

## Cálculo II

18 de junio de 2012

1. Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  un función verificando que existe  $\alpha \in \mathbb{R}$  con  $\alpha > 1$  tal que

$$|f(y) - f(x)| \leq |y - x|^\alpha \forall x, y \in \mathbb{R}.$$

Probar que  $f$  es constante.

2. Se considera la función  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$g(x) = \frac{x^3 - (\arctan x) \log(1 + x^2)}{x^5} \forall x \in \mathbb{R}^*$$

Estudiar el comportamiento de  $g$  en  $-\infty$ ,  $0$  y  $+\infty$ .

3. Calcular los extremos relativos y la imagen de la función  $H : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$H(x) = \int_1^{1+(x-1)^2} \frac{\arctan t}{t^2} dt \forall x \in [0, 2].$$