Métodos Numéricos II. 2º curso del Grado en Matemáticas
Primera prueba escrita. Curso 2013/14

1. Sea $s \in [a, b]$ una solución de la ecuación $f(x) = 0$, donde $f(x)$ es una función que verifica las condiciones adecuadas. Para aproximar s se define el método iterativo

$$x_0 \text{ elegido apropiadamente}, \quad x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_0)}, \quad n \geq 1, \tag{1}$$

llamado *cuasi–Newton*.

1. Determine las condiciones analíticas que ha de cumplir la función $f(x)$ para que el método iterativo anterior converja localmente hacia s.
2. ¿Cómo hay que tomar el punto inicial x_0 para asegurar la convergencia?
3. Determine las condiciones bajo las cuales el método (1) converge cuadráticamente.

2. Se desea aplicar el método iterativo anterior (1) para determinar la única raíz real del polinomio $p(x) = 3\,x^2 - 2\,x^3 + 3$.

1. Proporcione un intervalo de la recta real donde estén contenidas todas las raíces reales del polinomio.
2. Demuestre rigurosamente que el polinomio anterior posee una única raíz real, y proporcione un intervalo de longitud menor o igual a uno que la contenga.
3. Estudie si el método iterativo (1) es convergente hacia la raíz. ¿Cómo hay que tomar el punto inicial x_0 para asegurar la convergencia? ¿Es posible conseguir convergencia cuadrática?

Granada, a 2 de abril de 2014