

# מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20365 - חישוביות ומבוא לסיבוכיות

חומר הלימוד למטלה: פרקים 6-7

מספר השאלות: 8 משקל המטלה: 6 נקודות

שם: 2006א מועד אחרון להגשה: 27 בינוי 06

אנא שימו לב:

מלאו בדייקנות את הטופס המלווה לממ"ן בהתאם לדוגמה שלפני המטלות.  
העתיקו את מספר הקורס ומספר המטלה הרשומים לעיל.

## שאלה 1 (12%)

א. בנו מכונת טיורינג מעל האלפבית  $\{a, b\}$ , שתחשב באופן קפדני את הפונקציה  $f(w)$ , שלכל מילת קלט  $w$ , מחזירה את המילה המתקבלת מ- $w$  על-ידי מחיקת כל ה- $b$ -ים.

$$\text{דוגמאות: } f(a) = a; f(baab) = aa; f(bbb) = 0$$

ב. בנו מכונת טיורינג מעל האלפבית  $\{1\}$ , שתחשב באופן קפדני את הפונקציה  $g(x, y) = x + y$ .  
בשני הסעיפים כתבו את הרביעיות של המכונה, והסבירו היטב את אופן פעולתה.

## שאלה 2 (10%)

א. תרגיל 6.3.4 בספר (עמוד 157).

ב. תרגיל 6.3.5 בספר (עמוד 157).

## שאלה 3 (18%)

א. הוכיחו בעזרת רדוקציה של בעיית העצירה של מכונות טיורינג שלא קיים אלגוריתם המכריע לכל מכונת טיורינג  $M$ , האם  $M$  לא עוצרת על מספר אינסופי של מילות קלט.

ב. הוכיחו בעזרת רדוקציה של בעיית העצירה של מכונות טיורינג שלא קיים אלגוריתם המכריע לכל שתי מכונות טיורינג  $M_1$  ו- $M_2$  האם  $M_1$  מקבלות אותה השפה. (כלומר, האם קבוצת המילים ש- $M_1$  עוצרת עליהן שווה לקבוצת המילים ש- $M_2$  עוצרת עליהן).

#### שאלה 4 (28%)

נגדיר מודל חדש של מכונות טיורינג: **מכונות טיורינג מאמינות**.

מכונת טיורינג מאמינה **איננה עוצרת על אף קלט**. למכונה זו יש שני סרטים, סרט אחד כמו במכונה רגילה, וסרט שני המיועד לכתיבה בלבד. על הסרט השני המכונה יכולה לכתוב ולנוע ימינה בלבד. כלומר, אפשר לכתוב פעם אחת בלבד על כל ריבוע של סרט זה. מיד לאחר הכתיבה הראש הכותב זו ימינה. בסרט הכתיבה ניתן לכתוב בכל ריבוע 'Y' (עבור 'Yes') או 'N' (עבור 'No'). האות שכתובה בכל רגע של החישוב בריבוע הימני ביותר של סרט הכתיבה מציינת מה המכונה "מאמינה" ברגע זה ביחס למילת הקלט  $w$ , האם היא "מאמינה" ש- $w$  תתקבל, או שהיא "מאמינה" ש- $w$  לא תתקבל. מכונה כזו יכולה "לשנות את דעתה" ביחס לקבלה של מילת קלט  $w$ .

נאמר שמילה  $w$  **מתקבלת** על-ידי מכונה כזו, אם יש נקודה כלשהי שממנה והלאה  $M$  מדפיסה רק 'Y' על סרט הכתיבה. נאמר שמילה  $w$  **נדחית** על-ידי  $M$ , אם יש נקודה כלשהי שממנה והלאה  $M$  מדפיסה רק 'N' על סרט הכתיבה. אם לא קורה אף אחד מן המקרים האלה (כלומר,  $M$  "משנה את דעתה" אינסוף פעמים), נאמר שהתנהגותה של  $M$  על  $w$  **איננה מוגדרת**.

נאמר ש- $M$  **מכריעה** ביחס לשייכות לשפה נתונה  $L$ , אם  $M$  מקבלת כל  $w$  ב- $L$ , ודוחה כל  $w$  שאיננה ב- $L$  (ואין מילים שעליהם התנהגותה של  $M$  איננה מוגדרת).

א. הוכיחו שלכל **שפה נל"ר**  $L$ , יש מכונת טיורינג מאמינה **שמכריעה** ביחס לשייכות ל- $L$ .

ב. תנו דוגמה לשפה  $L$  **שאיננה נל"ר** שיש מכונת טיורינג מאמינה **שמכריעה** ביחס לשייכות ל- $L$ .

ג. הסבירו היטב מדוע מה שהראיתם בסעיפים הקודמים לא סותר את התזה של צ'רץ'.

ד. הוכיחו שגם במודל הזה **יש שפות שאינן ניתנות להכרעה**.

**הדרכה:** ליכסון.

#### שאלה 5 (8%)

בנו מכונת טיורינג **לא דטרמיניסטית** שמקבלת את השפה  $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$ .

בבניית המכונה עליכם להיעזר באי-דטרמיניזם באופן שיקל את החישוב של המכונה.

כתבו את הרביעיות של המכונה, והסבירו היטב את אופן פעולתה.

#### שאלה 6 (8%)

בנו תהליך semi-Thue  $\Pi$  מעל  $\{\#, \$, 1\}$  כך ש-  $\#1^{[m]}\# \xRightarrow{\Pi}^* \#1^{[n]}\#$  אם ורק אם  $k \geq 0, m = 2^k n$ .

**שאלה 7 (8%)**

נתון דקדוק  $G$ .

הסבירו כיצד אפשר לבנות דקדוק  $G'$  כך ש-  $L(G') = (L(G))^R$ .  
( $(L(G))^R$  היא שפת כל המלים המתקבלות ממלים ב-  $L(G)$  על-ידי היפוך סדר הסמלים במילה).

**שאלה 8 (8%)**

תרגיל 7.5.4 בספר (עמוד 191).

בסעיף (b) אין צורך לכתוב הוכחה פורמלית. די להסביר במלים פשוטות ובהירות מדוע הטענה נכונה.

