



Teoría de Algoritmos

Curso 2006–07. Convocatoria ordinaria de febrero

I.T.I. Gestión — I.T.I. Sistemas

Febrero de 2006

1. (1,5 pt) Dada una matriz cuadrada de enteros de dimensión $n \times n$, se desea encontrar el máximo y mínimo de la misma.

- a) Diseñar un algoritmo basado en la técnica “Divide y Vencerás” para resolver este problema.
- b) Calcular la eficiencia del algoritmo en el peor caso.

Suponer que n es potencia de algún número entero conveniente.

2. (2 pt) La FIFA desea automatizar el sistema de designación de árbitros para los partidos de cada fase de la segunda ronda del Campeonato Mundial. En una fase se tienen n selecciones (con n un número par) y m árbitros (con $m \geq n/2$) para $n/2$ partidos. Cada país i determina el nivel de confianza que tiene sobre cada árbitro j , $c_{i,j}$. Este nivel de confianza es un número entero estrictamente mayor que 0, ($c_{i,j} > 0$) salvo cuando un árbitro pertenece a dicho país, en cuyo caso es justamente 0. El nivel de confianza total para una fase es la suma de los niveles de confianza de cada país con el árbitro que dirige su partido. Dados los $n/2$ enfrentamientos ($n/2$ de pares de países), se desea encontrar una asignación de un árbitro a cada par de forma que se maximice el nivel de confianza total y que ningún árbitro dirija un partido de la selección de su país. Emplear para ello la técnica “Branch & Bound”.

3. (1,5 pt) Se tiene un conjunto de n cajas con alturas h_1, h_2, \dots, h_n , para apilar. El costo de acceder a una de ellas, después de apiladas es igual a la altura a la que se encuentre dentro de la pila. Se quiere encontrar la forma de apilarlas que minimice el costo promedio de acceso al conjunto de cajas (todas las cajas tienen la misma probabilidad de ser accedidas).

- a) Diseñar un algoritmo voraz que solucione este problema.
- b) Considérese ahora que la probabilidad de acceso a la caja i -ésima está dada por el valor p_i . ¿Funciona la estrategia planeada en el punto a)? Justificar la respuesta.

4. (2 pt) Maximización de ganancias. Se trata de mover un peón de ajedrez desde la fila inferior del tablero hasta la fila superior consiguiendo el máximo beneficio. El recorrido se realizará observando las siguientes reglas:

- El peón podrá comenzar en cualquier casilla de la fila inferior.



- En cada movimiento avanzará una única fila pudiendo situarse (dentro de la fila inmediatamente superior) en la misma columna en la que está, la columna inmediatamente a la izquierda de ésta (si existe) o la columna inmediatamente a la derecha (si existe).
- Por cada movimiento (pasar de la casilla x a la y) se consigue un pago $p(x, y)$, que no necesariamente será positivo.
- El beneficio total será la suma de los pagos conseguidos en cada movimiento realizado.

Se desea encontrar el recorrido que partiendo de una casilla (cualquiera) de la fila más baja llegue a la fila más alta (a cualquier casilla) pero obteniendo el máximo beneficio acumulado. Para ello se ha de diseñar un algoritmo basado en Programación Dinámica.

Duración del examen: 2 horas y 30 minutos.