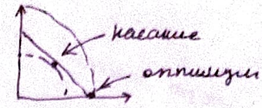
Выбор потребителя:

$$\begin{cases} U(x_1, x_2) \to \max\limits_{x_1, x_2} \\ p_1x_1 + p_2x_2 \le I \end{cases}$$

"невып." предп.



=> Кун. Так.

Необх. усл. опт. во вн. т. — касание кр. б. и б. л. (дост. для вып., мон. пр.)

В т. касания MRS потр. совп. с MRS рынка

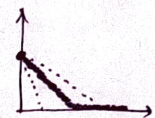
$$\frac{MU_1}{MU_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

В случае квазимон. предпочт. б.о. выполняется как равенство

Потребительский спрос:

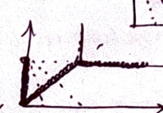
$x_i(p_i, p_{-i}, m)$

1) сов. суб.: $x_1^* = \begin{cases} 0, & p_1 > p_2 \\ p_1x_1 + p_2x_2 = m, & p_1 = p_2 \\ m/p_1, & p_1 < p_2 \end{cases}$

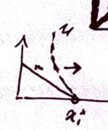


$x_2^* = \{ -''-$

2) сов. комп.: $x = x_1^* = x_2^* = \dfrac{m}{p_1 + p_2}$

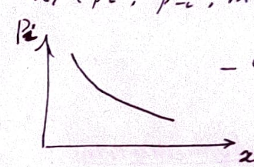


3) кр. благо: $x_1^* = m/p_1$, $x_2^* = 0$



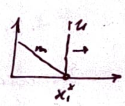
кр. спроса:

$x_i(p_i, \bar{p}_{-i}, \bar{m})$

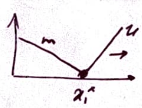


— об. благо

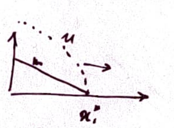
4) нейтр. благо: -''-



5) антиблаго: -''-



6) "невып." предпочт.: -''-



7) Кобба-Дугл.: $U(x_1; x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$ — всегда $\exists$ внутр. опт.

$$\begin{cases} x_1^* = \dfrac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot \dfrac{m}{p_1} \\ x_2^* = \dfrac{\beta}{\alpha+\beta} \cdot \dfrac{m}{p_2} \end{cases}$$

=> спрос — фикс. доля дохода

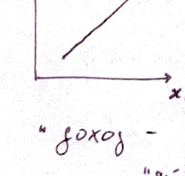
$$MRS_{xy} = \frac{\alpha x^{\alpha-1} y^\beta}{\beta x^\alpha y^{\beta-1}} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{y}{x} = \frac{p_x}{p_y}$$

1.1. Изменения потребления в зависимости от изм. дохода:

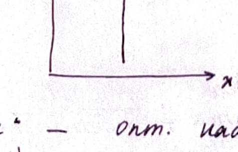
При прочих равных:
- если $\Delta x_1 / \Delta m > 0$, то x_1 — норм. благо
- если $\Delta x_1 / \Delta m = 0$, то x_1 — нейтр. (к доходу) благо
- если $\Delta x_1 / \Delta m < 0$, то x_1 — инфериорное (ненорм.) благо (тов. низш. кат.)

С изм. дохода товар может переходить из одной категории в другую

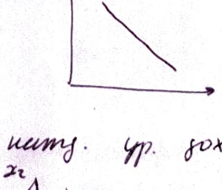
Кривая Энгеля — график спроса на товар от дохода при фикс. ценах:



— норм.

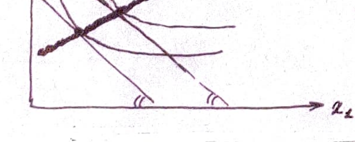


— нейтр.

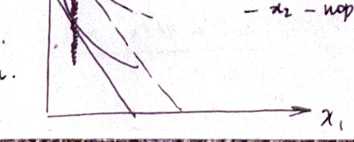


— инф.

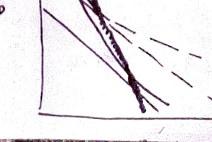
Кривая "доход - потребление" — опт. наборы для разл. ур. дохода:



— два норм. блага.



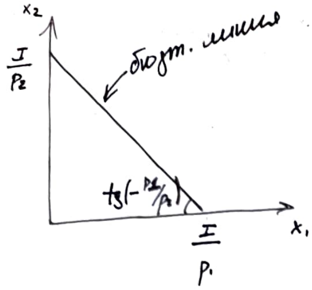
— x_1 — нейтр. благо
— x_2 — норм. благо



— x_1 — инф. благо
— x_2 — норм. благо

Микроэкономика

① Бюджетное мн-во



$$\begin{cases} p_1x_1 + p_2x_2 \le I \\ x_1, x_2, p_1, p_2 \ge 0 \end{cases}$$

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \quad \text{— б. л.}$$

1. Если потр. хочет изм. потр. на Δx_1, то $\Delta x_2 = -\frac{p_1}{p_2}\cdot\Delta x_1$.

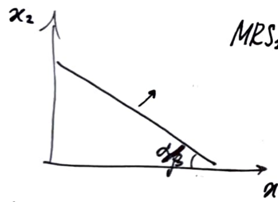
Предпочтения

$$\begin{cases} x \succsim y \\ y \succsim x \end{cases} \Rightarrow x \sim y$$

Аксиоматика:
1) а. полноты (сравнимости): $\forall x, y \in X$ $(x \succsim y) \vee (x \sim y) \vee (y \succsim x)$
2) а. рефлексивности: $x \succsim x$, $\forall x \in X$
3) а. транзитивности: $\forall x, y, z \in X$ $(x \succsim y) \wedge (y \succsim z) \Rightarrow (x \succsim z)$

$\Rightarrow$ рациональные предпочтения $\Rightarrow$ можно постр. U

I. Субституты:

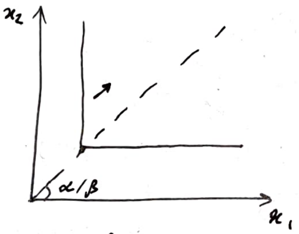


$MRS_{12} = MRS_{21}$

$tg\,\alpha/\beta$ — const пропорция обмена $= MRS_{12}$

$U(x_1,x_2) = \alpha x_1 + \beta x_2$; $MRS_{12} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{\alpha}{\beta}$

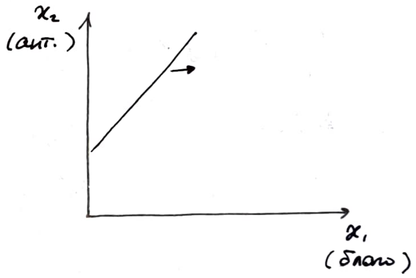
II. Комплементы:



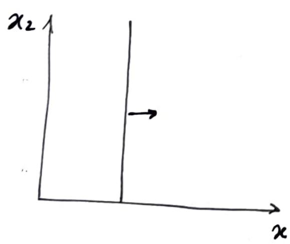
потр. вместе в const пропорции $tg\,\alpha$

$U(x_1, x_2) = \min\{\alpha x_1; \beta x_2\}$

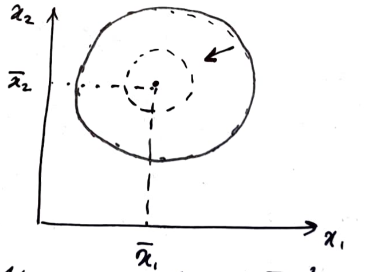
III. Антиблага (x_2):



IV. Безразл. благо (x_2):



V. Т. насыщения ($\bar{x}_1, \bar{x}_2$):



$$U(x_1,x_2) = -(x_1-\bar{x}_1)^2 - (x_2-\bar{x}_2)^2$$

Станд. предпочтения:
1) стр. монотонность $\forall x, y \in X$ $y_i > x_i \Rightarrow y \succ x$
2) выпуклость: $\forall x, y, z \in X$ $y \succsim x$, $z \succsim x$:

$$\alpha y + (1-\alpha) z \succsim x, \quad \alpha \in [0;1]$$

* в случае стр. вып. предп. $MRS_{12}\downarrow$ с $x_1\uparrow$

3) полнота + транзитивность

Квазилин. предпочтение: $U(x) = v(x_1) + x_2$

Ф. Кобба-Дугласа: $U(x) = A\cdot x_1^{\alpha} x_2^{\beta}$ $(\alpha+\beta=1)$

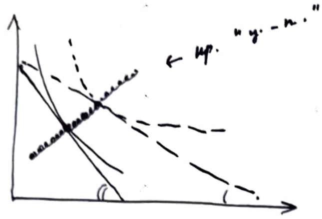
$$MU_1 = \frac{\Delta U}{\Delta x_1}\Big|_{\Delta x_2 = 0} = \frac{U(x_1+\Delta x_1, x_2) - U(x_1,x_2)}{\Delta x_1} \Rightarrow MRS_{12} = -\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{MU_1}{MU_2}$$

1.2. Изм. потребления в зависимости от изм. цены

Кривая "цена - потребление" - опт. наборы для разн. ур. цен

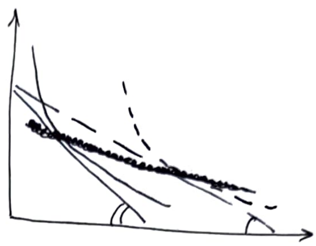
$\Delta x_1 / \Delta p_2 > 0$ - субституты

$\Delta x_1 / \Delta p_2 < 0$ - комплементы



— x_1 - обычный товар

$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} < 0$



— x_1 - товар Гиффена (низш. категории)

$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} > 0$

В случае выявл. предпочтений:

при p_1, p_2

Если $\begin{cases} p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq p_1 y_1 + p_2 y_2 \\ (x_1, x_2) \neq (y_1, y_2) \end{cases}$, то (x_1, x_2) прямо выявл. пр-ся (y_1, y_2)

Принцип выявл. предпочтений:

Пусть (x_1, x_2) выб. при p_1, p_2, (y_1, y_2) выб. при q_1, q_2,

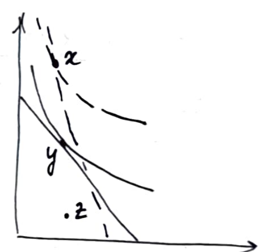
что $p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq p_1 y_1 + p_2 y_2$

Тогда $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$

Пусть $(y_1, y_2) \succ (z_1, z_2)$: $q_1 y_1 + q_2 y_2 \geq q_1 z_1 + q_2 z_2$

Известно, что $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$, $(y_1, y_2) \succ (z_1, z_2)$

тогда по а. тр-ти $(x_1, x_2) \succ (z_1, z_2) \Rightarrow (x_1, x_2)$ косв. выявл. предп. (z_1, z_2)

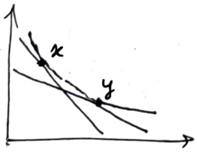


WARP (weak axiom of revealed preference): если (x_1, x_2) прямо выявл. предп-ся набору (y_1, y_2) и $(x_1, x_2) \neq (y_1, y_2)$, то не может быть так, что (y_1, y_2) прямо выявл. пр-ся (x_1, x_2)

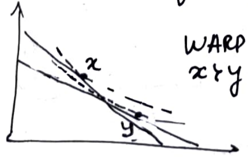
(т.е. если (x_1, x_2) покупается при p_1, p_2, а (y_1, y_2) при q_1, q_2, то, когда $p_1 x_1 + p_2 x_2 \geq p_1 y_1 + p_2 y_2$,

$q_1 x_1 + q_2 x_2 < q_1 y_1 + q_2 y_2$)

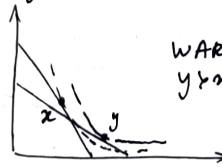
→ если x покупается при одних ценах, когда доступен y, то y не будет покупаться, когда доступен x.



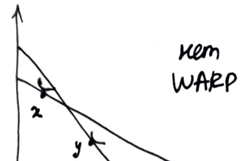
WARP $x \sim y$



WARP $x \succ y$



WARP $y \succ x$



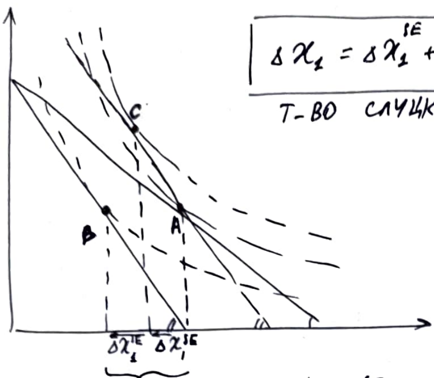
нет WARP

SARP - если (x_1, x_2) выявл. прямо/косв. пр-ся (y_1, y_2) и $(x_1, x_2) \neq (y_1, y_2)$, то (y_1, y_2) не может прямо/косв. выявл. пр-ся (x_1, x_2)

1.3 Эффекты изменения цены:

Для норм. блага:

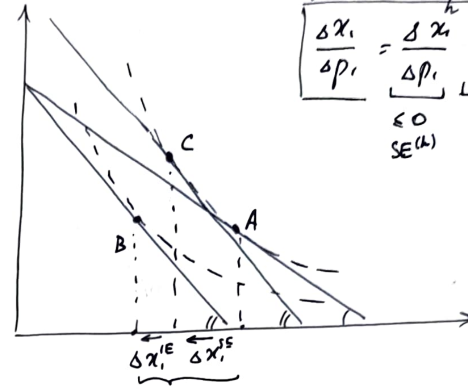
– по Слуцкому:



$$\boxed{\Delta X_1 = \Delta X_1^{SE} + \Delta X_2^{IE}}$$

Т-ВО СЛУЦКОГО

– по Хиксу:



$$\boxed{\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \underbrace{\frac{\Delta x_1^h}{\Delta p_1}}_{\substack{\le 0 \\ SE^{(h)}}} - \underbrace{\frac{\Delta x_1}{\Delta m}\cdot x_1^0}_{IE^{(h)}}}$$

* для ф. К.-Д. $|\Delta x_1^{SE}| = |\Delta x^{IE}|$

$\Delta x_1^{SE} = x_1(m^1, p_1^1, p_2) - x_1(m, p_1, p_2)$

$\Delta x_1^{IE} = x_1(m, p_1^1, p_2) - x_1(m^1, p_1^1, p_2)$

A: (x_1^*, x_2^*) опт. при $\{p_1, p_2\}$,
C: (x_1^h, x_2^h) опт. при $\{q_1, q_2\}$;
x^* не дост. при $\{q_1, q_2\}$,
x^h не дост. при $\{p_1, p_2\}$.

→ SE всегда ≤ 0 по т. выявл. предп. вследствие изм. спроса ⇅ изм. цены

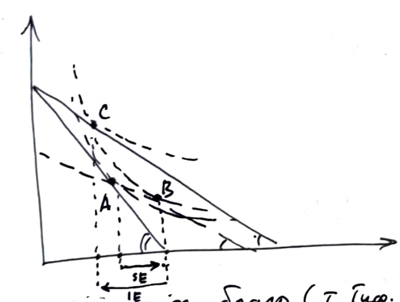
→ IE м.б. пол. / отр. / нулевым в з-ти от вида товара (норм. / инф. / нейтр.)

Ур-е Слуцкого:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_2^{SE}}{\Delta p_1} + \frac{\Delta x_1^{IE}}{\Delta p_1} \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \underbrace{\frac{\Delta x_1^{SE}}{\Delta p_1}}_{SE \le 0} - \underbrace{\frac{\Delta x_1^M}{\Delta m}\cdot x_1^0}_{IE}}$$

$\Delta x_1^{IE} = -\Delta x_2^M$

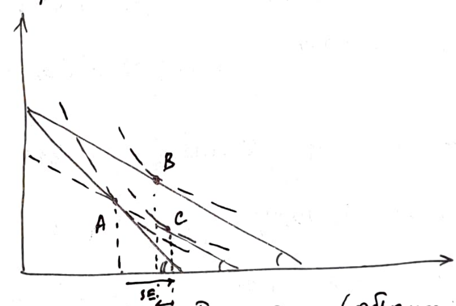
$\Delta m = \Delta p_1 \cdot x_1$



инфериорное благо (т. Гиф.)

$x_1^1 < x_1^0 < x_1^S$

$p_1^0 > p_1^1$



не товар Гиффена (обычное благо)

$x_1^0 < x_1^S < x_1^1$

$p_1^0 > p_1^1$

Обычное нейтральное благо: $\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \underbrace{\frac{\Delta x_1^S}{\Delta p_1}}_{SE \le 0} - \underbrace{\frac{\Delta x_1}{\Delta m}\cdot x_1}_{IE = 0}$

Обычное инф. благо: $\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \underbrace{\frac{\Delta x_1^S}{\Delta p_1}}_{SE \le 0} - \underbrace{\frac{\Delta x_1}{\Delta m}\cdot x_1}_{IE > 0}$ IE: [p_1 ↑ x_1 ↑]

Обычное благо: $\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \underbrace{\frac{\Delta x_1^S}{\Delta p_1}}_{SE \le 0} - \underbrace{\frac{\Delta x_1}{\Delta m}\cdot x_1}_{IE < 0}$ IE [p_1 ↑ x_1 ↓]

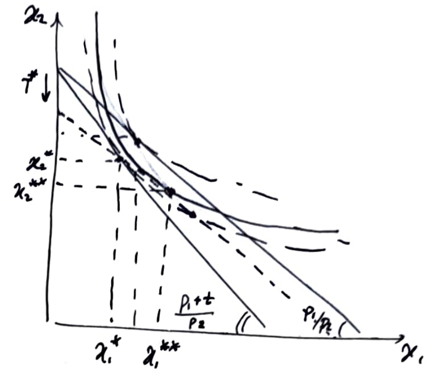
} $|IE| < |SE|$

Т. Гиффена (абсол. инф.): $\underbrace{\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1}}_{>0} = \underbrace{\frac{\Delta x_1^S}{\Delta p_1}}_{SE \le 0} - \underbrace{\frac{\Delta x_1}{\Delta m}\cdot x_1}_{IE > 0}$ } $|IE| > |SE|$

② Налоги. Субсидии

- потоварные $p + t \;/\; p - s$
- в % на стоимость $p(1+\tau) \;/\; p(1-s)$
- паушальный (аккордные) $T \,/\, S$ (не зав от объема)

Введение налога t:



$(p_1 + t)\, x_1 + p_2 x_2 \leq m$

(x_1^*, x_2^*) – опт. после введ. налога

$T = t \cdot x_1^*$ – доход от налогообл.

Введение подох. налога T^*:

$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m - T^*$, $T = t \cdot x_1^*$

$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m - t \cdot x_1^*$

$(p_1 + t)\, x_1^* + p_2 x_2^* = m$ $\Rightarrow$ (x_1^*, x_2^*) допуст. выбор, но не опт., т.к.

для (x_1^*, x_2^*) $MRS_{12} = \frac{p_1+t}{p_2}$, а наклон б.л. p_1/p_2

$\Rightarrow$ на б.л. опт. (x_1^{**}, x_2^{**})

$MRS_{12} = p_1/p_2 < p_1+t/p_2$

Вывод: в обоих случаях гос-во получает T^* (для гос-ва программы эквивалентны), с т.з. потребителя пауш. T предпочтительнее, т.к. x^{**} и x^* лежит на более высокой кр. безр.

Микроэкономика

$$MRS_{12} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{U'_{x_1}}{U'_{x_2}} \left[= \frac{p_1}{p_2} \right]$$

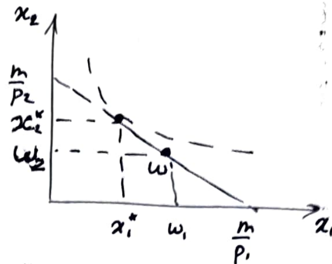
$$P_{p_0} = \frac{p_1' x_1' + p_2' x_2'}{p_1^0 x_1' + p_2^0 x_2'}$$ (Пааше)

$$P_{p_1} = \frac{p_1^1 x_1^0 + p_2^1 x_2^0}{p_1^0 x_1^0 + p_2^0 x_2^0}$$ (Ласпейреса)

$$\frac{m_1}{m_0} = \frac{p_1' x_1' + p_2' x_2'}{p_1^0 x_1^0 + p_2^0 x_2^0}$$ (инд. ном. дохода)

③ Экономика с начальным запасом
(Initial Endowment)

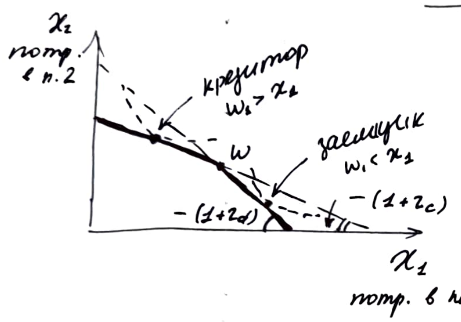
$$\begin{cases} \max \; U(x_1, x_2) \\ \cancel{p_1} x_1 + p_2 x_2 \le \underbrace{\cancel{p_1} w_1 + p_2 w_2}_{m} \end{cases}$$

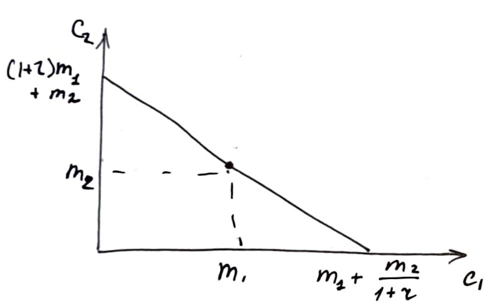


→ агент чистый продавец т. x_1, если $x_1^* < w_1$,
чистый покупатель т. x_2, если $x_2^* > w_2$.

Межвременной выбор:

r_d – ставка по депозитам
r_c – ставка по кредитам





$$r_d = r_c = r$$

$$c_2 = m_2 + (1+r)(m_1 - c_1)$$

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = m_1 + \frac{m_2}{1+r}$$

$$(1+r)c_1 + c_2 = (1+r)m_1 + m_2$$

Эф. зам-я Слуцкого :

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \underbrace{\frac{\Delta x_1^{SE}}{\Delta p_1}}_{SE} \underbrace{- x_1 \cdot \frac{\Delta x_1^{IE}}{\Delta m}}_{IE} \underbrace{+ w_1 \cdot \frac{\Delta x_1^{IE}}{\Delta m}}_{\text{эф. нач. запаса}}$$

Рынки активов:

$$p_2 c_2 = p_2 m_2 + (1+r)(m_1 - c_1)$$

$$c_2 = m_2 + \underbrace{\frac{1+r}{p_2}}(m_1 - c_1)$$

$$\frac{1+r}{1+\pi} = 1 + i \quad , \; i \approx r - \pi$$

Облигации: $PV = \frac{x}{1+r} + \ldots + \frac{x}{(1+r)^n}$

$$PV = \frac{1}{1+r}[x + PV] = \frac{x}{r}$$

Нормы дохода: $FV = p_1 x = p_1 \cdot \frac{1}{p_0} \Leftrightarrow 1 + r$
усл. отс. арб.

FV – future value
p_0, p_1 – цена актива
r – норма прибыли

$$p_0 = \frac{p_1}{1+r} \; ; \; r = \frac{p_t + p_{t+1}}{p_t}$$

Общ. норма дох. на капитал : $h = \frac{T+A}{p}$

T – дох. в виде ар. пл.
A – дох. на влож.

(5) Неопределенность

1) Асимметрия информации:

$w_2 \to \theta_2$ хор. работник

$w_1 \to \theta_1$ пл. работник

$V_i(w_i, \theta_i, e_i) = u_i(w_i) - c_i(\theta_i, e_i)$, θ_i – усилия, e_i – сигналы, w_i – работа

$e=0$

p – вероятность встретить хор. раб-ка:

$$p w_2 + (1-p) w_1 = \bar{w} < w_2$$

Условие самоотбора:

$$\begin{cases} u(w_1) - c(e_1, \theta_1) \geq u(w_2) - c(e_2, \theta_1) \\ u(w_2) - c(e_2, \theta_2) \geq u(w_1) - c(e_1, \theta_2) \end{cases}$$

(1-я строка: плох. ост. плох. — плох. пр. хор.)

(2-я строка: хор. ост. хор. — хор. пр. плох.)

$e_1 = 0$, $e_2 = e^*$

$w_1 = \theta_1$, $w_2 = \theta_2$

$$u(\theta_1) - c(0, \theta_1) \geq u(\theta_2) - c(e^*, \theta_2)$$

↓ лин. зав.

$$\theta_1 - \theta_1 \geq \theta_2 - e^* - \theta_1$$

$$e^* \geq \theta_2 - \theta_1$$

2) Отношение к риску:

Рискофоб – агент не выб. лотерею, а возьмет деньги

Рискофил – агент выб. лотерею

$p_A = 1/3$ $\quad w_A = 1000$

$p_B = 2/3$ $\quad w_B = 0$

$\bar{w} = 100$

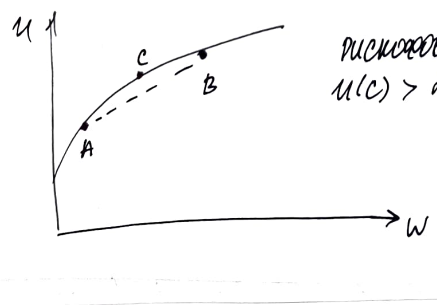
$U(w) = \sqrt{w}$

$u_{сыгр} = 1/3\, u(1000 + 100 - x) + 2/3\, u(100 - x) = 1/3\sqrt{1100-x} + 2/3\sqrt{100-x}$

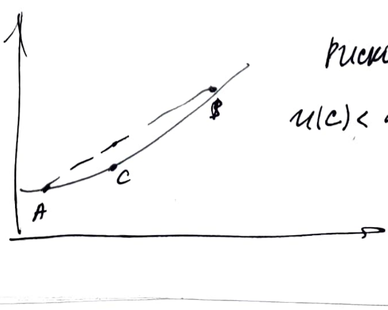
$u_{не\ игр.} = u(100) = 10$

$u_{сыгр.} = u_{не\ игр}$: $\;1/3\sqrt{1100-x} + 2/3\sqrt{100-x} = 10 \Rightarrow x \approx 16{,}7$

$EW = \frac{1}{3}(1100 - x) + \frac{2}{3}(100 - x) \underset{x \approx 16,7}{\approx} 416{,}7$

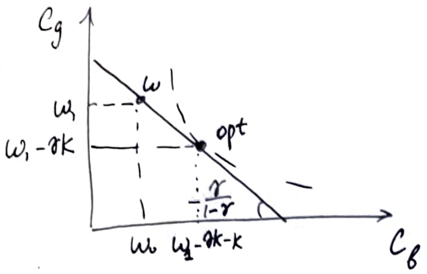


РИСКОФОБ: $u(C) > \alpha u(A) + \beta u(B)$



РИСКОФИЛ: $u(C) < \alpha u(A) + \beta u(B)$

3) Страховка:



C_b, C_g – плохой / хороший исход

γ – страх. премия

K – стоимость стр. полиса

$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2$

$$W_g = (W - x) + x(1 + r_g) = W + x r_g$$

$$W_b = (W - x) + x(1 + r_b) = W + x r_b$$

$$EU(x) = \pi u(W + x r_g) + (1 - \pi) u(W + x r_b)$$

$$EU''(x) = \pi u''(W + x r_g) \cdot r_g^2 + (1 - \pi) u''(W + x r_b) \cdot r_b^2$$

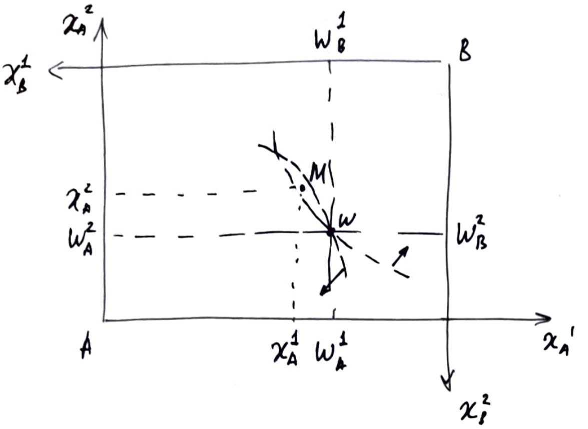
> 0 рискофил

< 0 рискофоб

⑥ Ящик Эджворта

$$\begin{cases} x_A^1 + x_B^1 \le w_A^1 + w_B^1 \\ x_A^2 + x_B^2 \le w_A^2 + w_B^2 \end{cases}$$

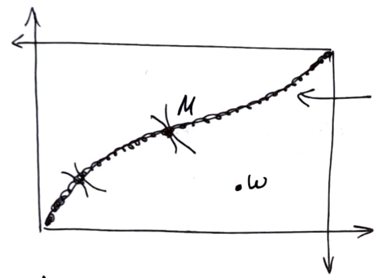
$$\left.\begin{aligned} x_A(p_A, p_B) &= (x_A^1; x_A^2) \\ x_B(p_A, p_B) &= (x_B^1, x_B^2) \end{aligned}\right\} \text{ ф-и спроса}$$



M – взаимовыг. сделка, опт. по Парето: любое смещ. повыш. благосост. одной из сторон, с необх. понижает благосост. другой.

Перемещение в M подразумевает отказ инд. A от $|x_A^1 - w_A^1|$ и приобретение $|x_A^2 - w_A^2|$

Эф. по Парето:
1) не сущ. способа повысить благ. 1-го, не понизив бл. других
2) все выгоды от обмена исчерпаны
3) отс. возможности взаимовыг. сделки и т.д.



контрактная кривая – мн-во всех т. распр. эф. по Парето (мн-во Парето)

$w^A = (6;3)$ $\quad MRS^A_{12} = 2$

$w^B = (3;4)$ $\quad MRS^B_{12} = 1$

$\Rightarrow$ не ПО, т.к. в w $MRS^A \neq MRS^B$

u_A и u_B пересекаются

Парето-улучшение:

$\Delta y^A = -2\varepsilon_y \quad \Delta x^A = \varepsilon_x$

$\Delta y^B = \varepsilon_y \quad \Delta x^B = -\varepsilon_x$

В экономике остался ε_y, его можно отдать к/л, у кого после добавления улучш. положение $\Rightarrow$ стр. ПО $\Rightarrow$ попад. в 

$w^A = (1/3; 2/3)$

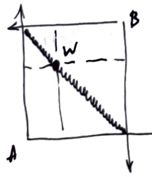
$w^B = (2/3; 1/3)$

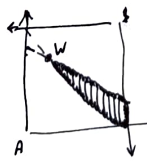
а) $u^A = x^A + y^A$, $u^B = x^B + y^B$

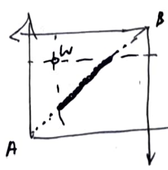
б) $u^A = x^A + y^A$, $u^B = x^B + 2y^B$

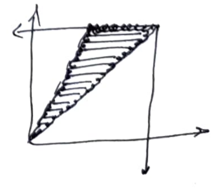
в) $u^A = \min\{x^A, y^A\}$, $u^B = \min\{x^B, y^B\}$

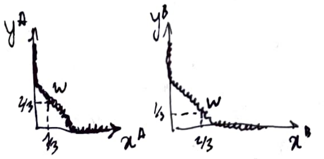
г) $u^A = \min\{2x^A, y^A\}$, $u^B = \min\{x^B, y^B\}$

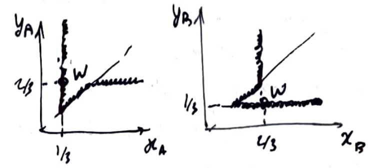










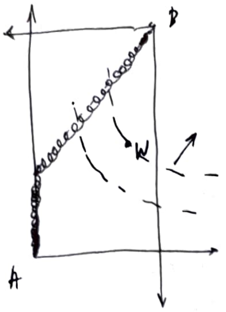


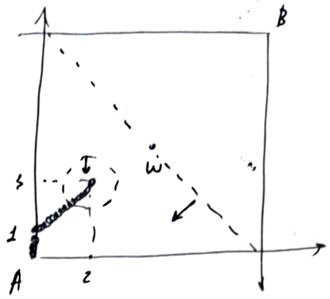
g) $u^A = x^{1/2} y^{1/2}$ $\quad w^A = (4;4)$

$u^B = \min\{x, y\}$ $\quad w^B = (1;4)$

e) $u^A = -(2-x) - (3-y/2)$ $\quad w^A = w^B = (4;4)$

$u^B = x+y$





m) $u^A = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ $\quad w^A = (9;4)$

$u^B = 2\sqrt{x} + y$ $\quad w^B = (16;5)$

$MRS^A_{xy} = \sqrt{y}/\sqrt{x}$

$MRS^B_{xy} = 1/\sqrt{x}$

$\sqrt{\frac{y^A}{x^A}} \neq \frac{1}{\sqrt{x^B}}$

$\frac{2}{3} \neq \frac{1}{4}$ => не ПО

$\bar{w}^A = (16;1)$

$\bar{w}^B = (9;8)$

$u_2^A = 5 = u_1^A = 5$

$u_2^B = 14 > u_1^B = 13$ => ПУ

$1/4 \neq 1/3$ => не ПО

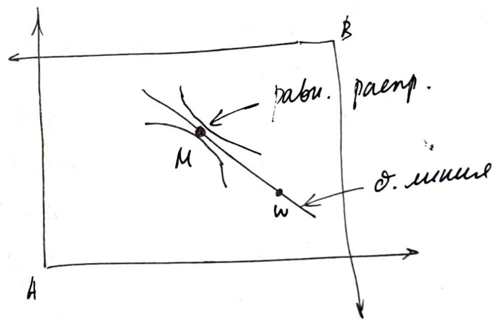
6.1 Равновесие по Вальрасу

- допуст. распр., в кот. решена задача инд-ого потр.

<=> стоимость сов. изб. спроса = 0

Формальная задача:

$$\begin{cases} \begin{cases} u^A \to \max, & x_1, x_2 \geq 0 \\ x_1^A p_1 + x_2^A p_2 \leq w_1^A p_1 + w_2^A p_2 \end{cases} \\ \begin{cases} u^B \to \max, & x_1, x_2 \geq 0 \\ x_1^B p_1 + x_2^B p_2 \leq w_1^B p_1 + w_2^B p_2 \end{cases} \\ \begin{cases} x_1^A + x_2^A \leq w_1 \\ x_1^B + x_2^B \leq w_2 \end{cases} \end{cases}$$



I теорема благосостояния: если рынок полон и нет провалов, то все равновесные распр. — ПО (обратное неверно)

II теорема благосостояния: если предпочтения всех агентов выпуклы, то $\forall$ внутр. ПО распр. можно реализовать как равновесие с помощью трансф. (перераспр. нач. зап.)

$w^A = (1;2)$, $w^B = (3;0)$

$u^A = \sqrt{xy}$, $u^B = x + 2y$

Равн. по Вальрасу:
$$\begin{cases} u^A \to \max \text{ при б.о A} \\ u^B \to \max \text{ при б.о B} \\ x^A + x^B = 4 \\ y^A + y^B = 2 \end{cases}$$

① $\begin{cases} u^A = x^A y^A \\ x^A p_x + y^A p_y = 1 \cdot p_x + 2p_y \end{cases}$

$x^A = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_x + 2p_y}{p_x}$

$y^A = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_x + 2p_y}{p_y}$ ← спрос A на x^A и y^A

$p_x/p_y = 1/2$ => $x^A = 5/2$; $x^B = 5/4$

② $u = x^B + 2y^B$ => $p_x/p_y = 1/2$ => $(x^A; y^A)$

$y^B = 4/2 - 1/2\, x^B$ => $(x^B; y^B) = (1{,}5; 0{,}75)$

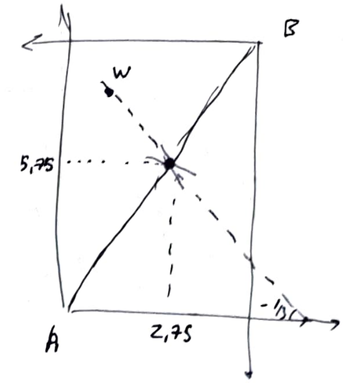
Ответ: $(x^A; y^A) = (2{,}5; 1{,}25)$; $(x^B, y^B) = (1{,}25; 0{,}75)$; $p_x/p_y = 1/2$.

6.2 Равновесие по Вальрасу

Задача.

1) $u^A = x_A^{1/4} y_A^{3/4}$ $\quad w_A = (1;7)$ $\quad MRS^A = 1/3 \cdot y_A / x_A$

$u^B = x_B^{1/4} y_B^{3/4}$ $\quad w_B = (3;1)$ $\quad MRS^B = 1/3 \; y_B / x_B$



I $\begin{cases} y_A / x_A = y_B / x_B \\ x_A + x_B = 4 \\ y_A + y_B = 8 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{8 - y_B}{4 - x_B} = \dfrac{y_B}{x_B} \Rightarrow 2x_B = y_B$

$\begin{cases} x_B \cdot p_x + y_B \cdot p_y = 3 \cdot p_x + 1 \cdot p_y \\ x_A \cdot p_x + y_A \cdot p_y = 1 \cdot p_x + 7 \cdot p_y \end{cases}$

$\begin{cases} x_B = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{3p_x + p_y}{p_x} \\ y_B = \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{3p_x + p_y}{p_y} \\ 2x_B = y_B \end{cases}$ $\qquad \begin{cases} x_A = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{p_x + 7p_y}{p_x} \\ y_A = \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{p_x + 7p_y}{p_x} \\ x_A + y_A = 4 \\ x_B + y_B = 8 \end{cases}$

Пусть $p_x = 1$ $\qquad$ Пусть $p_x = 1$

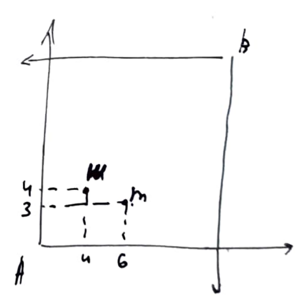
$\begin{cases} x_B = \dfrac{3 + p_y}{4} \\ y_B = \dfrac{9 + 3p_y}{4p_y} \\ 2x_B = y_B \end{cases}$ $\qquad x_A = \dfrac{1 + 7p_y}{4}$, $\quad x_B = \dfrac{3 + 7p_y}{4} \Rightarrow p_y = 3/2 \quad <\ldots>$

$\Rightarrow p_y = 1,5$

$\Rightarrow \begin{cases} (x^A, y^A) = (2,75;\ 5,75) \\ (x^B; y^B) = (1,25;\ 2,25) \\ p_x / p_y = 2/3 \end{cases}$

2) $u^A = x_A y_A \Rightarrow u^A = x_A^{1/2} y_A^{1/2}$ $\quad W_A = (4;4)$

$u^B = x_B^{1/4} y_B^{3/4}$ $\quad W_B = (8;8)$



A : $\begin{cases} x_A = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{4p_x + 4p_y}{p_x} \\ y_A = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{4p_x + 4p_y}{p_y} \end{cases}$

B : $\begin{cases} x_B = \dfrac{1}{4} \cdot \dfrac{8p_x + 8p_y}{p_x} \\ y_B = \dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{8p_x + 8p_y}{p_y} \end{cases}$

пусть $p_x = 1$

$\begin{cases} x^A + x^B = 12 \\ x_A = \dfrac{4 + 4p_y}{2} \\ x_B = \dfrac{8 + 8p_y}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} p_y = 2 \\ p_x / p_y = 1/2 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x = (6;6) \\ y = (3;9) \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} (x^A; y^A) = (6;3) \\ (x^B; y^B) = (6;9) \\ p_x / p_y = 1/2 \end{matrix}$

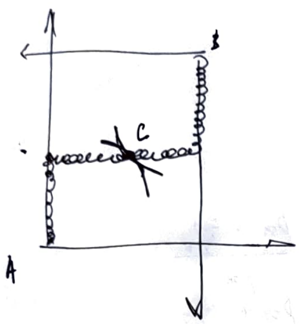
6.3 Децентрализация

C: внутр. ПО

$$\begin{cases} U^A \to \max \\ p_x x^A + p_y y^A = \omega_x^A p_x + \omega_y^A p_y + T^A \end{cases}$$

$$\begin{cases} U^B \to \max \\ p_x x^B + p_y y^B = \omega_x^B p_x + \omega_y^B p_y + T^B \end{cases}$$

$$\boxed{T^A = -T^B}$$



$T^A = 6p_y$

$T^B = -6p_y$

→ распр. равнов. при ценах и трансф. C.

7 Теория фирмы

$\pi \to \max$

$q = f(x_1, x_2)$ – пр. ф-я

$f'_{x_i} = MP_i \geq 0$, $MP'_{i\,x_i} < 0$ – уб. отд. от ф. п.

$\pi = TR - TC = pq - (x_1 w_1 + x_2 w_2) \xrightarrow[x_1, x_2 \geq 0]{} \max$

LR: все ф. пр-ва переменные

$\pi = f(x_1, x_2) \cdot p - w_1 x_1 - w_2 x_2 \xrightarrow[x_1, x_2 \geq 0]{} \max$, где $x_1(p, w_1, w_2)$
$x_2(p, w_1, w_2)$

$q = f(x_1, x_2) \Rightarrow q(p, w_1, w_2)$

SR: хотя бы один фактор фикс.

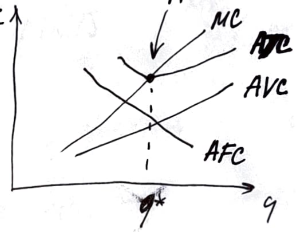
$\pi = f(x_1, \bar{x}_2) \cdot p - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2 \xrightarrow[x_1 \geq 0]{} \max$, где $x_1(p_1, w_1, w_2, \bar{x}_2)$

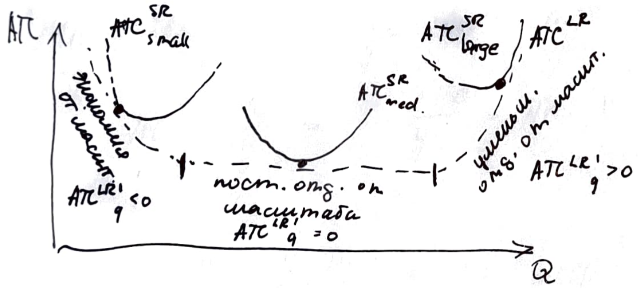
$q = f(x_1) \Rightarrow q(p, w_1, w_2, \bar{x}_2)$

efficient scale : $ATC \to \min_q$

$ATC = TC/Q = AFC + AVC$

$MC = TC'_Q = \Delta TC / \Delta Q$





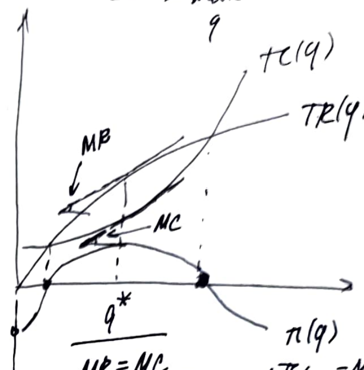
In LR firms choose which ATC^{SR} they will use

⑧ Совершенная конкуренция

SR: $p \cdot f'_{x_1}(x_1) - w_1 = 0$

$$MP_1 = \frac{w_1}{p}$$

$$\pi(q) = TR(q) - TC(q) \to \max_q$$



$MR = MC$

$\pi \to \max: \ \Delta\pi/\Delta q = \Delta TR/\Delta q - \Delta TC/\Delta q = MR - MC = 0$

Изопрофита – линия равной прибыли:

$$\bar{\pi}_1 = f(x_1, \bar{x}_2)\cdot p - w_1 x_1 - w_2 \bar{x}_2$$

$$q = f(x_1, \bar{x}_2) = \frac{\bar{\pi}_1 + w_2 \bar{x}_2}{p} + \frac{w_1 x_1}{p}$$

Сравнительная статика:

→ $\tilde{w}_1 > w_1^*$ => $\tilde{x}_1 \le x_1^*$ или $\tilde{q}_1 \le q_1^*$, где x_1^*, q_1^* макс π при w_1^*,
— // — при $\tilde{w}_1$

→ по WARP (слаб. аксиома выявл. прибыли)

спрос на фактор меняется в обр. сторону отн. изм. цены на него

LR: $\pi = p \cdot f(x_1, x_2) - w_1 x_1 - w_2 x_2 \to \max_{x_1, x_2 \ge 0}$

$\frac{\partial \pi}{\partial x_1} \Rightarrow MP_1 = w_1/p$

$\frac{\partial \pi}{\partial x_2} \Rightarrow MP_2 = w_2/p$

$MRTS = MP_1/MP_2 = w_1/w_2$

$\pi = p \cdot y - TC(y) \to \max_{y \ge 0} \Leftrightarrow C = x_1 w_1 + x_2 w_2 \to \min$

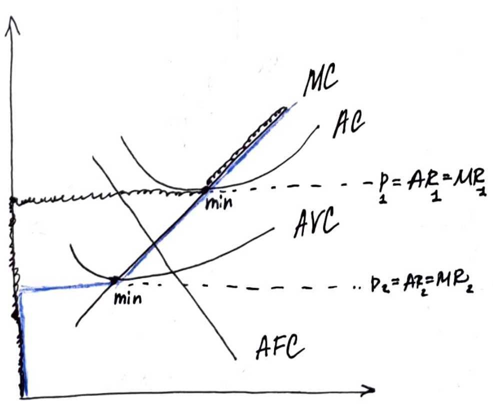
$\boxed{MC = MR = p}$ – условие max при сов. конкуренции

SR: $AC = \frac{TC}{y} = \frac{VC + FC}{y} = AVC(y) + AFC(y)$

LR: $AC'_y = 0$

$\frac{TC' \cdot y - y' \cdot TC}{y^2} = 0 \Rightarrow MC(y) = AC(y) \Rightarrow p = MC(y) < AC(y)$

$AC'_y < 0$



SR: $AVC \to \min_q \Rightarrow TR < VC \Rightarrow p = ATR < AVC$

LR: $ATC \to \min_q \Rightarrow TR < TC \Rightarrow p = ATR < ATC$

$\frac{1}{\varepsilon_p} + 1 = \frac{MC}{p(y)} \Rightarrow p = MC$

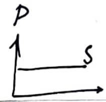
$\varepsilon_p \to \infty$

$p < AVC$ firms shut down (SR)

$p < ATC$ firms exit market (LR)

$\varepsilon_s = \frac{\Delta Q}{Q} : \frac{\Delta P}{P}$ % изм. Q в ответ на % изм. P

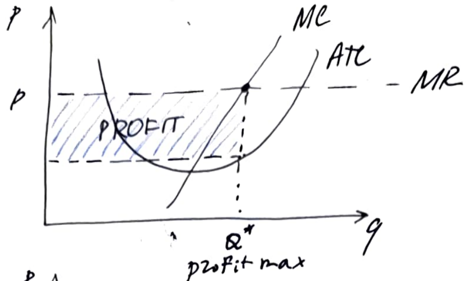
$\varepsilon_s = 0$

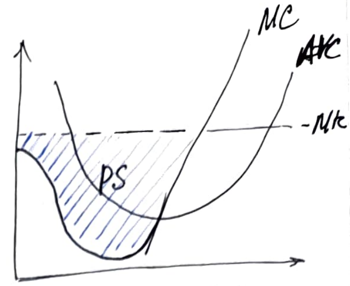


$\varepsilon_s = \infty$

8.1. Конкурентное предложение

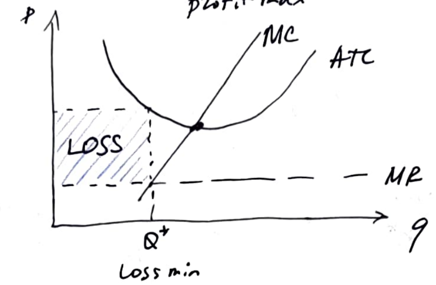
$$\pi = TR - TC = \left(\frac{TR}{Q} - \frac{TC}{Q}\right)Q = (P - ATC)\cdot Q$$

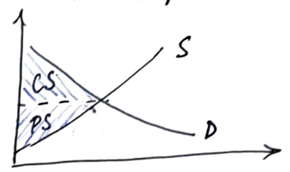




$$PS = R - VC = p\cdot q^* - \int_0^{q^*} MC = (p - AVC)q^*$$

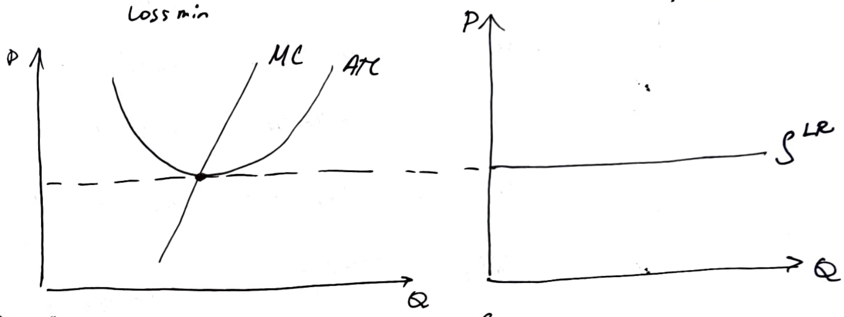
PS фирмы





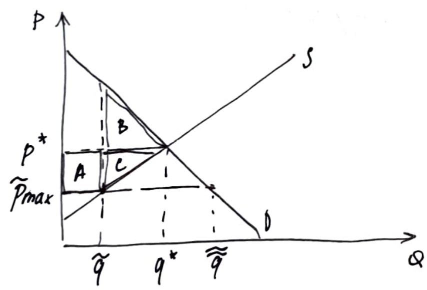
PS рынке

$$\pi = (P - ATC)Q = 0 \iff P = ATC$$



8.2 Анализ конкурентных рынков

① Введение контроля за ценами:



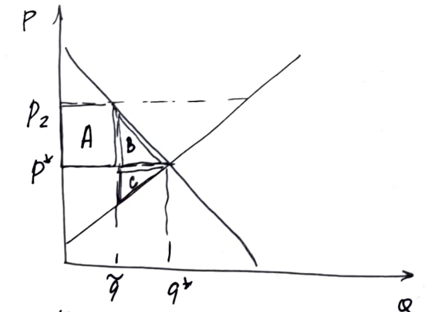
Выигрыш C = A − B

Убыток P = A + C

Чистые потери (DWL) = B + C

Дефицит = $\tilde{\tilde{q}} - \tilde{q}$

Если спрос неэласт. эластичен DWL ↑, причем B > A ⇒ потребитель теряет больше от контроля P

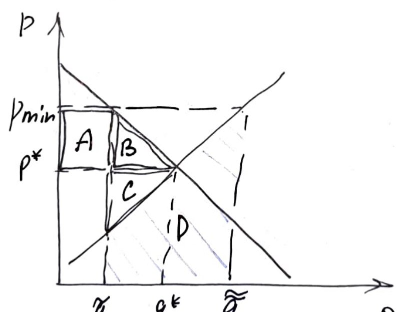


Цена не может опуститься ↓ P_2 (произв-ся $\tilde{q}$)

$\Delta CS = -(A+B)$

$\Delta PS = -C + A$

$DWL = B + C$

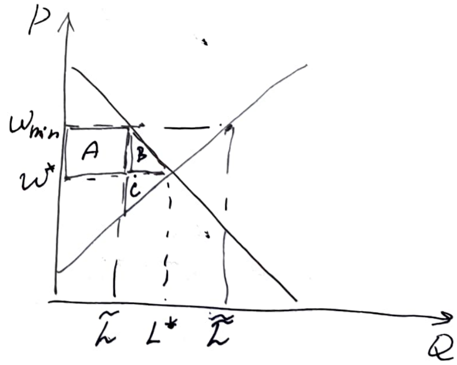


мин. цена (произв-ся $\tilde{\tilde{q}}$)

$\Delta CS = -(A+B)$

$\Delta PS = A - C - D$

$DWL = B + C + D$



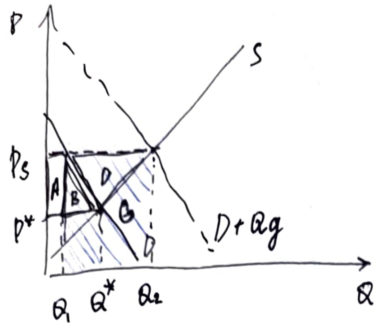
мин з/п

$DWL = B + C$

безработица $= \tilde{\tilde{L}} - \tilde{L}$

8.2 Анализ конкурентных рынков

② Гарантированные цены: (P_s) — гос-во покупает $+Q$, чтобы поддерж. P_s



$\Delta CS = -A - B$

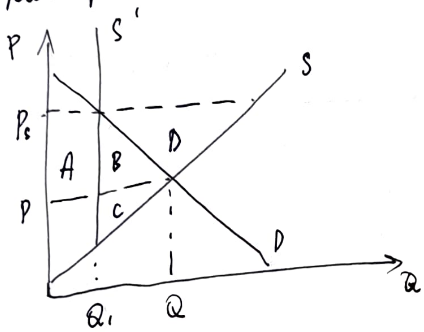
$\Delta PS = A + B + D$

$DWL = -D$

$G = \Delta Q \cdot P_s = (Q_2 - Q_1) \cdot P_s$ — изд. гос-ва

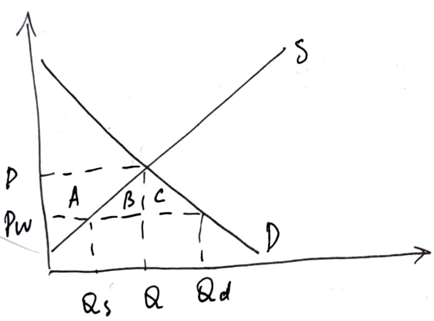
$\downarrow SB = G - D$ — благосост. об-ва

③ Квотирование предложения



чтобы сохранить $P_s > P_0$, пр-во может огр. Q до Q_1 или ввести квоты на пр-во или предоставить стимулы (не менее $B+C+D$)

④ Импортный тариф



импорт выг., если $P_W < P$

$Q_d - Q_s = Im$

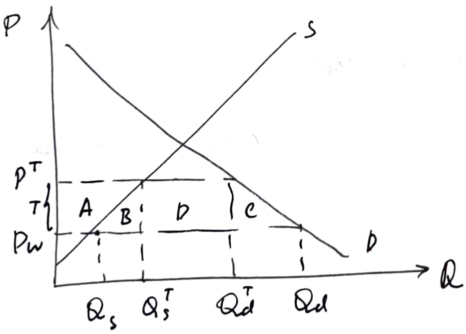
Запрет импорта:

$\Delta CS = -A - B - C$

$\Delta PS = A$

$DWL = B + C$

(квота)



$T = P^T - P_W$

$\Delta PS = A$

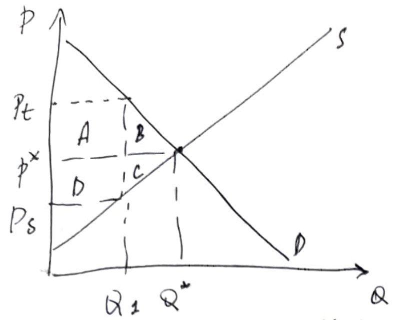
$\Delta CS = -A - B - C - D$

$G^T = +D = Im^T \cdot T$

$DWL^T = B + C$

$DWL(\text{квота}) = B + C + D$

⑤ действие налога



$t = P_t - P_s$

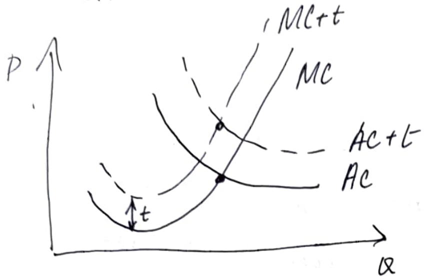
P_t − цена с учетом налога

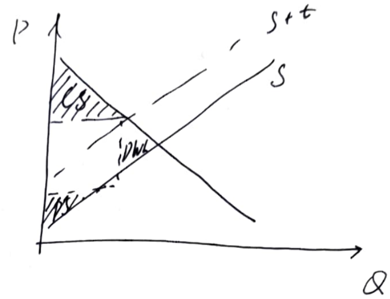
P_s − цена за выч. налога t

$\Delta CS = -A - B$

$\Delta PS = -D - C = -A - D + A - C$

$G = t \cdot Q_1 = A + D$





$W = CS + PS + G \to \max$

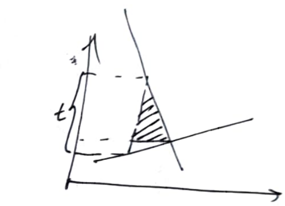
$\pi = p \cdot q - c(q) - tq \to \max_q$

$p = MC + t$

$PS = TR - VC = TR - \int_0^q MC$

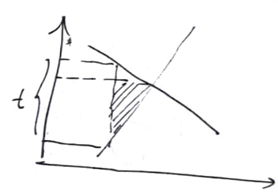
перекладывание налога:

− перекл. доля на C $= \dfrac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s - \varepsilon_d}$

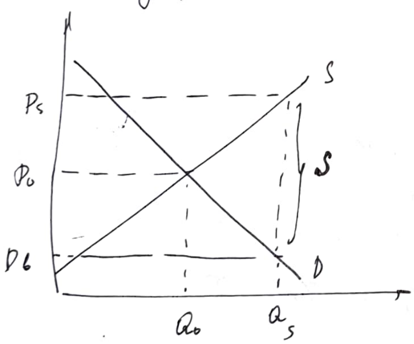


− если спрос неэл. (отн. пр.), то бремя нал. на C

− если спрос эл. (отн. пр.), то бремя нал. на S



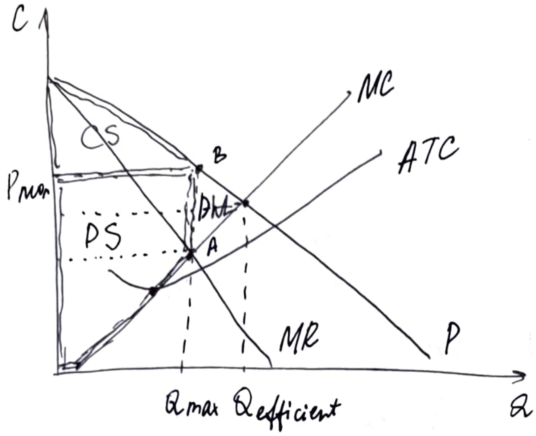
⑥ Субсидирование:



Выигрыш преим. на C, если $\varepsilon_d / \varepsilon_s$ мало;

выигрыш преим. на S, если $\varepsilon_d / \varepsilon_s$ велико.

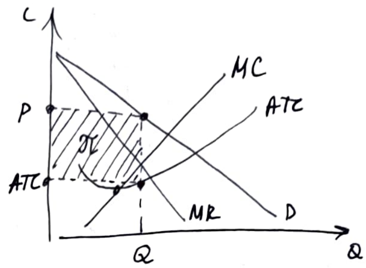
9 Монополия



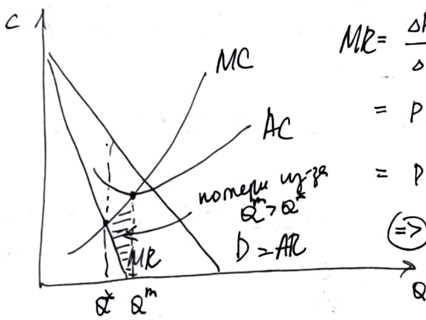
$$\pi = p(q)q - c(q) \to \max_q$$

$$MR = MC \quad (FOC)$$

$$\pi = TR - TC = (P - ATC)\,Q$$



для мон. рынка нельзя построить кривую S

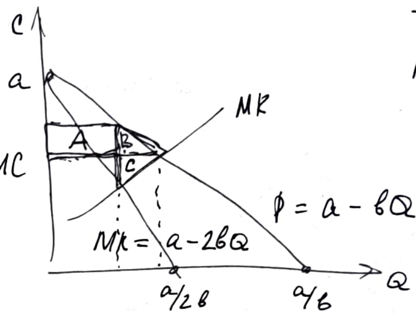


$$MR = \frac{\Delta P \cdot Q}{\Delta Q} + \frac{\Delta Q \cdot P}{\Delta Q} =$$

$$= P + P \cdot \frac{Q}{P} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta Q} =$$

$$= P + P / \varepsilon_d = MC$$

$$\Rightarrow P = \frac{MC}{1 + \frac{1}{\varepsilon_d}}$$



$$TR = P \cdot Q = aQ - bQ^2$$

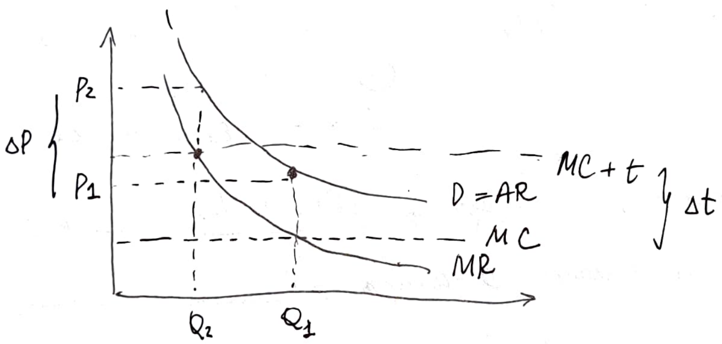
$$MR = TR'_Q = a - 2bQ$$

$$\Delta CS = -A - B$$

$$\Delta PS = A - C$$

$$DWL = C + B$$

Налоги



$$\Delta t \neq \Delta p$$

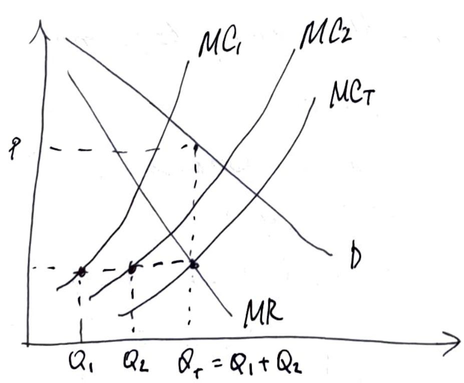
* при ест. монополии MC всегда < AC

Фирма с неск. заводами:

$$\pi = PQ_T - C_1(Q_1) - C_2(Q_2)$$

1) $\Delta \Pi / \Delta Q_1 = \Delta(PQ_T)/\Delta Q_1 - \Delta C_1 / \Delta Q_1 = 0 \Rightarrow MR = MC_1$

2) $\Delta \Pi / \Delta Q_2 = \ldots \Rightarrow MR = MC_2$

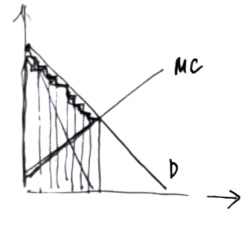


9.1 Монопольная власть

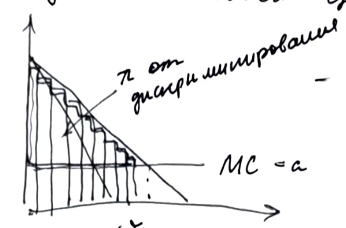
— дискриминация:

∘ совершенная (кажд. ед. по своей цене) — аукцион(а)

— поштучная тарификация



(а)



(б)

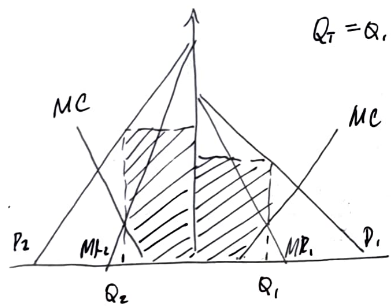
$W \to max$, т.к. монополист забирает весь излишек ($PS \uparrow\uparrow$)

$\int MR - \int MC = TR - VC = V\pi$

∘ 2 тип — продажа комплектами (в-ти от Q):

∘ 3 тип — поощряется гос-вом при наличии экономии от масштаба
разделение на группы по спросу (сегментация)

$Q_T = Q_1 + Q_2$



$\boxed{MR_i = MC}$ независимо от группы

$\pi = P_1 Q_1 + P_2 Q_2 - C(Q_T) \to \max_{Q_1, Q_2}$

$MR_i = P_i \left(1 + \frac{1}{\varepsilon_i^d}\right)$

если $n = 2$: $P_1 / P_2 = \frac{1 + 1/\varepsilon_2^d}{1 + 1/\varepsilon_1^d}$

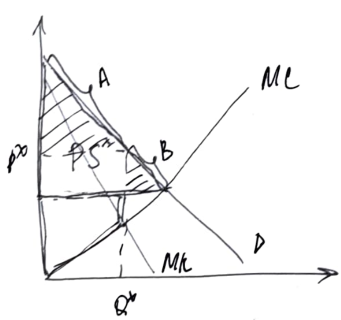
Индекс монопольной власти Лернера: $L = \frac{P^m - MC}{P^m} \in [0; 1]$

$=$

$L = -1/\varepsilon_d$, где ε_d — эл. спроса фирмы

Регулирование нормы прибыли: $P = AVC + \frac{(D + T + sK)}{Q}$ — опр. рег. органами цена

где s — справедливая норма прибыли, D — аморт., T — налоги, K — капитал



Изъятие CS:

P^*, Q^* — единая цена для всех потребителей

Если фирма хочет уст. $P > P^*$, захв. часть CS на A

Если фирма хочет уст. $P < P^*$, захв. часть CS на B

PS^* — ..., если кажд. пок. платит свою цену

• Если спрос одной из групп мал, а MC резко возр., то рост изд. может превысить рост дохода

Многопродуктовая монополия:

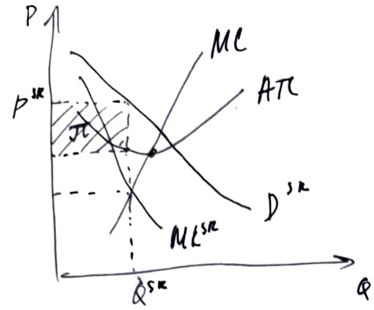
$C(q_1, \dots, q_n) = \sum c_i(q_i)$

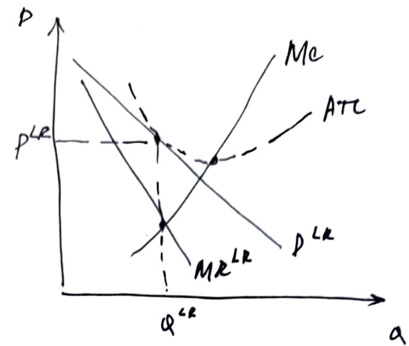
$\sum_{i=1}^{n} p_i D_i(p) - c(D_1(p), \dots, D_n(p)) \to max$

$\left(D_i + p_i \frac{\partial D_i}{\partial p_i}\right) + \sum_j p_j \frac{\partial D_j}{\partial p_i} = \sum_j \frac{\partial c}{\partial q_j} \cdot \frac{\partial D_j}{\partial p_i}$

9.2 Монополистическая конкуренция

- дифференц. товар
- своб. вход / выход.

SR: 

LR: 

В LR приб. отрасль привлекает новые фирмы => D^{LR} сниж.,

т.к. уменьш. доля фирмы на рынке ($P = AC \Rightarrow \pi = 0$)

отр. отр. закр. фирмы покинут рынок => D^{LR} повыш.

=> в LR $\pi = 0$, D касается ATC (в отличие от сов. конкуренции, где D – const)

④ Монопсония

монопсония – единственный покупатель
олигопсония – небольшое кол-во покупателей

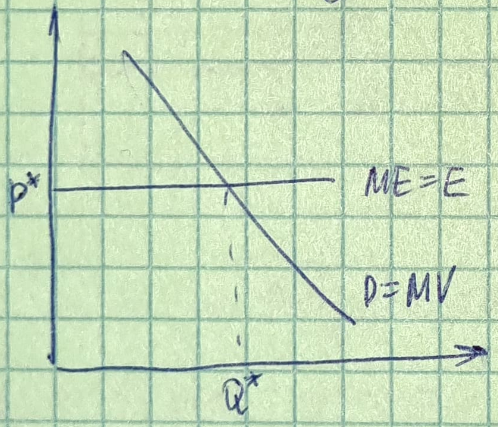
монопсоническая власть – способность пок. влиять на цену товара

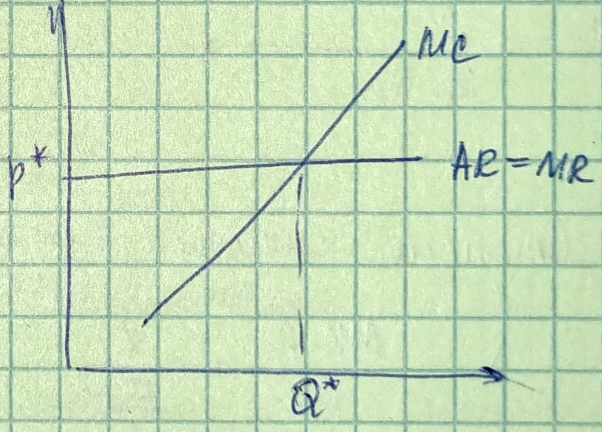
Пред. стоимость (marginal value) – MV – выгода от приобр. доп. ед товара

Шкала MV ⇒ кривая спроса

Пред. расходы (marginal expenditure) – ME – доп. издержки от приобр. доп. ед. тов.

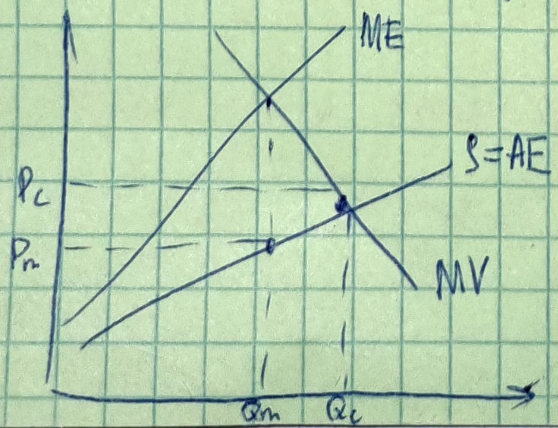
AE = цена за ед. товара → сред расход





конкурент. покупатель –II– продавец

(принимает P*, как данность) (–II–)



AE возр. => ME выше

$MB = V - E$ чистая выгода от покупки

$MB \to max$ $\frac{\Delta MB}{\Delta Q} = 0$

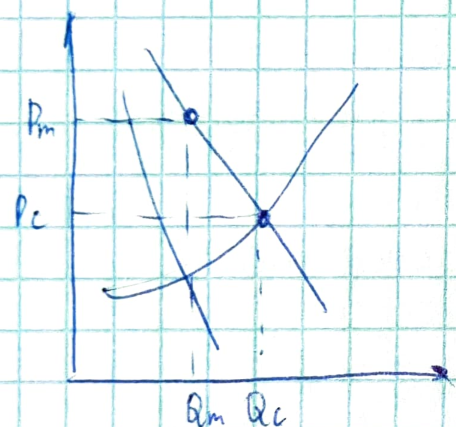
$MV - ME = 0$

$MV = ME$

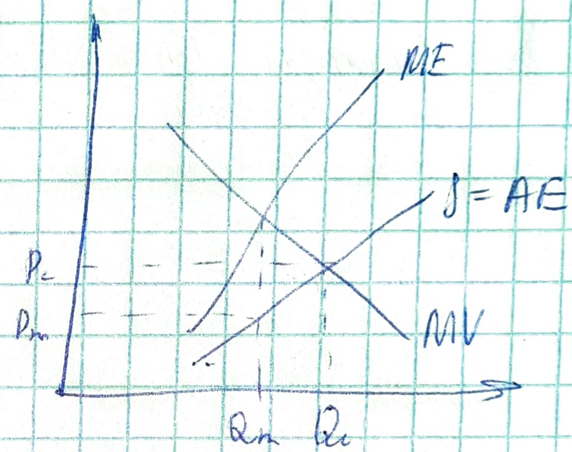
$ME = P(Q) + Q\left(\frac{\Delta P}{\Delta Q}\right)$,

где $E = P(Q) \cdot Q$

Монополия



Монопсония



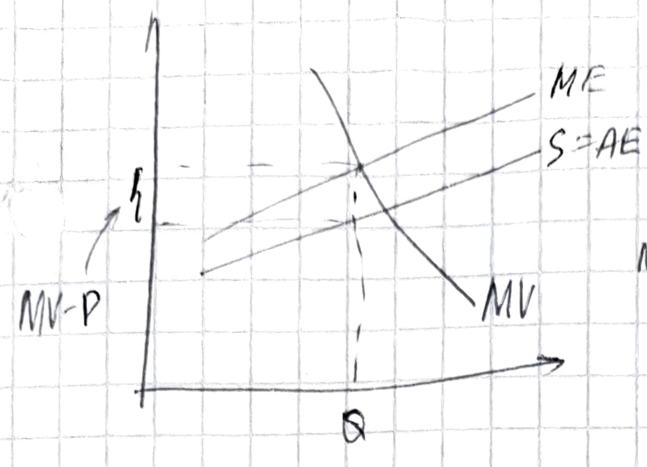
Степень монопс. власти:

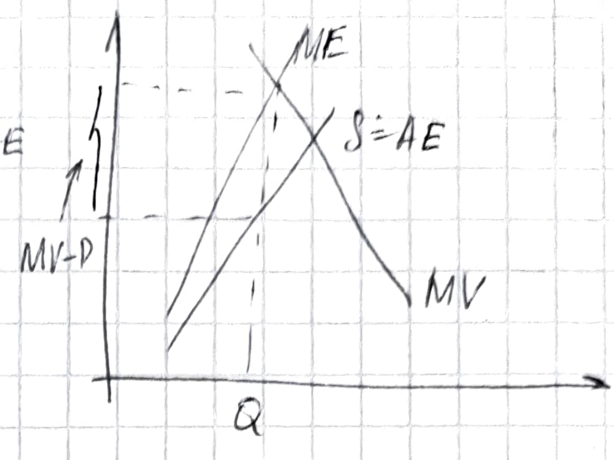
$$\frac{MV - P}{P} = \frac{1}{E_s}$$

! Чем эласт. предложение, тем меньше мон. власть

Источники:

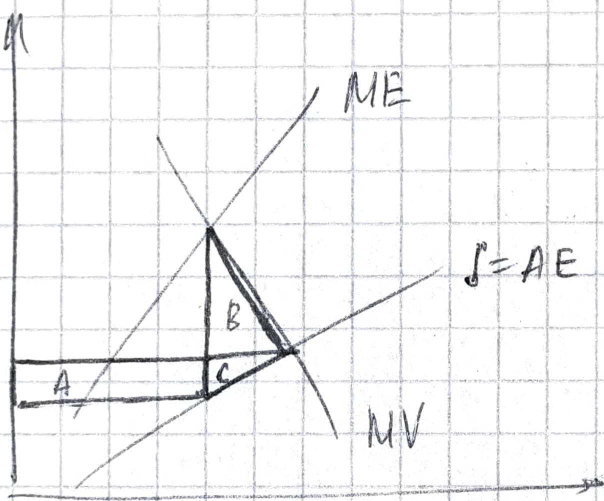
1) эласт. рын. предложения
2) кол-во покупателей





эластичное предл.   неэласт. предл.

Чистые потери от монопсонии



$\Delta CS = A - B$

$\Delta PS = -A - C$

$DWL = B + C$

Двусторонняя монополия

Bilateral monopoly — монополист и монопсонист

↓ снижает цены к MC   ↓ — // — к MV

Антимонопол. законод-во

Пробл.:
- параллельное поведение (par. conduct)
- врем. сниж. цен (predatory pricing)

10. Олигополия

- небольшое число игроков
- идентичный товар

Равновесие Нэша – лучшая стратегия при фикс. стратегиях других игроков.

10.1. Модель Курно

- Кажд. фирма уст. <u>объем выпуска</u> <u>одновременно</u>; рын. цена зависит от общ. объема.
- Каждая фирма i принимает Q_{-i} конкурента за фикс. величину (один раз)

$$p = a - bq$$

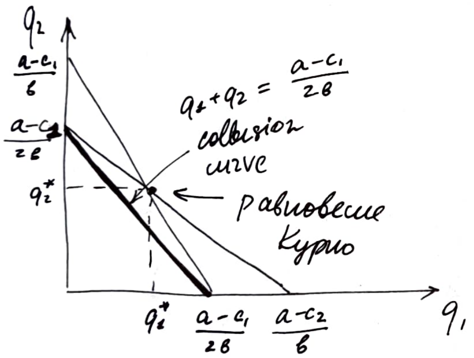
$$q = q_1 + q_2$$

$$\pi_1 = pq_1 - c_1q_1 - \underbrace{F}_{=0} = (a - b(q_1+q_2))q_1 - c_1 \cdot q_1 \longrightarrow \max_{q_1}$$

$$\pi_2 = pq_2 - c_2q_2 - \underbrace{F}_{=0} = (a - b(q_1+q_2))q_2 - c_2 \cdot q_2 \longrightarrow \max_{q_2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \partial\pi_1/\partial q_1 = 0 \\ \partial\pi_2/\partial q_2 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow q_1^*(q_2) = q_2^*(q_1) \Rightarrow \text{Равновесие по Курно-Нэшу}$$

кривая реакции



* Если изд. равны фирмы выпускают одина. кол-во $q_1 = q_2$

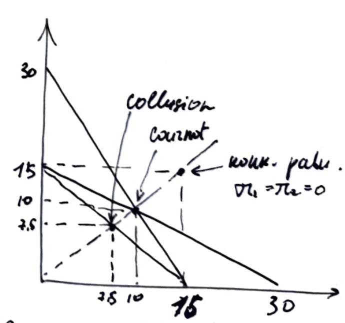
<u>Пример</u>: $p = 30 - q$, $q = q_1 + q_2$

$MC_1 = MC_2 = 0$

$R_1 = p \cdot q_1 = (30-q) \cdot q_1 = 30q_1 - q_1^2 - q_2q_1$

$MR_1 = \Delta R_1/\Delta q_1 = 30 - 2q_1 - q_2 = 0 = MC_1$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow q_1^*(q_2) = 15 - 1/2\, q_2 \\ \text{аналог. } q_2^*(q_1) = 15 - 1/2\, q_1 \end{array}\right\} \Rightarrow q_1 = q_2 = 10 \quad q = 20 \quad p = 10$$



при сговоре $\pi \longrightarrow \max_q \Rightarrow \Delta R/\Delta q = 30 - 2q = MR = MC = 0 \Rightarrow q = 15 \Rightarrow$

col. curve: $q_1 + q_2 = 15$

$q_1 = q_2 = 7.5$

③ Рынки однородных товаров

Модель Курно

$\{p^c, q_1^c, q_2^c\}$ – равновесие по Курно–Нэшу, если

1) $q_2 = q_2^c$, то q_1^c макс. π_1

$$\max_{q_1} \pi_1(q_1, q_2^c) = p(q_1 + q_2^c)q_1 - TC_1(q_1) =$$
$$= [a - b(q_1 + q_2^c)]q_1 - c_1 q_1$$

2) $q_1 = q_1^c$, то

$$\max_{q_2} \pi_2(q_1^c, q_2) = \ldots = [a - b(q_1^c + q_2)]q_2 - c_2 q_2$$

3) $p^c = a - b(q_1^c + q_2^c)$, $p^c, q_i^c \geq 0$

т.е. ни одна фирма не сможет ув. приб. с помощью изм. объемов пр-ва

Поиск:

$$0 = \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - 2bq_1 - bq_2 - c_1 \quad (MR(q_1) = c_1)$$

$$\frac{\partial^2 \pi_1}{(\partial q_1)^2} = -2b < 0 \quad \forall q_1, q_2$$

$$q_1 = R_1(q_2) = \frac{a - c_1}{2b} - \frac{1}{2}q_2$$

<...>

$$q_2 = R_2(q_1) = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{1}{2}q_1$$

$$R_1(q_2) = R_2(q_1) \Rightarrow Q^c = q_1^c + q_2^c \Rightarrow p^c$$

Игра N продавцов

$$\max_{q_1} \pi_1 = P(Q)\, q_1 - c q_1 = \left[a - b \sum_{1}^{N} q_i\right] q_1 - c q_1$$

$$0 = \frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - 2b q_1 - b \sum_{2}^{N} q_i - c$$

$$q_1 = R_1(q_2, \dots, q_N) = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2} \sum_{2}^{N} q_i$$

если фирмы идентичны, $q_1^c = \dots = q_N^c = q$

$$q = \frac{a-c}{2b} - \frac{1}{2}(N-1) q$$

$$q^c = \frac{a-c}{(N+1)b} \qquad Q^c = N q^c \qquad p^c = \frac{a+Nc}{N+1}$$

Изм числа фирм

при $N = 2$ — Дуоп. решение...

при $N \to \infty$ $\lim\limits_{N\to\infty} q^c = 0$

$$\lim_{N\to\infty} Q^c = \frac{a-c}{b}$$

$$\lim_{N\to\infty} p^c = c$$

Равновесие Курно и благосостояние

$$CS^c(N) = \frac{N^2 (a-c)^2}{2b(N+1)^2} \qquad \frac{\partial CS(N)}{\partial N} > 0$$

$$W^c(N) = CS^c(N) + N \cdot \pi^c(N) =$$

$$\frac{(a-c)^2}{2b} \cdot \frac{N^2+2N}{N^2+2N+1} = \frac{(a-c)^2}{2b}\Big|_{N\to\infty}$$

10.2 Модель Штакельберга

(преимущество инициатора)

Пусть фирма 1 первой уст. объем пр-ва q_1, узнав об этом ф. 2 принимает решение о q_2

$Ф_1$ при выборе должна учитывать реакцию ф. 2

$Ф_2$ принимает $Ф_1$ за пост. величину:

$\pi_2 \to max$ $\qquad p = 30 - q \qquad MC_1 = MC_2 = 0$

$MR_2 = \Delta R_2 / \Delta q_2 = 30 - 2q_2 - q_1 = 0 \Rightarrow q_2 = 15 - 1/2\, q_1$

$Ф_1$ выбирает q_1 $(MR = MC)$, зная $q_2^*(q_1)$:

$$\begin{cases} \pi_1 = P(q_1 + q_2^*) \cdot q_1 - C_1 \cdot q_1 \to \max\limits_{q_1} \\ q_2^*(q_1) = 15 - 1/2\, q_1 \end{cases}$$

$R_1 = 30 q_1 - q_1^2 - q_2^* q_1 = 15 q_1 - 1/2\, q_1^2$

$MR_1 = 15 - q_1 = 0 = MC_1 \Rightarrow q_1 = 15 \Rightarrow q_2 = 7{,}5 \Rightarrow q = 22{,}5$

$p = 7{,}5$

Послед. ходы:

$t = 1,\ i = 1$ рассчит. $R_2(q_1) \Rightarrow q_2^S$

$$\max_{q_1} \pi_1^S = P(q_1 + R_2(q_1)) \cdot q_1 - C \cdot q_1$$

Лидер всегда будет выпускать больше, чем при Курно, ведомый – меньше.

$Q^S > Q^C \qquad p^S < p^C \qquad \pi_1^S > \pi_1^C$

$\frac{3(a-c)}{4b} > \frac{2(a-c)}{3b} \qquad \frac{a+3c}{4} < \frac{a+2c}{3} \qquad \pi_2^S < \pi_2^C$

10.3 Модель Бертрана

Кажд. фирма рассматривает цену конкурента – const

решение, какую цену выбирать принимается одновременно.

т.к. товар однородный потр. будет покупать у продавца с min ценой

Поскольку есть стимулы $\downarrow p$ $\boxed{p_1 = p_2 = MC}$ $\Rightarrow$ $q_1 = q_2$

шаге перехват весь рынок $\Rightarrow$ NE уст. при конкурентных ценах

$\pi_1 \to \max\limits_{p_1} \Rightarrow p_1^*(p_2)$

$\pi_2 \to \max\limits_{p_2} \Rightarrow p_2^*(p_1)$

$$(*)\quad q_i = \begin{cases} 0, & p_i > a \\ 0, & p_i > p_j \\ \frac{a-p}{2b}, & p_i = p_j < a \\ \frac{a-p_i}{b}, & p_i < \min\{a, p_j\} \end{cases}$$

* при посл. выборе цен (φ_1-перв.):

$$\begin{cases} \pi_1 = p_1 \cdot q_1(p_1, p_2^*) - TC \\ p_2^*(p_1) \end{cases}$$

$\Rightarrow \{p_1^B, p_2^B, q_1^B, q_2^B\}$

– равновесие Бертрана-Нэша

1) $p_2 = p_2^B$ $\max\limits_{p_1} \pi_1(p_1, p_2^B) = (p_1 - c_1)q_1$

2) $p_1 = p_1^B$ $\max\limits_{p_2} \pi_2(p_1^B, p_2) = (p_2 - c_2)q_2$

3) q_1, q_2 опр. по соотн $(*)$

Равновесные цены могут уст. на ур. выше пред. изд., если:

- $\exists$ огр. по мощности
- тов. дифференцированы
- $p(q)$ – случ. величина
- фирмы вовлечены в бесконечную ценовую игру

(2) $D = a - bp$

$TC_i(q_i) = c q_i$

1) $\exists i: \; p_i < c$

как мин. одна фирма имеет стимул к повыш. цены

2) $p_i > c \quad \forall i$

любая фирма кроме i: $\min_i p_i$

имеет стимулы к откл.

$\pi_1 = (p_1 - c)(a - b p_1) > 0$

$\pi_i = 0$

откл. до $p_i = p_1 - \varepsilon$

$\pi_i = (p_1 - \varepsilon - c)(a - b(p_1 - \varepsilon)) > 0$

$\Longrightarrow$ не равновесие

3) $\exists j: \; p_j = c, \; p_{-j} > c$

Все фирмы имеют $\pi = 0$

j-ая имеет стим. к откл. к p_{min}

$\Rightarrow$ вектор не равновесный

4) $\exists j,k: \; p_j = c = p_k, \; p_i > c$

ни одна ф. не имеет стим.

$\Rightarrow$ равн.

5) ≥ 2 имеют $p_j = c$, $p_i > c$

③ $TC_i(q_i) = q_i^2 + 2q_i$ $(2)+4$

$Q^d(p) = 96 - 2p$

$n = 6$

$p = MC_i(q_i)$, $p \geq \min AC_i(q_i)$

$$\begin{cases} p = 2q_i + 2 \\ p \geq q_i + 2 \end{cases}$$

$$q_i(p) = \begin{cases} 0{,}5p - 1 & p \geq 2 \\ 0 & p < 2 \end{cases}$$ предл. ф-и

$$\sum q_i(p) = \begin{cases} 2p - 4, & p \geq 2 \\ 0, & p < 2 \end{cases}$$ предл. к.о

$$Q^{ост}(p) = Q^d(p) - \sum q_i p = \begin{cases} 100 - 4p & 2 \leq p \leq 25 \\ 96 - 2p & p < 2 \\ 0 & p \geq 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_1^2 + 2q_1 + q_2^2 + 2q_2 \to \min \\ q_1 + q_2 = q_L \end{cases}$$

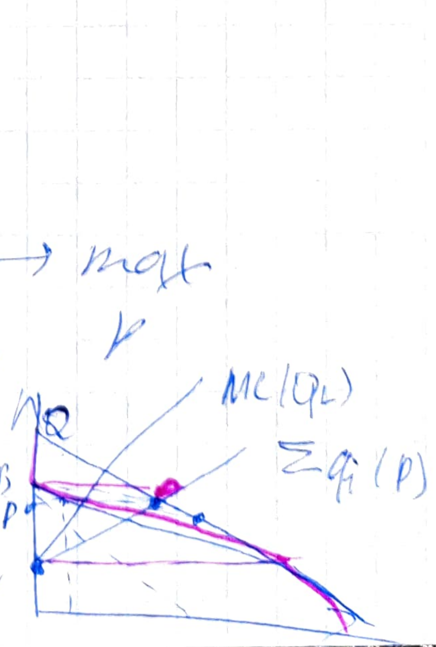
$q_1 = q_2 = 0{,}5 q_L$

$TC_L(q_L) = 0{,}5 q_L^2 + 2q_L$

$p \cdot Q^{ост}(p) - TC_L(Q^{ост}) \to \max_p$

$2 \leq p \leq 25 \Rightarrow p \approx 21{,}26$

$p < 2 \Rightarrow$ не уд.



Ценовая конкуренция при диф. товарах

$FC_1 = FC_2 = 20 \qquad VC_1 = VC_2 = 0$

$Q_1 = 12 - 2P_1 + P_2$
$Q_2 = 12 - 2P_2 + P_1$

$Ф_1: \ \pi_1 = P_1 \cdot Q_1 - TC_1 = 12P_1 - 2P_1^2 + P_1 P_2 - 20$

пусть P_2 – fixed $\Rightarrow \pi'_{1\,P_1} = 12 - 4P_1 + P_2 = 0$ $(MR = MC)$

$P_2^*(P_2) = 3 + 1/4\, P_2$

Анал. $P_2^*(P_1) = 3 + 1/4\, P_1$

1) $P_1^*(P_2) = P_2^*(P_1)$ — NE (одн. выбор)

2) сговор $\Rightarrow \frac{\Delta \Pi}{\Delta P} = 0$

$-40 + 2(12-P)\cdot P = (24-2P)\cdot P - 40$

$MR = 24 - 4P = 0 \Rightarrow P = 6$

$Q_1 = Q_2$

3) $Ф_1$ выбирает P_1 первой

$P_2^*(P_1) = 3 + 1/4\, P_1$

$\Pi_1 = P_1 Q_1 - TC_1 = 12 P_1 - 2 P_1^2 - 3P_1 + \frac{1}{4} P_1^2 - 20$

$= 9 P_1 - 1\frac{3}{4} P_1^2 - 20$

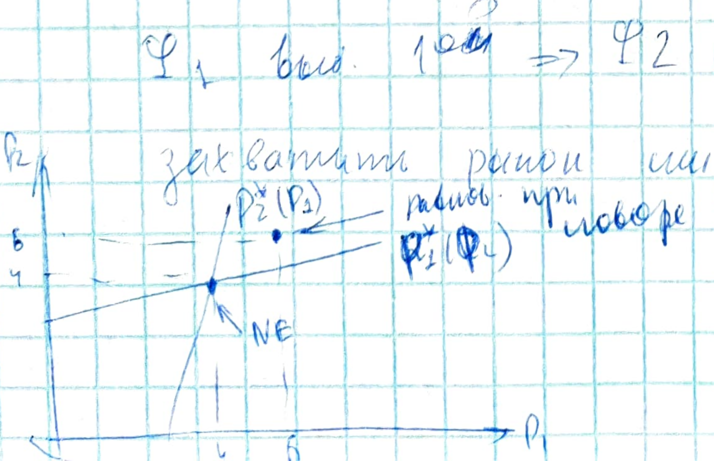
$\frac{\Delta \Pi_1}{\Delta P_1} = 9 - \frac{7}{2} P_1$

$P_1 = \frac{9 \cdot 2}{7} = \frac{18}{7} = 2\frac{4}{7}$

$P_1 <$ [illegible] — min losses

$Ф_1$ выб. 1ой $\Rightarrow Ф2$ имеет преим-во

захватить рынок снизив цену



Ломаная кривая спроса

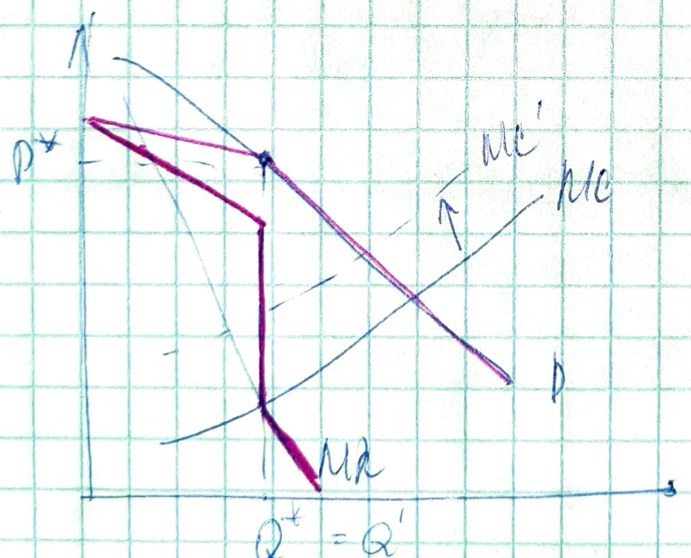
(если её кривая MR прерывается)

Согласно модели кривая спроса пятд фирмы изогнута в точке преобл. цены P^*

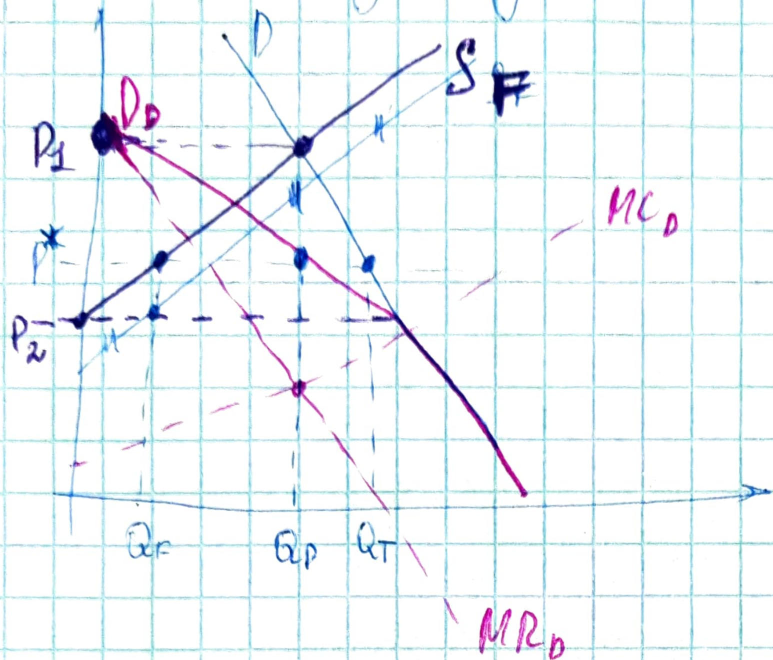
(при ~~цене~~ $P > P^*$ S весьма эласт., т.к. фирма уверена, что поднимет цены, никто не посл. её примеру. она потеряет долю рынка

при $P < P^*$ S неэласт.

Фирма уверена, что сниж. цен повлечет сниж. цен и др фирм, т.к. никто не хочет потерять свои доли)



Модель домин. фирмы



D_D – кривая D глав. фирмы

Назн. цену P^*

ост. прод. по P^* прод. объем, что могут

P^* опр. через

$MR_D^* = MC_D$

$\Rightarrow Q_D \Rightarrow Q_F = Q_T - Q_D$

S_F – предл. др. фирм

при $P^* \in [P_1; P_2]$

кривая D_D имеет большую эл.

по $S_F \Rightarrow D^D \Rightarrow MC^D, MR^D \Rightarrow Q^D \Rightarrow P^*$

Равновесные цены могут уст. на ур выше

треб. изд., если

а) ∃ огр. по мощности

б) тов. дифференцированы

в) $p(q)$ – случ. вел.

г) фирмы вовл. в беск. повт. игру

Смешанные олигополии

↳ Предприятие со смеш. целями

e.g. гос.-нос + коммерческое

F: виды

1) Revenue: $F = P(X) \cdot x_i$

2) Output: $F = x_i$

3) Market Share: $F = \frac{x_i}{X}$

4) Labour Manag. (π на 1 раб.): $F = \frac{P(X)x_i - C(x_i)}{N(x_i)}$

5) Social Welfare:

$$F = CS + PS = \left[\int_0^X P(q)\,dq - P(X)\cdot X\right] + \sum \pi_j(x_j; X)$$

Олигополии

Задача 1:

$$C_1(q_1) = q_1^2$$

$$C_2(q_2) = 2q_2^2$$

$$P(Q) = 2 - Q$$

а) $\pi_1 = (2 - q_1 - q_2)q_1 - q_1^2 \to \max\limits_{q_1}$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = 2 - 2q_1 - q_2 - 2q_1 \leq 0 \quad (=0,\ q_1 > 0)$$

$\pi_2 = (2 - q_1 - q_2)q_2 - 2q_2^2 \to \max\limits_{q_2}$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = 2 - q_1 - 2q_2 - 4q_2 \leq 0 \quad (=0,\ q_2 > 0)$$

① $\cancel{q_1 = 0 \quad q_2 > 0}$

$\cancel{q_2 = 1/3}$

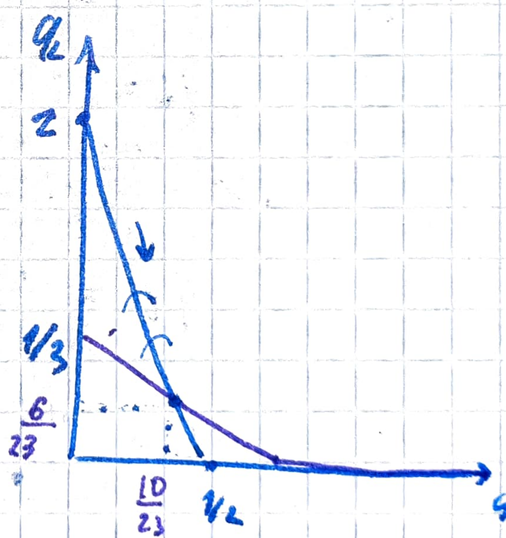
② $\cancel{q_2 = 0 \quad q_1 > 0}$

$\cancel{q_1 = 1/2}$

③ $\cancel{q_1 = q_2} = 0$

④ $q_1 > 0 \quad q_2 > 0$

$$q_1 = \frac{10}{23} \quad q_2 = \frac{6}{23} \quad \Rightarrow Q = \frac{16}{23}$$



$$q_2 = \begin{cases} \dfrac{2 - q_1}{6}, & q_1 < 2 \\ 0, & q_1 \geq 2 \end{cases} \qquad q_1 = \begin{cases} \dfrac{2 - q_2}{4}, & q_2 < 2 \\ 0, & q_2 \geq 2 \end{cases}$$

б) $\pi_1 = \left(2q_1 - \frac{2-q_1}{6}\right) q_1 - q_1^2 \to \max_{q_1}$

$q_1 = 5/11$

$Q^{ST.} = 47/66$

$q_2 = 17/66$

<u>Задача 2</u>

$p = 100 - \sum q_i$

$VC = q_i^2$

$TC = \begin{cases} q_i^2 + F & q_i > 0 \\ 0 & q_i = 0 \end{cases}$

а) $\pi_i = (100 - \sum_1^{100} q_j) q_i - q_i^2 - F \to \max_{q_i}$

$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 100 - \sum_2^{100} q_j - 2q_i - 2q_i = 0$

$q_i = 25 - \frac{1}{4} \sum_2^{100} q_j$

$100 - \sum_1^{100} q_j - 3q_i = 0$

$q_i = \frac{100}{3} - \frac{\sum q_j}{3} = \frac{100}{3} - \frac{qN}{3} \Rightarrow q_i = \frac{100}{N+3}$

$Q = \frac{100N}{N+3} \Rightarrow p = \frac{300}{N+3}$

$\left(100 - N \cdot \frac{100}{N+3}\right) \frac{100}{N+3} - \left(\frac{100}{N+3}\right)^2 - F = 0$

$\Rightarrow \quad \frac{100}{N+3} = \sqrt{\frac{F}{2}}$

$N = \max\left\{ \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{F}} - 3 ; 0 \right\}$

Смешанные олигополии

Задача:

$$Q = 100 - p$$

$$Q = q_0 + \sum q_i$$

$$c(q) = 10 + 0{,}05\, q^2/2$$

а) $\pi_j = q_j(100 - \sum q_i) - 10 - \frac{0{,}05}{2} q_j^2 \to \max\limits_{q_j}$

$$\frac{\partial \pi_j}{\partial q_i} = 100 - \sum_0^n q_i - q_j - 0{,}05\, q_j$$

$$q_j = \frac{100 - \sum q_i}{1{,}05}$$

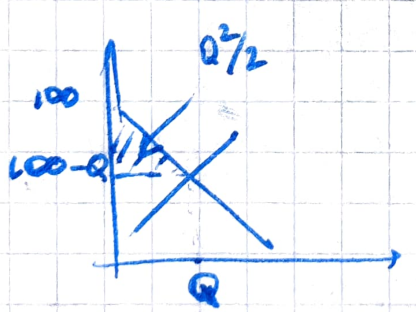
$$100 - (n+1) q_j - 1{,}05\, q_j = 0$$

$$q_j = \frac{100}{n + 2{,}05}$$

$$W = \pi_0 + \sum \pi_i + CS$$

$$= (n+1)\left(\frac{100}{n+2{,}05} \cdot \left(100 - (n+1)\frac{100}{n+2{,}05}\right) - 10 - \frac{0{,}05}{2}\left(\frac{100}{n+2{,}05}\right)\right) + \frac{Q^2}{2} \Rightarrow WS(n)$$

$$\frac{1}{2}(n+1)^n \frac{100}{2{,}05+n}$$



б) Stakelberg (q_0 → гос. фирма - лидер)

$$\pi_j = q_j \cdot (100 - \sum q_i) - 10 - \frac{0{,}05}{2} q_j^2 \longrightarrow \max$$

$$\frac{\partial \pi_j}{\partial q_j} = 100 - \sum_0^n q_i - q_j - 0{,}05\, q_j = 0$$

$$100 - q_0 - n q_j - q_j \cdot 1{,}05 = 0$$

$$q_j = \frac{100 - q_0}{n + 1{,}05}$$

$$W = \left(100 - q_0 - n \cdot \frac{100 - q_0}{n + 1{,}05}\right)(q_0 + n q_j(n))$$

$$- C(q_j(n)) \cdot n - c(q_0) + \frac{(q_0 + n(q_j(n))^2}{2} \to \max_{q_0}$$

в) гос-во $W \to \max$

фирмы $\pi \to \max$

$$W = (100 - q_0 - n q_j)(q_0 + n q_j) - C(q_j) n - C(q_0)$$

$$+ \frac{(q_0 + n q_j)^2}{2} \to \max_{q_0}$$

при $n = 8$ $E > N$, т.к.

фирмы знают, что гос-во $W \to \max$

$\Rightarrow$ если $n \uparrow$ при $q_0 \uparrow$ $q_j \downarrow$

$\Rightarrow$ суммарный выпуск падает сильнее, чем прирост q_0

$\Rightarrow$ исчезает смысл max благосостояния

б) гос-во выбирает q_j, n

$$W = (n+1)(100 - (n+1) q_j) q_j -$$

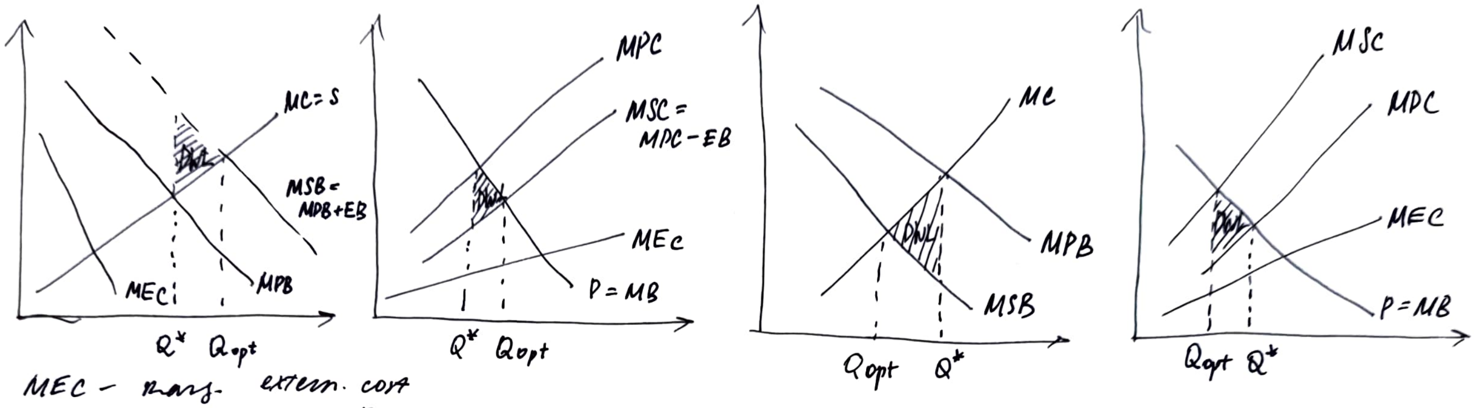
$$(10 + 0{,}05/2 \cdot q_j^2)(n+1) + \frac{((n+1) q_j)^2}{2} \to \max_{q_j, n}$$

⑪ Экстерналии

Провалы рынка: – асим. информации
– отс. прав собственности

трагедия общин: не опр. пр. с-ти, ресурсом все пользуются => запас↓

Положительные | Отрицательные



MEC – marg. extern. cost

Решение: – Налог Пигу => пр-во Q opt
– запреты / квоты
– интернализация экстерналий (внешний эф. => внутр. эф.)
– моральный фактор

Общ. блага → проблема перегруженности из-за неисчерпаемости

$$\Sigma MRS = MC$$

ex: $u_1(G, x_1) = \overset{\text{p. good}}{x_1} + \theta_1 \ln \overset{\text{s. good}}{G}$

$u_2(G, x_2) = x_2 + \theta_2 \ln G$

если $\theta_1 > \theta_2 \Rightarrow$ первому агенту G нужно больше

$$\begin{cases} u_1(G, x_1) = x_1 + \theta_1 \cdot \ln G \longrightarrow \max\limits_{x_1, g_1}, \quad \text{где } G = g_1 + g_2 \\ x_1 + \underset{\text{вклад в s.g.}}{g_1} \leq \underset{\text{н.з.}}{w_1^x}; \quad w_1^x, w_2^x > 0, \quad w_G = 0 \end{cases}$$

$(w_1^x - g_1) + \theta_1 \cdot \ln(g_1 + g_2) \longrightarrow \max\limits_{x_1, g_1}$

$\frac{\partial U}{\partial g_1} = \frac{\theta_1}{g_1 + g_2} - 1 \begin{matrix} = 0 \\ \leq 0 \end{matrix}, \quad \begin{matrix} g_1 > 0 \\ g_1 = 0 \end{matrix}$

$(w_2^x - g_2) + \theta_2 \cdot \ln(g_1 + g_2) \longrightarrow \max\limits_{x_2 g_2}$

$\frac{\partial U}{\partial g_2} = \frac{\theta_2}{g_1 + g_2} - 1 \begin{matrix} = 0 \\ \leq 0 \end{matrix}, \quad \begin{matrix} g_2 > 0 \\ g_2 = 0 \end{matrix}$

1) $g_1 = g_2 = 0$ – невозм., т.к. $(:0)$

2) $g_2 > 0$; $g_1 = 0$

$\begin{cases} \frac{\theta_1}{g_2} \leq 1 \\ \frac{\theta_2}{g_2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\theta_1}{\theta_2} \leq 1$ – неверно; по усл. $\theta_1 > \theta_2$

3) $g_1 > 0$; $g_2 > 0$

$\frac{\theta_1}{g_1 + g_2} = \frac{\theta_2}{g_1 + g_2} = 1 \Rightarrow \theta_1 = \theta_2$ – неверно, по усл. $\theta_1 > \theta_2$

4) $g_2 = 0$ $\quad g_1 > 0$

$\begin{cases} \frac{\theta_1}{g_1} = 1 \Rightarrow g_1 = \theta_1 \\ \frac{\theta_2}{g_1} \leq 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\theta_2}{\theta_1} \leq 1$ – выполн. $\Rightarrow$ вклад. тот, кому больше надо

$\begin{cases} \Sigma U = x_1 + x_2 + \theta_1 \ln G + \theta_2 \ln G \longrightarrow \max\limits_{x_1, x_2, g_1, g_2} \\ x_1 + x_2 + \underbrace{g_1 + g_2}_{G} \leq w_1^x + w_2^x \end{cases}$

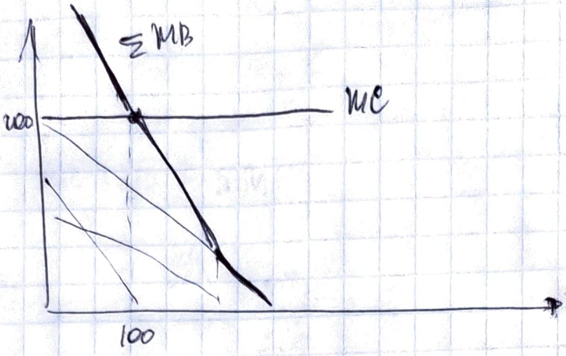
$w_1^x + w_2^x - G + \ln G(\theta_1 + \theta_2) \longrightarrow \max\limits_{G}$

$\frac{\partial U}{\partial G} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{G} - 1 = 0 \Rightarrow \underbrace{1}_{MC} = \underbrace{\frac{\theta_1 + \theta_2}{G}}_{\Sigma MB}$

$G_{no} = \theta_1 + \theta_2$

ex: $p_1 = 150 - T$ $p_2 = 200 - 2T$ $p_3 = 250 - T$

$MC = 200$



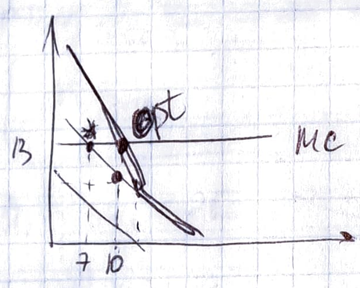
$\Sigma MB \neq \begin{cases} 600 - 4T = p \\ T^* = 100 \end{cases}$ $T_{ПО} = 200 = p(100)$

ex: $G = 20 - p_1$ $MC = 13$

$G = 16 - 2p_2$

а) $MC = \Sigma MB$ — ПО

б) раздельно



$p_1 = 20 - G$

$p_2 = 8 - \frac{1}{2} G$ $\Rightarrow$ $p = 28 - 1{,}5\, G$

$28 - 1{,}5\, G = 13$

$G_{ПО} = 10$ $p = 13$ пок. только 1

$G = 20 - p_1 = 20 - 13 = 7$ – равновесие

$u_1(x_1, G) = 2x_1 G$

$u_2(x_2, G) = 3x_2 G$

$u_3(x_3, G) = 5x_3 G$

$\sum SMB = \sum MRS$

$MRS_1 = \frac{2x_1}{2G} = \frac{x_1}{G}$

$MRS_2 = \frac{x_2}{G}$

$MRS_3 = \frac{x_3}{G}$

$\frac{x_1}{G} + \frac{x_2}{G} + \frac{x_3}{G} = 10$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 10G = 30 + 50 + 20 \\ \max u_1 \\ u_2 \geq \bar{u}_2 \\ u_3 \geq \bar{u}_3 \end{cases}$$

$u_1 = x_1 + 2\sqrt{G}$

$u_2 = 2x_2 + \sqrt{G}$

$MRS_1 = \frac{2}{2\sqrt{G}} = \frac{1}{\sqrt{G}}$

$MRS_2 = \frac{1}{4\sqrt{G}}$

$\sum SMB = \frac{4}{4\sqrt{G}} + \frac{1}{4\sqrt{G}} = \frac{5}{4\sqrt{G}}$

$\frac{5}{4\sqrt{G}} = 1 \Rightarrow G^{no} = \frac{25}{16}$

$$\begin{cases} \max(x_1 + 2\sqrt{G}) \\ x_1 + G = 8 \end{cases}$$

$x_1 = 7 \quad G_1 = 1$

$$\begin{cases} \max(2x_2 + \sqrt{G}) \\ x_2 + G = 6 \end{cases}$$

$x_2 = 5\frac{15}{16} \quad G = \frac{1}{16}$

$\sum G^* = 1 + \frac{1}{16} < G^{no}$

$u^A(x,y) = x_A^{1/2}\, y_A^{1/2}$ $\qquad w_A = (1;7)$

$u^B(x,y) = x_B^{1/4}\, y_B^{3/4}$ $\qquad w_B = (3;1)$

$$\begin{cases} u^A(x) = x_A^{1/2} \cdot y_A^{1/2} \longrightarrow \max \\ x_A \cdot p_x + y_A \cdot p_y \le 1 \cdot p_x + 7 p_y \\ u^B(x) = x_B^{1/4} \cdot y_B^{3/4} \longrightarrow \max \\ x_B \cdot p_x + y_B \cdot p_y \le 3 \cdot p_x + 1 \cdot p_y \\ x_A + x_B \le 4 \\ y_A + y_B \le 8 \end{cases}$$

$$MRS^A = \frac{\sqrt{y_A}}{\sqrt{x_A}} = \frac{y_A}{x_A}$$

$$MRS^B = \frac{1/4 \; y_B^{1/4}}{x_B^{3/4}\; 3/4} = \frac{1}{3}\,\frac{y_B^{0.25}}{x_B^{0.75}} = \frac{1}{3}\,\frac{y_B}{x_B} \qquad \frac{1}{3}\,\frac{y_B}{x_B} = \frac{y_A}{x_A}$$

A)

$$\frac{8 - y_A}{3(4 - x_A)} = \frac{y_A}{x_A}$$

$$8x_A - y_A x_A = 12 y_A - 3 x_A y_A$$

$$8 x_A + 2 x_A y_A - 12 y_A = 0$$

$$y_A = \frac{8x_A + 2 x_A y_A}{12}$$

$$7 \ne \frac{8 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 7}{12} \Rightarrow w_A ; w_B \text{ - не ПО}$$

Б)

$$x_A = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_x + 7p_y}{p_x} \qquad x_B = \frac{1}{4}\,\frac{3p_x + p_y}{p_x}$$

$$y_A = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_x + 7p_y}{p_y} \qquad y_B = \frac{3}{4} \cdot \frac{3p_x + p_y}{p_y}$$

$p_x = 1$

$$x_A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + 7p_y}{1} \qquad x_B = \frac{3 + p_y}{4}$$

$$y_A = \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + 7p_y}{p_y} \qquad y_B = \frac{9 + 3p_y}{4p_y}$$

$$x_A + x_B = 4$$

$$\frac{1 + 7p_y}{2} + \frac{3 + p_y}{4} = 4 \Rightarrow p_y = \frac{11}{15}$$

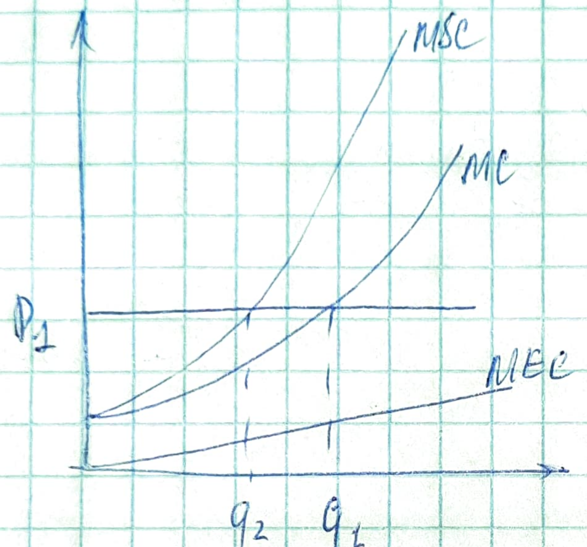
$$\frac{p_x}{p_y} = \frac{15}{4}$$

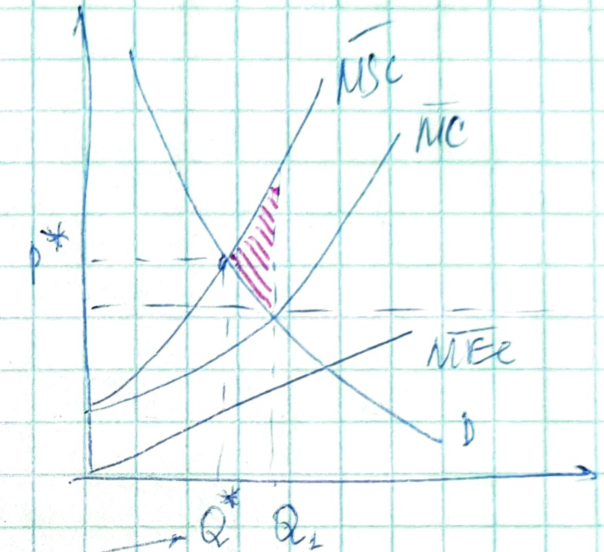
$x_A \approx 3$ $\qquad x_B \approx 1.9$

$y_A \approx 4$ $\qquad y_B \approx 3.8$

⑦ Экстерналии

Экст. не влияют на рын. цены, но могут стать ист. эк. неэф.





произв. реш. не учит. рынок

Фирма

эфф. Q при

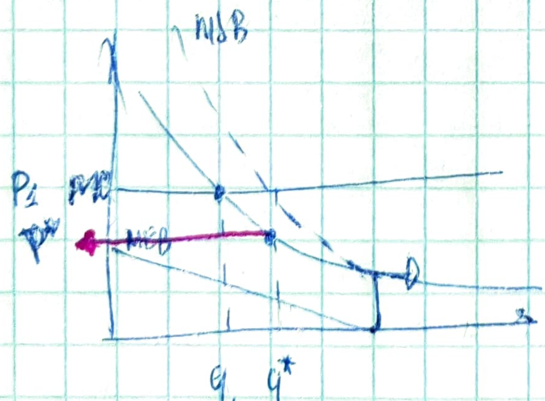
SD все зак. или один. внеш. эф.

Отрасль

MSC – mar. social costs; MEC – m. extern. costs

$MSC = MC + MEC$

MSB – marg. soc. ben.; MEB – m. extr. ben.



$MSB = MC$

P_1 слишком высока, чтобы владельцу повысить до эф. q^*

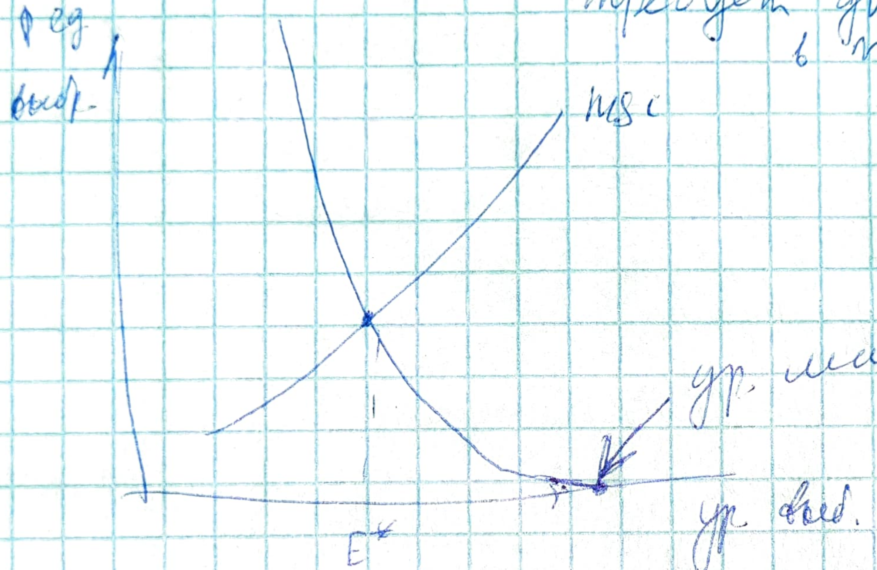
Чтобы обеспеч. q^* требуется более низк. p^*

MSC – пр. общ. изд. выбросов
MCA – пр. изд. сокращ. выбросов

↳ доп. изд. по контр. над загр.

~~выход~~ MCA высок, если треб. малое сниж. выбр.

MCA ↑: серьезное сокр. ур. выбросов требует дорог. инв. в технологию



– эф. уровень

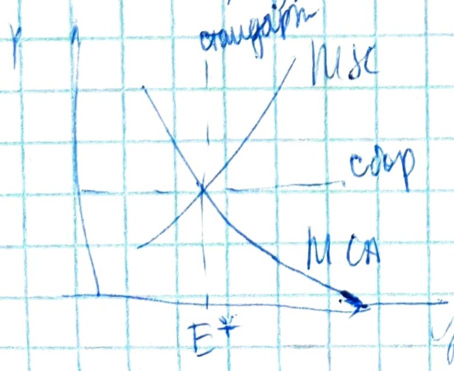
Госуд. фирму, след. до E*

1) уст. станд. на выбр.

2) плата за выбросы

3) разр. на загрязн.

I



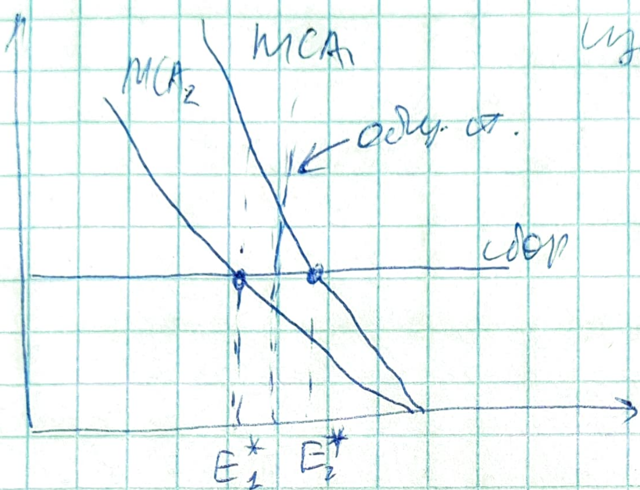
станд. подраз., что фирма раб. эф.

недост.: станд. фирма нач. повыш. расх. на сообт. ст.
⇒ P* ↑ Q* ↓

Вход возможен только если цена выше, чем Σ AC + сниж. выбр.

(II) Фирмы могут избегать платы сбора,
при снижении выбросы изд. меньше

при выбр. > E^* выгоднее сниж. изд., а не платить сбор



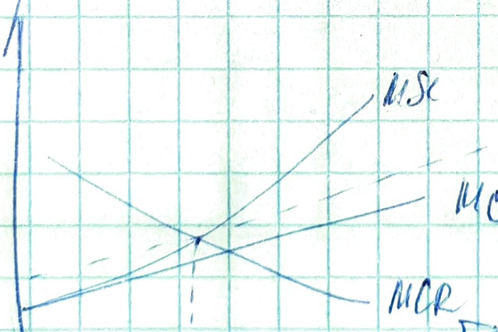
при сборе ↓ нагру фирмы до эф. исхода

при станд.
↓↑N

$Ф_1$ имеют доп. изд., также соотв. ст.

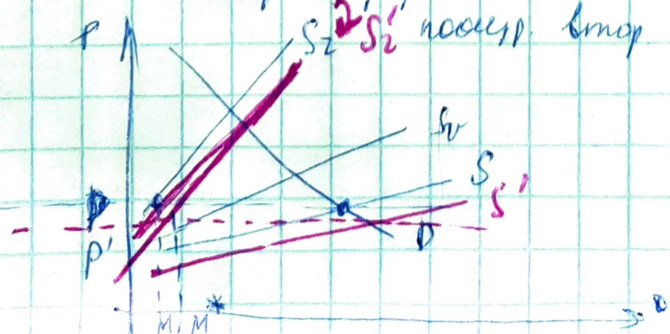
$Ф_2$ сниж. издержки

Станд. предпочт., если МЭС имеет кр. накл. (юр.)
MCA пологая (эл.)



MC + отдача на ед.

Втор переработка



S_2 – предл. втор. тары
S_v – предл. пер. (стекло-тара)
↓
возвр. депозит

① $u^A(x_1^A, x_2^A, x_1) = v(x_2^A, x_1) + x_1^A$, же

где $v(x_2^A, x_1)$

$\partial v / \partial x_1 < 0$

$w_1^A > 0 \quad w_2^A = 0$

$y_2 = f(x_1)$

$f'(x_1) > 0$

$f''(x_1) < 0$

$f(0) = 0$

1) один потр., один пр. допуст. распр. – ПО, если не сущ. другого $(\hat{x}_1^A, \hat{x}_2^A, \hat{x}_1, \hat{y}_2)$, что $u^A(\hat{x}_1^A, \hat{x}_2^A, \hat{x}_1)$ $>$ $u^A(\bar{x}_1^A, \bar{x}_2^A, \bar{x}_1)$

$$\begin{cases} u^A = v(x_2^A, x_1) + x_1^A \longrightarrow \max \\ x_1^A + x_1 = w_1^A \\ x_2^A = y_2 + w_2^A = f(x_1) + 0 \end{cases}$$

2) Равновесие с нест. $(\bar{x}_1^A, \bar{x}_2^A, \bar{x}_1, \bar{y}_2, \bar{p}_1, \bar{p}_2)$, если

① $(\tilde{x}_1^A, \tilde{x}_2^A)$ – реш. зад. потр. при равнов. p_1, p_2 и затр. $\tilde{x}_1$

$$\begin{cases} v(x_2^A, \tilde{x}_1 + x_1^A) \longrightarrow \max \\ \tilde{p}_1 x_1^A + \tilde{p}_2 x_2^A \le \tilde{p}_1 w_1^A + \tilde{p}_2 w_2^A + \pi(\tilde{p}_1, p_2) \end{cases}$$

(5) $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_2)$ – реш. зад. фирмы при $\tilde{p}_1, \tilde{p}_2$

$$\begin{cases} \tilde{p}_2 y_2 - \tilde{p}_1 x_1 \to \max \\ x_1 = c(y_2) \end{cases}$$

(3) $$\begin{cases} \tilde{x}_1^A + \tilde{x}_1 = w_1^A \\ \tilde{x}_2^A = \tilde{y}_2 + w_2^A \end{cases} = f(\tilde{x}_1)$$

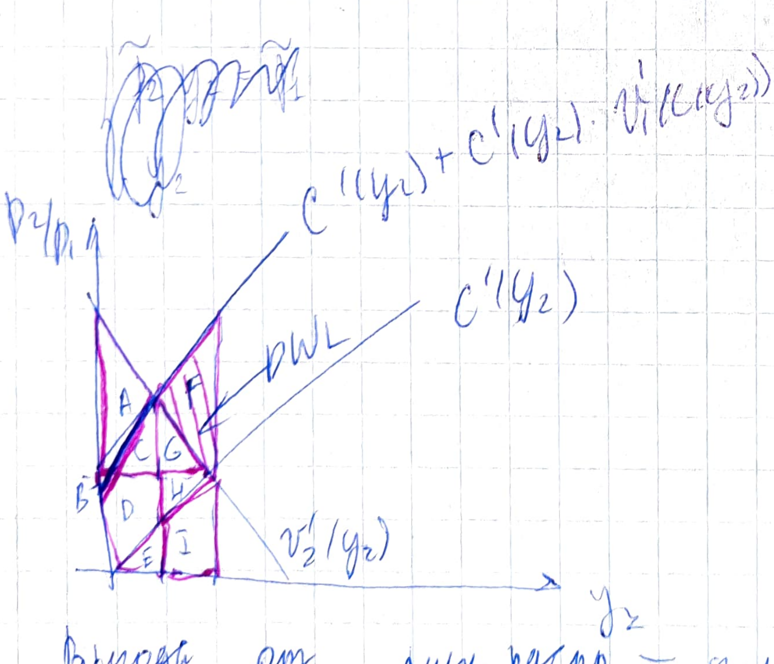
$\tilde{x}_1^A, \tilde{x}_2^A > 0$

Внутр. реш. удов. $MRS_{21}^A = \tilde{p}_2 / \tilde{p}_1$

$\cancel{\frac{1}{\partial v / \partial x_2^A} = \tilde{p}_1 / \tilde{p}_2}$

$MRS_{21}^A = \frac{\partial v}{\partial \tilde{x}_2^A} = \frac{\tilde{p}_2}{\tilde{p}_1}$

Реш. зад. ф. $\frac{\partial v(\,)}{\partial x_2^A} = c'(\tilde{y}_2)$



Выгода от дин. распр – площ. под

A + B + C + D + E
+ G + H + I

Общ. изд. C + D + E + ~~F~~ + G + H + I

DWL = F

(1) $u^A(x_1^A, x_2^A) = v^A(x_2^A) + x_1^A$

$u^B(x_1^B, x_2^B, x_2^A) = v^B(x_2^A, x_2^B) + x_1^B$

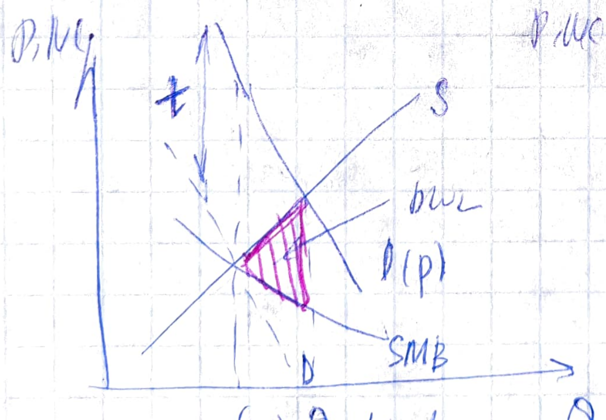
$w^A = (w_1^A, w_2^A) \quad w^B = (w_1^B, w_2^B)$

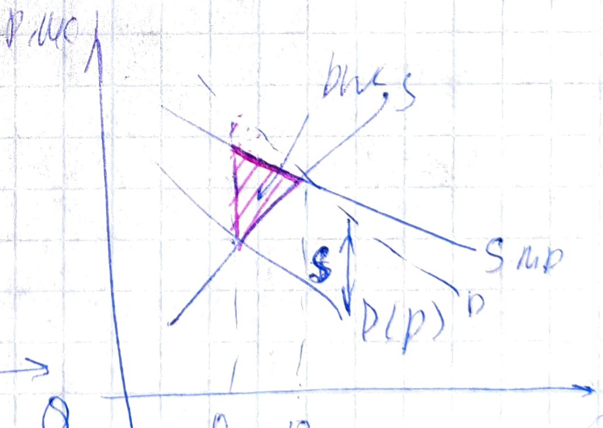
ПО:

$$\begin{cases} v^A(x_1^A, x_2^A) \to max \\ v^B(x_2^B, x_2^A) + x_1^B \geq u^B(\hat{x}_1^B, \hat{x}_2^B, \hat{x}_2^A) \\ x_1^A + x_1^B = w_1^A + w_1^B \\ x_2^A + x_2^B = w_2^A + w_2^B \end{cases}$$

$$\begin{cases} v^B \to max \\ v^A(\quad) \geq v^A(\hat{\ }, \hat{\ }) \\ \text{— // —} \\ \text{— // —} \end{cases}$$

(3)





Отр. экст. потр — т.к. SMB ниже D

Пол. экст. потр — // — выше

(4) $TC_э = 100y + 2{,}5y^2 + 100$

$P = 700 - y$ (200 - 60 заст $P = MC$)

$TC_к = sgn\ x \cdot (200x - 1{,}5y^2 + 1000000)$

т.к. $\partial TC_к/\partial y < 0 \Rightarrow$ полож. внешн. эф.

$p = \partial TC_э(y)/\partial y$

$700 - \tilde{y} = 100 + 5\tilde{y}$ $\quad \tilde{y} = 100$

$SMC(y) = MC_э(y) + MC_к(y) = 100 + 5y - 3y$

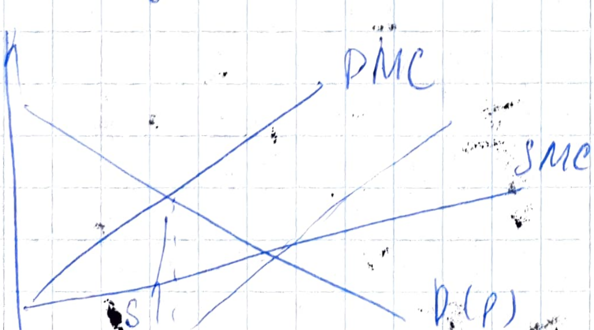
$700 - y = 100 + 2y$ $\quad y^* = 200$

$py - TC_э(y) + sy \to \max$

$(700 - y)y - 100y + 2{,}5y^2 + 100 + sy = 0$

$700 - y = 100 + 5y - s$

$s = 6\hat{y} - 600 = 600$



⑤ $\begin{cases} v(G) = -G^2 + (kN-1)G + kN \\ \pi = v(G)G - cG \end{cases}$

скооперр.,
един. предпр.

если нет, то i-ый ферм.
прин. за данное кол-во у др. ф.

$\max\limits_{g_i} v(G) g_i - c g_i \Leftrightarrow$

$\max(-G_i^2 + (kN-1)G_i + kN - c)g_i$

⑥ ПО:

$\begin{cases} x^A y^A \to \max \\ \tilde{p}_x x^A + \tilde{p}_y y^A \leq \tilde{p}_x \cdot 1 + \tilde{p}_y \cdot 1 \end{cases}$

$\begin{cases} x^B y^B - 0{,}5 x^A \\ -\text{"}-^B \end{cases}$

$\begin{cases} x^A + x^B = 2 \\ y^A + y^B = 2 \end{cases}$

Экстерналии

$U^A = x^A y^A$

$U^B = x^B y^B - 2x^A$ — отр. экст.

$W^A = (1, 1)$

$W^B = (1, 1)$

пусть $p_x = 1$

$\begin{cases} U^A \to \max \\ x^A + p_y y^A = 1 + p^y \end{cases}$

$\begin{cases} U^B \to \max \\ x^B + p_y y^B = 1 + p^y \end{cases}$

$x^A + x^B = 2$

$y^A + y^B = 2$

в равновесии экст. не учт.

$MRS_{xy}^i = \frac{MRS_x^i}{MRS_y^i}$

$\frac{y_A}{x_A} = \frac{1}{p_y}$

$x_A = y_A p_y$

$2 y_A p_y = 1 + p_y$

$y_A = \frac{1 + p_y}{2 p_y} \Rightarrow x_A = \frac{1 + p_y}{2}$

$y_B = \frac{1 + p_y}{2 p_y} \Rightarrow x_B = \frac{1 + p_y}{2}$

$\frac{1 + p_y}{2} + \frac{1 + p_y}{2} = 2$

$p_y = 1$

$y_A^* = 1,\ y_B^* = 1,\ x_A^* = 1,\ x_B^* = 1$

не ПЭ, т.к. есть ext.

$$\begin{cases} u = x_A y_A + x_B y_B - 2x_A \to max \\ x_A + x_B = 2 \\ y_A + y_B = 2 \end{cases}$$

x, y

$x_A = 1 - \varepsilon$

$dx_A = -\varepsilon$

$MRS_A = y_A / x_A$

$MRS_A = -\frac{dy}{dx} = 1 \Rightarrow dy = +\varepsilon$

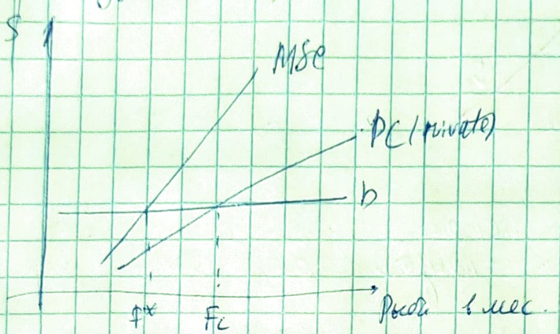
ост. и. той же пр. безр

(12) Общ. блага

(8) Общ. блага

Рес. общ. пользования (common goods)

(возд. и вода, ~~от.~~ рыбалка; мин. сырье)



Когда рес. доступен для всех, то лов до Fc превышается F*

→ Взнос за польз. рес. ↓ до F*

Общ. блага

Неконкурентные и неисключительные

↓

для любого дан. ур. пр-ва MC = 0

дорога, ТВ, маяк

↓

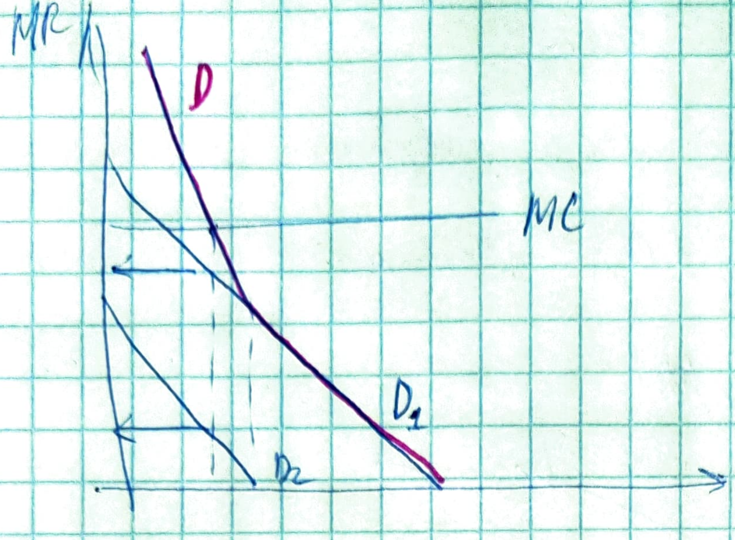
может получить любой не лишив кого-либо возм. приобрести товар

↓

нельзя искл. из потр.

↓

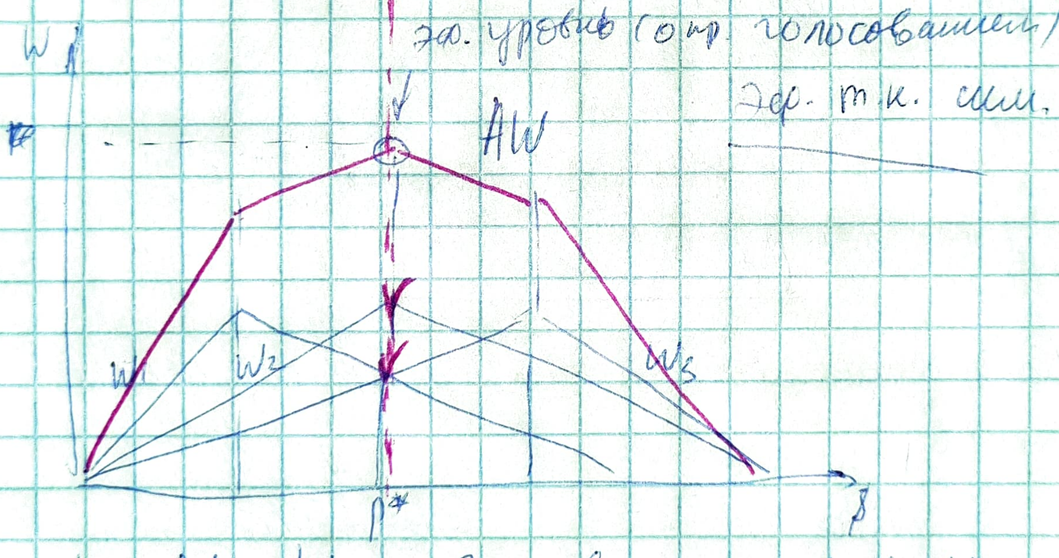
сложно снимать плату за пользование



Если плат. неполн. по общ. пред. выг. от потр. – пред. D, получ. верт. слож.

Эф. объем выпуска MR = MC

пред. общ. выг. = пред. изд.



W_1, W_2, W_3 – готовность платить для кажд. гр.

AW – совок. W

средний голос. предп. P^*

Общ. блага

(1)

$$u^A(x_1^A, x_2) = 4\ln x_2 + x_1^A$$

$$u^B(x_1^B, x_2) = 8\ln x_2 + x_1^B$$

$$f(x) = \sqrt{x_1}$$

$$w_1^A = 120, \quad w_1^B = 20$$

$\theta^A = 3/4$ — доли потр. A

$(\tilde p_1, \tilde p_2, \tilde t^A, \tilde t^B, \tilde x_1^A, \tilde x_1^B, \tilde x_2, \tilde y_2, x_1)$

— равн. с добр. фин.:

(1)
$$\begin{cases} v^k(x_2) + x_1^k \to \max \\ p_1 x_1 + \underbrace{t^k}_{\text{добр. взнос потр. } k \text{ на покупку общ.}} \le \tilde p_1 w_1^k + \theta^k \underbrace{\pi(\tilde p_2, \tilde p_1)}_{\text{прибыль}} \end{cases}$$

$(\tilde p_2 x \le t^k + \tilde t^{-k})$

$k = \{A; B\}$

(2) $\tilde y_2, \tilde x_1$ — реш. зад. фирмы

$$\begin{cases} \tilde p_2 y_2 - \tilde p_1 x_1 \to \max \\ y_2 = f(x_1) \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \tilde p_2 y_2 - \tilde p_1 x_1 \to \max \\ c(y_2) = x_1 \end{cases}$$

(3) $\tilde x_2 = \tilde y_2$; $\tilde x_1^A + \tilde x_1^B + \tilde x_1 = w_1^A + w_2^B$

(3) $u^A = \cancel{a v(x)} + m^A$

$u^B = \cancel{b v(x)} + m^B$

$\cancel{v(m)} = m/2$

$$\begin{cases} \tilde{p}_1 y_1 - \tilde{p}_2 \cdot y_2 \to \max \\ y_1 \leq y_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1^k x_2^k \to \max \\ \tilde{p}_2 x_2^k + \tilde{\tau}^k x_1^k \leq \tilde{p}_2 w^k + \theta^k \pi (\tilde{p}_1, \tilde{p}_2) \end{cases}$$

$\langle \ldots \rangle$