FUNDAMENTOS LÓGICOS DE LA PROGRAMACIÓN

Convocatoria Junio 2013

Alumno:____ **DNI:**____________

(08/07/2013)

I. Informática — I.T.I. Gestión — I.T.I. Sistemas

Ejercicio 1. ¿Cuál de las siguientes interpretaciones

a) $I(a) = I(b) = 1, I(c) = I(d) = 0.$

b) $I(c) = 1, I(a) = I(b) = I(d) = 0.$

c) $I(a) = I(b) = I(c) = 1, I(d) = 0.$

d) $I(a) = I(b) = I(c) = I(d) = 1.$

nos muestran que la implicación

$$\{b \to c \vee a,\ a \leftrightarrow \neg(b \wedge d),\ d \to a \wedge b\} \vDash b \leftrightarrow c \vee d$$

es falsa?.

Ejercicio 2. Sean α, β, γ tres fórmulas tales que $\alpha \wedge \neg\beta \wedge \gamma$ es una contradicción. Entonces:

a) $\{\alpha, \beta\} \vDash \gamma$.

b) $\{\alpha, \gamma\} \vDash \beta$.

c) $\{\alpha, \neg\beta\} \vDash \gamma$.

d) $\{\alpha\} \vDash \neg\beta \vee \gamma$.

Ejercicio 3. Sea $\alpha = \forall x \exists y \exists z P(x, g(f(y), f(z)))$, y consideramos las dos estructuras siguientes:

- Estructura 1.
  Dominio: $\mathbb{Z}_4$.
  Funciones: $f(x) = x^2$, $g(x, y) = x + y$.
  Predicado: $P = \{(0, 0),\ (1, 1),\ (2, 2),\ (3, 3)\}$.
- Estructura 2.
  Dominio: $\mathbb{Z}_5$.
  Funciones: $f(x) = x^2$, $g(x, y) = x + y$.
  Predicado: $P(x, y) \equiv x = y$.

(a) α se interpreta como cierta en las dos estructuras.

(b) α se interpreta como cierta en la estructura 1 y como falsa en la estructura 2.

(c) α se interpreta como falsa en la estructura 1 y como cierta en la estructura 2.

(d) α se interpreta como falsa en ambas estructuras.

Ejercicio 4. Sea $\alpha = \forall x \exists y (P(x, y) \to P(y, x)) \to \exists x \exists y (P(y, x) \to \neg P(x, y))$. Entonces:

a) α es universalmente válida.

b) $\neg\alpha$ es contradicción.

c) α es satisfacible y refutable.

d) α es contradicción.

Ejercicio 5. ¿Cuál de los siguientes conjuntos de cláusulas es satisfacible?

a) $\{P(x, y, z); \neg P(x, f(a), g(f(x))) \vee \neg P(f(x), g(b), f(x))\}$.

b) $\{P(x, f(x), y); \neg P(f(x), y, y) \vee \neg P(z, y, g(z))\}$.

c) $\{P(x, f(x), g(x)); \neg P(x, f(x), y) \vee \neg P(z, y, g(z))\}$.

d) $\{P(x, a, f(x)); \neg P(b, x, f(b)) \vee \neg P(x, x, f(a))\}$.

Ejercicio 6. ¿Cuál de las siguientes equivalencias lógicas es cierta?

a) $\forall x P(x) \wedge \forall y R(x, y) \equiv \forall x[P(x) \wedge R(x, x)]$

b) $\exists x P(x) \wedge \exists y Q(y) \equiv \exists x[P(x) \wedge Q(x)]$

c) $\forall x S(x, a) \rightarrow Q(a) \equiv \forall x[S(x, a) \rightarrow Q(a)]$

d) $\forall x P(x) \wedge \forall y Q(y) \equiv \forall y[P(y) \wedge Q(y)]$

Ejercicio 7. Dado el conjunto de cláusulas

$$\{\neg Q(x,b) \vee \neg R(x);\ P(x,x) \vee Q(y,z);\ \neg P(x,y) \vee Q(f(x),y);\ P(x,a) \vee R(f(x));\ \neg P(a,y) \vee \neg Q(f(y),y)\}$$

a) No podemos saber si es satisfacible o insatisfacible, ya que el sistema de Herbrand es infinito.

b) Es insatisfacible, pues hay una deducción lineal de la cláusula vacía.

c) Es satisfacible, pues no hay ninguna deducción lineal-input de la cláusula vacía.

d) Es satisfacible, pues no hay ninguna cláusula unitaria.

Ejercicio 8. Dada la fórmula $\alpha = \exists x(Q(x) \wedge \forall x P(a,x)) \rightarrow \forall x(Q(x) \wedge \exists y \forall z R(a,y,z))$. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es una forma prenexa para α?

a) $\exists y \forall x(\neg Q(x) \vee \neg P(a,y) \vee (Q(x) \wedge R(a,y,x)))$.

b) $\exists y \forall x \forall z(\neg Q(x) \vee \neg P(a,y) \vee (Q(z) \wedge R(a,y,z)))$.

c) $\exists y \exists z \forall x(\neg Q(x) \vee \neg P(a,y) \vee (Q(x) \wedge R(a,z,x)))$.

d) $\exists y \forall x \forall z(\neg Q(y) \vee \neg P(a,x) \vee (Q(z) \wedge R(a,y,z)))$.

Ejercicio 9. Dadas las fórmulas las fórmulas

$$\alpha = R(x, f(a), y) \quad \text{y} \quad \beta = R(f(y), x, b)$$

a) α y β son unificables y un unificador para ellas es $(a|b)(y|a)(x|f(y))$.

b) α y β no son unificables.

c) α y β son unificables, ya que lo son al renombrar las variables de α (en cuyo caso tendríamos $R(x_1, f(a), y_1)$ y $R(f(y), x, b)$).

d) α y β son unificables, al comenzar ambas por el mismo símbolo de predicada R.

Ejercicio 10. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

1. Todo conjunto de Horn insatisfacible admite una deducción lineal-input de la cláusula vacía.
2. Todo conjunto formado por cláusulas de Horn es satisfacible.
3. Todo conjunto de Horn sin cláusulas unitarias es satisfacible.
4. Todo conjunto de cláusulas que sea insatisfacible es un conjunto de Horn.