FUNDAMENTOS FÍSICOS DE LA INFORMÁTICA

Universidad de Granada
Departamento de Electrónica y Tecnología de Computadores

Ingeniería Informática
Examen Febrero 2010

Duración: 3 horas
Responde a cada pregunta en hojas separadas. Indica en cada hoja tu nombre, el número de página y el número de páginas totales que entregas.
Lee detenidamente los enunciados antes de contestar

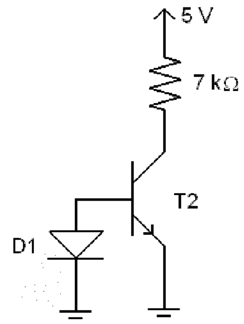
Nombre ______________________________ **D.N.I.** ____________ **Grupo** ______

1. Razona cuál es la región de funcionamiento en la que opera el diodo D1 y el transistor T2 en el circuito de la derecha: **(1 punto)**

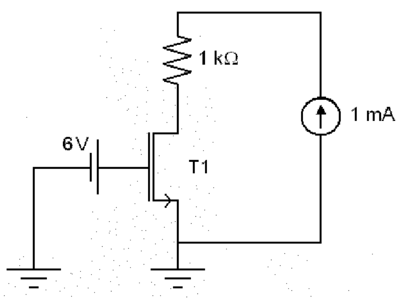
   Datos para el diodo (D1): $V_\gamma = 0.6$ V

   Datos para el BJT: Los que se han dado en clase de teoría.

   $\beta = 300$



2. Calcula la tensión del drenador del MOSFET del circuito siguiente: **(1.5 puntos)**



Datos para el MOSFET (T1): $V_T = 1\text{V}$; $k = 2$ mA/V^2

Región lineal u óhmica:

$$I_D = \frac{k}{2}\left[2(V_{GS} - V_T)V_{DS} - V_{DS}^2\right]$$

Región de saturación:

$$I_D = \frac{k}{2}(V_{GS} - V_T)^2$$

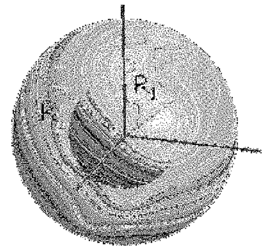
3. El potencial creado por dos esferas conductoras concéntricas de radios R_1=1 cm y R_2=2 cm separadas por el vacío y cargadas con Q y –Q respectivamente es:

$$V = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} - \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}; & r \le R_1 \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}; & R_1 < r < R_2 \\ 0; & r \ge R_2 \end{cases}$$

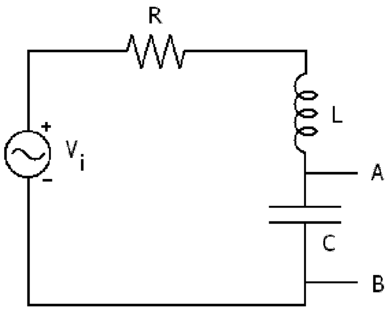
- Calcula a partir del mismo el campo eléctrico creado por la estructura en cualquier punto del espacio (ten en cuenta el carácter vectorial del campo).

- Calcula a partir del potencial la capacidad del condensador esférico descrito. **(2 puntos)**

Datos: $\varepsilon_0 = 8.84 \cdot 10^{-12}\ C^2/Nm^2$



4. Calcula el equivalente de Thevenin del circuito mostrado entre los puntos A y B.

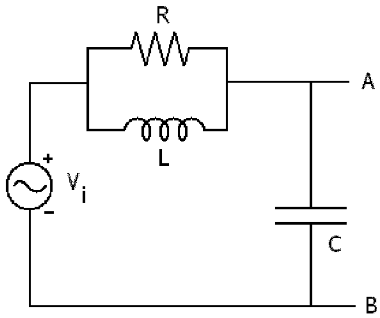


(1.5 puntos)

Datos: R=1 kΩ; L=10 kH; C=4 μF

$v_i(t) = 20\cos(5t)$ V

5. Para el circuito de la figura (R=4 kΩ; C=1 μF; L=4 H)



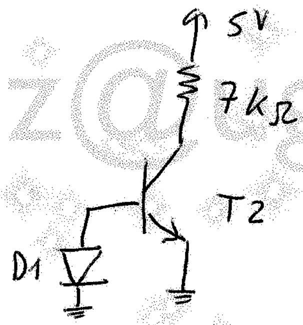
a) Obtenga la función de transferencia $T(s)=V_0(s)/V_i(s)$. **(1 punto)**

b) Represente el diagrama de Bode en amplitud y fase para dicha función de transferencia. **(2 puntos)**

c) Usando la función de transferencia obtenida, calcule $v_0(t)$ si $v_i(t)=[10\cos(10t)+10\cos(10^4 t)]$ V. **(1 punto)**

1.-

$\beta = 300$
$V_\gamma = 0.6\,V$



La única fuente de tensión está conectada al colector. No hay ninguna fuente que suministre una caída de tensión entre la base y el emisor.

El diodo tiene dos estados posibles:

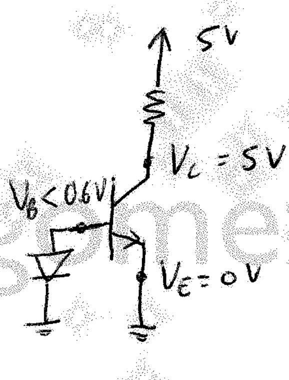
ON → la corriente debe salir de la base (activa inversa)
OFF → no hay corriente (corte)

Podemos desechar activa directa y saturación, por tanto.

Activa inversa: $V_{BE} < 0.6\,V \rightarrow V_E = 0 \rightarrow V_B - V_E < 0.6\,V \rightarrow \underline{V_B < 0.6\,V}$
$V_{BC} \gtrsim 0.6\,V$

Si nos encontramos en activa inversa, la tensión en la base es menor de 0.6V, insuficiente para que D1 esté conduciendo.

$\boxed{\text{Solución: corte BJT, inversa diodo}}$

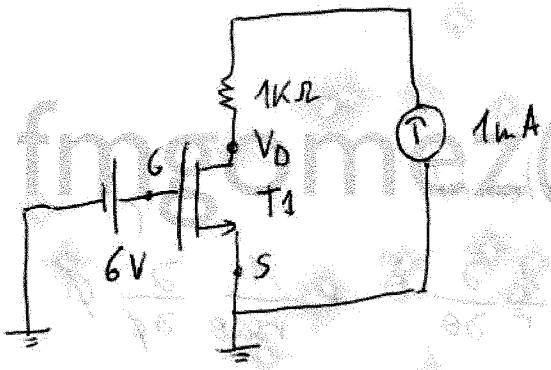


$V_{BC} = V_B - V_C < -4.4\,V$

$V_{BE} < 0.6\,V$

Se cumplen las condiciones

Z)



$V_T = 1V$ $\quad$ $\left.\begin{array}{l} V_S = 0 \\ V_G = 6V \end{array}\right\}$ $V_{GS} = 6V$

$K = 2\,mA/V^2$

La corriente que circula por el MOSFET es de 1mA, según indica la fuente de corriente. Por tanto, conocemos I_D.

Supongo saturación: $I_D = \overset{=2}{\frac{K}{2}} (\underset{6V}{V_{GS}} - \underset{1V}{V_T})^2 = 25\,mA \leftarrow$ No son 1mA

Supongo lineal:

$$\underset{1mA}{I_D} = \overset{2\,mA/V^2}{\frac{K}{2}} [\, 2 (\underbrace{V_{GS} - V_T}_{5V}) \cdot V_{DS} - V_{DS}^2 \,]$$

$$V_{DS} = V_D - \overset{0}{V_S} = \underline{V_D}$$

Tengo que resolver $1 = \frac{2}{2} [\, 2 \cdot 5 \cdot V_D - V_D^2 \,]$

$$V_D^2 - 10 V_D + 1 = 0 \; ; \; V_D = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4}}{2} = \begin{cases} 9.899\,V \\ 0.101\,V \end{cases}$$

De las dos soluciones, una es absurda. En lineal $V_{GS} > V_T \rightarrow 6 > 1$

$V_{DS} < V_{GS} - V_T \rightarrow \underline{0.101 < 5}$

$\rightarrow 9.899 < 5$ No

$$\boxed{V_D = 0.101\,V}$$

3.-

a) $\vec{E} = -\nabla V$

Hay que aplicar $-\nabla$ al potencial.

En esféricas ∇: $\frac{\partial}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial \theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r\,\text{sen}\,\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\hat{\phi}$

$r \leq R_1$; $\vec{E} = -\nabla V$; Dado que el potencial es constante (no tiene r, θ, ni ϕ), la derivada vale cero

$r \geq R_2$; Por las mismas razones, la derivada es cero.

$R_1 < r < R_2$; En esta región $\vec{E}$ depende de r. No de θ y ϕ.

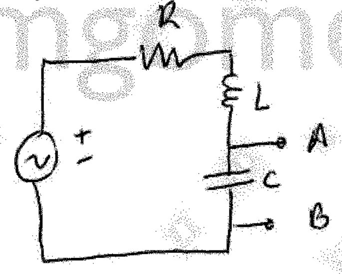
$$\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \underbrace{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}}_{\text{constante}}\right]\hat{r} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r^2}\right]\hat{r}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} 0 & ; \ r \leq R_1 \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} & ; \ R_1 < r < R_2 \\ 0 & ; \ r \geq R_2 \end{cases}$$

b) La capacidad es $C = \frac{Q}{\Delta V}$. ΔV es la diferencia de potencial entre las placas del condensador: $\Delta V = V(R_1) - V(R_2)$

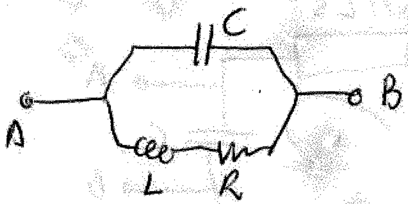
$$C = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2} - 0}$$; simplificando $$\boxed{C = \frac{1}{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R_2}}}$$

4.- Equivalente de Thevenin



Impedancia de Thevenin:

- Anulo las fuentes
- Veo la impedancia entre A y B



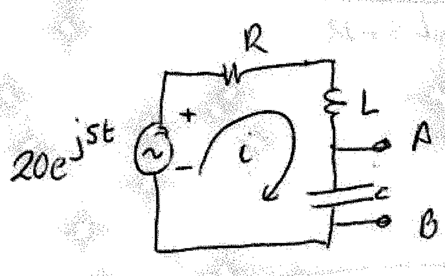
$$Z_{Th}^{-1} = \frac{1}{R+sL} + \frac{1}{1/sC} = \frac{1+sRC+s^2LC}{R+sL}$$

$$\boxed{Z_{Th} = \frac{R+sL}{1+sRC+s^2LC}}$$

Sustituimos valores, dejando s

$$Z_{Th} = \frac{10^3+10^4 s}{1+0.004s+0.04s^2}$$

Tensión Thevenin: la caida de tensión entre A y B.



$$20e^{j5t} = Ri + Lsi + \frac{1}{Cs}i$$

$$i = \frac{20e^{j5t}}{R+Ls+\frac{1}{Cs}}$$

$$v_{AB} = \frac{1}{Cs}\cdot i = \frac{1}{Cs}\cdot\frac{20e^{j5t}}{R+Ls+\frac{1}{Cs}} = *$$

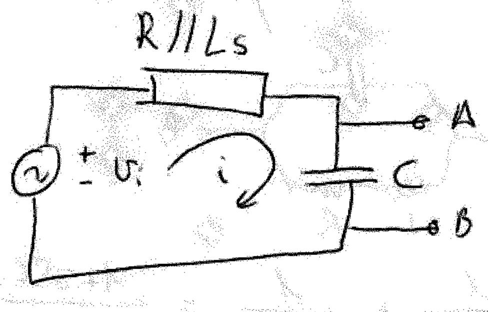
$$* = \frac{20e^{j5t}}{RCs+LCs^2+1} = \frac{20e^{j5t}}{4\cdot10^{-3}j\omega+4\cdot10^{-2}(j\omega)^2+1}$$

Pasando a forma polar el denominador, y teniendo en cuenta que $\omega = 5$ rad/s

$$\frac{20e^{j5t}}{2\cdot10^{-2}j+j^2+1} = \frac{20}{2\cdot10^{-2}}\frac{e^{j5t}}{e^{j\pi/2}} = 10^3 e^{j(5t-\pi/2)} \; ; \; v_{AB}(t) = 1000\cos(5t-\pi/2)\,V$$

5.- $T(s) = \dfrac{V_0(s)}{V_i(s)}$

$$V_0(s) = V_A - V_B = \frac{1}{Cs} \cdot i$$



$R \| Ls$:

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{Ls} = \frac{Ls+R}{RLs}$$

$$Z_{eq} = \frac{RLs}{Ls+R}$$

$$V_i(s) = \frac{1}{Cs} \cdot i + \frac{RLs}{Ls+R}\, i \; ; \quad i = \frac{V_i(s)}{\frac{1}{Cs} + \frac{RLs}{Ls+R}}$$

$$V_0(s) = \frac{1}{Cs} \cdot \frac{V_i(s)}{\frac{1}{Cs} + \frac{RLs}{Ls+R}} = \frac{V_i(s)}{1 + \frac{RLCs^2}{Ls+R}}$$

$$V_0(s) = \frac{(Ls+R)\,V_i(s)}{RLCs^2 + Ls + R}$$

$$\boxed{T(s) = \frac{Ls+R}{RLCs^2+Ls+R} = \frac{4s + 4 \cdot 10^3}{0.016 s^2 + 4s + 4 \cdot 10^3}}$$

b) Factorizo

$$4s + 4\cdot 10^3 = 0$$

$$\boxed{s = -10^3}$$

$$0.016s^2 + 4s + 4\cdot 10^3 = 0$$

$$s = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4\cdot 0.016\cdot 4\cdot 10^3}}{2\cdot 0.016} =$$ Soluciones complejas

No se factoriza

Por tanto

$$T(s) = \frac{4(s+10^3)}{0.016s^2 + 4s + 4\cdot 10^3}$$

Ahora hacemos que el término independiente sea ~~uno~~

$$T(s) = \frac{\cancel{4\cdot 10^3}\left(\frac{s}{10^3} + 1\right)}{\cancel{4\cdot 10^3}\left[4\cdot 10^{-6}s^2 + 10^{-3}s + 1\right]}$$

Ahora $s = j\omega$ y calculamos módulo y fase

$$T(\omega) = \frac{1 + \frac{j\omega}{10^3}}{1 - 4\cdot 10^{-6}\omega^2 + 10^{-3}j\omega}; \qquad |T(\omega)| = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2}}{\sqrt{(1 - 4\cdot 10^{-6}\omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2}}$$

$$\arg T = \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{10^3}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{10^{-3}\omega}{1 - 4\cdot 10^{-6}\omega^2}\right)$$

Diagrama de Bode de amplitud

$$20\log|T| = \underbrace{20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2}}_{1} \underbrace{- 20\log\sqrt{(1-4\cdot10^{-6}\omega^2)^2+\left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2}}_{2}$$

1 Para $\omega \to 0$ $\quad 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2} \approx 20\log 1 = 0$

Para $\omega \to \infty$ $\quad 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2} \approx 20\log\sqrt{\left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2} = 20\log\omega - 20\log 10^3$

2 Para $\omega \to 0$ $\quad -20\log\sqrt{(1-4\cdot10^{-6}\omega^2)^2+\left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2} \approx -20\log 1 = 0$

Para $\omega \to \infty$ $\quad -20\log\sqrt{(1-4\cdot10^{-6}\omega^2)^2+\left(\frac{\omega}{10^3}\right)^2} \approx -20\log\sqrt{(4\cdot10^{-6}\omega^2)^2} =$

$= -20\log 4\cdot10^{-6} - 40\log\omega$

Si $-20\log(4\cdot10^{-6}) - 40\log\omega = 0 \to \omega = 500$ rad/s

punto de corte de la recta con el eje X

Dibujo en otra página

Diagrama de Bode de fase

$$\arg T = \underbrace{\mathrm{arctg}\left(\frac{\omega}{10^3}\right)}_{1} \underbrace{- \mathrm{arctg}\left(\frac{10^{-3}\omega}{1-4\cdot10^{-6}\omega^2}\right)}_{2}$$

1) Para $\omega \to 0$ $\quad \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{10^3}\right) \approx 0$

Para $\omega \to \infty$ $\quad \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{10^3}\right) \approx \pi/2$

Para $\omega = 10^3$ $\quad \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega}{10^3}\right) = \pi/4$

2) Para $\omega \to 0$ $\quad \operatorname{arctg}\left(\frac{10^{-3}\omega}{1-4\cdot 10^{-6}\omega^2}\right) \approx 0$

Para $\omega \to \infty$ $\quad \operatorname{arctg}\left(\frac{10^{-3}\omega}{1-4\cdot 10^{-6}\omega^2}\right) \approx \pi$

(El denominador, que es la parte real, es negativo)

Para $\omega \to 500$ $\quad \operatorname{arctg}\left(\frac{10^{-3}\omega}{1-4\cdot 10^{-6}\omega^2}\right) \approx \operatorname{arctg} \infty = \pi/4$

Dibujo en otra página

c) Si $v_i(t) = 10\cos(10t) + 10\cos(10^4 t)$

→ Para la entrada $10\cos(10t)$ tenemos $\omega = 10$ rad/s, $|v_i| = 10$; $\arg v_i = 10t$

$$|T| = \frac{|v_o|}{|v_i|} \to |v_o| = \underbrace{|T(\omega=10)|}_{\frac{\sqrt{1+\left(\frac{10}{10^3}\right)^2}}{\sqrt{\left(1-4\cdot 10^{-6}\cdot 10^2\right)^2+\left(\frac{10}{10^3}\right)^2}} \approx 1} \underbrace{|v_i|}_{10} = 10$$

$$\arg|T| = \arg v_o - \arg v_i; \ \arg v_o = \underbrace{\arg |T|_{\omega=10}}_{\operatorname{arctg}\left(\frac{10}{10^3}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{10^{-3}\cdot 10}{1-4\cdot 10^{-6}\cdot 10^2}\right) \approx 0} + \arg(v_i) \approx 10t$$

→ Para la entrada $10\cos(10^4 t)$ tenemos $\omega = 10^4$ rad/s ; $|v_i| = 10$; $\arg v_i = 10^4 t$

$$|v_o| = \underbrace{|T(\omega = 10^4)|}\cdot \underbrace{|v_i|}_{10} = 0.25$$

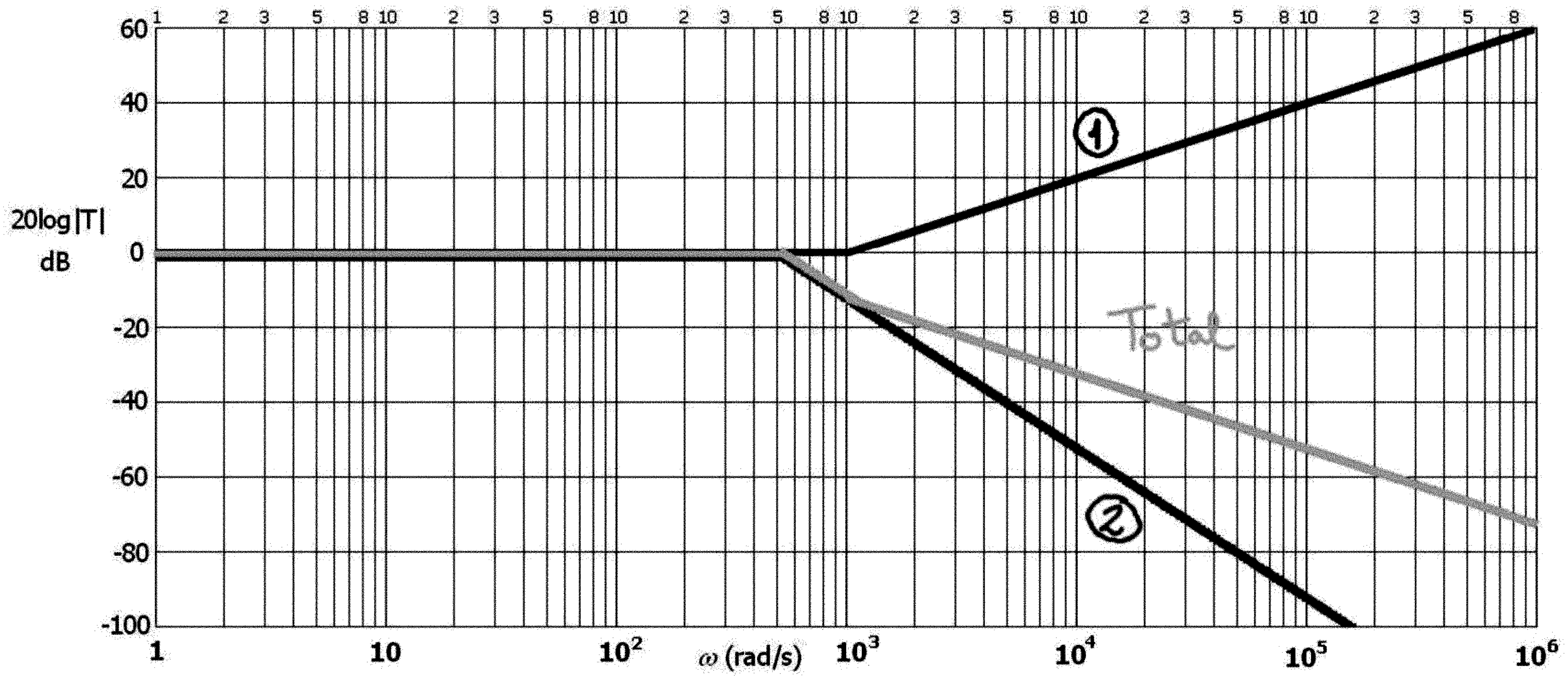
$$\frac{\sqrt{1+\left(\frac{10^4}{10^3}\right)^2}}{\sqrt{\left[1-4\cdot 10^{-6}\cdot (10^4)^2\right]^2+\left(\frac{10^4}{10^3}\right)^2}} \simeq 0.025$$

$$\arg v_o = \underbrace{\arg T} + \underbrace{\arg v_i}_{10^4 t}$$

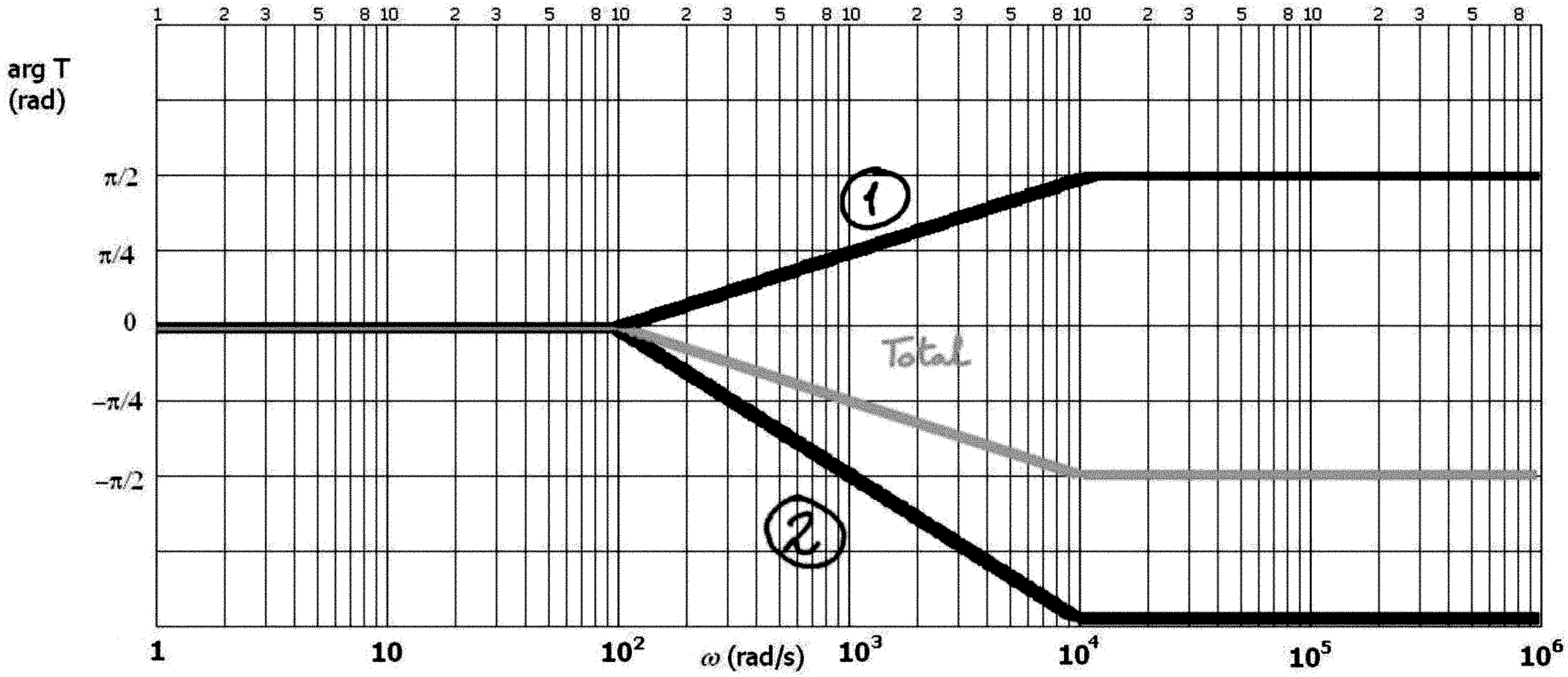
$$\operatorname{arctg}\left(\frac{10^4}{10^3}\right) - \operatorname{arctg}\left[\frac{10^{-3}\cdot 10^4}{1-4\cdot 10^{-6}\cdot (10^4)^2}\right] \simeq \pi/2$$

Recopilando los datos:

$$v_o(t) = \left[10\cos(10t) + 0.25\cos(10^4 t + \pi/2)\right] \text{V}$$



20log|T|
dB
60
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
1
10
10^2
10^3
10^4
10^5
10^6
ω (rad/s)
1
2
Total


arg T
(rad)
π/2
π/4
0
−π/4
−π/2
1
10
10²
10³
10⁴
10⁵
10⁶
ω (rad/s)
1
2
Total