

מטלת מנחה (ממ"ן) 13

הקורס: 20365 - חישוביות ומבוא לסיבוכיות

חומר הלימוד למטלה: פרקים 4-5

מספר השאלות: 7 משקל המטלה: 5 נקודות

סמסטר: 2006א מועד אחרון להגשה: 6 בינוי 06

אנא שימו לב:

מלאו בדיוקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.
העתיקו את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

שאלה 1 (20%)

א. הראו ש- $\overline{K} \leq_m \text{TOT}$.

הדרכה: אם תכנית לא עוצרת על קלט נתון, אז לכל מספר של צעדי ריצה היא לא עוצרת עליו.

ב. הראו ש- $\overline{K} \leq_m \overline{\text{TOT}}$.

שאלה 2 (15%)

עיינו במשפט Rice (משפט 4.7.1).

א. הראו שמן המשפט נובע שלפחות אחת מן הקבוצות R_T , $\overline{R_T}$ איננה נל"ר.

ב. הציעו דרך לקבוע איזו משתי הקבוצות הללו בוודאי איננה נל"ר.

ג. האם ייתכן ששתיהן אינן נל"ר? הוכיחו.

שאלה 3 (20%)

ביחס לכל אחת מן הקבוצות הבאות, קבעו האם אפשר להוכיח שהיא לא רקורסיבית בעזרת

משפט Rice (משפט 4.7.1) או לא.

אם קבעתם שאפשר, כתבו את ההוכחה. אם קבעתם שאי אפשר, הסבירו למה אי אפשר.

א. $A = \{n \in \mathbb{N} \mid |W_n| = 5\}$

ב. $B = \{n \in \mathbb{N} \mid \text{כשהתכנית שמספרה } n \text{ רצה על } 0, \text{ היא עוצרת בשורה המאה}\}$

ג. $C = \{n \in \mathbb{N} \mid \text{יש קלט } x \text{ שעליו התכנית שמספרה } n \text{ עוצרת בתוך } x \text{ צעדים}\}$

ד. $D = \{n \in \mathbb{N} \mid \text{יש מספר טבעי } m \text{ קטן מ-} n \text{ כך ש- } W_m = W_n\}$

שאלה 4 (10%)

הוכיחו שיש מספר טבעי e כך ש- $W_e = \{n \in N \mid e \mid n\}$. (זוהי קבוצת המספרים הטבעיים ש- e מחלק).

שאלה 5 (10%)

הוכיחו בעזרת משפט הרקורסיה שהקבוצה TOT איננה רקורסיבית.

שאלה 6 (10%)

א. הוכיחו שהפונקציה $Length(x, n)$, שמחזירה את האורך של הייצוג של המספר x בבסיס n , היא פונקציה פרימיטיבית רקורסיבית.
(פונקציה זו שונה מהפונקציה $|x|$ בכך ש- n הוא פרמטר של הפונקציה).
ב. הוכיחו שהפונקציה $UPCHANGE_{n,l}$ היא פונקציה פרימיטיבית רקורסיבית.
(היעזרו במה שהוכחתם בסעיף א).

שאלה 7 (15%)

א. תרגיל 5.2.6 בספר (עמוד 126).
ב. תרגיל 5.2.8 בספר (עמוד 126).
ג. כתבו תכנית Post-Turing המחשבת באופן קפדני את הפונקציה $g(u)$ של סעיף ב', מעל האלפבית $\{s_1, s_2\}$.
הסבירו היטב את התכניות שכתבתם.