UMB-010–Matematika

Zkouškový test - Ukázka

datum:

Jméno (čitelně), dopište na každou stranu:

U všech úloh uveďte postup řešení. V opačném případě nemůže být udělen plný počet bodů. Není dovoleno používat kalkulačky.

---

1. Je dána funkce $f(x) = \dfrac{2x}{x^2-1}$.
   (a) Určete definičné obod $D(f)$ funkce f.
   (b) Vypočítejte limity v krajních bodech $D(f)$.
   (c) Vypočtěte 1. derivaci funkce f.
   (d) Podle znaménka 1. derivace rozhodněte o oblastech, kde je funkce f rostoucí, klesající a o lokálních extrémech funkce f.
   (e) Vypočítejte funkční hodnoty v bodech lokálních extrémů a, je-li možno, průsečíky funkce f s osami.
   (f) Nakreslete graf funkce f.
2. Vypočtěte limity. Pokud některá z limit neexistuje, vypočítejnte příslušné limity jednostranné:
$$\lim_{x\to-\infty} \frac{-6+5x-x^2}{x^2-3x+2}\,, \quad \lim_{x\to 2} \frac{-6+5x-x^2}{x^2-3x+2}\,.$$
3. Určete definiční obor funkce $f(x) = \ln\sqrt{1-\sin(x)}$ a funkci zderivujte.
4. Jsou dány matice
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$
   Zjistěte, zda jsou tyto matice regulární (determinant různý od nuly) nebo singulární (determinant roven nule) a vypočítejte $C = AB + A^T$.
5. (a) Nakreslete graf funkce, která je definovaná na intervalu $[-1,1]$, je spojitá v bodě $x = 0$, derivace zprava v tomto bodě je kladná, derivace zleva je zde záporná. V grafu vyznačte i průsečíky s osami (pokud existují).
   (b) Nakreslete graf funkce, která je definovaná na intervalu $[-1,1]$ a má v bodě $x = 0$ derivaci rovnu 1. V grafu vyznačte i průsečíky s osami (pokud existují).
   (c) Nakreslete graf funkce $f(x) = 1 - \dfrac{1}{x+1}$. V grafu vyznačte i průsečíky s osami (pokud existují).
6. Vypočítejte Gaussovou eliminační metodou řešení soustavy rovnic
$$\begin{array}{rrrrcr} 3x_1 & +3x_2 & +x_3 & -2x_4 & = & 3 \\ 3x_1 & +3x_2 & & -3x_4 & = & 0 \\ -4x_1 & -4x_2 & -2x_3 & +2x_4 & = & -6 \\ x_1 & +x_2 & +x_3 & & = & 3 \end{array}$$