



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg  
*Hamburg University of Applied Sciences*

# Grundlagen der Nachrichtentechnik

---

## Aktive Filter

---

*Autoren:*

Tommy JAHNKE  
J.Sebastian FRISCH  
Nils PARCHE

*Professor:*

Prof. Dr. SCHOENEN

9. Dezember 2016

## Abbildungsverzeichnis

1	.....	3
2	.....	4
3	.....	5
4	.....	7
5	.....	8
6	.....	9
7	Sprungantwort Butterworth-Tiefpass . . . . .	14
8	Sprungantwort Tschebyscheff-Tiefpass . . . . .	15
9	Sprungantwort Bessel-Tiefpass . . . . .	15

## Tabellenverzeichnis

1	Tiefpassfilter - Grundverstärkung $V_0$ , Grenzfrequenz $f_g$ . . . . .	2
2	Hochpassfilter - Grundverstärkung $V_\infty$ , Grenzfrequenz $f_g$ . . . . .	7
3	Gemessenen Grenzfrequenzen der verschieden Tiefpässe/Hochpässe	13
4	Frequenzen bei einer Phasenverschiebung von $-60^\circ$ und $-120^\circ$ . .	13
5	Mittenfrequenz und Sperrfrequenz des Bandpasses sowie der Bandsperre . . . . .	13
6	Vergleich: gemessenen und vorausbestimmte Grenzfrequenzen der verschieden Tiefpässe/Hochpässe . . . . .	16
7	Gegenüberstellung: gemessene und vorausbestimmte Mittenfrequenz und Sperrfrequenz des Bandpasses sowie der Bandsperre . . . . .	16
8	Gemessene Frequenzen bei einer Phasenverschiebung von $-60^\circ$ und $-120^\circ$ . . . . .	17
9	Anstiegszeit, Überschwingen und Einschwingzeit der drei Tiefpässe	18

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Vorbereitung</b>	<b>1</b>
1.1	Grundverstärkung und Grenzfrequenzen der Hoch- und Tiefpässe .	1
1.1.1	Tiefpassfilter . . . . .	1
1.1.2	Hochpassfilter . . . . .	4
1.1.3	Bandpass . . . . .	8
1.1.4	Bandsperre . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Messungen</b>	<b>12</b>
2.1	Verwendete Geräte . . . . .	12
2.2	Messung von Amplituden- und Phasengang der Filterschaltungen .	13
2.3	Sprungantworten der Tiefpässe . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>16</b>
3.1	Zu: Messung von Amplituden- und Phasengang der Filterschaltungen	16
3.1.1	Grenzfrequenzen Tiefpässe/Hochpässe . . . . .	16
3.1.2	Mittenfrequenz/Sperrfrequenz des Bandpasses/der Bandsper- re . . . . .	16
3.1.3	Gemessenen Frequenzen bei einer Phasenverschiebung der Tiefpässe . . . . .	17
3.2	Zu: Sprungantworten der Tiefpässe . . . . .	18

# 1 Vorbereitung

Es sind an einem Universalfilter verschiedenen Filtertypen 2. Ordnung zu untersuchen. Über die Widerstandsbeschaltung  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$ ,  $R_d$ ,  $R_e$  und  $R_f$  können bestimmte Filtercharakteristiken, wie Butterworth, Tschebyscheff und Bessel nachgebildet werden. Mit der Tabelle [?] in der Aufgabenstellung sollen bei den Hochpass- und Tiefpassfilter der drei genannten Filtercharakteristiken die Grenzfrequenz  $f_g$  und die Grundverstärkung  $V_0$  bestimmt werden. Bei dem Bandpass ist die Mittelfrequenz  $f_M$  und die Bandbreite  $B$  zu berechnen. Die Bandsperre wird auf ihre Sperrfrequenz untersucht.

## 1.1 Grundverstärkung und Grenzfrequenzen der Hoch- und Tiefpässe

### 1.1.1 Tiefpassfilter

In der Versuchsbeschreibung [?] Kapitel 7: Gleichungen zum Universal-Filter wird die Übertragungsfunktion  $H_{TP}$  angegeben mit.

$$H_{TP}(j\omega) = \frac{U_{TP}}{U_e} = \frac{R_b \cdot R_f}{R_a \cdot R_c} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_b \cdot R_f}{R_c \cdot R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_f}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad \text{mit } \tau = R \cdot C \quad (1)$$

Durch die Wahl von  $R_b = R_c = R_f = R_0$  vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$H_{TP}(j\omega) = \frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_0}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad (2)$$

Aus der Allgemeinen Gleichung eines Tiefpassfilter 2. Ordnung können so die Parameter  $a_1$ ,  $b_1$  und  $V_0$  zugewiesen werden.  $V_0$  ist die maximale Verstärkung bei  $\omega \rightarrow 0$ .

$$\frac{V_0}{1 + a_1 \cdot j\omega + b_1 \cdot (j\omega)^2} = \frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_0}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad (3)$$

$$V_0 = \frac{R_0}{R_a} \quad (4)$$

$$a_1 = \frac{R_0}{R_e} \cdot \tau \quad (5)$$

$$b_1 = \frac{R_0}{R_d} \cdot \tau^2 \quad (6)$$

## Allgemeine Formel zur Bestimmung der Grenzfrequenzen

Der Amplitudengang lautet:

$$|H_{TP(j\omega)}| = \frac{|V_0|}{\sqrt{(1 - b_1 \cdot \omega^2)^2 + a_1^2 \cdot \omega^2}} \quad (7)$$

Mit der Definition  $H_{TP(j\omega_g)} = |H_{TP(j\omega)}|_{max} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$  und  $V_0 = 1$  (Tabelle 1) kann über einen Koeffizientenvergleich die Grenzfrequenz bestimmt werden.

$$2 = (1 - b_1 \cdot \omega^2)^2 + a_1^2 \cdot \omega^2 \quad (8)$$

$$0 = b_1^2 \cdot \omega^4 - (2 \cdot b_1 - a_1^2) \cdot \omega^2 - 1 \quad \text{substituiert } \omega^2 = x \quad (9)$$

$$0 = x^2 - \frac{2 \cdot b_1 - a_1^2}{b_1^2} \cdot x - \frac{1}{b_1^2} \quad (10)$$

Bestimmen der Möglichen Frequenzen:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{2} - q} \quad (11)$$

$$w_{g1} = +\sqrt{x1} \quad (12)$$

$$w_{g2} = -\sqrt{x1} \quad (13)$$

$$w_{g3} = +\sqrt{x2} \quad (14)$$

$$w_{g4} = -\sqrt{x2} \quad (15)$$

$TP_{Filtercharakteristik}$	Grundverstärkung $V_0$	Grenzfrequenz $f_g$
Butterworth	1	1,5726 kHz
Tschebyscheff	1	1,5777 kHz
Bessel	1	1,585 kHz

Tabelle 1: Tiefpassfilter - Grundverstärkung  $V_0$ , Grenzfrequenz  $f_g$

## Bodeplot der TP-Filter Butterworth, Tschebyscheff und Bessel.

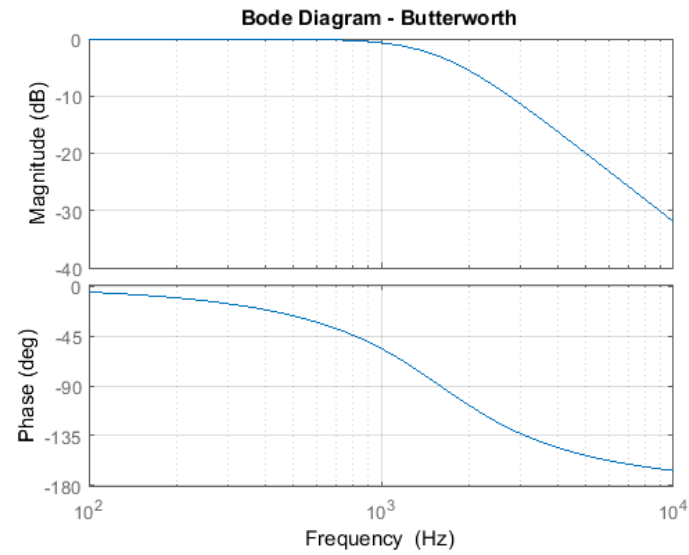


Abbildung 1

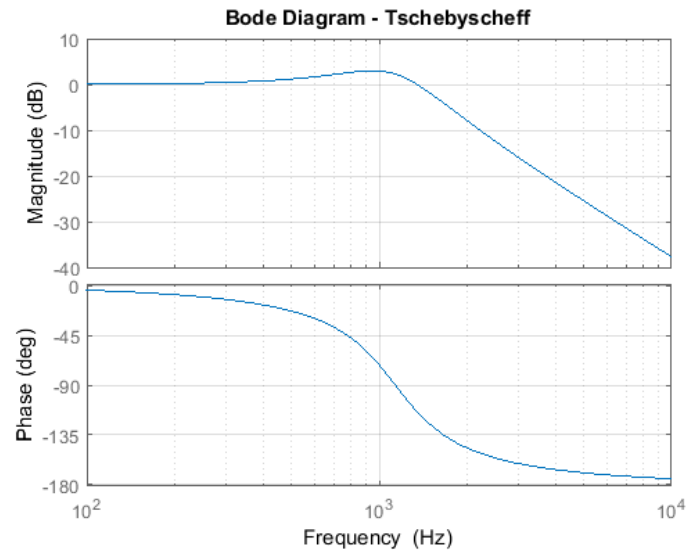


Abbildung 2

### 1.1.2 Hochpassfilter

In der Versuchsbeschreibung [?] Kapitel 7: Gleichungen zum Universal-Filter wird die Übertragungsfunktion  $H_{HP}$  angegeben mit.

$$H_{HP}(j\omega) = \frac{U_{HP}}{U_e} = \frac{R_b \cdot R_d}{R_a \cdot R_c} \cdot \frac{\frac{R_f}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2}{1 + \frac{R_b \cdot R_f}{R_c \cdot R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_f}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad \text{mit } \tau = R \cdot C \quad (16)$$

Durch die Wahl von  $R_b = R_c = R_d = R_0$  vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$H_{HP}(j\omega) = \frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{\frac{R_f}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2}{1 + \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_f}{R_0} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad (17)$$

Aus der Allgemeinen Gleichung eines Hochpassfilter 2. Ordnung können so die Parameter  $a_1, b_1$  und  $V_0$  zugewiesen werden.  $V_\infty$  ist die maximale Verstärkung bei  $\omega \rightarrow \infty$ .

$$V_\infty \cdot \frac{\frac{1}{b_1} \cdot (j\omega)^2}{1 + \frac{a_1}{b_1} \cdot j\omega + \frac{1}{b_1} \cdot (j\omega)^2} = \frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{\frac{R_f}{R_0} \cdot (j\omega\tau)^2}{1 + \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_0}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad (18)$$



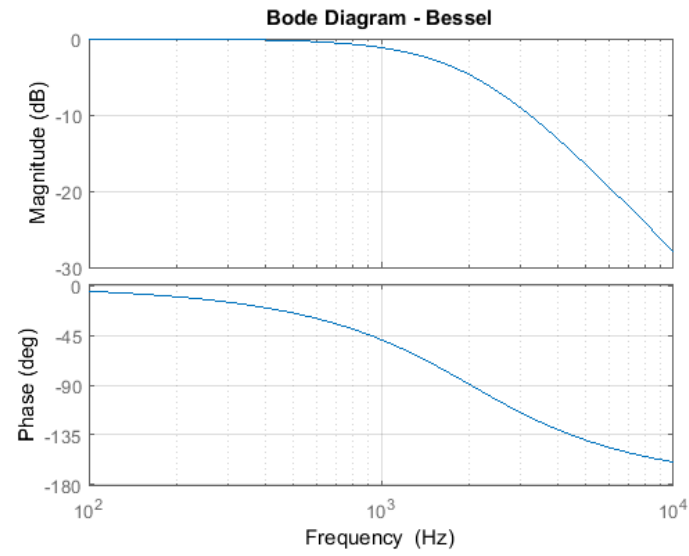


Abbildung 3

$$V_{\infty} = \frac{R_0}{R_a} \quad (19)$$

$$b_1 = \frac{R_0}{R_f} \cdot \frac{1}{\tau^2} \quad (20)$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot \tau \quad (21)$$

$$a_1 = \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot \tau \cdot b_1 \quad (22)$$

$$\Rightarrow \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot \tau \cdot \frac{R_0}{R_f} \cdot \frac{1}{\tau^2} \quad (23)$$

$$\Rightarrow \frac{R_0}{R_e} \cdot \frac{1}{\tau} \quad (24)$$

## Allgemeine Formel zur Bestimmung der Grenzfrequenzen

Der Amplitudengang lautet:

$$|H_{HP(j\omega)}| = \frac{|V_\infty| \cdot \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2\right)^2 + \left(\frac{a_1}{b_1}\right) \cdot \omega^2}} \quad (25)$$

Mit der Definition  $H_{HP(j\omega_g)} = |H_{HP(j\omega)}|_{max} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$  und  $V_\infty = 1$  (Tabelle 1) kann die Gleichung nach  $\omega_g$  aufgelöst werden.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|V_\infty| \cdot \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2\right)^2 + \left(\frac{a_1}{b_1}\right) \cdot \omega^2}} \quad (26)$$

$$\sqrt{2} \cdot |V_\infty| \cdot \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2 = \sqrt{\left(1 - \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2\right)^2 + \left(\frac{a_1}{b_1}\right) \cdot \omega^2} \quad (27)$$

$$2 \cdot |V_\infty|^2 \cdot \left(\frac{1}{b_1^2}\right) \cdot \omega^2 = \left(1 - \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2\right)^2 + \left(\frac{a_1}{b_1}\right) \cdot \omega^2 \quad (28)$$

$$0 = \left(\frac{1}{b_1^2} - 2 \cdot |V_\infty|^2 \cdot \frac{1}{b_1^2}\right) \cdot \omega^4 + \left(\frac{a_1^2}{b_1^2} - 2 \cdot \frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2 + 1 \quad (29)$$

$$0 = x^2 + \frac{a_1^2 - 2 \cdot b_1}{1 - 2 \cdot |V_\infty|^2} \cdot x + \frac{b_1^2}{1 - 2 \cdot |V_\infty|^2} \quad (30)$$

Bestimmen der Möglichen Frequenzen:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{2} - q} \quad (31)$$

$$w_{g1} = +\sqrt{x1} \quad (32)$$

$$w_{g2} = -\sqrt{x1} \quad (33)$$

$$w_{g3} = +\sqrt{x2} \quad (34)$$

$$w_{g4} = -\sqrt{x2} \quad (35)$$

$HP_{Filtercharakteristik}$	Grundverstärkung $V_{\infty}$	Grenzfrequenz $f_g$
Butterworth	1	1,6107 kHz
Tschebyscheff	1	1,6055 kHz
Bessel	1	1,582 kHz

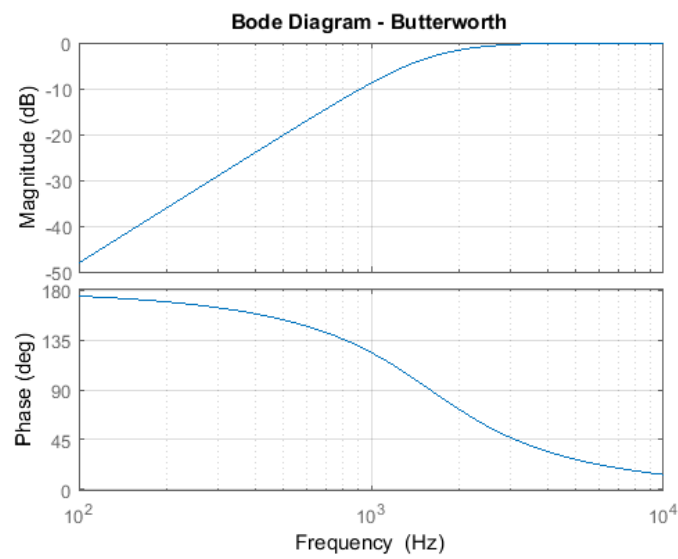
Tabelle 2: Hochpassfilter - Grundverstärkung  $V_{\infty}$ , Grenzfrequenz  $f_g$ **Bodeplot der HP-Filter Butterworth, Tschebyscheff und Bessel.**

Abbildung 4

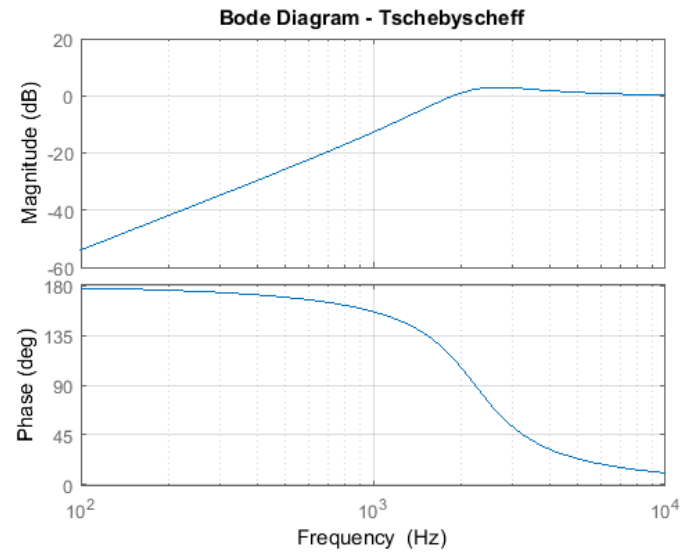


Abbildung 5

### 1.1.3 Bandpass

Die vereinfachte Formel für den Bandpassfilter hergeleitet vom Universalfilter kann der Allgemeinen Übertragungsfunktion eines Bandpasses gleichgesetzt und so die Parameter bestimmt werden.

$$H_{BP}(j\omega) = V_{max} \cdot \frac{A \cdot j\omega}{1 + A \cdot j\omega + b \cdot (j\omega)^2} \iff -\frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{\frac{R_0}{R_c} \cdot (j\omega\tau)}{1 + \frac{R_0}{R_c} \cdot (j\omega\tau) + (j\omega\tau)^2} \quad (36)$$

Dadurch ergeben sich die nachfolgenden Parameter:

$$A = \frac{R_0}{R_c} \quad (37)$$

$$b = \tau^2 \quad (38)$$

$$V_{max} = -\frac{R_0}{R_a} \quad (39)$$

Das Maximum des Bandpassfilter wird erreicht wenn der Imaginärteil des Nenner  $= 0$  ist. Somit entspricht  $V_{max}$  dem erreichbaren Maximum. An diesem Punkt befindet sich die Mittenfrequenz  $f_0$ .

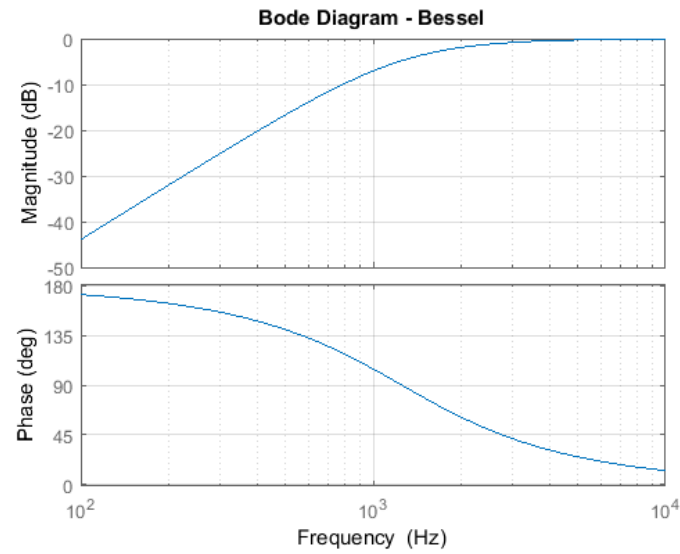


Abbildung 6

$$H_{BP}(j\omega) = V_{max} \cdot \frac{1}{\frac{1}{j\omega \cdot A} + 1 + \frac{j\omega \cdot b}{A}} \quad (40)$$

$$\Rightarrow V_{max} \cdot \frac{1}{1 + j \left( \frac{b}{A} \cdot \omega - \frac{1}{A \cdot \omega} \right)} \quad (41)$$

$$0 = \frac{b}{A} \cdot \omega - \frac{1}{A \cdot \omega} \quad (42)$$

$$\frac{1}{A \cdot \omega} = \frac{b}{A} \cdot \omega \quad (43)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{b}} \quad (44)$$

$$f_0 = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} = 1,592 kHz \quad (45)$$

$$V_{f_0} = 1 \quad (46)$$

Die zwei zu berechnenden Grenzfrequenzen können nach der Definition  $H_{BP}(j\omega_g) = |H_{BP}(j\omega)|_{max} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$  berechnet werden.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{V_{max} \cdot A \cdot \omega}{\sqrt{(1 - b \cdot \omega^2)^2 + A^2 \cdot \omega^2}} \quad (47)$$

$$0 = x^2 + \frac{A^2 - 2 \cdot b - 2 \cdot A^2 \cdot V_{max}}{b^2} \cdot x + \frac{1}{b^2} \quad (48)$$

Bestimmen der Möglichen Frequenzen:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{2} - q} \quad (49)$$

$$w_{g1} = +\sqrt{x1} \quad (50)$$

$$w_{g2} = -\sqrt{x1} \quad (51)$$

$$w_{g3} = +\sqrt{x2} \quad (52)$$

$$w_{g4} = -\sqrt{x2} \quad (53)$$

$$f_{gu} = 1,4395kHz \quad (54)$$

$$f_{go} = 1,7597kHz \quad (55)$$

$$B = f_{go} - f_{gu} = 320,2Hz \quad (56)$$

### 1.1.4 Bandsperre

Die vereinfachte Formel für den Bandpassfilter hergeleitet vom Universalfilter kann der Allgemeinen Übertragungsfunktion eines Bandpasses gleichgesetzt und so die Parameter bestimmt werden.

$$H_{BS}(j\omega) = V_0 \cdot \frac{1 + (j\omega)^2}{1 + A \cdot j\omega + b \cdot (j\omega)^2} \iff -\frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{1 + (j\omega\tau)^2}{1 + \frac{R_0}{R_c} \cdot (j\omega\tau) + (j\omega\tau)^2} \quad (57)$$

Dadurch ergeben sich die nachfolgenden Parameter:

$$A = \frac{R_0}{R_c} \cdot \tau \quad (58)$$

$$b = \tau^2 \quad (59)$$

$$V_0 = -\frac{R_0}{R_a} \quad (60)$$

Das Maximum der Bandsperre kann für  $\lim_{\omega \rightarrow \infty}$  oder  $\lim_{\omega \rightarrow 0}$  bestimmt werden und strebt gegen 1. Somit kann nach der Definition  $H_{BS}(j\omega_g) = |H_{HP}(j\omega)|_{\max} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$  die Gleichung nach  $\omega_g$  aufgelöst werden.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|V_0| \cdot |1 - b\omega^2|}{\sqrt{(1 - b \cdot \omega^2)^2 + A \cdot \omega^2}} \quad (61)$$

$$\sqrt{(1 - b \cdot \omega^2)^2 + A \cdot \omega^2} = |V_0| \cdot |1 - b\omega^2| \cdot \sqrt{2} \quad (62)$$

$$0 = x^2 + \frac{A^2 - 2 \cdot b + 4 \cdot bV_0^2}{b^2 - 2 \cdot b^2V_0^2} \cdot x + \frac{1 - 2 \cdot V_0^2}{b^2 - 2 \cdot b^2V_0^2} \quad (63)$$

Bestimmen der Möglichen Frequenzen:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{2} - q} \quad (64)$$

$$w_{g1} = +\sqrt{x1} \quad (65)$$

$$w_{g2} = -\sqrt{x1} \quad (66)$$

$$w_{g3} = +\sqrt{x2} \quad (67)$$

$$w_{g4} = -\sqrt{x2} \quad (68)$$

$$f_{gu} = 1,4395 \text{ KHz} \quad (69)$$

$$f_{go} = 1,7597 \text{ KHz} \quad (70)$$

$$B = f_{go} - f_{gu} = 320,24 \text{ Hz} \quad (71)$$

---

## 2 Messungen

### 2.1 Verwendete Geräte

- Oszilloskop
  - Tektronix TDS 3014C Digital Phosphor Oszilloscope
- Puls-Generator
  - Hewlett Packard 33120A 15MHz Function/Arbitrary Waveform Generator
- 3 Kabel
  - 3 mal 1m BNC Kabel
- Audio Analyzer
  - Rhode & Schwarz UPV Audio Analyzer DC...250kHz
- BNC Stecker - T-Stücke



## 2.2 Messung von Amplituden- und Phasengang der Filterschaltungen

In diesem Versuch geht es darum, die Amplituden und Phasengänge der Butterworth-, Tschebyscheff- und Bessel-Tiefpässe und die Amplitudengänge der Butterworth-, Tschebyscheff- und Bessel-Hochpässe sowie des Bandpasses und der Bandsperre mittels dem Audio-Analyzer UVP zu messen. Die folgende Tabelle zeigt unsere gemessenen Grenzfrequenzen der Tiefpässe/Hochpässe. Die Graphen sind im Anhang zu finden.

	<i>Butterworth</i>	<i>Tschebyscheff</i>	<i>Bessel</i>
<i>Tiefpass</i>	1.538kHz	1.557kHz	1.551kHz
<i>Hochpass</i>	1.596kHz	1.592kHz	1.610kHz

Tabelle 3: Gemessenen Grenzfrequenzen der verschiedenen Tiefpässe/Hochpässe

Anschließend ging es darum, die Phasengänge der oben genannten Filtertypen für den Tiefpass zu messen. Die Frequenzen bei einer Phasenverschiebung von  $-60^\circ$  und  $-120^\circ$  wurden bestimmt und in die folgende Tabelle eingetragen. Auch diese Graphen sind im Anhang zu finden.

	<i>Butterworth</i>	<i>Tschebyscheff</i>	<i>Bessel</i>
$-60^\circ$	1.046kHz	898.250kHz	1.229kHz
$-120^\circ$	2.381kHz	1.400kHz	3.225kHz

Tabelle 4: Frequenzen bei einer Phasenverschiebung von  $-60^\circ$  und  $-120^\circ$

Schließlich wurden die Mittenfrequenz und Sperrfrequenz des Bandpasses sowie der Bandsperre gemessen. Ergebnisse sind der folgenden Tabelle zu entnehmen. Für die Graphen siehe Anhang.

	<i>Mittenfrequenz</i>	<i>Sperrfrequenz</i>
<i>Bandpass</i>	1.556kHz	/
<i>Bandsperre</i>	/	1.568kHz

Tabelle 5: Mittenfrequenz und Sperrfrequenz des Bandpasses sowie der Bandsperre

## 2.3 Sprungantworten der Tiefpässe

In diesem Versuch geht darum, die Anstiegszeit, Überschwingen und die Einstiegszeit der drei Tiefpässe nach Butterworth, Tschebyscheff und Bessel aus der Sprungantwort zu bestimmen. Die Filter wurde mit einem Rechtecksignal ( $500mV_{pp}$  und  $250mv$  Offset und variabler Frequenz) angesteuert. Eingangs- und Ausgangssignal wurden in einem gemeinsamen Oszillogramm dargestellt.

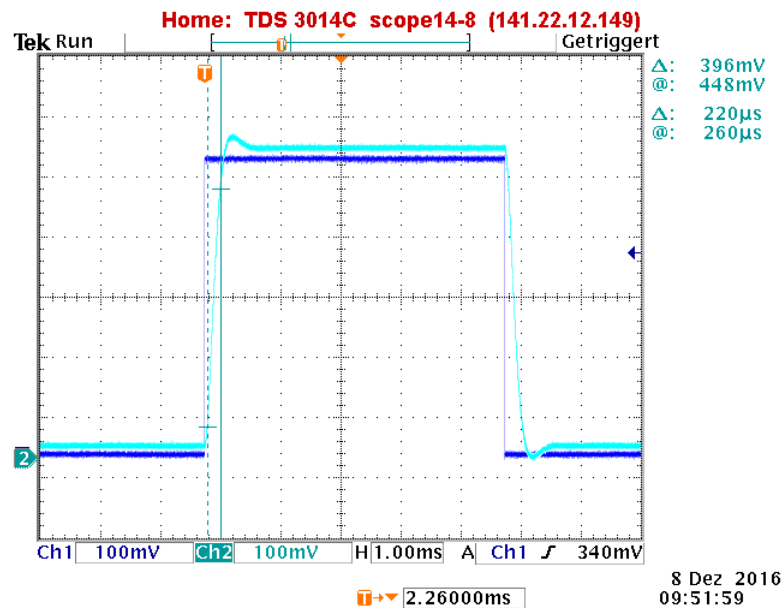


Abbildung 7: Sprungantwort Butterworth-Tiefpass

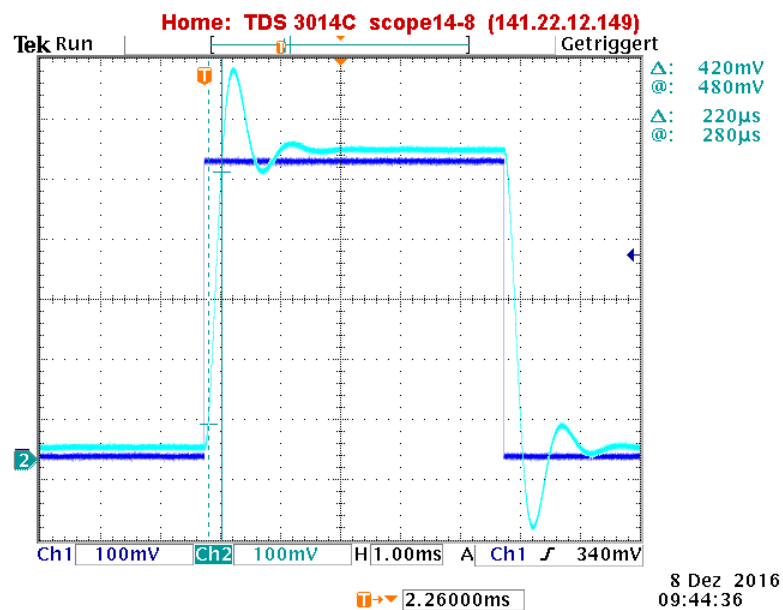


Abbildung 8: Sprungantwort Tschebyscheff-Tiefpass

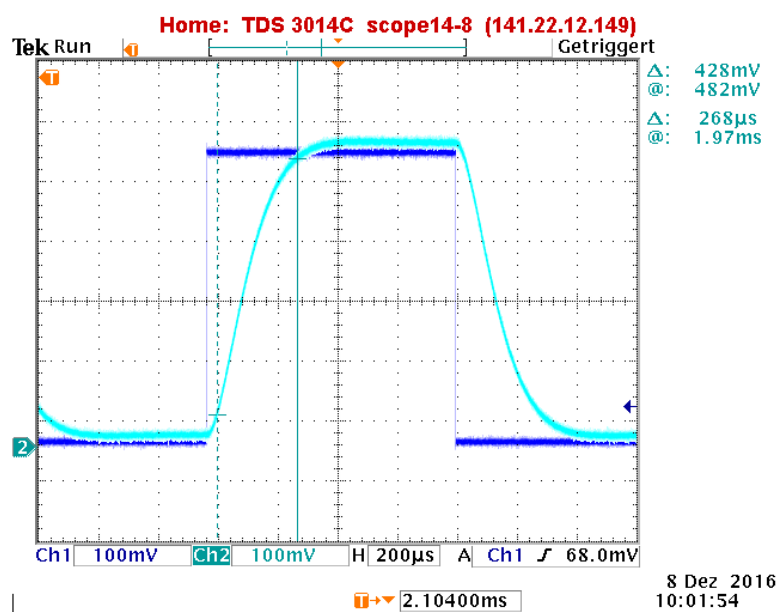


Abbildung 9: Sprungantwort Bessel-Tiefpass

### 3 Auswertung

#### 3.1 Zu: Messung von Amplituden- und Phasengang der Filterschaltungen

##### 3.1.1 Grenzfrequenzen Tiefpässe/Hochpässe

Alle Messwerte der Grenzfrequenzen wurden zusammen mit den vorausberechneten Werten in einer Tabelle dargestellt und verglichen.

	<i>Tiefpass</i>	<i>Hochpass</i>
<i>Butterworth<sub>errech.</sub></i>	1.573kHz	1.611kHz
<i>Butterworth<sub>gemes.</sub></i>	1.538kHz	1.596kHz
<i>Tschebyscheff<sub>errech.</sub></i>	1.578kHz	1.606kHz
<i>Tschebyscheff<sub>gemes.</sub></i>	1.557kHz	1.592kHz
<i>Bessel<sub>errech.</sub></i>	1.585kHz	1.582kHz
<i>Bessel<sub>gemes.</sub></i>	1.551kHz	1.610kHz

Tabelle 6: Vergleich: gemessenen und vorausbestimmte Grenzfrequenzen der verschieden Tiefpässe/Hochpässe

##### 3.1.2 Mittenfrequenz/Sperrfrequenz des Bandpasses/der Bandsperre

Die gemessenen Frequenzen wurden zusammen mit den vorausberechneten Werten in einer Tabelle dargestellt und anschließend verglichen.

	<i>Mittenfrequenz<sub>errech.</sub>/Mittenfrequenz<sub>gemes.</sub></i>	<i>Sperrfrequenz<sub>errech.</sub>/Sperrfrequenz<sub>gemes.</sub></i>
<i>Bandpass</i>	1.556kHz/1.591kHz	/
<i>Bandsperre</i>	/	1.568kHz/1.592kHz

Tabelle 7: Gegenüberstellung: gemessene und vorausbestimmte Mittenfrequenz und Sperrfrequenz des Bandpasses sowie der Bandsperre

### 3.1.3 Gemessenen Frequenzen bei einer Phasenverschiebung der Tiefpässe

Die gemessenen Frequenzen wurden in einer Tabelle dargestellt und anschließend verglichen.

	$-60^\circ$	$-120^\circ$
<i>Butterworth</i>	$1.046kHz$	$2.381kHz$
<i>Tschebyscheff</i>	$898.250kHz$	$1.400kHz$
<i>Bessel</i>	$1.229kHz$	$3.225kHz$

Tabelle 8: Gemessene Frequenzen bei einer Phasenverschiebung von  $-60^\circ$  und  $-120^\circ$

Aus den bei einer bestimmten Phasenverschiebung gemessenen Frequenzen ist es möglich die Koeffizienten der drei Filterarten zu bestimmen. Für einen Tiefpass bestimmter Art der 2. Ordnung gilt:

$$\begin{aligned}
\arg \underline{H}_{TP}(\Omega) &= \arg(V_0) - \arctan\left(\frac{a_1 \cdot \Omega}{1 - b_1 \cdot \Omega^2}\right) \\
\tan(\arg \underline{H}_{TP}(\Omega)) &= \tan(1) - \frac{a_1 \cdot \Omega}{1 - b_1 \cdot \Omega^2} \\
a_1 &= \frac{\left(\tan(1) - \tan(\arg \underline{H}_{TP}(\Omega))\right) \left(1 - b_1 \cdot \Omega^2\right)}{\Omega} \\
\frac{\left(\tan(1) - \tan(\arg \underline{H}_{TP}(\Omega_{-60^\circ}))\right) \left(1 - b_1 \cdot \Omega_{-60^\circ}^2\right)}{\Omega_{-60^\circ}} &= \frac{\left(\tan(1) - \tan(\arg \underline{H}_{TP}(\Omega_{-120^\circ}))\right) \left(1 - b_1 \cdot \Omega_{-120^\circ}^2\right)}{\Omega_{-120^\circ}} \\
\frac{\left(\tan(1) - \tan(-60^\circ)\right) \left(1 - b_1 \cdot \Omega_{-60^\circ}^2\right)}{\Omega_{-60^\circ}} &= \frac{\left(\tan(1) - \tan(-120^\circ)\right) \left(1 - b_1 \cdot \Omega_{-120^\circ}^2\right)}{\Omega_{-120^\circ}} \\
\frac{\left(3.289\right) \left(1 - b_1 \cdot \Omega_{-60^\circ}^2\right)}{\Omega_{-60^\circ}} &= \frac{\left(-0.175\right) \left(1 - b_1 \cdot \Omega_{-120^\circ}^2\right)}{\Omega_{-120^\circ}} \\
\rightarrow b_1 &= \frac{3.289 \cdot \Omega_{-120^\circ} + 0.175 \cdot \Omega_{-60^\circ}}{3.289 \cdot \Omega_{-120^\circ} \cdot \Omega_{-60^\circ}^2 + 0.175 \cdot \Omega_{-60^\circ} \cdot \Omega_{-120^\circ}^2}
\end{aligned}$$

### 3.2 Zu: Sprungantworten der Tiefpässe

Die Anstiegszeit, das Überschwingen sowie die Einschwingzeit der drei Tiefpässe wurden gemeinsam in einer Tabelle zusammengefasst und verglichen.

	<i>Anstiegszeit</i>	<i>Überschwingen</i>	<i>Einschwingzeit</i>
<i>Butterworth</i>	$220\mu s$	4.86%	$320\mu s$
<i>Tschebyscheff</i>	$220\mu s$	27.24%	$1.06ms$
<i>Bessel</i>	$268\mu s$	0%	$308\mu s$

Tabelle 9: Anstiegszeit, Überschwingen und Einschwingzeit der drei Tiefpässe

Die Werte wurden den Oszillogrammen entnommen. Diese sind im Anhang zu finden.

---

# Literatur