Repaso tema 7

1.- Sea $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix} \in M_3(Z_5)$ Entonces:

a) A tiene dos valores propios y es diagonalizable.
b) A tiene tres valores propios y es diagonalizable.
c) A tiene tres valores propios y no es diagonalizable.
d) A tiene dos valores propios y no es diagonalizable.

2.- ¿Cuál de las siguientes matrices, con coeficientes en Z_2, es diagonalizable?

a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

3.- Sea $A \in M_4(Z_5)$ una matriz con dos valores propios, 1 y 3 y tal que los subespacios propios son $V_1 = L\{(1,2,1,1)\}$ y $V_3 = \{x + y + z + 2t = 0$. Entonces el polinomio característico de A vale

a) Los datos que tenemos no nos permiten determinar cuál es el polinomio característico de A, pues nos falta la multiplicidad algebraica de los valores propios.
b) $\lambda^2 + \lambda + 3$ c) $\lambda^4 + \lambda^2 + \lambda + 2$ d) $\lambda^4 + 4\lambda^3 + 2\lambda^2 + 3$

4.- Sea $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \in M_2(Z_5)$. Entonces A^{105} vale

a) A b) Id_2 c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

5.- Sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix} \in M_3(Q)$. Entonces:

a) A es diagonalizable si $a \neq \pm 1$.
b) A es diagonalizable si $a \neq 1$.
c) A es diagonalizable si $a \neq -1$.
d) A es diagonalizable para todo valor de a.

6.- Sea $A_1 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ pertenecientes a $M_2(R)$. Entonces:

a) A_1 es diagonalizable aunque A_2 no lo es.
b) A_1 es diagonalizable y A_2 también lo es.
c) Ninguna de las dos matrices es diagonalizable.
d) A_1 no es diagonalizable per A_2 sí lo es.

7.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \in M_3(Z_7)$. Se verifica que

a) no es diagonalizable

b) existe una matriz regular P tal que $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} = P^{-1}AP$

c) no tiene valores propios

d) tiene vlores propios 3,1,5.

8.- De una matriz A de orden 4 sobre Z_5 sabemos que tiene solo dos subespacios propios dados por

$$V_1 = \begin{cases} x+y+z=0 \\ t=0 \end{cases} \quad \text{y} \quad V_2 = \begin{cases} x=z \\ x=t \\ y=0 \end{cases}$$

Entonces:

a) No podemos decidir si A es o no diagonalizable pues no conocemos sus valores propios.

b) A es diagonalizable y su matriz de paso es $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

c) A no es diagonalizable.

d) A es diagonalizable y su matriz de paso es $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

9.- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix} \in M_3(Z_5)$ sobre la cual se sabe que $\lambda = 3$ es un valor propio. Sea α la multiplicidad algebraica y d la multiplicidad geométrica de $\lambda = 3$. Entonces

a) $d = 2$ y $\alpha = 2$

b) $d = 1$ y $\alpha = 1$

c) $d = 1$ y $\alpha = 2$

d) $d = 2$ y $\alpha = 1$