



Exercise ۱. آزمون فرضیه صفر برای میانگین جامعه

آزمون فرضیه مربوط به میانگین جامعه را در حالت های ۳ و ۴ همراه با یک مثال بنویسید.
میدانیم که :

۱. حالت ۳ : هرگاه مشاهدات از توزیع نرمال با واریانس معلوم بدست آمده باشند، آنگاه

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$$

۲. حالت ۴ : هرگاه مشاهدات از توزیع نرمال با واریانس مجهول بدست آمده باشند، آنگاه

$$\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

Solution.

۱. یک شرکت تولیدی لامپ های ال ای دی ادعا می کند که دارای روشنایی متوسط ۸۰۰ لومن است. انحراف معیار آن ۵۰ لومن است. یکی از مهندس های این شرکت مدعی شده است که لامپ های جدید این شرکت روشنایی متوسط ۸۰۰ ندارند. یک تحقیق گر برای بررسی این ادعا، یک نمونه ۶۲ عددی از لامپ های تولید شده را انتخاب کرده و روشنایی هر کدام را اندازه گیری کرده است. میانگین روشنایی این نمونه ۷۲۸ لومن است. آیا ادعای شرکت درباره روشنایی متوسط لامپ های تولید شده توسط این شرکت را در سطح $\alpha = 0.06$ قبول می کنید؟

$$n = 62, \sigma = 50, \bar{X} = 728,$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 800 \\ H_1 : \mu \neq 800 \end{cases}, \alpha = 0.06 \Rightarrow Z_{0.03} = 1.88.$$

$$R = \left\{ \left| \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right| > Z_{\frac{\alpha}{2}} \right\} \Rightarrow \left| \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right| = \left| \frac{728 - 800}{50/\sqrt{62}} \right| = 11.3386 > 1.88.$$

شرایط ناحیه رد فرض صفر برقرار می باشد. این بدین معنا است که دلیلی بر پذیرش فرض صفر وجود ندارد.
تفسیر: نظر این مهندس تایید شده و فرایند تولید بازنگری میشود.

۲. یک شرکت داروسازی ادعا می کند که داروی تسکین درد جدیدش میانگین زمان بهبودی از سرماخوردگی را به ۴ روز کاهش می دهد. سازمان نظارت و کنترل کیفیت از سوی دولت مدعی شده است که این دارو میانگین زمان بهبودی ۴ روز را ندارد. برای بررسی این ادعا، یک تحقیق گر یک نمونه تصادفی از ۵۰ نفر که از دارو استفاده کرده اند را انتخاب می کند و تعداد روزهایی که برای هر فرد بهبودی طول کشیده را ثبت می کند. با انحراف معیار نمونه ۰.۶ روز. میانگین نمونه زمان بهبودی به ۴.۳ روز یافت می شود، با سطح آزمون $\alpha = 0.05$ ، آیا می توانیم نتیجه بگیریم که این دارو واقعاً میانگین زمان بهبودی از سرماخوردگی را به ۴ روز کاهش می دهد؟

$$n = 50, S = 0.6, \bar{X} = 4.3,$$

$$\begin{cases} H_0 : \mu = 4 \\ H_1 : \mu \neq 4 \end{cases}, \alpha = 0.05 \Rightarrow Z_{0.025} = 1.96.$$

$$R = \left\{ \left| \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \right| > Z_{\frac{\alpha}{2}} \right\} \Rightarrow \left| \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \right| = \left| \frac{4.3 - 4}{0.6/\sqrt{50}} \right| = 2.3570 > 1.96.$$

شرایط ناحیه رد فرض صفر برقرار می باشد. این بدین معنا است که دلیلی بر پذیرش فرض صفر وجود ندارد.
تفسیر: نظر این سازمان تایید میشود. شرکت مجبور است تبلیغات مبتنی بر کمتر از ۴ روز بودن زمان بهبودی را متوقف کند.