



Teoría de Algoritmos

Curso 2007–08. Convocatoria ordinaria de febrero

I.T.I. Gestión— I.T.I. Sistemas

6 de febrero de 2008

1. (2 pt) Dado un vector $V[1..n]$ de elementos que se pueden ordenar, se desea hallar los m elementos más pequeños, donde $m < n$. Dos posibles formas de resolver el problema serían:
- ordenar $V[1..n]$ y después coger los m primeros elementos V ,
 - ir seleccionando el primer elemento, después el segundo, y así hasta el elemento m -ésimo.

Indica cuál de los dos enfoques sería mejor (según su eficiencia) en función del valor de m .

¿Existe algún otro algoritmo para resolver este problema de una forma más eficiente que cualquiera de las dos anteriores para cualquier valor de m ?

Generalizar el mejor de los algoritmos considerados anteriormente para, fijada una posición p del vector, hallar los m elementos que ocuparían en el vector ordenado las posiciones $p, p+1, \dots, p+m-1$.

2. (2 pt) Se trata de mover un peón en un tablero de ajedrez $n \times n$ desde la fila 1 hasta la fila n con un coste mínimo. Se empieza en cualquier columna j de la fila 1 y en cada paso pasamos de la fila i a la $i+1$ pudiéndose pasar a la columna $j-1, j$ ó $j+1$, es decir, de (i, j) se puede pasar a $(i+1, j-1), (i+1, j)$ o $(i+1, j+1)$ siempre y cuando sean válidas. Colocarse en una casilla tiene un coste $c(i, j)$ asociado. Construir utilizando programación dinámica un algoritmo que determine el recorrido con el que se obtiene un coste mínimo.

3. (2 pt) Pepe Casanova es un ligón de los de antaño, que intenta encandilar a las chicas con canciones románticas. A tal efecto, y de cara al veraneo, decide conseguir una cinta para el radio-cassete de su coche con las mejores canciones de amor.

Pepe es muy peculiar en sus gustos, por lo que decide grabársela el mismo. Rebuscando entre sus viejos vinilos, ha confeccionado la lista de sus n canciones favoritas, junto con la duración individual de cada una. Lamentablemente, su cinta (de dos caras) de T minutos cada una no tiene capacidad suficiente para contener todas las canciones. De modo que Pepe ha otorgado una puntuación a cada canción.

Construye un algoritmo que ayude a Pepe a conseguir la cinta con la mayor puntuación posible, teniendo en cuenta que las canciones escogidas no deben quedar cortadas al final de cualquiera de las caras.

4. (1 pt) Resolver la siguiente recurrencia, siendo n una potencia de 2:

$$T(n) = \begin{cases} 1, & \text{si } n \leq 2 \\ 3T(\frac{n}{2}) - 2T(\frac{n}{4}) + n, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Expresa tu respuesta en el modo más sencillo posible empleando la notación Θ .

Duración del examen: 2 horas y 30 minutos.