Examen de Teoría de Algoritmos

Cuarto Curso de la Licenciatura de Informática. 18 de septiembre de 1997

1. Considérese el siguiente problema:

Tenemos un conjunto de n eslabones (e_1, e_2, \ldots, e_n) que nos permitirán componer una cadena (no cerrada). Para formar la cadena, tenemos que unir cada eslabón e_i con el e_{i+1} , $i=1,2,\ldots,n-1$. Asociado a cada eslabón, tenemos el peso del mismo (p_1,p_2,\ldots,p_n) . Los distintos eslabones se irán agrupando sucesivamente en subcadenas. El coste de agrupar dos subcadenas e_i y e_j , $COSTO(e_i \cup e_j)$, es igual a la suma de los pesos de los eslabones en los extremos de las mismas. Por ejemplo, suponer las cadenas $e_1 = e_i - e_{i+1} - \dots - e_{k-1} - e_k$; $e_2 = e_{k+1} - e_{k+2} - \dots - e_m$ y $e_3 = e_{m+1}$. En este caso, $e_1 = e_i - e_{i+1} - \dots - e_{k-1} - e_k$; $e_2 = e_{k+1} - e_{k+2} - \dots - e_m$ y $e_3 = e_{m+1}$. En este caso, $e_1 = e_i - e_{i+1} + e_{k+1} + e_i$ y $e_2 = e_{k+1} - e_{k+2} - \dots - e_m$ y $e_3 = e_{m+1}$. En este caso, $e_1 = e_i - e_{i+1} + e_{k+1} + e_i$ y $e_2 = e_{k+1} - e_{k+2} - \dots - e_m$ y $e_3 = e_{m+1}$. Para unir los $e_1 = e_i - e_i$ este caso, $e_2 = e_i - e_i$ este caso, $e_3 = e_i$ este caso, $e_3 = e_i$ este caso, $e_4 =$

Utilizando la técnica de Programación Dinámica, diseñar un algoritmo que nos permita resolver el problema anterior con un menor COSTO-TOTAL (3 puntos).

- 2. Resolver el problema de la pregunta anterior utilizando la técnica Backtracking (2 puntos).

 Nota: Para resolver el problema, primero dar la representación del árbol del espacio de estados y posteriormente dar el algoritmo.
- \int 3. Sea T(n) la ecuación de recurrencia de un algoritmo *Divide y Vencerás*. Si T(n) es de la forma T(n) = aT(n/b) + n, con $a \ge 1, b > 1$, analizar el tiempo de ejecución del algoritmo dependiendo de los valores de a y b (1'5 puntos).
 - 4. Resolver exactamente la siguiente recurrencia, siendo n una potencia de 2:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 1\\ 2T(n/2) + \lg n & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Exprese su respuesta en el modo más sencillo posible empleando la notación θ (1 punto).

5. Diseñar un algoritmo branch and bound para resolver el problema de asignación que tiene asociada la siguiente matriz (2.5 puntos):