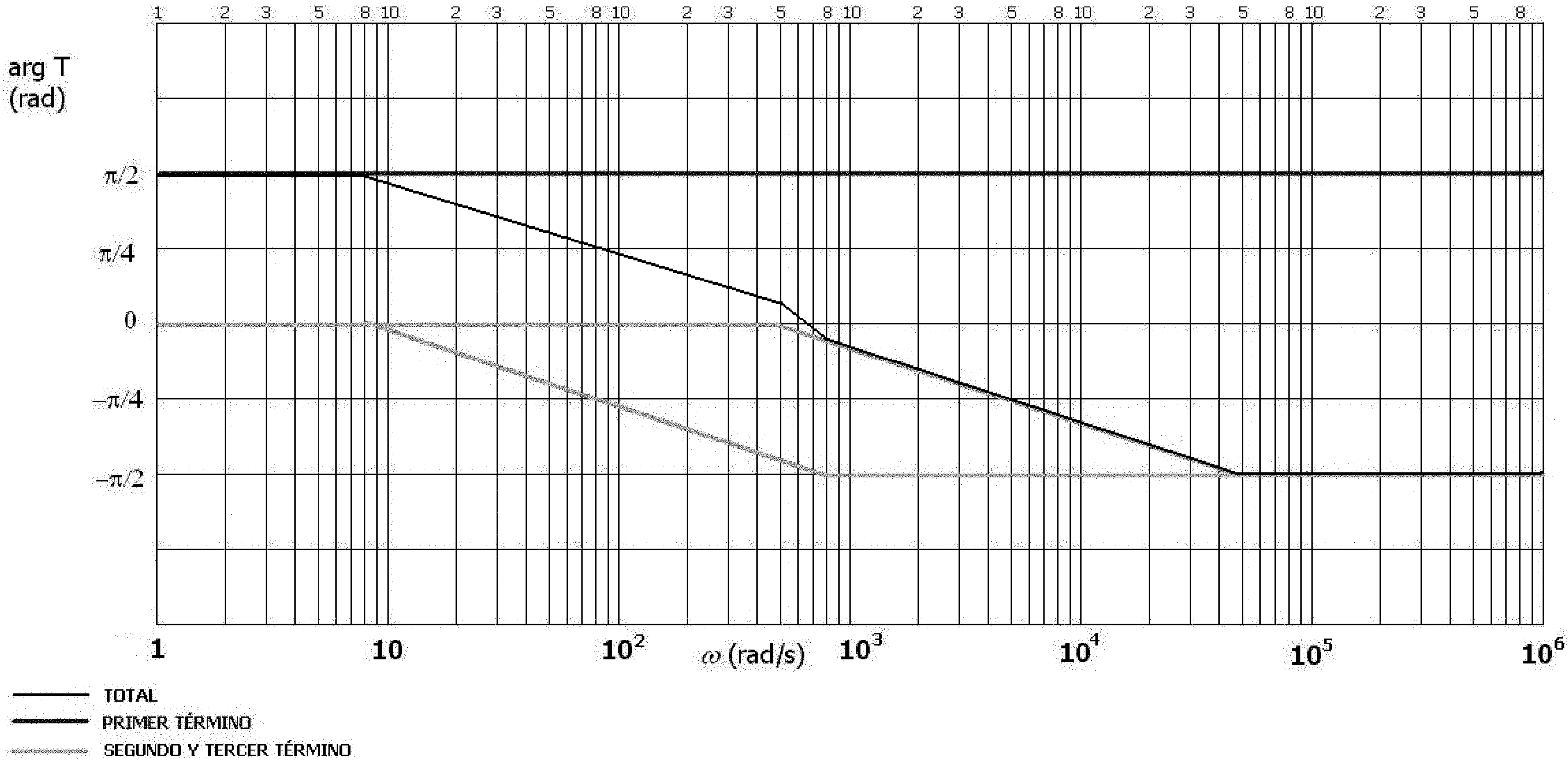
$\beta = 200t - 1.225$

$$P(t) = 2.3\left[\cos(400t - 2.45) + \underbrace{\cos 0}_{1}\right] \quad W$$

Potencia media: $\underline{\underline{2.3\,W}}$



20log|T|
dB
60
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
1
10
10^2
ω (rad/s)
10^3
10^4
10^5
10^6
TOTAL
PRIMER TÉRMINO
SEGUNDO Y TERCER TÉRMINO


arg T
(rad)
π/2
π/4
0
−π/4
−π/2
1
10
10^2
ω (rad/s)
10^3
10^4
10^5
10^6
TOTAL
PRIMER TÉRMINO
SEGUNDO Y TERCER TÉRMINO