

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА и  
ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ  
при Президенте Российской Федерации»**

**ИНСТИТУТ ЭМИТ  
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
ЭКОНОМИКА И ФИНАНСЫ**

**Анализ макроэкономических временных рядов  
методом Бокса-Дженкинса и векторной авторегрессии (VAR)**

студент-бакалавр  
Касьянова Ксения Алексеевна  
Группа ЭО-15-01

**МОСКВА  
2018 г.**

## Оглавление

Введение . . . . .	3
1 Процедура Бокса-Дженкинса . . . . .	5
2 Альтернативная модель . . . . .	12
2.1 Коинтеграция . . . . .	12
2.2 Векторная авторегрессия . . . . .	12
Список литературы . . . . .	13

## Введение

### Сбор и первичная обработка данных

Необходимо провести анализ макроэкономических временных рядов. Для анализа были выбраны три ряда (источник: ЕАЭСД[2]):

1. Индекс реального ВВП согласно ОКВЭД. Квартальные данные за 2000-2018 гг в млрд.руб.

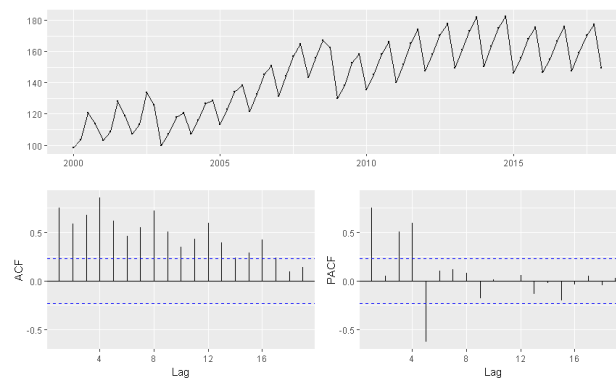


Рисунок 1 — Индекс реального ВВП

2. Инвестиции в основной капитал (в текущих ценах). Месячные данные за 2000-2015 гг в трлн.руб.

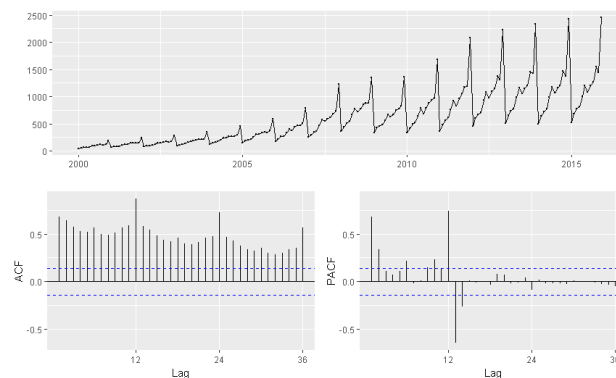


Рисунок 2 — Инвестиции в основной капитал

3. Заявленная потребность в работниках (на конец месяца). Месячные данные за 2000-2018 гг в тыс.чел.

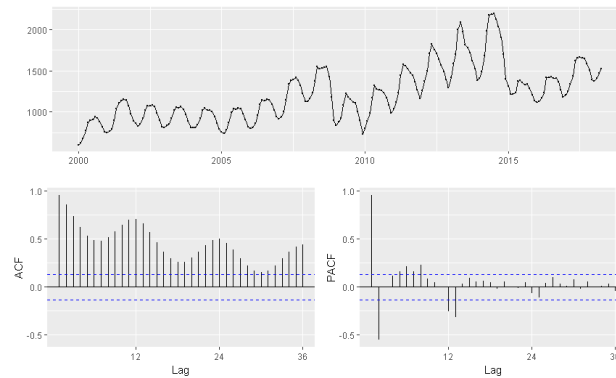


Рисунок 3 — Заявленная потребность в работниках

По графикам видно, что все временные ряды обладают сезонностью, являются нестационарными.

## 1 Процедура Бокса-Дженкинса

Проведем анализ этих временных рядов с помощью процедуры Бокса-Дженкинса.

Первый шаг для оценки коэффициентов ARIMA модели - определение, является ли временной ряд стационарным, и есть ли значительная сезонность.

Статистики ADF теста указывают на то, что гипотеза о наличии единичного корня не отвергается на 10% уровне (во всех трех случаях для левосторонней альтернативной гипотезы  $t_{obs} > t_{cr}$ ).

Таблица 1.1 — Статистики ADF теста

	$t_{obs}$	1% $t_{cr}$	5% $t_{cr}$	10% $t_{cr}$
ВВП	0.0575	-2.6	-1.95	-1.61
Инвестиции	-1.1046	-2.58	-1.95	-1.62
Труд	-0.9209	-2.58	-1.95	-1.62

KPSS тест также говорит о том, что стационарность отвергается на 1% уровне во всех трех случаях.

Таблица 1.2 — Статистики KPSS теста

	$t_{obs}$	10% $t_{cr}$	5% $t_{cr}$	1% $t_{cr}$
ВВП	1.747	0.347	0.463	0.739
Инвестиции	0.347	0.463	0.739	
Труд	0.347	0.463	0.739	

Стационарность можно оценить по графику самого временного ряда, который должен показывать постоянное увеличение показателя во времени с постоянным темпом. Все три графика стабильно растут со временем.

Стационарность также можно оценить на основе анализа автокорреляционной функции. В частности, на втором и третьем графиках мы видим нестационарность, поскольку значения автокорреляционной функции снижаются очень медленно, это позволяет нам сказать о том, что ряды инвестиций и труда имеют единичные корни. Для достижения стационарности возьмем разности. Учитывая, что дисперсии обоих рядов увеличиваются со временем есть смысл предварительно взять логарифм ряда. Новые значения KPSS статистики (для ряда инвестиций  $t_{obs} = 0.0263$ , для ряда спроса на труд  $t_{obs} = 0.0294$ ) не отвергают гипотезы о стационарности ряда.

Для ряда ВВП значения автокорреляционной функции, напротив, уменьшаются достаточно быстро. Скорее всего этот ряд имеет сезонный единичный корень, поскольку каждое 12-ое значение ACF медленно уменьшается.

Для подтверждения гипотезы об сезонном единичном корне проведем СН-тест (Canova-Hansen test for seasonal stability[1]). Который на 1% уровне говорит о том, что нулевая гипотеза о стабильных сезонных структурах отвергается для каждого их четырех кварталов. После взятия сезонных разностей гипотеза не отвергается ни для одного квартала.

Сезонные единичные корни можно также определить по сезонным подграфикам.

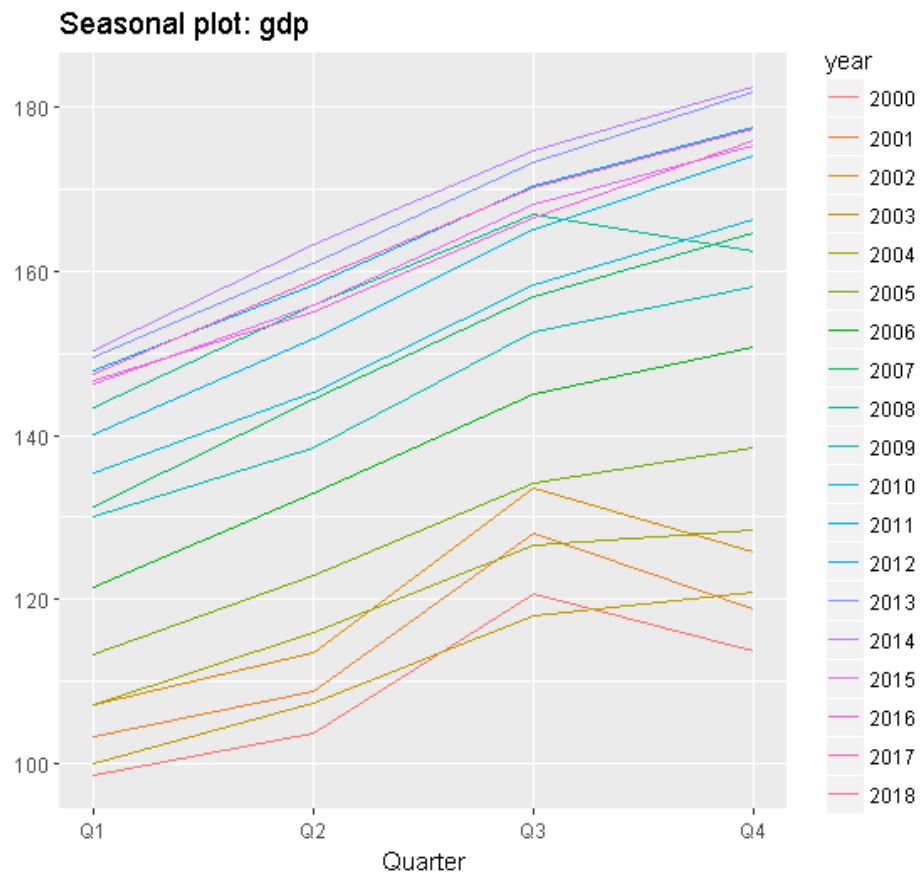


Рисунок 1.1 — Сезонные подграфики для ряда ВВП

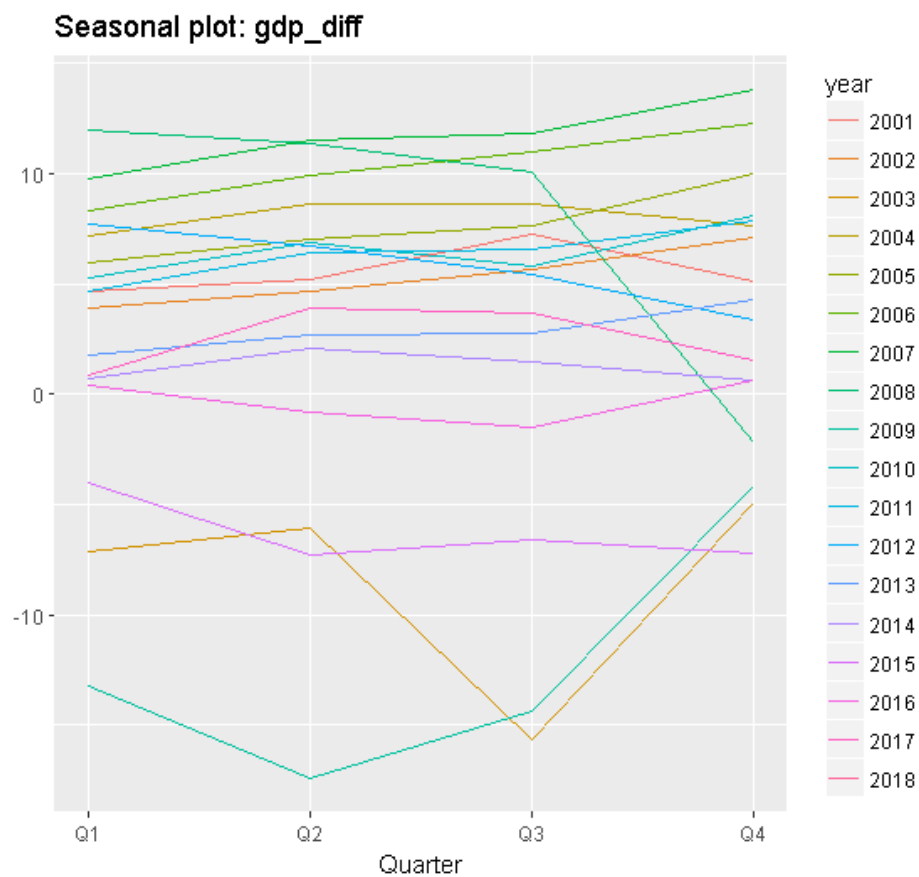


Рисунок 1.2 — Ряд ВВП после взятия сезонных разностей

Анализируя аналогичные графики для труда и инвестиций можно прийти к выводу, что ряд инвестиций имеет сезонный единичный корень, что подтверждается СН-тестом (для 8 из 12 месяцев гипотеза о стабильности отвергается). После взятия сезонных разностей гипотеза не отвергается ни для одного квартала.

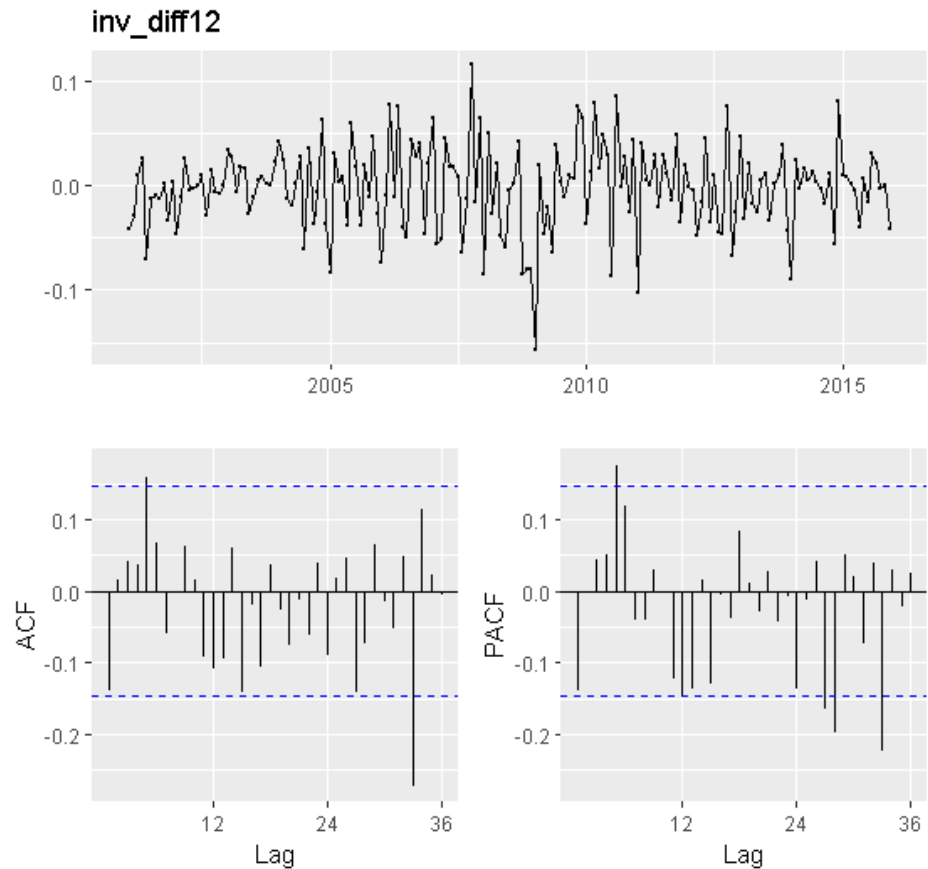


Рисунок 1.3 — Ряд инвестиций после взятия логарифма, разности и сезонных разностей

К точно таким же результатам мы приходим анализируя ряд спроса на труд.

На следующем шаге после избавления от единичных корней и очистки от сезонности определим порядок авторегрессии и скользящих средних (параметры  $p$  и  $q$ ). Основным критерием выбора модели (среди моделей ARMA ( $p$ ,  $q$ )) будет скорректированный информационный критерий Акаики.



Для ряда инвестиций получаем  $ARIMA(2, 1, 0)SARIMA(1, 1, 0)[12]$ , с учетом логарифмирования параметр трансформации Бокса-Кокса  $\lambda = 0$ .

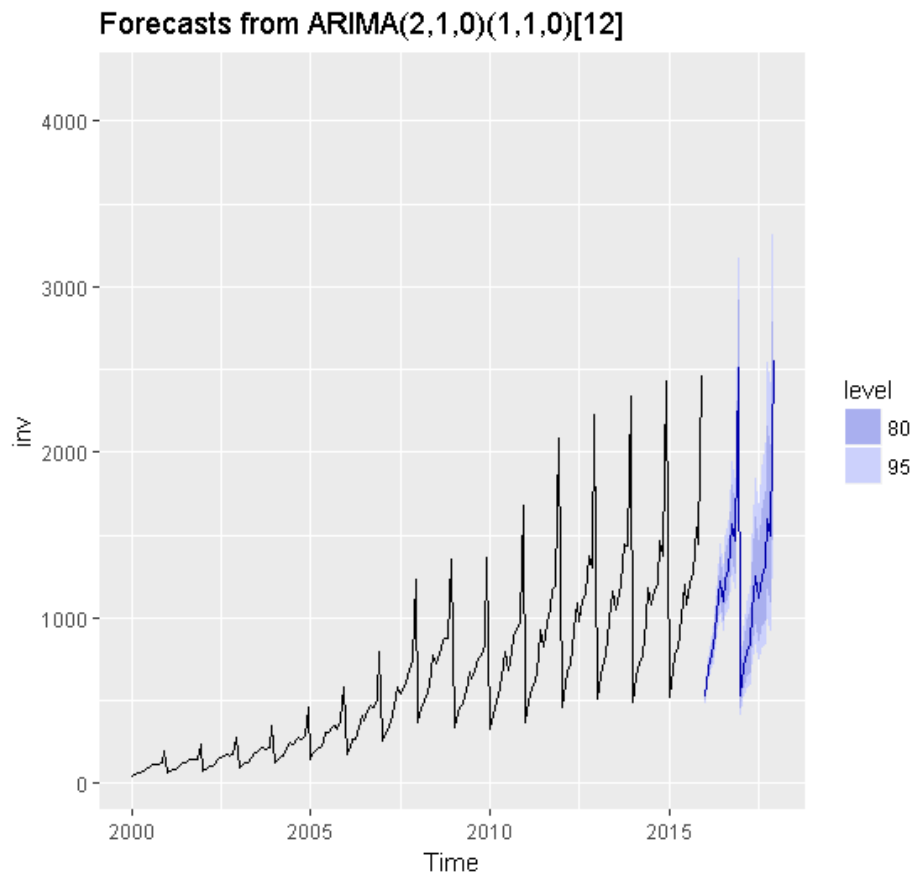


Рисунок 1.4 — Прогнозы для ряда инвестиций

Таблица 1.3 — Коэффициенты  $ARIMA(2, 1, 0)SARIMA(1, 1, 0)[12]$

	$ar_1$	$ar_2$	$sar_1$
coef	-0.1689	0.0011	-0.1430
se	0.0767	0.0748	0.0755

Для ряда спроса на труд получаем  $ARIMA(2,0,2)SARIMA(0,1,2)[12]$  с учетом логарифмирования параметр трансформации Бокса-Кокса  $\lambda = 0$ . Причем вместо единичного корня выбираем тренд, поскольку прогнозы в таком случае выглядят лучше.

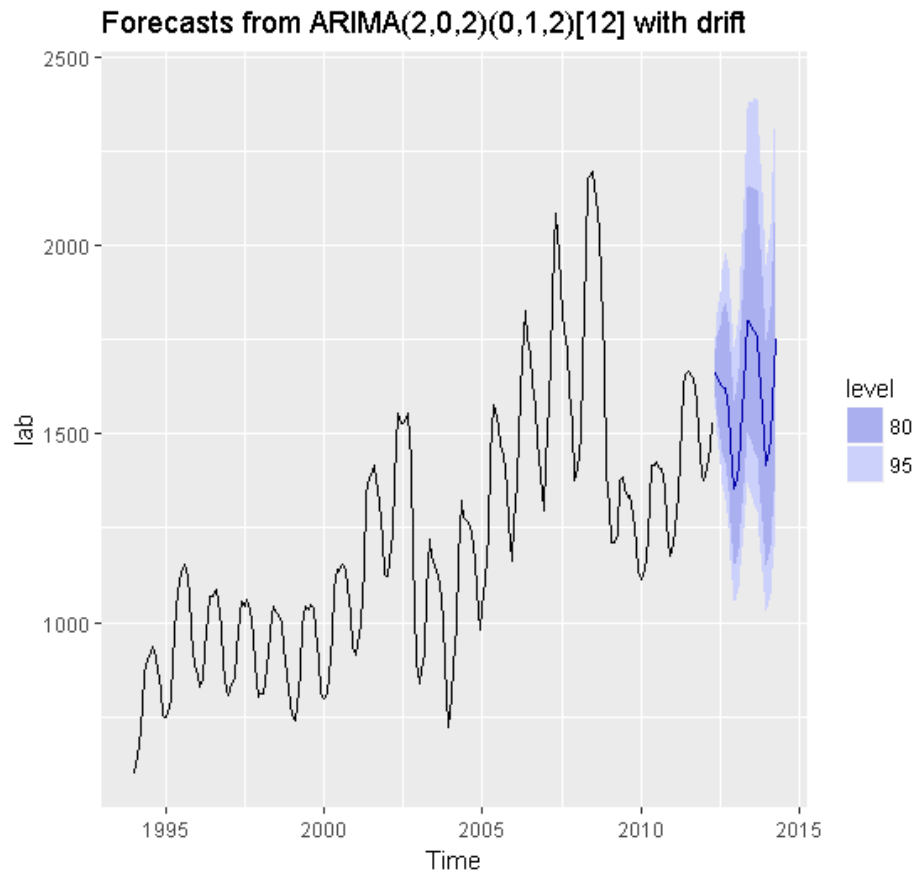


Рисунок 1.5 — Прогнозы для ряда спроса на труд

Для ряда ВВП логичнее проанализировать график автокорреляции и частичной автокорреляции. На нем мы видим два значимых коэффициента в PACF и медленно убывающие в ACF. Поэтому получаем модель,  $ARIMA(2,0,0)SARIMA(0,1,0)[4]$  с трендом.

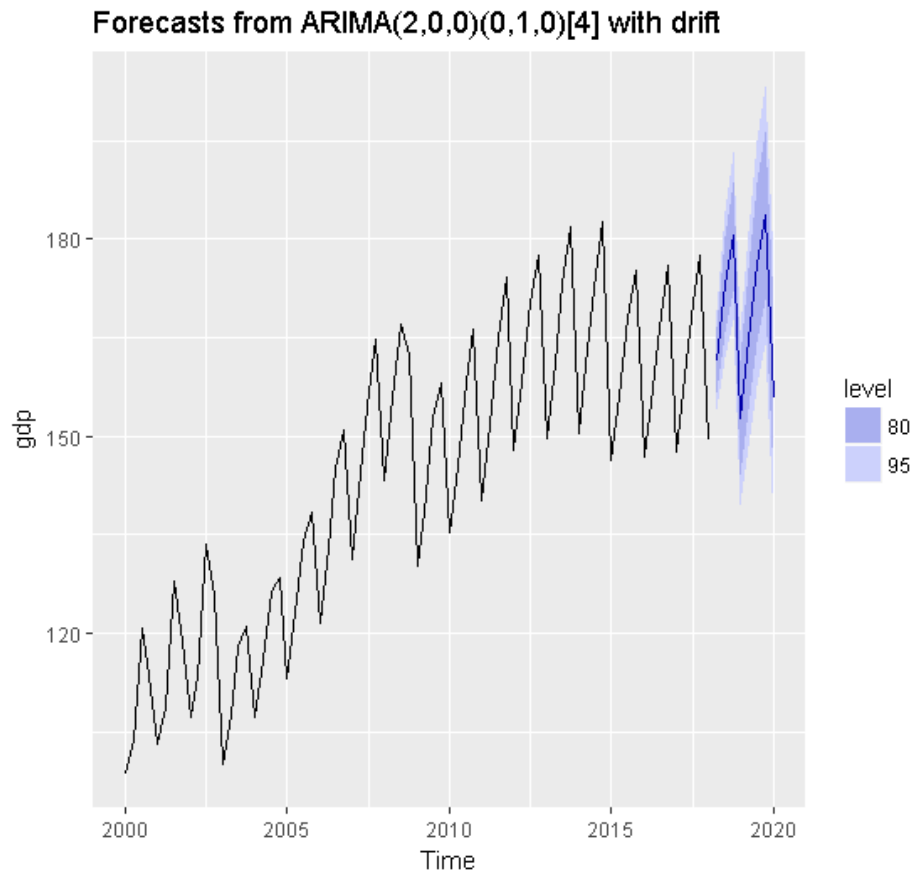


Рисунок 1.6 — Прогнозы для ряда ВВП

Таблица 1.4 — Коэффициенты  $ARIMA(2,0,0)SARIMA(0,1,0)$

	$ar_1$	$ar_2$	$drift$
coef	1.0827	-0.3579	0.7964
se	0.1105	0.1101	0.4067

Все прогнозы выглядят реалистично. Остатки моделей не имеют нормального распределения, в чем можно убедиться проведя тест Харке-Бера (гипотеза о нормальности отвергается на 1% уровне значимости). Но по остаткам некоррелированы, о чем говорит тест Лjung-Бокса, а также по графикам их распределения видно, что они симметричны.

## 2 Альтернативная модель

Тестирование коинтеграции и применение модели векторной авторегрессии (VAR)

### 2.1 Коинтеграция

Проверим три изучаемых ряда на коинтеграцию с помощью метода Йохансена.

Тестовые статистики для этой процедуры говорят о том, что гипотеза о том, что ранг матрицы  $r = 0, r \leq 1$  коинтеграции отрицается на 1% уровне,  $r \leq 2$  на 5%.

Таблица 2.1 — Статистики для процедуры Йохансена

	$t_{obs}$	10% $t_{cr}$	5% $t_{cr}$	1% $t_{cr}$
$r \leq 2$	6.66	6.50	8.18	11.65
$r \leq 1$	39.28	15.66	17.95	23.52
$r = 0$	109.61	28.71	31.52	37.22

Таким образом, наилучшая оценка ранга матрицы равна  $r = 3$ . Мы знаем, что если ранг коинтеграции равен количеству временных рядов, то эти временные ряды являются стационарными.

### 2.2 Векторная авторегрессия

В случае если нестационарные временные ряды связаны долгосрочным соотношением, остатки в них будут стационарными, а сами временные ряды в этом случае коинтегрированы.

R производит оценку коэффициента  $p$  с помощью информационных критериев. Существует несоответствие между коэффициентами, выбираемыми по Акаике (VAR(8)) и Шварцу (VAR(3)), при ограничении  $p_{max} = 8$ . Проверив гипотезу о том, что остатки некоррелированы с использованием теста Бройдша-Годфри, по критерию Шварца выбираем VAR(4) модель.

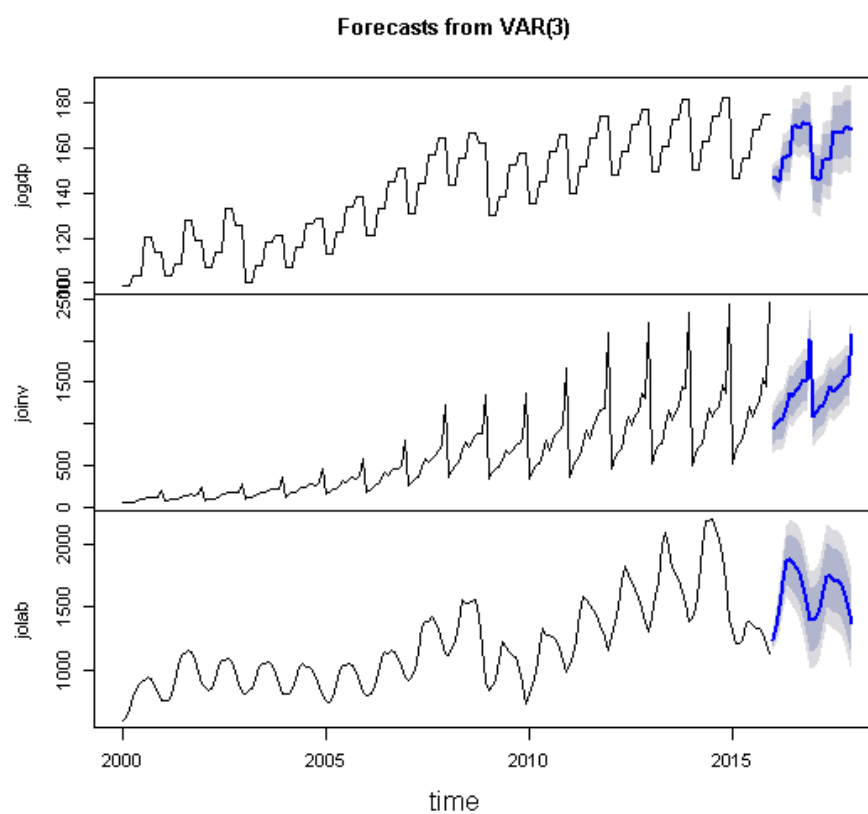


Рисунок 2.1 — Прогнозы для VAR

Для построения модели пришлось обрезать данные до 2015 года и заполнить пропуски предыдущими значениями при переводе данных ввп из квартальных в месячные. В любом случае прогнозы на ВВП и спрос на труд совпадают с реальностью.

## Список литературы

1. Canova F., Hansen B. E. Are seasonal patterns constant over time? A test for seasonal stability // Journal of Business & Economic Statistics. — 1995. — Т. 13, № 3. — С. 237—252.
2. Единый архив экономических и социологических данных. — URL: <http://sophist.hse.ru/>.