

# **Una aproximación al reto de Edouart Lucas. Cuadro Mágico de 3 por 3 de números enteros positivos al cuadrado.**

*“Para un matemático el infinito es el símbolo  $\infty$ ,  
para un informático es un While puesto a  
True.”*

## **INDICE**

1. Introducción.
2. Métodos de resolución.
3. La casilla más significativa.
4. El reto de Edouart Lucas.
5. Lanzarse a lo bruto (a por la búsqueda de las diagonales).
6. Entender la generación de números al cuadrado en base a uno dado.
7. Con el conocimiento anterior, volver a lanzarse a por las diagonales. Porqué unos números tienen más posibilidades que otros.
8. Lanzar la búsqueda de la diagonal a por uno de esos números que conocemos bien los informáticos: los binarios o múltiplos de 2.
9. Lanzar la búsqueda de la diagonal contra una serie de números primos, observar que unos son capaces de darnos una diagonal, otros NO. ¿ Esta serie de unos y ceros es completamente aleatoria?.
10. Ver que un número formado por primos no capaces, seguirá sin darnos una diagonal.
11. Porqué determinados primos nos dan tantas diagonales como múltiplos de si mismos tengan.
12. Ver que un número formado por primos capaces de generar diagonales, si lo modificamos con primos incapaces, el número de diagonales no varía.
13. La combinación de primos capaces, hasta cuanto aumenta el número de diagonales. Es posible determinarla
  1. La combinación (producto) de 2 primos capaces siempre genera 4 diagonales.
  2. La combinación (producto) de 3 primos capaces siempre genera 13 diagonales.
  3. La combinación (producto) de 4 primos capaces siempre genera 40 diagonales.
  4. La combinación (producto) de 5 primos capaces siempre genera 121 diagonales.
14. Hasta aquí y mi CONCLUSIÓN:

## 1.- Introducción

Parece ser que se conocen los Cuadros Mágicos (CM) desde hace algunos miles de años. No quiero ser yo el que los documente, pondré a continuación algunos de los muchos enlaces que hay en Internet donde cuentan que es un CM.

[https://es.wikipedia.org/wiki/Cuadrado\\_m%C3%A1gico](https://es.wikipedia.org/wiki/Cuadrado_m%C3%A1gico)

<https://sites.google.com/site/loscuadrosmagicos/2-concepto>

[https://www.abc.es/ciencia/abci-cuadros-magicos-nadie-podido-resolver-y-premian-6500-euros-201707251015\\_noticia.html](https://www.abc.es/ciencia/abci-cuadros-magicos-nadie-podido-resolver-y-premian-6500-euros-201707251015_noticia.html)

## 2.- Métodos de Resolución

De la misma manera, hay multitud de sitios web en Internet donde informan como construirlos, de orden 3x3, 4x4, 5x5 ...

<https://es.wikihow.com/resolver-un-cuadro-m%C3%A1gico>

<http://matematicasentumundo.es/TEXTOS/cuadros%20magicos.pdf>

## 3.- La casillas más significativa

Nuestro objetivo, es un CM de orden 3x3, y después de ver algunos métodos de resolución, quizás el más interesante que he encontrado en Internet para nuestros propósitos, se debe a Edouard Lucas.

$a + b$	$a - (b + c)$	$a + c$
$a - (b - c)$	$a$	$a + (b - c)$
$a - c$	$a + (b + c)$	$a - b$

La resolución de un CM de 3x3 que se reduce a tres variables: ( a, b, c ). Podemos jugar con esta tres variables, pero siempre con cuidado, u obtendremos números negativos, o alguna casilla con igual número que otra.

El CM más simple lo obtendremos asignando a las variables los siguientes valores:  $a= 5$  ,  $b= 3$  y  $c = 1$ , que no es más que el CM más pequeño de orden 3x3 :

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Cualquier CM de orden 3x3 se va a ajustar a este método de creación que hemos comentado, podréis deducir de estas 3 variables (a, b, c).

No obstante este método se construye partiendo de sus diagonales, que cubren 5 casillas de la 9 que tiene un CM de 3x3, las otras 4 casillas se deducen de las anteriores. Pongo un ejemplo.

$a + b$	$a - (b - c)$	$a - c$
$a - (b + c)$	$a$	$a + (b + c)$
$a + c$	$a + (b - c)$	$a - b$

Hemos intercambiado la casilla (1,3) con la (3,1) con respecto al primer cuadro de obtención de CM que os presenté.

La casilla (1,2) se deduce de la (1,1) y de la (1,3) que no es más que restar o sumar lo que hemos añadido a la variable (a). Si os fijáis la casilla (2,3) es restar en este caso lo que se sumo a la variable (a) en la casilla(1,2). De igual manera el resto de casillas que nos faltan. Para esta nueva presentación el CM quedaría de la siguiente forma:

8	3	4
1	5	9
6	7	2

Presentemos todas las posibilidades de las diagonales, vosotros podéis deducir el resto de casillas :

$a+b$		$a+c$
	$a$	
$a-c$		$a-b$

$a+b$		$a-c$
	$a$	
$a+c$		$a-b$

a-b		a+c
	a	
a-c		a+b

a-b		a-c
	a	
a+c		a+b

Y ahora contra estos 4 cuadros que he presentado intercambiando la variable b por la c. Tenemos en total 8 combinaciones.

Imagino que ya os habréis dado cuenta que **la casilla más significativa es la central la (2,2) la que corresponde a la variable ( a )**, es mas, en nuestro método y sus variantes no cambian como lo puede hacer el resto de casillas.

Además ( a ) **siempre será el valor medio (no la media) de las 9 valores de un CM de orden 3x3.**

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 → a = 5

4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 → a = 8

#### 4.- El reto de Edouart Lucas



Edouart Lucas ( [https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%89douard\\_Lucas](https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%89douard_Lucas) ) propuso en el año 1876 el siguiente reto que todavía anda por resolver, aunque se haya adjudicado su proposición a **Martin LaBar**, hay referencias en la revista del matematico belga Eugène Catalan *Nouvelle Correspondance Mathématique* donde Lucas hace mención al reto.

*“ Encontrar un Cuadro Mágico de orden 3 por 3 de números enteros positivos al cuadrado o demostrar que es matemáticamente imposible hallarlo.”*

He aquí el cuadro a resolver:

$a^2$	$b^2$	$c^2$
$d^2$	$e^2$	$f^2$
$g^2$	$h^2$	$i^2$

Como ya conoceréis nuestro cuadro de 3 por 3 ha de cumplir las siguientes condiciones para ser considerado un Cuadro Mágico:

a, b, c, d, e, f, g, h, i → son todos distintos entre si y mayores que cero y además: La suma de los elementos filas, columnas y diagonales han de ser iguales:

Filas:

$$a^2 + b^2 + c^2 = K$$

$$d^2 + e^2 + f^2 = K$$

$$g^2 + h^2 + i^2 = K$$

Columnas:

$$a^2 + d^2 + g^2 = K$$

$$b^2 + e^2 + h^2 = K$$

$$c^2 + f^2 + i^2 = K$$

y las dos diagonales:

$$a^2 + e^2 + i^2 = K$$

$$c^2 + e^2 + g^2 = K$$

En la siguiente pagina web podéis encontrar 2 buenas aproximaciones:

<http://www.multimagie.com/>

$373^2$	$289^2$	$565^2$
<b>360721</b>	$425^2$	$23^2$
$205^2$	$527^2$	<b>222121</b>

$127^2$	$46^2$	$58^2$
$2^2$	$113^2$	$94^2$
$74^2$	$82^2$	$97^2$

Mejor la segunda, sólo falla en una de las diagonales.

## 5.- Lanzarse a lo bruto (a por la búsqueda de las diagonales)

Nosotros vamos a intentarlo con el método que comentamos anteriormente, lo volveré a presentar para números al cuadrado:

$a^2 + b$	$a^2 - (b + c)$	$a^2 + c$
$a^2 - (b - c)$	$a^2$	$a^2 + (b - c)$
$a^2 - c$	$a^2 + (b + c)$	$a^2 - b$

Los cuadros mágicos resutados en el apartado anterior nunca llegarían a Cuadro Mágico, no cumplen el que el valor medio de los elementos ocupe la casilla central la (2,2). Los llaman Pseudo Mágicos. No obstante tiene un trabajo importante llegar a ellos.

Entramos en materia:

Como ya habréis deducido la constante K, ahora es tres veces  $a^2$ . Vamos ha empezar a lo bruto a por la diagonal.

Tomemos un número  $< a >$  elevemoslo al cuadrado y vayamos restándole desde el uno hasta el mismo número al cuadrado de modo que se cumpla las siguiente 2 condiciones:

1º  $\sqrt{a^2-b}$  su solución es un número entero.

2º  $\sqrt{a^2+b}$  su solución es también un número entero

Un par de ejemplos visuales de lo que pretendemos:

Fijaros en los números (a=5) y (b=24):

$$5^2 - 24 = 1 = 1^2$$

$$5^2 + 24 = 49 = 7^2$$

$$1^2 + 5^2 + 7^2 = 3 \times 5^2 = 75$$

Ahora con los números (a=10) (b=96):

$$10^2 - 96 = 4 = 2^2$$

$$10^2 + 96 = 196 = 14^2$$

$$2^2 + 10^2 + 14^2 = 4 + 100 + 196 = 3 \times 10^2 = 300$$

Bien, ahora entraremos en el mundo de la programación. El lenguaje que utilizaré es **python**, un lenguaje interpretado multipropósito, no es el más indicado para estas labores, pero se construye con el muy rápido. Posiblemente mejor con otros lenguajes como: C o Ensamblador mucho más rápidos en tiempo de ejecución. Junto a este documento os anexaré los diferentes programas con los que vamos obteniendo los diferentes resultados.

Comenzamos con el primero:

**dia.py**

Implementa lo comentado anteriormente.

En el encontrareis dos variables numéricas  $< ini >$  y  $< fin >$ , con las que podéis jugar para recoger hasta donde queréis llegar en la búsqueda. En mi caso lo he hecho en 3 bloques de 300. De 1 a 300 de 301 600 y de 601 a 900. Como algunos podéis imaginar los tiempos de ejecución se incrementan considerablemente cuando pedimos los bloques más altos. Acordaros de que por cada número hemos de empezar desde el uno hasta el cuadrado de ese número, . Veamos un trozo de una de las salidas de uno de los bloques, en donde las 3 primeras columnas representan cada uno de los 3 elementos de la diagonal siendo la del medio el valor de la (a) , la siguiente columna es nuestra ( b ó c) y el el último

es la constante ( K ). He aquí el corte para que lo veáis.

182	130	26	b: 16224	K: 50700
189	135	27	b: 17496	K: 54675
184	136	56	b: 15360	K: 55488
193	137	17	b: 18480	K: 56307
196	140	28	b: 18816	K: 58800
187	143	77	b: 14520	K: 61347
161	145	127	b: 4896	K: 63075
167	145	119	b: 6864	K: 63075
203	145	29	b: 20184	K: 63075
205	145	5	b: 21000	K: 63075
206	146	14	b: 21120	K: 63948
188	148	92	b: 13440	K: 65712
191	149	89	b: 14280	K: 66603
186	150	102	b: 12096	K: 67500
210	150	30	b: 21600	K: 67500
207	153	63	b: 19440	K: 70227
217	155	31	b: 23064	K: 72075
204	156	84	b: 17280	K: 73008
217	157	47	b: 22440	K: 73947
219	159	51	b: 22680	K: 75843
224	160	32	b: 24576	K: 76800

Fijaros hay números que no nos dan ninguna diagonal, 131,132,133,134,139,141 ... Otros una sola diagonal 130,135, 136 ...

Otros 2 diagonales como es el 150.

Quizás el más interesante sea el 145 hemos encontrado 4 conjuntos que cumplen las 2 condiciones. Veamos el primer conjunto (161, 145, 127) :

$$\sqrt{145^2 + 4896} = 161 \quad \text{y además} \quad \sqrt{145^2 - 4896} = 127 \quad \text{y además} \quad 161^2 + 145^2 + 127^2 = 3 \times 145^2$$

¿ Que hemos resuelto ?, siento defraudaros solo hemos conseguido, 4 de las 8 condiciones de un CM, os presento el cuadro apoyándonos en lo obtenido con el 145:

$161^2$	$203^2$	$167^2$
$205^2$	$145^2$	$5^2$
$119^2$	$29^2$	$127^2$

Diagonal 1ª  $161^2 + 145^2 + 127^2 = 63075$

Diagonal 2ª  $167^2 + 145^2 + 119^2 = 63075$

2ª Fila  $205^2 + 145^2 + 5^2 = 63075$

2º Columna  $203^2 + 145^2 + 29^2 = 63075$

El resto ni por asomo:

1º fila  $161^2 + 203^2 + 167^2 = 95019$

3º fila  $119^2 + 29^2 + 127^2 = 31131$

1º columna  $161^2 + 205^2 + 119^2 = 82107$

3º columna  $167^2 + 5^2 + 127^2 = 44043$

Ha sido un buen intento pero insuficiente. Además con este método en cuanto ( a ) va creciendo nuestro equipo necesita cada vez más tiempo para encontrar más números. Y no por llegar más lejos encontramos más conjuntos de números, de momento.

## 6.- La generación de un número al cuadrado en base a uno dado.

Dado un numero base su siguientes cuadrados tienen la forma :

$$(base + n)^2 \rightarrow base^2 + 2 \times n \times base + n^2$$

Donde n varia de 1 en adelante.

De igual manera los inferiores al mismo tienen la forma:

$$(base - p)^2 \rightarrow base^2 - 2 \times p \times base + p^2$$

Donde p varia desde -1 hacia atras.

## 7.- Con el conocimiento anterior, volver a lanzarse a por las diagonales.

Planteemos la ecuación de una diagonal:

$$(a^2 + b) + a^2 + (a^2 - b) = 3 \times a^2$$

Así no vamos a llegar a nada, pero con los conocimientos anteriores sabemos que para que la siguiente expresión (  $a^2 + b$  ) nos de raíces cuadradas perfectas se ha de cumplir que:

$$(a^2 + b) = a^2 + 2na + n^2$$

De igual manera para que la siguiente expresión (  $a^2 - b$  ) nos de raíces cuadradas perfectas se ha de cumplir que:

$$(a^2 - b) = a^2 - 2pa + p^2$$

Sustituyamos lo obtenido en la ecuación de la diagonal:

$$a^2 + 2na + n^2 + a^2 + a^2 - 2pa + p^2 = 3a^2$$

Algo de reducción:

$$2na + n^2 - 2pa + p^2 = 0$$

Saquemos factor común a la (a):

$$a = (p^2 + n^2) / 2(p - n)$$



Por tanto, para un (a) definido hemos de buscar parejas (n,p) que cumplan nuestra ecuación. Tenemos algunos condicionantes, por ejemplo que (p-n) ha de ser siempre mayor que uno, no tiene sentido dividir por cero o por un número negativo. Bien y ahora el código que nos permita obtener esas parejas (p,n). En el código hemos pedido las 500 primeras parejas.

### gen\_p\_n.py

Un trozo de su salida:

```
a:      5      p:      4      n:      2
a:      5      p:      6      n:      2
a:     13      p:      6      n:      4
a:     10      p:      8      n:      4
a:     25      p:      8      n:      6
a:     17      p:     10      n:      6
a:     41      p:     10      n:      8
a:     10      p:     12      n:      4
a:     15      p:     12      n:      6
a:     26      p:     12      n:      8
a:     61      p:     12      n:     10
a:     37      p:     14      n:     10
a:     85      p:     14      n:     12
a:     20      p:     16      n:      8
a:     50      p:     16      n:     12
a:    113      p:     16      n:     14
a:     15      p:     18      n:      6
a:     39      p:     18      n:     12
a:     65      p:     18      n:     14
a:    145      p:     18      n:     16
a:     13      p:     20      n:      4
a:     25      p:     20      n:     10
a:     34      p:     20      n:     12
a:     82      p:     20      n:     16
a:    181      p:     20      n:     18
a:    101      p:     22      n:     18
a:    221      p:     22      n:     20
a:     17      p:     24      n:      6
a:     20      p:     24      n:      8
a:     30      p:     24      n:     12
a:     52      p:     24      n:     16
a:     75      p:     24      n:     18
a:    122      p:     24      n:     20
a:    265      p:     24      n:     22
a:    145      p:     26      n:     22
a:    313      p:     26      n:     24
a:     29      p:     28      n:     12
a:     35      p:     28      n:     14
a:     74      p:     28      n:     20
a:    170      p:     28      n:     24
a:    365      p:     28      n:     26
...
```

Vemos por la derecha como evolucionan (p) y (n) y la izquierda las (a) que cumplen, la columna de las (a) no están en el mejor formato pues crecen y en un momento vuelve a un punto inferior y vuelve a crecer. Ya lo solucionaremos más adelante.

Analicemos (p y n) que observamos:

### **¿Por qué ( p y n ) son siempre parejas de números pares ?**

Bien sin entrar en el porqué, podemos reducir las vueltas que tienen que dar (p y n) en el algoritmo haciendo que se incrementen de 2 en 2. El resultado será el mismo y el tiempo de proceso la mitad. Os anexo el código:

#### **gen\_p\_n\_2.py**

Como podéis observar la salida es la misma.

Ahora vamos a optimizar el código de generación de diagonales. Para ello volveremos a analizar la ecuación:

$$a = (p^2 + n^2) / 2 - p - n$$

Separaremos las ( n ) a un lado de la ecuación y en la otra las ( p ). Nos quedaría lo siguiente:

$$(2 \times n \times a) + n^2 = (2 \times p \times a) - p^2$$

Como vimos en el apartado 6 de generación de números p no puede ser mayor que (a) pues nos daría números negativos.

**Otro detalle**, si os fijáis ( n ) siempre crece, por tanto para mejorar el rendimiento no tenemos porque volver con ( n ) al principio, en cuanto encontremos una diagonal, podemos continuar con (n) en el valor que se nos quedó.

Volvamos al código y mejorémoslo con las observaciones anteriores.

#### **gen\_p\_n\_4.py**

Bien hemos mejorado, la salida y el rendimiento.

### **8.- Lanzar la búsqueda de la diagonal a por uno de esos números que conocemos bien los informáticos: los binarios o múltiplos de 2.**

Este apartado es muy corto, pero para mi muy significativo, pues a partir de aquí empiezan a aparecer cosas, desde mi punto de vista sorprendentes para los números primos.

Como indica el título, en mis enredos quise calcular las diagonales de los siguientes números: [2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024], nuestro código lo he modificado para este experimento.

#### **gen\_p\_n\_5.py**

¿Cual ha sido su salida?...NADA, ¿ que pasa con los múltiplos solo de dos, son incapaces de darnos una diagonal...?

### **9.- Lanzar la búsqueda de la diagonal contra una serie de números primos, observar que unos son capaces de darnos una diagonal, otros NO. ¿ Esta serie de unos y ceros es completamente aleatoria?.**

Necesitamos una función que nos genere números primos para nuestro ensayo. He recorrido por Internet y en esta web, donde está alojada esta documentación, hemos localizado una función en: <https://gist.github.com/categulario/2772442> de un tal Categulario (desde aquí le doy las gracias) que usaremos para generar números primos. Esta función nos generara los primos que hay a un número dado. Os adjunto el nuevo código.

### **gen\_p\_n\_6.py**

Bien, pero esto no es lo que nos interesa, de esta serie de primos hasta 1000, nos interesa saber que números primos son incapaces de darnos ninguna diagonal y de los que sí ¿cuántas?. Vuelvo a modificar el código y lo presento:

### **gen\_p\_n\_7.py**

Tenéis la salida en el archivo: < primos\_1-1000.txt >, ya sabemos que primos son singulares porque al menos generan una diagonal y cuales no.

Y ahora la pregunta, sé que solo son hasta el 1000, pero ¿ la serie de unos y ceros de la columna de la derecha es una serie aleatoria o pseudoaleatoria ?

Nota: Posteriormente la obtuve la salida de 64.000. La tenéis en < **primos\_1-64000.txt** >

## **10.- Ver que un número formado por primos no capaces, seguirá sin darnos una diagonal.**

Ya lo vimos para la serie de múltiplos de dos, veamos algunos más. Me diréis que probar unos cuantos más no es significativo para deducir que nunca generaran diagonales, no obstante ahí lo dejo.

Pero antes de seguir, seguramente lo que vamos a pedir puede tardar mucho, como ya dijimos al principio, este lenguaje no es muy eficiente para procesos de bucles singulares, así que determinadas partes, las de más carga las recodificaremos con **cython**, un pseudo lenguaje python + C que nos va a permitir crear módulos que almacenara nuestra función en lenguaje C mucho más eficiente en tiempo de ejecución.

Modulo en cython: **primos\_sn.pyx** una vez compilado obtendremos un modulo en C al que podremos llamar desde python : **primos\_sn.so**

Nuestro código en python que llamará al modulo generado anteriormente. Analizaremos:

El 3 hasta su quinta potencia.

El 7 hasta su quinta potencia. El

11 hasta su quinta potencia. El 19

hasta su cuarta potencia. El 23

hasta su cuarta potencia.

Comentaros que aunque hallamos optimizado el código con un modulo en C, para mi equipo bastante modesto, tardará.

### **gen\_p\_n\_8.py**

Su salida:

```
3 0
9 0
27 0
81 0
243 0
7 0
49 0
343 0
2401 0
16807 0
11 0
121 0
1331 0
14641 0
161051 0
19 0
361 0
6859 0
130321 0
23 0
529 0
12167 0
279841 0
```

Hasta este punto NADA, más adelante con potencias superiores, ¿alguien puede responder?.

Veamos ahora que un número formado por diferentes primos incapaces no nos dará ninguna diagonal. Tomemos los siguientes

$3 * 7 * 11 * 23 * 31$

**gen\_p\_n\_9.py**

Su salida:

164703 0 (también cero)

Planteo la siguiente pregunta, lo visto en este apartado es extrapolable para todos los números formados por primos incapaces ...?

## **11.- Porqué determinados primos nos dan tantas diagonales como múltiplos de si mismos tengan.**

Como el código lo hemos reducido considerablemente, no considero necesario poner este, con cualquiera de los módulos anteriores podéis generar lo que estamos preguntándonos. Diferentes salidas del 5 y sus potencia y observamos que se mantiene lo comentado:

```
3125 5
15625 6
```

78125	7
390625	8
1953125	9

Con el número 13 también se mantiene.

169	2
2197	3
28561	4
371293	5

Con el número 17 ocurre lo mismo,

289	2
4913	3
83521	4

Veis que trato de no pasar de números por encima del cuadrado de 1.500.000, los tiempos de ejecución se alargan considerablemente.

Los números primos que he ido probando hasta ahora siguen este comportamiento.

Volvemos con la misma consideración del apartado anterior, este comportamiento es extrapolable hacia todos los primos capaces de darnos diagonales, y sus potencias nos dan diagonales en función de las misma ....?

**12.- Ver que un número formado por primos capaces de generar diagonales, si lo modificamos con primos incapaces, el número de diagonales no varían. Sus valores si, (a,p,n) es como si los multiplicásemos por el/los primos incapaces .**

De igual manera que en el apartado anterior con el último código < **gen\_p\_n\_9.py** > es sencillo ver si es cierto esta afirmación.

Yo lo probado con el 5 y los siguientes no capaces:  $5*3*7*11*19*23$   
Resultado:

504735    1

De igual manera que en los apartados anteriores podemos hacernos la pregunta: realmente esta afirmación es valida para cualesquiera de los números que cumplan estas condiciones ?

Veamos ahora el desplazamiento, para ello hemos creado un función con cython, que nos muestre los valores de la/s diagonal/es.

**Dgnl.pyx**

Y módulo en python que le llamará para mostrarnos los valores de la/s diagonal/es.

## dia\_fast.py

Os muestro el código, realmente sencillo:

```
import dgnl
l_num = [ 5*2*3*7*11*19 ] for i in
l_num:
    dgnl.n_dgnl(i)
```

Lo lanzaremos como está y después solo con el cinco y compararemos resultados: Para 5\*2\*3\*7\*11\*19:

a: 43890 p: 35112 n: 17556 b ó c: 1849278816 k: 5778996300

Para 5 :

a: 5 p: 4 n: 2 b ó c: 24 k: 75

$p(43890) = p(5) * 2*3*7*11*19$   
 $35112 = 4 * 2*3*7*11*19$

de igual manera,

$n(43890) = n(5) * 2*3*7*11*19$   $17556 = 2 * 2*3*7*11*19$

## 13.- La combinación de primos capaces, hasta cuanto aumenta el número de diagonales. Es posible determinarla

### 13.1.- ¿ La combinación (producto) de 2 primos capaces siempre genera 4 diagonales ?

Os ajunto mi prueba y su salida:

El código:

```
import primos_sn

l_num = [5*13, 5*17, 5*29, 5*37, 5*41, 5*53, 5*61, 5*73,
        13*17, 13*29, 13*37, 13*41, 13*53, 13*61, 13*73,
        17*29, 17*37, 17*41, 17*53, 17*61, 17*73,
        29*37, 29*41, 29*53, 29*61, 29*73,
        37*41, 37*53, 37*61, 37*73,
        41*53, 41*61, 41*73,
        53*61, 53*73,
        61*73 ]

for i in l_num: primos_sn.max_n_p(i)
```

Su salida:

65	4
85	4
145	4
185	4
205	4
265	4
305	4
365	4
221	4
377	4
481	4
533	4
689	4
793	4
949	4
493	4
629	4
697	4
901	4
1037	4
1241	4
1073	4
1189	4
1537	4
1769	4
2117	4
1517	4
1961	4
2257	4
2701	4
2173	4
2501	4
2993	4
3233	4
3869	4
4453	4

Vaya, hasta aquí se cumple y más allá ?

### 13.2 .- ¿La combinación (producto) de 3 primos capaces siempre genera 13 diagonales?

Os ajunto mi prueba y su salida: El código:

```
import primos_sn

l_num = [ 5 *13* 17,
          5 *13* 29,
          5 *13* 37,
          5 *13* 41,
          5 *13* 53,
          5 *13* 61,
          5 *13* 73,
          5 *17* 29,
          5 *17* 37,
          5 *17* 41,
          5 *17* 53,
          5 *17* 61,
          5 *17* 73,
          5 *29* 37,
          5 *29* 41,
```

```

5 *29* 53,
5 *29* 61,
5 *29* 73,
5 *37* 41,
5 *37* 53,
5 *37* 61,
5 *37* 73,
5 *41* 53,
5 *41* 61,
5 *41* 73,
5 *53* 61,
5 *53* 73,
5 *61* 73 ]

```

```

for i in l_num:
    primos_sn.max_n_p(i)

```

Su salida:

```

1105 13
1885 13
2405 13
2665 13
3445 13
3965 13
4745 13
2465 13
3145 13
3485 13
4505 13
5185 13
6205 13
5365 13
5945 13
7685 13
8845 13
10585 13
7585 13
9805 13
11285 13
13505 13
10865 13
12505 13
14965 13
16165 13
19345 13
22265 13

```

Vaya, hasta aquí se cumple y más allá ?

### 13.3.- ¿ La combinación (producto) de 4 primos capaces siempre genera 40 diagonales ?

Os ajunto mi prueba y su salida: El código:

```

import primos_sn

l_num = [5* 13* 17* 29,

```



```

5* 13* 17* 37,
5* 13* 17* 41,
5* 13* 17* 53,
5* 13* 17* 61,
5* 13* 17* 73,
5* 13* 29* 37,
13* 17* 29* 73,
13* 17* 37* 41,
13* 17* 37* 53,
13* 17* 37* 61,
13* 17* 37* 73,
13* 17* 41* 53,
13* 17* 41* 61,
13* 17* 41* 73,
13* 17* 53* 61,
13* 17* 53* 73,
13* 17* 29* 73,
13* 17* 37* 41,
13* 17* 37* 53,
13* 17* 37* 61,
13* 17* 37* 73,
13* 17* 41* 53,
13* 17* 41* 61,
13* 17* 41* 73,
13* 17* 53* 61,
13* 17* 53* 73 ]

```

```

for i in l_num:
    primos_sn.max_n_p(i)

```

Su salida (en mi equipo se ha tirado un buen rato):

```

32045      40
40885      40
45305      40
58565      40
67405      40
80665      40
69745      40
467857     40
335257     40
433381     40
498797     40
596921     40
480233     40
552721     40
661453     40
714493     40
855049     40
467857     40
335257     40
433381     40
498797     40
596921     40
480233     40
552721     40
661453     40
714493     40
855049     40

```

De igual manera hasta aquí se cumple, y más allá ?

### 13.4.- ¿ La combinación (producto) de 5 primos capaces siempre genera 121 diagonales ?

Os ajunto mi prueba y su salida: El código:

```
import primos_sn

l_num = [5* 13* 17* 29* 37,
          5* 13* 17* 29* 41,
          5* 13* 17* 29* 53 ]

for i in l_num:
    primos_sn.max_n_p(i)
```

Su salida (en mi equipo se ha tirado un buen, buen... rato):

```
1185665 121
1313845 121
1698385 121
```

Hasta aquí se cumple, y más allá ?

NOTA: Ayer lance el proceso para 6 primos capaces ( $5 * 13 * 17 * 29 * 37 * 41$ ) = 48.612.265, número excesivamente grande para mi equipo, tuve que abortar el proceso después de 16 horas, se habian conseguido 200 diagonales y el proceso iba por la mitad del número a procesar.

### 14.- Hasta aquí y mi CONCLUSIÓN:

Vamos a estudiar brevemente el espacio de los números, en nuestro caso aquellos con más probabilidades de generar **Diagonales/Filas/Columnas (DFC)**.

#### DFC de 65 = (5\*13): 4

```
a: 65 p: 18 n: 14 b ó c: 2016 k: 12675
a: 65 p: 30 n: 20 b ó c: 3000 k: 12675
a: 65 p: 42 n: 24 b ó c: 3696 k: 12675
a: 65 p: 52 n: 26 b ó c: 4056 k: 12675
```

Con cuatro que es capaz de generar, presenta el mínimo que necesitamos para obtener un CM. No obstante, las condiciones que tienen que cumplir son simples pero difíciles de alcanzar. Os repito nuestro cuadro:

$a^2 + b$	$a^2 - (b + c)$	$a^2 + c$
$a^2 - (b - c)$	$a^2$	$a^2 + (b - c)$
$a^2 - c$	$a^2 + (b + c)$	$a^2 - b$

Podríamos cubrir perfectamente el cuadro y cumplir 4 de las 8 condiciones, , como vimos en el capítulo 5, pero no más.

### **DFC de 1.105 = (5\*13\*17): 13**

a:	1105	p:	48	n:	46	b ó c:	103776	K:	3663075
a:	1105	p:	110	n:	100	b ó c:	231000	K:	3663075
a:	1105	p:	182	n:	156	b ó c:	369096	K:	3663075
a:	1105	p:	296	n:	232	b ó c:	566544	K:	3663075
a:	1105	p:	306	n:	238	b ó c:	582624	K:	3663075
a:	1105	p:	510	n:	340	b ó c:	867000	K:	3663075
a:	1105	p:	572	n:	364	b ó c:	936936	K:	3663075
a:	1105	p:	650	n:	390	b ó c:	1014000	K:	3663075
a:	1105	p:	714	n:	408	b ó c:	1068144	K:	3663075
a:	1105	p:	738	n:	414	b ó c:	1086336	K:	3663075
a:	1105	p:	884	n:	442	b ó c:	1172184	K:	3663075
a:	1105	p:	950	n:	450	b ó c:	1197000	K:	3663075
a:	1105	p:	1032	n:	456	b ó c:	1215696	K:	3663075

Con 13 estamos en mejores condiciones, podemos cubrir las dos diagonales, y para el resto hemos de combinar pares de (b y c):

- + (b-c) con - (b-c)
- (b+c) con + (b+c)

¿ Dentro de que rango ? ... fijaros el rango que tengo para conseguirlo va desde el menor valor de (b ó c): 103.776, al mayor de (b ó c): 1.215.696, encontrándose el rango en la diferencia entre el mayor y menor, en nuestro caso: 1.111.920

Tengo 13 DFC ( posibilidades) en un rango de 1.111.920 números

### **DFC de 32.045 = (5\*13\*17\*29): 40**

a:	32045	p:	724	n:	708	b ó c:	45876984	K:	3080646075
a:	32045	p:	1392	n:	1334	b ó c:	87275616	K:	3080646075
a:	32045	p:	2358	n:	2196	b ó c:	145564056	K:	3080646075
a:	32045	p:	2490	n:	2310	b ó c:	153384000	K:	3080646075
a:	32045	p:	3190	n:	2900	b ó c:	194271000	K:	3080646075
a:	32045	p:	3978	n:	3536	b ó c:	239125536	K:	3080646075
a:	32045	p:	4200	n:	3710	b ó c:	251538000	K:	3080646075
a:	32045	p:	5278	n:	4524	b ó c:	310409736	K:	3080646075
a:	32045	p:	5746	n:	4862	b ó c:	335244624	K:	3080646075
a:	32045	p:	7486	n:	6042	b ó c:	423737544	K:	3080646075
a:	32045	p:	8092	n:	6426	b ó c:	453135816	K:	3080646075
a:	32045	p:	8584	n:	6728	b ó c:	476463504	K:	3080646075
a:	32045	p:	8874	n:	6902	b ó c:	489986784	K:	3080646075
a:	32045	p:	9372	n:	7194	b ó c:	512817096	K:	3080646075
a:	32045	p:	9750	n:	7410	b ó c:	529815000	K:	3080646075
a:	32045	p:	9996	n:	7548	b ó c:	540723624	K:	3080646075
a:	32045	p:	11700	n:	8450	b ó c:	612963000	K:	3080646075
a:	32045	p:	11856	n:	8528	b ó c:	619286304	K:	3080646075
a:	32045	p:	13600	n:	9350	b ó c:	686664000	K:	3080646075
a:	32045	p:	13858	n:	9464	b ó c:	696115056	K:	3080646075
a:	32045	p:	14790	n:	9860	b ó c:	729147000	K:	3080646075
a:	32045	p:	15640	n:	10200	b ó c:	757758000	K:	3080646075
a:	32045	p:	16588	n:	10556	b ó c:	787963176	K:	3080646075
a:	32045	p:	18850	n:	11310	b ó c:	852774000	K:	3080646075

a:	32045	p:	19822	n:	11594	b ó c:	877480296	K:	3080646075
a:	32045	p:	20148	n:	11684	b ó c:	885343416	K:	3080646075
a:	32045	p:	20706	n:	11832	b ó c:	898309104	K:	3080646075
a:	32045	p:	21402	n:	12006	b ó c:	913608576	K:	3080646075
a:	32045	p:	21964	n:	12138	b ó c:	925255464	K:	3080646075
a:	32045	p:	22294	n:	12212	b ó c:	931800024	K:	3080646075
a:	32045	p:	24024	n:	12558	b ó c:	962545584	K:	3080646075
a:	32045	p:	25636	n:	12818	b ó c:	985806744	K:	3080646075
a:	32045	p:	26208	n:	12896	b ó c:	992811456	K:	3080646075
a:	32045	p:	26640	n:	12950	b ó c:	997668000	K:	3080646075
a:	32045	p:	27550	n:	13050	b ó c:	1006677000	K:	3080646075
a:	32045	p:	28840	n:	13160	b ó c:	1016610000	K:	3080646075
a:	32045	p:	29014	n:	13172	b ó c:	1017695064	K:	3080646075
a:	32045	p:	29928	n:	13224	b ó c:	1022400336	K:	3080646075
a:	32045	p:	30940	n:	13260	b ó c:	1025661000	K:	3080646075
a:	32045	p:	31222	n:	13266	b ó c:	1026204696	K:	3080646075

Con 40 DFC estamos en mejores condiciones, veamos nuestras posibilidades:

Tengo 40 DFC ( posibilidades) en un rango de 980.327.712 números

**DFC de 1.185.665 = (5\*13\*17\*29\*37): 121**

a:	1185665	p:	7878	n:	7826	b ó c:	18619274856	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	12480	n:	12350	b ó c:	29438448000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	26788	n:	26196	b ó c:	62805591096	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	43350	n:	41820	b ó c:	100917933000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	51012	n:	48906	b ó c:	118364061816	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	51504	n:	49358	b ó c:	119480318304	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	64498	n:	61166	b ó c:	148786050336	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	72280	n:	68120	b ó c:	166175334000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	78880	n:	73950	b ó c:	180828456000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	84376	n:	78758	b ó c:	192964030704	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	87246	n:	81252	b ó c:	199277192664	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	92130	n:	85470	b ó c:	209982696000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	100572	n:	92684	b ó c:	228374673576	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	104550	n:	96050	b ó c:	236991849000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	110142	n:	100746	b ó c:	249051768696	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	118030	n:	107300	b ó c:	265956999000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	126616	n:	114342	b ó c:	284216707824	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	133458	n:	119886	b ó c:	298661921376	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	147186	n:	130832	b ó c:	327362858784	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	147328	n:	130944	b ó c:	327657766656	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	155400	n:	137270	b ó c:	344355522000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	195286	n:	167388	b ó c:	424950928584	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	203580	n:	173420	b ó c:	441310545000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	209508	n:	176684	b ó c:	452919003576	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	212602	n:	179894	b ó c:	458949890256	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	226954	n:	190008	b ó c:	486674710704	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	234192	n:	195024	b ó c:	500500622496	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	244522	n:	202086	b ó c:	520051345776	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	262276	n:	213962	b ó c:	553154246904	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	268380	n:	217970	b ó c:	564389721000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	276982	n:	223554	b ó c:	580096697736	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	277134	n:	223652	b ó c:	580372914264	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	284548	n:	228404	b ó c:	593789644536	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	299404	n:	237762	b ó c:	620342932104	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	302634	n:	239768	b ó c:	626057745264	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	308850	n:	243600	b ó c:	636996948000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	313296	n:	246318	b ó c:	644773820064	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	317608	n:	248936	b ó c:	652278536976	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	328338	n:	255374	b ó c:	670791907296	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	337900	n:	261020	b ó c:	687095997000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	343474	n:	264272	b ó c:	696515811744	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	346764	n:	266178	b ó c:	702046604424	K:	4217404476675

a:	1185665	p:	360750	n:	274170	b	ó	c:	725316735000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	369694	n:	279188	b	ó	c:	739992819384	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	369852	n:	279276	b	ó	c:	740250641256	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	385236	n:	287738	b	ó	c:	765114908184	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	415162	n:	303606	b	ó	c:	812126619216	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	422994	n:	307632	b	ó	c:	824134437984	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	432900	n:	312650	b	ó	c:	839146347000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	438672	n:	315536	b	ó	c:	847802950176	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	442078	n:	317226	b	ó	c:	852879865656	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	448630	n:	320450	b	ó	c:	862580901000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	456550	n:	324300	b	ó	c:	874192809000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	482466	n:	336542	b	ó	c:	911312658624	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	487200	n:	338720	b	ó	c:	917948136000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	503200	n:	345950	b	ó	c:	940043016000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	512746	n:	350168	b	ó	c:	952981511664	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	513358	n:	350436	b	ó	c:	953804789976	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	531030	n:	358050	b	ó	c:	977254509000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	536976	n:	360558	b	ó	c:	985004073504	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	547230	n:	364820	b	ó	c:	998202243000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	557512	n:	369014	b	ó	c:	1011225300816	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	563500	n:	371420	b	ó	c:	1018712205000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	568342	n:	373346	b	ó	c:	1024713805896	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	578680	n:	377400	b	ó	c:	1037370702000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	595080	n:	383670	b	ó	c:	1057010850000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	603330	n:	386750	b	ó	c:	1066687440000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	613128	n:	390344	b	ó	c:	1078002875856	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	613756	n:	390572	b	ó	c:	1078721587944	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	630292	n:	396474	b	ó	c:	1097362323096	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	640150	n:	399900	b	ó	c:	1108214877000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	670738	n:	410096	b	ó	c:	1140651676896	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	680680	n:	413270	b	ó	c:	1150791642000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	687648	n:	415454	b	ó	c:	1157780559936	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	697450	n:	418470	b	ó	c:	1167447606000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	708084	n:	421668	b	ó	c:	1177717880664	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	716532	n:	424154	b	ó	c:	1185715720536	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	733414	n:	428978	b	ó	c:	1201270525224	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	745476	n:	432308	b	ó	c:	1212035136504	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	749146	n:	433302	b	ó	c:	1215252654864	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	755380	n:	434970	b	ó	c:	1220656311000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	766122	n:	437784	b	ó	c:	1229785163376	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	783144	n:	442088	b	ó	c:	1243778336784	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	791874	n:	444222	b	ó	c:	1250730140544	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	801850	n:	446600	b	ó	c:	1258487538000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	808962	n:	448256	b	ó	c:	1263896342016	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	812668	n:	449106	b	ó	c:	1266674730216	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	824878	n:	451844	b	ó	c:	1275634232856	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	829806	n:	452922	b	ó	c:	1279165864344	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	834900	n:	454020	b	ó	c:	1282765407000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	842044	n:	455532	b	ó	c:	1287726100584	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	850668	n:	457314	b	ó	c:	1293578502216	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	862978	n:	459776	b	ó	c:	1301674592256	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	871624	n:	461448	b	ó	c:	1307179742544	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	878800	n:	462800	b	ó	c:	1311635364000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	888888	n:	464646	b	ó	c:	1317724904496	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	889066	n:	464678	b	ó	c:	1317830525424	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	931164	n:	471692	b	ó	c:	1341030733224	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	948532	n:	474266	b	ó	c:	1349569432536	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	959530	n:	475800	b	ó	c:	1354664454000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	965926	n:	476658	b	ó	c:	1357516264104	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	969696	n:	477152	b	ó	c:	1359158883264	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	985680	n:	479150	b	ó	c:	1365807492000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	995866	n:	480342	b	ó	c:	1369777831824	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	1008304	n:	481712	b	ó	c:	1374344567904	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	1019350	n:	482850	b	ó	c:	1378140813000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	1029558	n:	483836	b	ó	c:	1381432096776	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	1036830	n:	484500	b	ó	c:	1383649635000	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	1047228	n:	485394	b	ó	c:	1386636689256	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	1056006	n:	486098	b	ó	c:	1388990035944	K:	4217404476675
a:	1185665	p:	1067080	n:	486920	b	ó	c:	1391739090000	K:	4217404476675

a:	1185665	p:	1073518	n:	487364	b ó c:	1393224542616	k:	4217404476675
a:	1185665	p:	1077312	n:	487614	b ó c:	1394061119616	k:	4217404476675
a:	1185665	p:	1084600	n:	488070	b ó c:	1395587358000	k:	4217404476675
a:	1185665	p:	1089802	n:	488376	b ó c:	1396611777456	k:	4217404476675
a:	1185665	p:	1107336	n:	489288	b ó c:	1399666059984	k:	4217404476675
a:	1185665	p:	1118430	n:	489770	b ó c:	1401280947000	k:	4217404476675
a:	1185665	p:	1127230	n:	490100	b ó c:	1402386843000	k:	4217404476675
a:	1185665	p:	1144780	n:	490620	b ó c:	1404129909000	k:	4217404476675
a:	1185665	p:	1155214	n:	490842	b ó c:	1404874228824	k:	4217404476675
a:	1185665	p:	1155882	n:	490854	b ó c:	1404914465136	k:	4217404476675

Vaya, ahora puedo jugar con 121 DFC, estamos en mejores condiciones que antes, veamos nuestras posibilidades:

Un inciso, la calculadora de mi ordenador no puede ( $1,40491446514e+12$ ), tengo que hacerlo a mano pues al final me ha redondeado.

Tengo 121 DFC (posibilidades) en un rango de 557.111.514.960 números, uff... más de medio billón de números.

Mi humilde conclusión:

**Resolver el Cuadro Mágico de Edouart Lucas es como que te regalen cuantos números de lotería quieras, pero cuantos más quieras, los números contra los que tengas que jugar, te los hagan crecer también pero de forma brutal.**

Getafe 12 de enero de 2020.

Juan Piñol