

# УПРОЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УЗЛОВЫХ ЦЕН НА РЫНКЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ

**Б.Г. Булатов, В.О. Каркунов**  
г. Челябинск, ЮУрГУ

## SIMPLIFIED METHODS OF NODAL PRICES DETERMINATION AT THE ELECTRIC ENERGY MARKET

**B.G. Bulatov, V.O. Karkunov**  
Chelyabinsk, SUSU

Разработана математическая модель, в которой учет режимных ограничений осуществлен по методу Лагранжа, а для учета потерь использованы R-схема и коэффициенты токораспределения. Проведены сравнительные расчеты для виртуальной энергосистемы и для первой ценовой зоны, подтвердившие возможность использования метода для целей прогнозирования узловых цен.

**Ключевые слова:** рынок электроэнергии, узловые цены, метод Лагранжа, коэффициенты токораспределения.

A mathematical model which stocktakes the mode restrictions with the method of Lagrange and uses the R-circuit and coefficients of transfer current ratio to stocktake the influence of losses upon nodal prices is developed.

**Keywords:** electric energy market, nodal prices, method of Lagrange, coefficients of transfer current ratio.

### Введение

С 1 сентября 2006 года постановлением Правительства Российской Федерации введены новые правила функционирования оптового рынка электроэнергии (мощности), которые меняют всю систему взаимоотношений покупателей и поставщиков электрической энергии и мощности, усиливая роль свободных цен. В новой модели оптового рынка предусмотрены два способа торговли электроэнергией - это свободные двусторонние договоры и рынок «на сутки вперед» (РСВ). В рамках свободных двусторонних договоров участники рынка сами определяют контрагентов, цены и объемы поставки. Основой рынка «на сутки вперед» является проводимый администратором торговой системы (АТС) конкурентный отбор ценовых заявок поставщиков и покупателей за сутки до реальной поставки электроэнергии с определением цен и объемов поставки на каждый час суток. Для проведения отбора ценовых заявок системный оператор (СО) предоставляет АТС актуализированную расчетную модель и планируемое почасовое потребление.

Успешная экономическая деятельность участников оптового рынка электроэнергии зависит от объективного учета складывающейся на рынке ценовой ситуации при формировании заявок на покупку/продажу электроэнергии. В данных условиях особую актуальность приобретает задача оценки значений равновесных цен на электроэнер-

гию в узлах расчетной модели, определяющих ситуацию на оптовом рынке.

Целью работы является создание практического инструмента для участников ОРЭ по определению узловых цен на рынке «на сутки вперед», который будет являться упрощенной альтернативой расчетной модели, применяемой АТС.

### Методика АТС

Конкурентный отбор ценовых заявок на сутки вперед, заключающийся в определении планового почасового производства и потребления электроэнергии участниками оптового рынка, проводится администратором торговой сети с использованием расчетной модели, предоставленной СО, в соответствии с Регламентом [1]. Математическая модель формируется как оптимизационная задача нелинейного программирования. Целевая функция задачи расчета узловых цен и объемов РСВ задается следующим образом:

$$\sum_c \sum_l c_l^c P_c(l) - \sum_g \sum_l c_g^l P_g(l) \rightarrow \max_{P_g(l), Q_g, P_c(l), U_j, d_j}, \quad (1)$$

где  $P_g(l)$  - объем в  $l$ -й ступеньке ценовой заявки генератора  $g$ ;  $Q_g$  - реактивная мощность генератора  $g$ ;  $P_c(l)$  - объем в  $l$ -й ступеньке ценовой заявки потребителя  $c$ ;  $U_j, d_j$  - модуль и фаза напряжения в узле  $j$  соответственно.

Сложность задачи определяется большим числом ограничений в форме равенств и неравенств. Рассмотрим лишь основные из них.

Ограничения в форме равенств определяются условиями баланса активной и реактивной мощности в каждом узле]:

$$\sum_i p_{ij} + \sum_g P_g - \sum_c P_c = 0 \text{ для каждого } j, \\ \sum_i q_{ij} + \sum_g Q_g - \sum_c Q_c^{\max} = 0 \text{ для каждого } j, \quad (2)$$

где  $P_g = \sum_l P_g(l)$  - активная мощность, выдаваемая поставщиком;

$$P_c = \sum_l P_c(l) \quad - \quad \text{активная мощность,}$$

принимаемая потребителем.

Учет зависимостей потоков активной  $p_{ij} = f(U_i, U_j, d_i, d_j)$  и реактивной мощности  $q_{ij} = f(U_i, U_j, d_i, d_j)$  по ветвям сети от модулей и фаз напряжений требует решения задачи расчета режима энергосистемы на каждой итерации поиска экстремума.

Ограничения в форме неравенств более разнообразны и учитывают:

- ограничения по производству и потреблению электроэнергии, исходя из заявок участников рынка

$$0 \leq P_g(l) \leq P_g^{\text{bid}} \text{ для всех } g, l; \\ 0 \leq P_c(l) \leq P_c^{\text{bid}} \text{ для всех } c, l, \quad (3)$$

где  $P_g^{\text{bid}}$  - активная мощность, соответствующая объему 1-й ступени ценовой заявки поставщика;  $P_c^{\text{bid}}$  - активная мощность, соответствующая объему 1-й ступени ценовой заявки потребителя;

- ограничения на производство реактивной мощности

$$Q_g^{\min} \leq Q_g \leq Q_g^{\max} \text{ для всех } g; \quad (4)$$

- ограничения потоков активной мощности по контролируемым сечениям или ветвям

$$p_{\sigma}^{\min} \leq \sum_i p_{ij} \leq p_{\sigma}^{\max} \text{ для всех } \sigma, \quad (5)$$

где  $\sigma$  - контролируемые сечения;

- ограничения на уровни напряжения

$$0,9U_j^{\text{ном}} \leq U_j \leq 1,1U_j^{\text{ном}} \text{ для всех } j. \quad (6)$$

Результатом решения оптимизационной задачи являются оптимальные значения  $P_g(l)$ ,  $P_c(l)$ , определяющие объемы производства и потребления электрической энергии. В ходе решения определяются и двойственные переменные к ограничениям [2]. Множители Лагранжа  $\lambda_j^P$  к ограничениям (2) по балансу активной мощности в узлах с экономической точки зрения интерпретируются как равновесные узловые цены. Множители Лагранжа  $\mu_{\sigma}$  к активным ограничениям (5) по контролируемым сечениям с экономической точки зрения интерпретируются как цены последнего МВт пропускной способности сечения.

Используя математический пакет MATLAB [3,4], был проведен расчет узловых цен в тестовой сети, результаты которого приведены на рис. 1. В примере все нагрузки приняты ценопринимательными, ценовые заявки генераторов имеющими одну ступень, балансирующий узел 6 с  $U=115$  кВ и  $d=0$ , контролируемые потоки в ветвях 6-5 и 3-4.

## Упрощенная методика по R-схеме

Реализация метода АТС требует значительных объемов информации для актуализированной

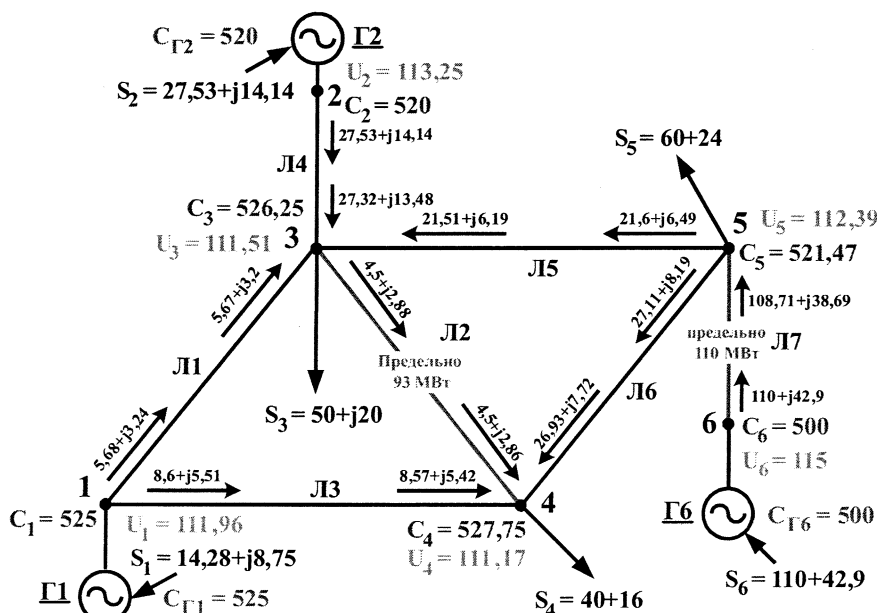


Рис. 1. Результаты расчета по методике АТС

модели, поскольку узловые цены определяются на основе уравнений баланса, требующих расчета режима. Природа режимной поправки цены в узлах заключается в различном влиянии последнего МВт узловой мощности на потери в сети, количественной мерой которого является удельный прирост потерь [5, 6]. Для приближенного определения потоков мощности в ветвях, потерь в сети и приростов потерь можно использовать коэффициенты токораспределения, что не требует итерационных расчетов.

Таким образом, задача может решаться в два этапа. На первом определяются равновесные узловые цены и оптимальный план производства/потребления электроэнергии, т.е. величин  $P_g(l)$ ,  $P_c(l)$ , с учетом баланса в системе, ценовых заявок и ограничений по сечениям, но без учета потерь в сети. На втором этапе по найденным узловым мощностям проводится учет потерь, уточнение значений  $P_g(l)$ ,  $P_c(l)$  и корректировка узловых цен.

Итак, на первом этапе целевая функция задачи определяется следующим образом:

$$\sum_c \sum_l c_c^l P_c(l) - \sum_g \sum_l c_g^l P_g(l) \rightarrow \max_{P_g(l), P_c(l)}, \quad (7)$$

где  $P_g(l)$  - объем в  $l$ -й ступени ценовой заявки генератора  $g$ ;

$P_c(l)$  - объем в  $l$ -й ступени ценовой заявки потребителя  $c$ .

В составе ограничений задачи оптимизации учитываются:

- баланс активной мощности в системе без учета потерь

$$\sum_g P_g - \sum_c P_c = 0, \quad (8)$$

где  $P_g = \sum_l P_g(l)$  - активная мощность, выдаваемая поставщиком;

$P_c = \sum_l P_c(l)$  - активная мощность,

принимаемая потребителем;

- ограничения по производству и потреблению электроэнергии, исходя из заявок участников рынка:

$$\begin{aligned} 0 \leq P_g(l) \leq P_g^{\text{bid}} \text{ для всех } g, l, \\ 0 \leq P_c(l) \leq P_c^{\text{bid}} \text{ для всех } c, l. \end{aligned} \quad (9)$$

где  $P_g^{\text{bid}}$ ,  $P_c^{\text{bid}}$  - активная мощность, соответствующая объему  $l$ -й ступени ценовой заявки поставщика/потребителя соответственно;

- ограничения перетоков активной мощности по контролируемым сечениям

$$p_{\sigma}^{\min} \leq \sum_{ij} p_{ij} \leq p_{\sigma}^{\max} \text{ для всех } \sigma, \quad (10)$$

где все  $p_{ij}$  определяются с помощью предварительно найденной матрицы коэффициентов токораспределения  $[\alpha]$ .

Результатом первого этапа решения являются двойственные переменные  $\lambda$ ,  $\nu$ ,  $\mu$ , по которым и определяются узловые цены без учета потерь [2]:

$$C = \lambda + \nu + [\alpha]^T \tau \mu. \quad (И)$$

Найденные таким образом цены определяют приращение целевой функции при изменении узловой мощности на 1 МВт.

Задачей второго этапа является корректировка узловых цен с учетом потерь в сети. В соответствии с методикой оптимизации режимов поправку на потери можно осуществить по формуле

$$C_y = \frac{C}{1 - \frac{\partial \pi}{\partial P_j}}, \quad (12)$$

где  $\frac{\partial \pi}{\partial P_j}$  - удельные приросты потерь.

Приближенно потери активной мощности в сети

$$\pi = \frac{\sum_s (P_s^2 + Q_s^2) \cdot R_s}{U_n^2} = \frac{(1 + \text{tg} \varphi^2) \sum_s P_s^2 \cdot R_s}{U_n^2}, \quad (13)$$

где  $U_n$  - номинальное напряжение расчетной схемы;

$\text{tg} \varphi$  - средний коэффициент мощности.

Потоки мощности по ветвям  $P_s$  по найденным на первом этапе узловым мощностям  $P$  определяются по матричному уравнению

$$P_s = [\alpha] P. \quad (14)$$

Как известно из теории оптимизации режимов, удельные приросты потерь можно приближенно определить по формуле

$$\frac{\partial \pi}{\partial P_j} = \frac{2(1 + \text{tg}^2 \varphi)}{U_n^2} \cdot \sum_s P_s \cdot R_s, \quad (15)$$

в которой сумма вычисляется по любой группе ветвей, связывающих рассматриваемый узел с балансирующим узлом, и будет пропорциональна потере напряжения  $\Delta U_j = U_j - U_{\text{бу}}$  в группе. Потерю напряжения можно найти путем решения узлового уравнения для R-схемы замещения сети. Тогда выражение (15) примет вид

$$\frac{\partial \pi}{\partial P_j} = \frac{2(1 + \text{tg}^2 \varphi)}{U_n^2} \cdot Y^{-1} \cdot P, \quad (16)$$

где  $Y^{-1}$  - обращенная матрица узловых проводимостей R-схемы;

$P$  - вектор узловых мощностей.

Для уточнения плана генерации/потребления необходимо потери по ветвям, определенные по выражению (13), учесть в уравнении баланса. При повторном расчете все потери мощности перенесутся в балансирующий узел, что в рассмотренном примере может привести к нарушению ограничения по ЛЭП. Причиной этого является формальное отсутствие связи между потоками мощности по ветвям расчетной схемы и мощностью балансирующего узла, поскольку коэффициенты токораспределения от балансирующего узла равны 0.

Для исключения несоответствия примем в качестве балансирующего фиктивный узел № 7 с

ценопринимающей нагрузкой в 0 МВт, включенный в рассечку линии Л7. Фиктивная нагрузка должна быть нулевой, иначе в ходе оптимизации потери мощности будут переноситься на балансирующий узел, а не на все электростанции. Так как Л7 имеет ограничение по пропускной способности, то приблизим фиктивный узел № 7 к нагрузочному узлу № 5 на малое расстояние и с участка 5-7 снимем ограничение по контролируемому сечению Л7. Результаты расчета по упрощенной методике приведены на рис. 2.

Сравнение результатов расчета по рассмотренным методам дается в табл. 1.

**Решение рыночной задачи для виртуальной энергосистемы**

Проверим работоспособность предложенной методики определения узловых цен для небольшой виртуальной энергосистемы, в составе которой КЭС, ТЭЦ, 7 потребителей и п/ст Север связи с магистральной сетью, выступающая на аукционе в качестве поставщика энергии. Потребители, пи-

тающиеся от п/ст 1, п/ст 2, п/ст 3, п/ст 5, п/ст 6, рассматриваются как гарантирующие поставщики (энергосбытовые организации), следовательно, объемы покупки электроэнергии определяются ценопринимающими заявками (\*). Потребители п/ст 4 и п/ст 7 помимо ценопринимающей ступени заявки имеют дополнительную, отражающую предельную стоимость требуемого объема электрической энергии. Объемы регулируемых договоров и технологический минимум выработки электроэнергии электростанций учитываются в ценопринимающей ступени (\*). Ценовые заявки некоторых участников рынка представлены на рис. 3.

Экранная страница программы, реализующей исследуемые методы проведения аукциона АТС, показана на рис. 4. Здесь представлены результаты расчета узловых цен по методу АТС для случая ремонта двух ЛЭП. Следует отметить, что изменение оперативной схемы на экране вызывает соответствующую перестройку расчетной модели, расчет и отображение результатов.

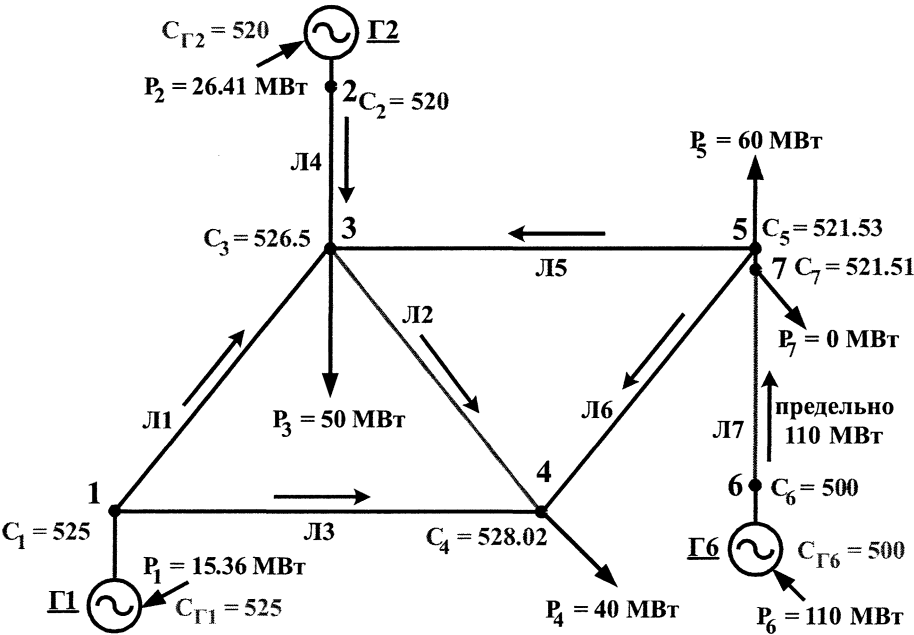


Рис. 2. Результаты расчета по R-схеме

Таблица 1

Сравнительные результаты расчета

Методика	АТС	R-схема
Узловые цены, руб./МВт·ч	1 – 525	1 – 525
	2 – 520	2 – 520
	3 – 522,5	3 – 526,5
	4 – 527,75	4 – 528,02
	5 – 521,41	5 – 521,53
	6 – 500	6 – 500
План производства, МВт	1 – 14,28	1 – 15,36
	2 – 27,53	2 – 26,41
	6 – 110	6 – 110

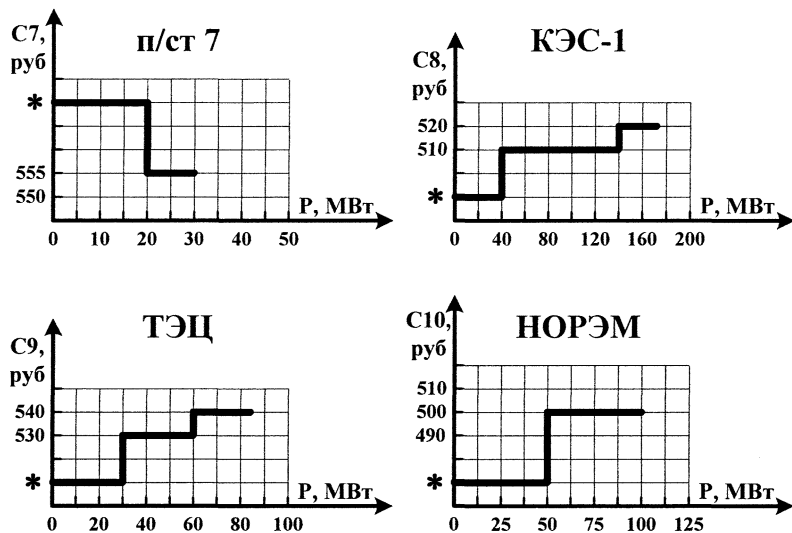


Рис. 3. Ценовые заявки

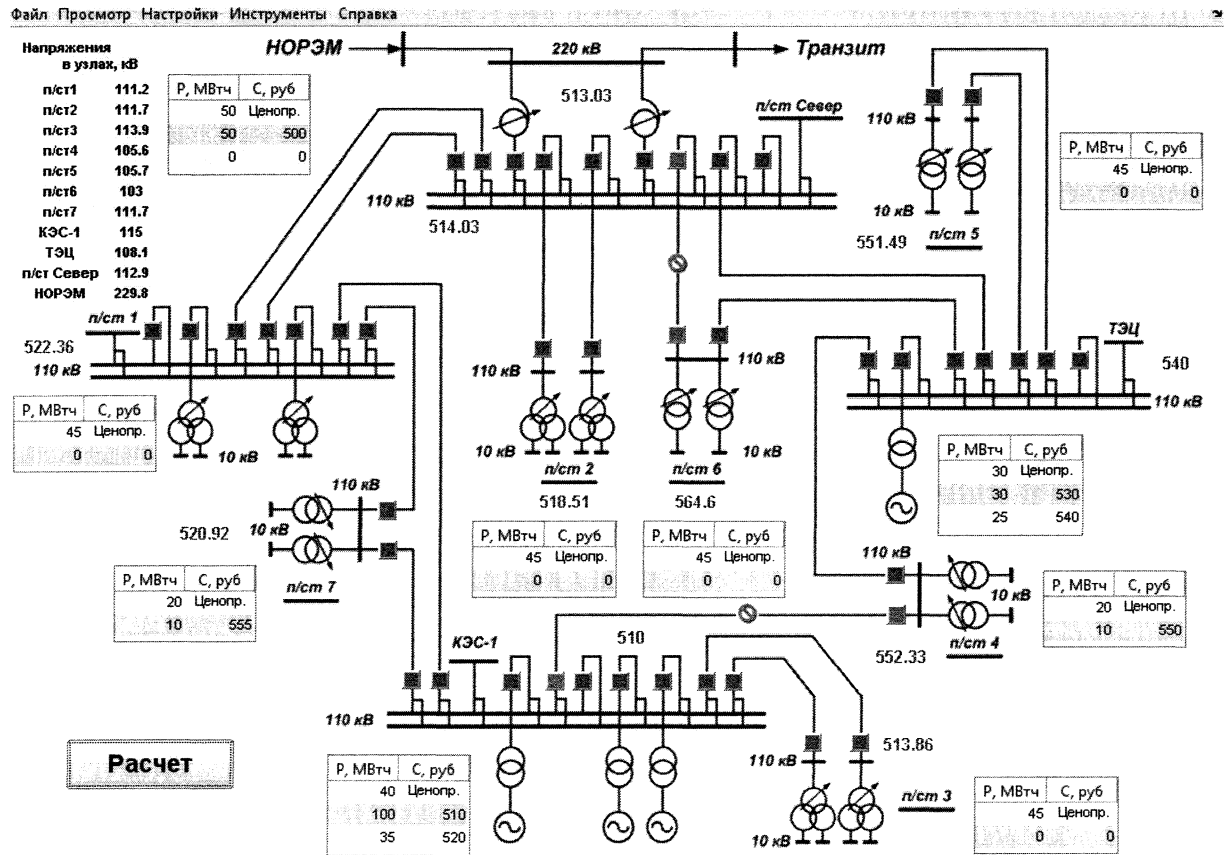


Рис. 4. Схема виртуальной энергосистемы

Результаты расчета узловых параметров по методике АТС представлены в табл. 2. Значение целевой функции благосостояния  $F=291\,320$ .

Для тех же условий был проведен расчет по методу R-схемы, общие результаты которого представлены в табл. 3. Значение целевой функции  $F=291\,690$ .

Анализируя результаты конкурентного отбора ценовых заявок по разным методикам, приходим к

выводу, что при отключении ЛЭП изменяется конфигурация сети, в результате чего увеличиваются пути от дешевых источников электроэнергии, что приводит к загрузке более дорогого генерирующего оборудования и к росту значений узловых цен в узлах, находящихся на значительном расстоянии от поставщиков энергии с низким уровнем ценовых заявок. Отключение ЛЭП привело к существенному увеличению значения узловой

Результаты расчета аукциона электроэнергии по методу ATC

Узел	п/ст 1	п/ст 2	п/ст 3	п/ст 4	п/ст 5
с, руб.	522,36	518,51	513,86	552,33	551,49
P, МВт·ч	45	45	45	20	45
P <sub>3</sub> , МВт·ч	45	45	45	20, 0	45
Q, Мвар	18	18	18	12	18
U, кВ	111,2	111,7	113,9	105,6	105,7
Узел	п/ст 6	п/ст 7	КЭС-1	ТЭЦ	НОРЭМ
с, руб.	564,6	520,92	510	540	513,03
P, МВт·ч	45	30	98,46	80,66	100
P <sub>3</sub> , МВт·ч	45	30	45, 58,46, 0	30, 30, 20,66	50, 50
Q, Мвар	18	12	48	46	38,48
U, кВ	103	111,7	115	108,1	229,8

Таблица 3

Результаты расчета аукциона по методу R-схемы

Узел	п/ст 1	п/ст 2	п/ст 3	п/ст 4	п/ст 5
с, руб.	523,76	518,77	514,83	550,63	549,66
P, МВт·ч	45	45	45	20	45
P <sub>3</sub> , МВт·ч	45	45	45	20, 0	45
Узел	п/ст 6	п/ст 7	КЭС-1	ТЭЦ	НОРЭМ
с, руб.	559,32	522,52	510	540	512,82
P, МВт·ч	45	30	103,48	75,33	100
P <sub>3</sub> , МВт·ч	45	20, 10	40; 63,48; 0	30, 30, 5,33	50, 50

цены п/ст 4 с 529,59 до 552,23 руб., в результате чего ценовая заявка «10 МВт·ч» - «550 руб.» не прошла конкурентный отбор, вследствие превышения узловой цены ценовой заявки. Ремонт ЛЭП также предопределил генерацию на ТЭЦ 15,33 МВт·ч электроэнергии с высокой ценовой заявкой (по 540 руб.).

Но самый важный вывод заключается в том, что упрощенная расчетная модель дает практически аналогичные качественно и количественно результаты. Для дополнительной оценки возможностей метода R-схемы проведем расчет часовых узловых цен для одной из ценовых зон ЕЭС.

#### Расчет узловых цен по зонам свободного перетока ЕЭС России

Рассмотрим первую ценовую зону ЕЭС России в виде совокупности зон свободных перетока (ЗСП), в пределах которых электроэнергия и мощность могут быть замещены энергией и мощностью другого генерирующего оборудования в той же ЗСП, а замена электроэнергией и мощностью генерирующего оборудования, расположенного в иной ЗСП, может быть осуществлена только в пределах ограничений перетока между такими зонами. Изобразим на рис. 5 расчетную модель первой ценовой зоны ЕЭС России в виде графа, состоящего из 22 узлов, и обозначим предельные объемы поставки мощности между зонами свободного перетока (ЗСП).

В ходе решения рыночной задачи определяются равновесные цены ЗСП, хотя на самом деле в

узлах, отнесенных к зоне свободного перетока, установится различный уровень узловых цен, обусловленный только потерями мощности в ЗСП, и эти значения будут лежать в некоторой окрестности равновесной цены ЗСП.

Апробируем предложенную методику в условиях ограниченной информации, выполнив прогноз конкурентного отбора ценовых заявок на рынке «на сутки вперед» (РСВ) для первой ценовой зоны ЕЭС России на 5 июня 2009 года при следующих допущениях:

- вся нагрузка является ценопринимательной;
- не учитывается импорт/экспорт электроэнергии;
- связь между ЗСП осуществляется линиями напряжением 500 и 220 кВ;
- доля ценопринимательного предложения в ценовых заявках тепловых электростанций составляет 33% и учитывает теплофикационный минимум и приоритетные объемы регулируемых договоров;
- для учета потерь внутри зоны свободного перетока увеличивается уровень потребления в ней на 5 %;
- готовность генерирующего оборудования к выработке и расходы на собственные нужды электростанций выражается коэффициентом использования  $K_{\text{и}}$ .

Для формирования ценовых заявок потребителей используем информацию о прогнозируемом потреблении, публикуемую на официальном сайте системного оператора [7, 8] (рис. 6).

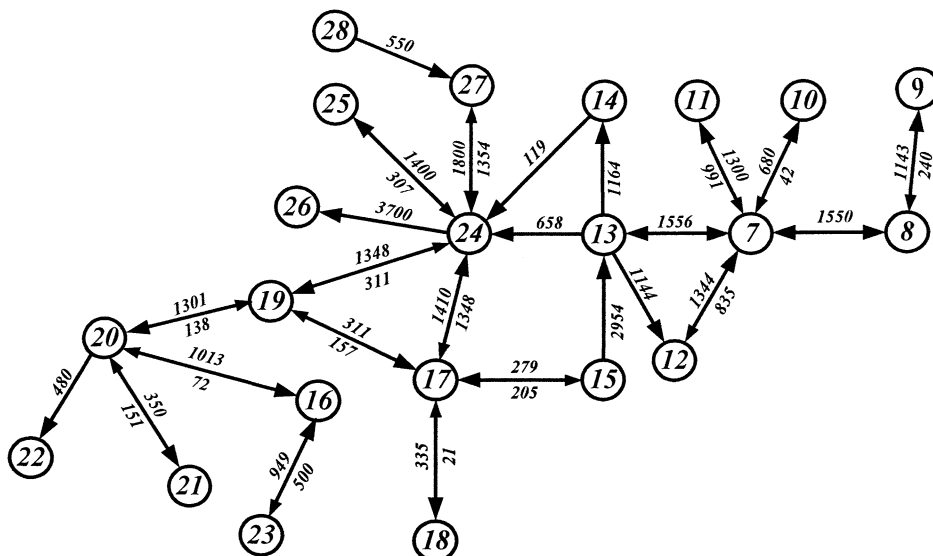


Рис. 5. Расчетная модель с указанием допустимых перетоков мощности



Рис. 6. Суточный график нагрузки на 5.06.2009 г.

Результаты расчета конкурентного отбора ценовых заявок на 12 ч представлены на рис. 7.

Проанализируем сложившуюся ситуацию на рынке «на сутки вперед». ЗСП № 15 и № 28 имеют самые низкие значения равновесных цен вследствие большого объема ценопринимającego предложения от АЭС (15 - Балаковская АЭС, 28 - Кольская АЭС) и ГЭС и низкого уровня потребления внутри данных зон свободного перетока. Наибольший уровень равновесной цены приходится на ЗСП № 20 - 22, так как эти части энергосистемы России являются дефицитными и происходит заправление контролируемых сечений с соседними зонами, обеспечивающими приток более дешевой электроэнергии.

Сравним полученные в ходе пробного решения результаты с отчетом о конкурентном отборе

ценовых заявок на РСВ, опубликованном на официальном сайте АТС на 12 ч 5.06.09 г., представив их в виде гистограммы (рис. 8). Разница полученных значений узловых цен по упрощенной методике и методике АТС обусловлена недостаточностью (неточностью) необходимой для решения информации (уровень потребления ЗСП, параметры контролируемых сечений, ценовые заявки) и упрощением модели.

В ходе пробного решения наиболее точные значения равновесных цен были получены для ЗСП, относящихся к объединенной энергосистеме Урала, для которых имелась более точная информация. Но несмотря на отклонения результатов прогноза по упрощенной методике от реальных значений, качественно динамика изменения узловых цен не нарушается, следовательно, данную



Рис. 7. Распределение узловых цен по ЗСП

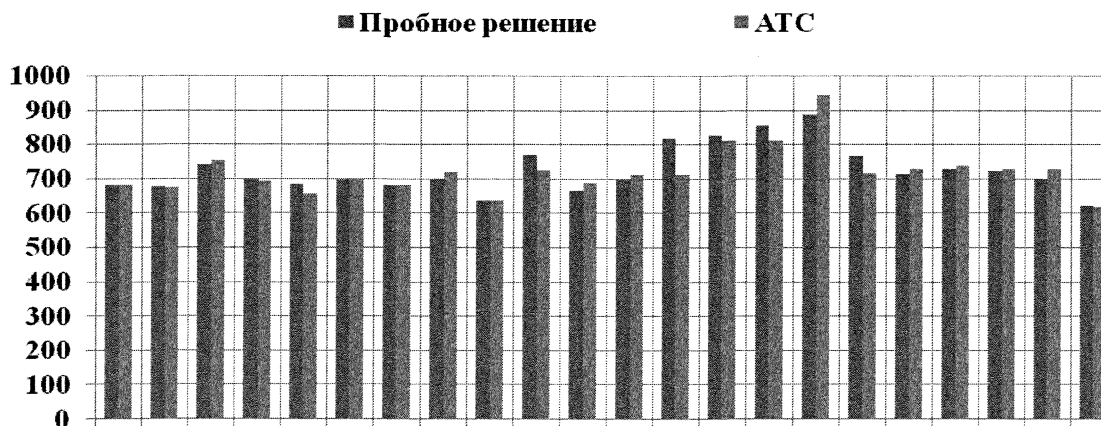


Рис. 8. Результаты прогноза узловых цен по ЗСП

методику можно использовать как практический инструмент прогнозирования узловых цен в отдельных региональных системах.

Результатом решения рыночной задачи являются индексы равновесных цен в узлах системы, по которым можно судить о складывающейся ситуации на оптовом рынке электроэнергии (ОРЭ) и вырабатывать собственную стратегию поведения на рынке.

#### Литература

1. Регламенты рынка (НОРЭМ). - <http://www.np-ats.ru/index.jsp?pid=524>.

2. Бартоломей, П. И. Оптимизация режимов энергосистем: учебное пособие / П.И. Бартоломей, Т.Ю. Паниковская. - Екатеринбург: УГТУ—УПИ, 2008. - 164 с.

3. Кетков, Ю.Л. MATLAB 7: программирование, численные методы: учебник / Ю.Л. Кетков, А.Ю. Кетков, М.М. Шульц. - СПб.: БХВ-Петербург, 2005. - 752 с.

4. Ануфриев, И.Е. MATLAB 7: учебное пособие / И. Е. Ануфриев, А.Б. Смирнов, Е.Н. Смирнова. - СПб: БХВ-Петербург, 2005. -1104 с.



5. Арзамасцев, Д.А. АСУ и оптимизация режимов энергосистем: учебное пособие / Д.А. Арзамасцев, П.И. Бартоломей, А.М. Холян. — М.: Высшая школа, 1983. -272 с.

6. Веников, В.А. Оптимизация режимов электростанций и энергосистем: учебник / В.А. Веников, В.Г. Журавлёв, Т.А. Филиппова. - М.: Энергоатомиздат, 1990. - 487 с.

7. План генерации и потребления объединенных энергосистем России. - [http://www.socdu.ru/Reporting/eporis.aspx?na-me=gen\\_cons\\_plan](http://www.socdu.ru/Reporting/eporis.aspx?na-me=gen_cons_plan)

8. Результаты торговой сессии: Рынок на сутки вперед: Индексы равновесных цен по ЗСП. - <http://www.atsenergo.ru/page/654>.

*Поступила в редакцию 15.06.2009 г.*

**Булатов Борис Георгиевич** - канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры «Электрические станции, сети и системы» Южно-Уральского государственного университета. Область научных интересов - управление и оптимизация режимов энергосистем. Контактный телефон: 8-(351)267-92-46.

**Bulatov Boris Georgievich** - candidate of technical science, associate professor, professor at the Electrical Stations, Networks and Systems department of South Ural State University. Professional interests - management and optimization of energy systems modes. Contact phone: 007-(351)267-92-46.

**Каркунов Вадим Олегович** - студент группы Э-581 Южно-Уральского государственного университета.

**Karkunov Vadim Olegovich** - 5-year student of the Energy faculty of South Ural State University.