

Cálculo I

1 de septiembre de 2014

✧ Sean A y B conjuntos no vacíos de números reales positivos. Supongamos que B está mayorado y que $\inf B = 0$. Probar que el conjunto

$$C = \left\{ \frac{a}{b} : a \in A, b \in B \right\}$$

no está mayorado y que $\inf C = \frac{\inf A}{\sup B}$

2. Dado $\alpha \in \mathbb{R}$ con $\alpha > 1$, sea $\{x_n\}$ una sucesión de números reales verificando que

$$0 < x_1 < 1 \quad \text{y} \quad x_{n+1} = \frac{\alpha x_n + 1}{x_n + \alpha} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Estudiar la convergencia de la sucesión $\{x_n\}$.

✧ Estudiar la convergencia y la convergencia absoluta de las siguientes series:

$$(a) \sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n \sqrt[n]{n}}{n^2} \qquad (b) \sum_{n \geq 1} \frac{(-1)^n (n!)^2}{(2n)!}$$

↙
requisito

✧ Sea $f :]-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida, para $x \in]-1, 1]$, por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1+x} & \text{si } x \leq 0 \\ 1+x^2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Estudiar la continuidad de f y calcular su imagen.