



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Hamburg University of Applied Sciences

Grundlagen der Nachrichtentechnik

Pulse-Code-Modulation

Autoren:

Tommy JAHNKE
J.Sebastian FRISCH
Nils PARCHE

Professorin:
Prof. Dr. LI

7. Dezember 2016

Abbildungsverzeichnis

1	3
2	3
3	3
4	6
5	6
6	7

Tabellenverzeichnis

1	Tiefpassfilter - Grundverstärkung V_0 , Grenzfrequenz f_g	2
2	Hochpassfilter - Grundverstärkung V_∞ , Grenzfrequenz f_g	6

Inhaltsverzeichnis

1	Vorbereitung	1
1.1	Grundverstärkung und Grenzfrequenzen der Hoch- und Tiefpässe .	1
1.1.1	Tiefpassfilter	1
1.1.2	Hochpassfilter	4

1 Vorbereitung

Es sind an einem Universalfilter verschiedenen Filtertypen 2. Ordnung zu untersuchen. Über die Widerstandsbeschaltung R_a , R_b , R_c , R_d , R_e und R_f können bestimmte Filtercharakteristiken, wie Butterworth, Tschebyscheff und Bessel nachgebildet werden. Mit der Tabelle [?] in der Aufgabenstellung sollen bei den Hochpass- und Tiefpassfilter der drei genannten Filtercharakteristiken die Grenzfrequenz f_g und die Grundverstärkung V_0 bestimmt werden. Bei dem Bandpass ist die Mittelfrequenz f_M und die Bandbreite B zu berechnen. Die Bandsperre wird auf ihre Sperrfrequenz untersucht.

1.1 Grundverstärkung und Grenzfrequenzen der Hoch- und Tiefpässe

1.1.1 Tiefpassfilter

In der Versuchsbeschreibung [?] Kapitel 7: Gleichungen zum Universal-Filter wird die Übertragungsfunktion H_{TP} angegeben mit.

$$H_{TP}(j\omega) = \frac{U_{TP}}{U_e} = \frac{R_b \cdot R_f}{R_a \cdot R_c} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_b \cdot R_f}{R_c \cdot R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_f}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad \text{mit } \tau = R \cdot C \quad (1)$$

Durch die Wahl von $R_b = R_c = R_f = R_0$ vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$H_{TP}(j\omega) = \frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_0}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad (2)$$

Aus der Allgemeinen Gleichung eines Tiefpassfilter 2. Ordnung können so die Parameter a_1 , b_1 und V_0 zugewiesen werden. V_0 ist die maximale Verstärkung bei $\omega = 0$.

$$\frac{V_0}{1 + a_1 \cdot j\omega + b_1 \cdot (j\omega)^2} = \frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_0}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad (3)$$

$$V_0 = \frac{R_0}{R_a} \quad (4)$$

$$a_1 = \frac{R_0}{R_e} \cdot \tau \quad (5)$$

$$b_1 = \frac{R_0}{R_d} \cdot \tau^2 \quad (6)$$

Allgemeine Formel zur Bestimmung der Grenzfrequenzen

Der Amplitudengang lautet:

$$|H_{TP(j\omega)}| = \frac{|V_0|}{\sqrt{(1 - b_1 \cdot \omega^2)^2 + a_1^2 \cdot \omega^2}} \quad (7)$$

Mit der Definition $H_{TP(j\omega_g)} = |H_{TP(j\omega)}|_{max} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$ und $V_0 = 1$ (Tabelle 1) kann über einen Koeffizientenvergleich die Grenzfrequenz bestimmt werden.

$$2 = (1 - b_1 \cdot \omega^2)^2 + a_1^2 \cdot \omega^2 \quad (8)$$

$$0 = b_1^2 \cdot \omega^4 - (2 \cdot b_1 - a_1^2) \cdot \omega^2 - 1 \quad \text{substituiert } \omega^2 = x \quad (9)$$

$$0 = x^2 - \frac{2 \cdot b_1 - a_1^2}{b_1^2} \cdot x - \frac{1}{b_1^2} \quad (10)$$

Bestimmen der Möglichen Frequenzen:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{2} - q} \quad (11)$$

$$w_{g1} = +\sqrt{x1} \quad (12)$$

$$w_{g2} = -\sqrt{x1} \quad (13)$$

$$w_{g3} = +\sqrt{x1} \quad (14)$$

$$w_{g4} = -\sqrt{x2} \quad (15)$$

$TP_{Filtercharakteristik}$	Grundverstärkung V_0	Grenzfrequenz f_g
Butterworth	1	1,5726 kHz
Tschebyscheff	1	1,5777 kHz
Bessel	1	1,585 kHz

Tabelle 1: Tiefpassfilter - Grundverstärkung V_0 , Grenzfrequenz f_g

Bodeplot der TP-Filter Butterworth, Tschebyscheff und Bessel.

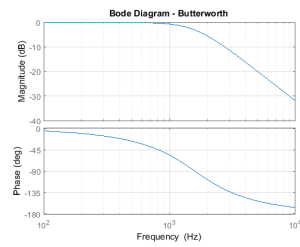


Abbildung 1

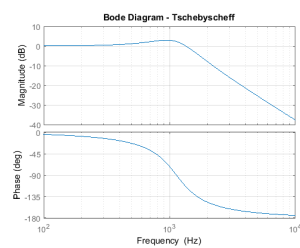


Abbildung 2

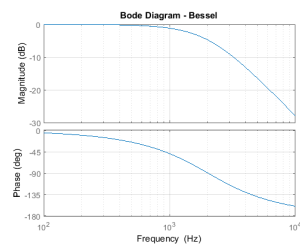


Abbildung 3

1.1.2 Hochpassfilter

In der Versuchsbeschreibung [?] Kapitel 7: Gleichungen zum Universal-Filter wird die Übertragungsfunktion H_{HP} angegeben mit.

$$H_{HP}(j\omega) = \frac{U_{HP}}{U_e} = \frac{R_b \cdot R_d}{R_a \cdot R_c} \cdot \frac{\frac{R_f}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2}{1 + \frac{R_b \cdot R_f}{R_c \cdot R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_f}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad \text{mit } \tau = R \cdot C \quad (16)$$

Durch die Wahl von $R_b = R_c = R_d = R_0$ vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$H_{HP}(j\omega) = \frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{\frac{R_f}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2}{1 + \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_f}{R_0} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad (17)$$

Aus der Allgemeinen Gleichung eines Hochpassfilter 2. Ordnung können so die Parameter a_1, b_1 und V_0 zugewiesen werden. V_∞ ist die maximale Verstärkung bei $\omega \rightarrow \infty$.

$$V_\infty \cdot \frac{\frac{1}{b_1} \cdot (j\omega)^2}{1 + \frac{a_1}{b_1} \cdot j\omega + \frac{1}{b_1} \cdot (j\omega)^2} = \frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{\frac{R_f}{R_0} \cdot (j\omega\tau)^2}{1 + \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_0}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad (18)$$

$$V_\infty = \frac{R_0}{R_a} \quad (19)$$

$$b_1 = \frac{R_0}{R_f} \cdot \frac{1}{\tau^2} \quad (20)$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot \tau \quad (21)$$

$$a_1 = \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot \tau \cdot b_1 \quad (22)$$

$$\Rightarrow \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot \tau \cdot \frac{R_0}{R_f} \cdot \frac{1}{\tau^2} \quad (23)$$

$$\Rightarrow \frac{R_0}{R_e} \cdot \frac{1}{\tau} \quad (24)$$

Allgemeine Formel zur Bestimmung der Grenzfrequenzen

Der Amplitudengang lautet:

$$|H_{HP(j\omega)}| = \frac{|V_\infty| \cdot \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2\right)^2 + \left(\frac{a_1}{b_1}\right) \cdot \omega^2}} \quad (25)$$

Mit der Definition $H_{HP(j\omega_g)} = |H_{HP(j\omega)}|_{max} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$ und $V_\infty = 1$ (Tabelle 1) kann die Gleichung nach ω_g aufgelöst werden.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|V_\infty| \cdot \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2\right)^2 + \left(\frac{a_1}{b_1}\right) \cdot \omega^2}} \quad (26)$$

$$\sqrt{2} \cdot |V_\infty| \cdot \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2 = \sqrt{\left(1 - \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2\right)^2 + \left(\frac{a_1}{b_1}\right) \cdot \omega^2} \quad (27)$$

$$2 \cdot |V_\infty|^2 \cdot \left(\frac{1}{b_1^2}\right) \cdot \omega^2 = \left(1 - \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2\right)^2 + \left(\frac{a_1}{b_1}\right) \cdot \omega^2 \quad (28)$$

$$0 = \left(\frac{1}{b_1^2} - 2 \cdot |V_\infty|^2 \cdot \frac{1}{b_1^2}\right) \cdot \omega^4 + \left(\frac{a_1^2}{b_1^2} - 2 \cdot \frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2 + 1 \quad (29)$$

$$0 = x^2 + \frac{a_1^2 - 2 \cdot b_1}{1 - 2 \cdot |V_\infty|^2} \cdot x + \frac{b_1^2}{1 - 2 \cdot |V_\infty|^2} \quad (30)$$

Bestimmen der Möglichen Frequenzen:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{2} - q} \quad (31)$$

$$w_{g1} = +\sqrt{x1} \quad (32)$$

$$w_{g2} = -\sqrt{x1} \quad (33)$$

$$w_{g3} = +\sqrt{x2} \quad (34)$$

$$w_{g4} = -\sqrt{x2} \quad (35)$$

$HP_{Filtercharakteristik}$	Grundverstärkung V_{∞}	Grenzfrequenz f_g
Butterworth	1	1,6107 kHz
Tschebyscheff	1	1,6055 kHz
Bessel	1	1,582 kHz

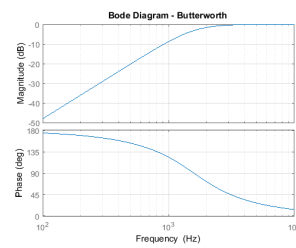
Tabelle 2: Hochpassfilter - Grundverstärkung V_{∞} , Grenzfrequenz f_g **Bodeplot der HP-Filter Butterworth, Tschebyscheff und Bessel.**

Abbildung 4

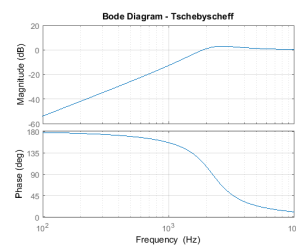


Abbildung 5

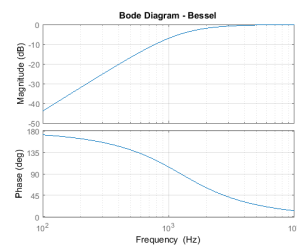


Abbildung 6

Literatur