



1. Definir la notación  $o(g(n))$  y demostrar que es equivalente que  $f(n)$  es  $O((2 + \varepsilon)^n) \forall \varepsilon > 0$  a que  $f(n)$  es  $o((2 + \varepsilon)^n) \forall \varepsilon > 0$
2. Sea  $b > 1$  un entero positivo (la “base”). Demostrar por inducción que cualquier entero positivo  $n$  puede escribirse de una y solo una forma como

$$n = d_0 + d_1b + d_2b^2 + d_3b^3 + \dots$$

si los dígitos  $d_0, d_1, d_2, \dots$  están en el rango  $0 \leq d_i \leq b - 1$ , para todo  $i$ .

3. Encontrar el tiempo del peor caso del Algoritmo Quicksort y plantear y justificar la ecuación de la que se obtendría su tiempo promedio.
4. Un gestor debe atender  $n$  expedientes, sabiendo por experiencia lo que va a tardar en terminar cada uno de ellos. Sea el  $t_i$  el tiempo que empleará en el expediente  $i$ -ésimo. Como cobra en función de la satisfacción de sus clientes, necesita decidir el orden en el que atenderá los expedientes para minimizar el tiempo medio de espera de sus clientes, es decir que si por  $E_i$  notamos el tiempo que tarda en resolver completamente el expediente del cliente  $i$ -ésimo, lo que necesita el gestor es minimizar la expresión:

$$E(n) = \sum_{i=1..n} E_i$$

Dar un algoritmo que encuentre el orden en el que debe atender los diferentes expedientes, justificar por que se elige la correspondiente técnica con la que se haya diseñado y demostrar que la solución que se encuentra es la óptima.

5. Un conductor tiene que repartir con una motocicleta 4 paquetes de 10 Kg. de peso, 8 de 5 Kg. y 6 de 4 Kg. Sin embargo el repartidor no puede cargar en la motocicleta mas de 100 Kg de una vez, por lo que decide cargar la combinación de paquetes que le de el mayor beneficio, ya que por cada paquete que reparta del primer tipo ganará 40 euros, 20 por cada paquete del segundo tipo y 10 por cada uno de los últimos. Identificar para este problema su función objetivo, las restricciones que tenga, plantear y formular el correspondiente modelo, y a partir de él encontrar la mejor combinación que puede escoger el repartidor empleando un algoritmo “Branch and Bound”

## Notas

1. No están permitidos libros, apuntes o cualquier otro material de ese estilo. Tampoco se permite tener en las proximidades cualquier tipo de aparato electrónico (calculadora, teléfono, etc.)
2. Tiempo total para el examen: Dos horas
3. Todas las preguntas valen lo mismo. Se puntuará cada una sobre 10.
4. Puede quedarse con esta hoja