



Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg  
*Hamburg University of Applied Sciences*

# Grundlagen der Nachrichtentechnik

---

## Aktive Filter

---

*Autoren:*

Tommy JAHNKE  
J.Sebastian FRISCH  
Nils PARCHE

*Professorin:*  
Prof. Dr. LI

9. Dezember 2016

# Abbildungsverzeichnis

|    |   |    |
|----|---|----|
| 1  | .....   | 3  |
| 2  | .....   | 4  |
| 3  | .....   | 5  |
| 4  | .....   | 7  |
| 5  | .....   | 8  |
| 6  | .....   | 9  |
| 7  | Sprungantwort Butterworth-Tiefpass .....  | 15 |
| 8  | Sprungantwort Tschebyscheff-Tiefpass .....  | 16 |
| 9  | Sprungantwort Bessel-Tiefpass .....   | 16 |
| 10 | Amplitudengang Butterworth-Tiefpass mit Marker .....  | 20 |
| 11 | Amplitudengang Butterworth- und Tschebyscheff-Tiefpass mit Marker bei Tschebyscheff .....   | 20 |
| 12 | Amplitudengang Butterworth-, Tschebyscheff- und Bessel-Tiefpass mit Marker bei Bessel ..... | 21 |
| 13 | Amplitudengang Butterworth-Hochpass mit Marker .....  | 21 |
| 14 | Amplitudengang Butterworth- und Tschebyscheff-Hochpass mit Marker bei Tschebyscheff .....   | 22 |
| 15 | Amplitudengang Butterworth-, Tschebyscheff- und Bessel-Hochpass mit Marker bei Bessel ..... | 22 |
| 16 | Amplitudengang Bandsperre mit Marker .....  | 23 |
| 17 | Amplitudengang Bandsperre und Bandpass mit Marker beim Bandpass .....                       | 23 |
| 18 | Phasengang Butterworth-Tiefpass mit Markern .....   | 24 |
| 19 | Phasengang Butterworth- und Tschebyscheff-Tiefpass mit Markern bei Tschebyscheff .....      | 24 |
| 20 | Phasengang Butterworth-, Tschebyscheff- und Bessel-Tiefpass mit Markern bei Bessel .....    | 25 |
| 21 | Sprungantwort Butterworth: Messung der Anstiegszeit .....                                   | 26 |
| 22 | Sprungantwort Butterworth: Messung der Einschwingzeit .....                                 | 26 |
| 23 | Sprungantwort Butterworth: Messung des Überschwingers .....                                 | 27 |
| 24 | Sprungantwort Tschebyscheff: Messung der Anstiegszeit .....                                 | 27 |
| 25 | Sprungantwort Tschebyscheff: Messung der Einschwingzeit .....                               | 28 |
| 26 | Sprungantwort Tschebyscheff: Messung des Überschwingers .....                               | 28 |
| 27 | Sprungantwort Bessel: Messung der Anstiegszeit .....  | 29 |
| 28 | Sprungantwort Bessel: Messung der Einschwingzeit .....                                      | 29 |

## Tabellenverzeichnis

|   |   |    |
|---|---|----|
| 1 | Tiefpassfilter - Grundverstärkung $V_0$ , Grenzfrequenz $f_g$ . . . . .   | 2  |
| 2 | Hochpassfilter - Grundverstärkung $V_\infty$ , Grenzfrequenz $f_g$ . . . . .  | 7  |
| 3 | Gemessenen Grenzfrequenzen der verschieden Tiefpässe/Hochpässe  | 14 |
| 4 | Frequenzen bei einer Phasenverschiebung von $-60^\circ$ und $-120^\circ$ . .  | 14 |
| 5 | Mittenfrequenz und Sperrfrequenz des Bandpasses sowie der Bandsperre . . . . .  | 14 |
| 6 | Vergleich: gemessenen und vorausbestimmte Grenzfrequenzen der verschieden Tiefpässe/Hochpässe . . . . .                         | 17 |
| 7 | Gegenüberstellung: gemessene und vorausbestimmte Mittenfrequenz und Sperrfrequenz des Bandpasses sowie der Bandsperre . . . . . | 17 |
| 8 | Gemessene Frequenzen bei einer Phasenverschiebung von $-60^\circ$ und $-120^\circ$ . . . . .                                    | 18 |
| 9 | Anstiegszeit, Überschwingen und Einschwingzeit der drei Tiefpässe   | 19 |

---

# Inhaltsverzeichnis

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Vorbereitung</b>  | <b>1</b>  |
| 1.1      | Grundverstärkung und Grenzfrequenzen der Hoch- und Tiefpässe .       | 1         |
| 1.1.1    | Tiefpassfilter . . . . .   | 1         |
| 1.1.2    | Hochpassfilter . . . . .   | 4         |
| 1.1.3    | Bandpass . . . . .   | 8         |
| 1.1.4    | Bandsperre . . . . .   | 11        |
| <b>2</b> | <b>Messungen</b>   | <b>13</b> |
| 2.1      | Verwendete Geräte . . . . .  | 13        |
| 2.2      | Messung von Amplituden- und Phasengang der Filterschaltungen .       | 14        |
| 2.3      | Sprungantworten der Tiefpässe . . . . .                              | 15        |
| <b>3</b> | <b>Auswertung</b>  | <b>17</b> |
| 3.1      | Zu: Messung von Amplituden- und Phasengang der Filterschaltungen     | 17        |
| 3.1.1    | Grenzfrequenzen Tiefpässe/Hochpässe . . . . .                        | 17        |
| 3.1.2    | Mittenfrequenz/Sperrfrequenz des Bandpasses/der Bandsperre . . . . . | 17        |
| 3.1.3    | Gemessenen Frequenzen bei einer Phasenverschiebung . . . .           | 18        |
| 3.2      | Zu: Sprungantworten der Tiefpässe . . . . .                          | 19        |
| <b>4</b> | <b>Anhang</b>  | <b>20</b> |
| 4.1      | Amplitudengänge . . . . .  | 20        |
| 4.1.1    | Tiefpässe . . . . .  | 20        |
| 4.1.2    | Hochpässe . . . . .  | 21        |
| 4.1.3    | Bandpass/Bandsperre . . . . .  | 23        |
| 4.2      | Phasengänge Tiefpässe . . . . .                                      | 24        |
| 4.3      | Sprungantworten der Tiefpässe . . . . .                              | 26        |
| 4.3.1    | Butterworth . . . . .  | 26        |
| 4.3.2    | Tschebyscheff . . . . .  | 27        |
| 4.3.3    | Bessel . . . . .   | 29        |

# 1 Vorbereitung

Es sind an einem Universalfilter verschiedenen Filtertypen 2. Ordnung zu untersuchen. Über die Widerstandsbeschaltung  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$ ,  $R_d$ ,  $R_e$  und  $R_f$  können bestimmte Filtercharakteristiken, wie Butterworth, Tschebyscheff und Bessel nachgebildet werden. Mit der Tabelle [?] in der Aufgabenstellung sollen bei den Hochpass- und Tiefpassfilter der drei genannten Filtercharakteristiken die Grenzfrequenz  $f_g$  und die Grundverstärkung  $V_0$  bestimmt werden. Bei dem Bandpass ist die Mittelfrequenz  $f_M$  und die Bandbreite  $B$  zu berechnen. Die Bandsperre wird auf ihre Sperrfrequenz untersucht.

## 1.1 Grundverstärkung und Grenzfrequenzen der Hoch- und Tiefpässe

### 1.1.1 Tiefpassfilter

In der Versuchsbeschreibung [?] Kapitel 7: Gleichungen zum Universal-Filter wird die Übertragungsfunktion  $H_{TP}$  angegeben mit.

$$H_{TP}(j\omega) = \frac{U_{TP}}{U_e} = \frac{R_b \cdot R_f}{R_a \cdot R_c} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_b \cdot R_f}{R_c \cdot R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_f}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad \text{mit } \tau = R \cdot C \quad (1)$$

Durch die Wahl von  $R_b = R_c = R_f = R_0$  vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$H_{TP}(j\omega) = \frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_0}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad (2)$$

Aus der Allgemeinen Gleichung eines Tiefpassfilter 2. Ordnung können so die Parameter  $a_1$ ,  $b_1$  und  $V_0$  zugewiesen werden.  $V_0$  ist die maximale Verstärkung bei  $\omega \rightarrow 0$ .

$$\frac{V_0}{1 + a_1 \cdot j\omega + b_1 \cdot (j\omega)^2} = \frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_0}{R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_0}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad (3)$$

$$V_0 = \frac{R_0}{R_a} \quad (4)$$

$$a_1 = \frac{R_0}{R_e} \cdot \tau \quad (5)$$

$$b_1 = \frac{R_0}{R_d} \cdot \tau^2 \quad (6)$$

## Allgemeine Formel zur Bestimmung der Grenzfrequenzen

Der Amplitudengang lautet:

$$|H_{TP(j\omega)}| = \frac{|V_0|}{\sqrt{(1 - b_1 \cdot \omega^2)^2 + a_1^2 \cdot \omega^2}} \quad (7)$$

Mit der Definition  $H_{TP(j\omega_g)} = |H_{TP(j\omega)}|_{max} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$  und  $V_0 = 1$  (Tabelle 1) kann über einen Koeffizientenvergleich die Grenzfrequenz bestimmt werden.

$$2 = (1 - b_1 \cdot \omega^2)^2 + a_1^2 \cdot \omega^2 \quad (8)$$

$$0 = b_1^2 \cdot \omega^4 - (2 \cdot b_1 - a_1^2) \cdot \omega^2 - 1 \quad \text{substituiert } \omega^2 = x \quad (9)$$

$$0 = x^2 - \frac{2 \cdot b_1 - a_1^2}{b_1^2} \cdot x - \frac{1}{b_1^2} \quad (10)$$

Bestimmen der Möglichen Frequenzen:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{2} - q} \quad (11)$$

$$w_{g1} = +\sqrt{x1} \quad (12)$$

$$w_{g2} = -\sqrt{x1} \quad (13)$$

$$w_{g3} = +\sqrt{x1} \quad (14)$$

$$w_{g4} = -\sqrt{x2} \quad (15)$$

| $TP_{Filtercharakteristik}$ | Grundverstärkung $V_0$ | Grenzfrequenz $f_g$ |
|-----------------------------|------------------------|---------------------|
| Butterworth                 | 1                      | 1,5726 kHz          |
| Tschebyscheff               | 1                      | 1,5777 kHz          |
| Bessel                      | 1                      | 1,585 kHz           |

Tabelle 1: Tiefpassfilter - Grundverstärkung  $V_0$ , Grenzfrequenz  $f_g$

## Bodeplot der TP-Filter Butterworth, Tschebyscheff und Bessel.

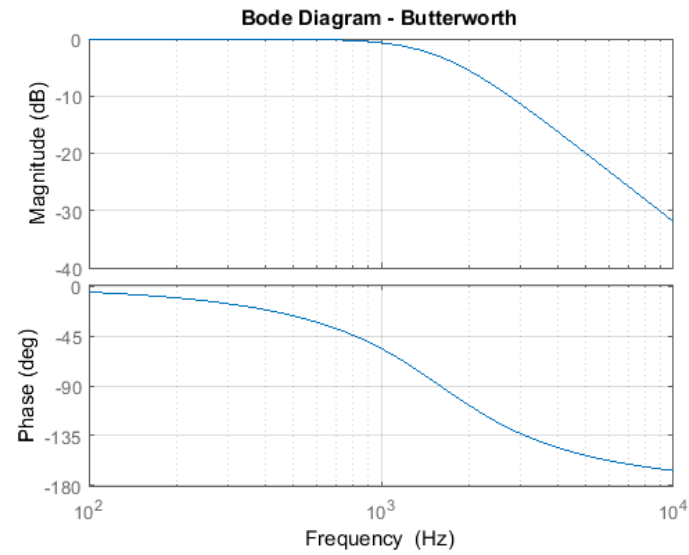


Abbildung 1

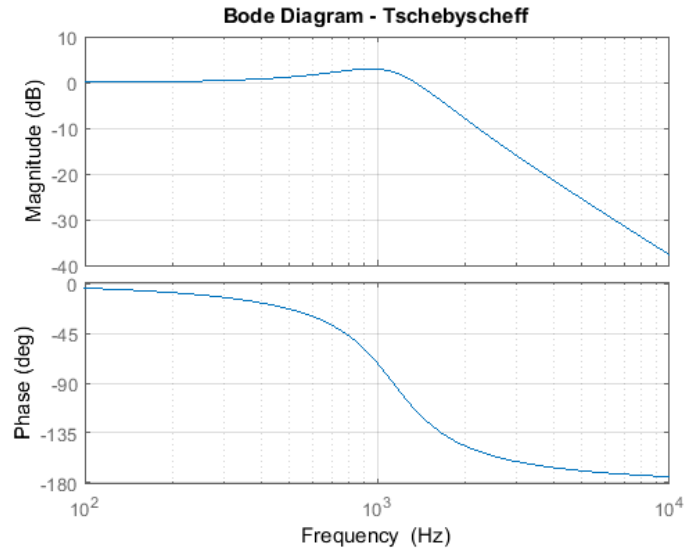


Abbildung 2

### 1.1.2 Hochpassfilter

In der Versuchsbeschreibung [?] Kapitel 7: Gleichungen zum Universal-Filter wird die Übertragungsfunktion  $H_{HP}$  angegeben mit.

$$H_{HP}(j\omega) = \frac{U_{HP}}{U_e} = \frac{R_b \cdot R_d}{R_a \cdot R_c} \cdot \frac{\frac{R_f}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2}{1 + \frac{R_b \cdot R_f}{R_c \cdot R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_f}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad \text{mit } \tau = R \cdot C \quad (16)$$

Durch die Wahl von  $R_b = R_c = R_d = R_0$  vereinfacht sich die Gleichung zu:

$$H_{HP}(j\omega) = \frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{\frac{R_f}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2}{1 + \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_f}{R_0} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad (17)$$

Aus der Allgemeinen Gleichung eines Hochpassfilter 2. Ordnung können so die Parameter  $a_1, b_1$  und  $V_0$  zugewiesen werden.  $V_\infty$  ist die maximale Verstärkung bei  $\omega \rightarrow \infty$ .

$$V_\infty \cdot \frac{\frac{1}{b_1} \cdot (j\omega)^2}{1 + \frac{a_1}{b_1} \cdot j\omega + \frac{1}{b_1} \cdot (j\omega)^2} = \frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{\frac{R_f}{R_0} \cdot (j\omega\tau)^2}{1 + \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot (j\omega\tau) + \frac{R_0}{R_d} \cdot (j\omega\tau)^2} \quad (18)$$



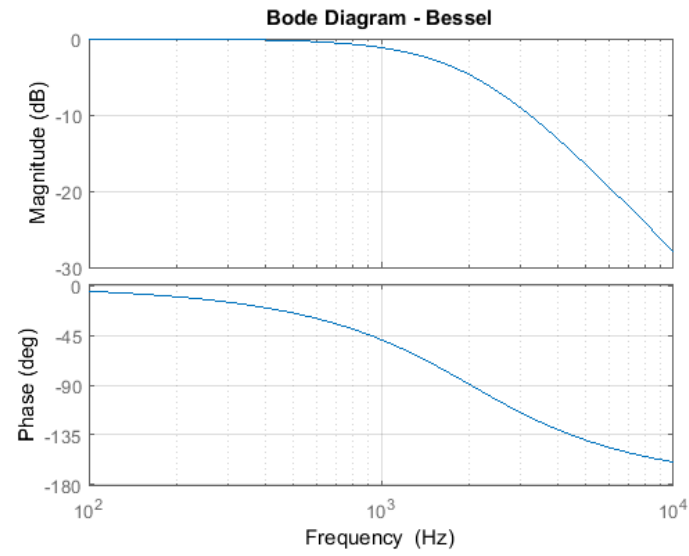


Abbildung 3

$$V_{\infty} = \frac{R_0}{R_a} \quad (19)$$

$$b_1 = \frac{R_0}{R_f} \cdot \frac{1}{\tau^2} \quad (20)$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot \tau \quad (21)$$

$$a_1 = \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot \tau \cdot b_1 \quad (22)$$

$$\Rightarrow \frac{R_f \cdot R_0}{R_0 \cdot R_e} \cdot \tau \cdot \frac{R_0}{R_f} \cdot \frac{1}{\tau^2} \quad (23)$$

$$\Rightarrow \frac{R_0}{R_e} \cdot \frac{1}{\tau} \quad (24)$$

## Allgemeine Formel zur Bestimmung der Grenzfrequenzen

Der Amplitudengang lautet:

$$|H_{HP(j\omega)}| = \frac{|V_\infty| \cdot \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2\right)^2 + \left(\frac{a_1}{b_1}\right) \cdot \omega^2}} \quad (25)$$

Mit der Definition  $H_{HP(j\omega_g)} = |H_{HP(j\omega)}|_{max} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$  und  $V_\infty = 1$  (Tabelle 1) kann die Gleichung nach  $\omega_g$  aufgelöst werden.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|V_\infty| \cdot \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2\right)^2 + \left(\frac{a_1}{b_1}\right) \cdot \omega^2}} \quad (26)$$

$$\sqrt{2} \cdot |V_\infty| \cdot \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2 = \sqrt{\left(1 - \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2\right)^2 + \left(\frac{a_1}{b_1}\right) \cdot \omega^2} \quad (27)$$

$$2 \cdot |V_\infty|^2 \cdot \left(\frac{1}{b_1^2}\right) \cdot \omega^2 = \left(1 - \left(\frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2\right)^2 + \left(\frac{a_1}{b_1}\right) \cdot \omega^2 \quad (28)$$

$$0 = \left(\frac{1}{b_1^2} - 2 \cdot |V_\infty|^2 \cdot \frac{1}{b_1^2}\right) \cdot \omega^4 + \left(\frac{a_1^2}{b_1^2} - 2 \cdot \frac{1}{b_1}\right) \cdot \omega^2 + 1 \quad (29)$$

$$0 = x^2 + \frac{a_1^2 - 2 \cdot b_1}{1 - 2 \cdot |V_\infty|^2} \cdot x + \frac{b_1^2}{1 - 2 \cdot |V_\infty|^2} \quad (30)$$

Bestimmen der Möglichen Frequenzen:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{2} - q} \quad (31)$$

$$w_{g1} = +\sqrt{x1} \quad (32)$$

$$w_{g2} = -\sqrt{x1} \quad (33)$$

$$w_{g3} = +\sqrt{x2} \quad (34)$$

$$w_{g4} = -\sqrt{x2} \quad (35)$$

| $HP_{Filtercharakteristik}$ | Grundverstärkung $V_{\infty}$ | Grenzfrequenz $f_g$ |
|-----------------------------|-------------------------------|---------------------|
| Butterworth                 | 1                             | 1,6107 kHz          |
| Tschebyscheff               | 1                             | 1,6055 kHz          |
| Bessel                      | 1                             | 1,582 kHz           |

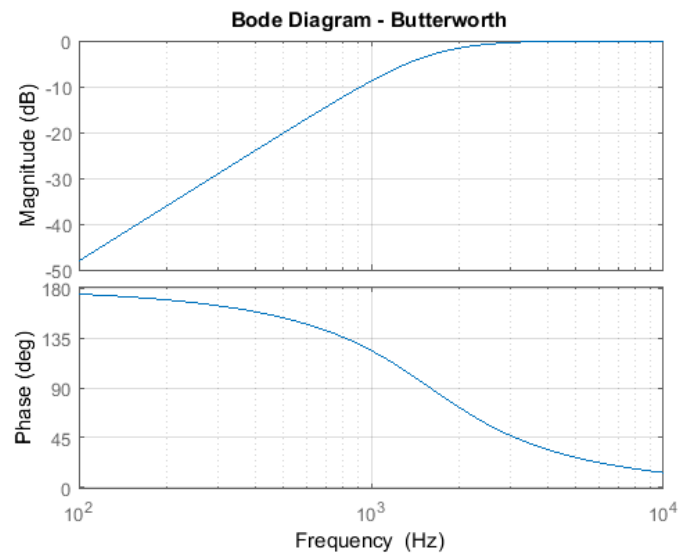
Tabelle 2: Hochpassfilter - Grundverstärkung  $V_{\infty}$ , Grenzfrequenz  $f_g$ **Bodeplot der HP-Filter Butterworth, Tschebyscheff und Bessel.**

Abbildung 4

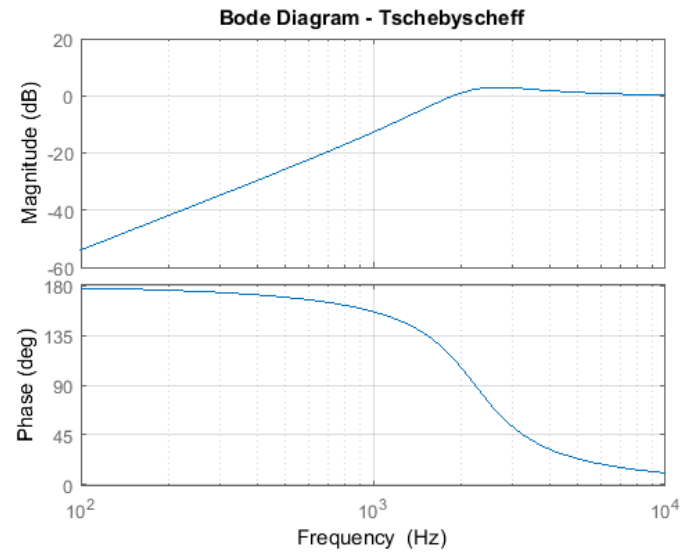


Abbildung 5

### 1.1.3 Bandpass

Die vereinfachte Formel für den Bandpassfilter hergeleitet vom Universalfilter kann der Allgemeinen Übertragungsfunktion eines Bandpasses gleichgesetzt und so die Parameter bestimmt werden.

$$H_{BP}(j\omega) = V_{max} \cdot \frac{A \cdot j\omega}{1 + A \cdot j\omega + b \cdot (j\omega)^2} \iff -\frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{\frac{R_0}{R_c} \cdot (j\omega\tau)}{1 + \frac{R_0}{R_c} \cdot (j\omega\tau) + (j\omega\tau)^2} \quad (36)$$

Dadurch ergeben sich die nachfolgenden Parameter:

$$A = \frac{R_0}{R_c} \quad (37)$$

$$b = \tau^2 \quad (38)$$

$$V_{max} = -\frac{R_0}{R_a} \quad (39)$$

Das Maximum des Bandpassfilter wird erreicht wenn der Imaginärteil des Nenner  $= 0$  ist. Somit entspricht  $V_{max}$  dem erreichbaren Maximum. An diesem Punkt befindet sich die Mittenfrequenz  $f_0$ .

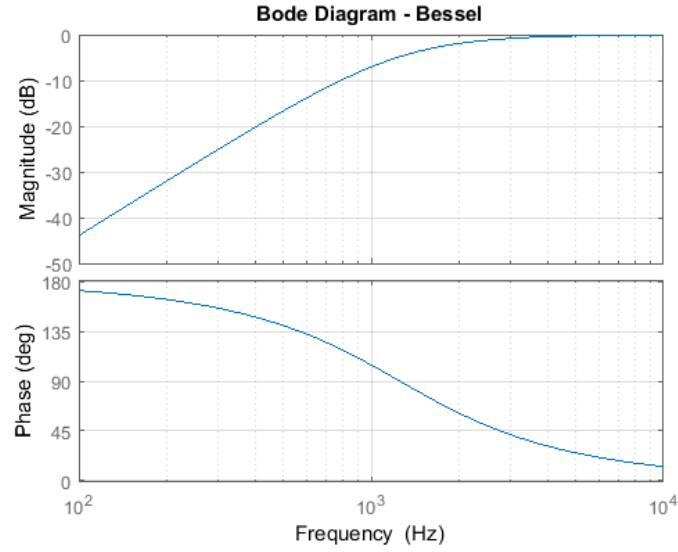


Abbildung 6

$$H_{BP}(j\omega) = V_{max} \cdot \frac{1}{\frac{1}{j\omega \cdot A} + 1 + \frac{j\omega \cdot b}{A}} \quad (40)$$

$$\Rightarrow V_{max} \cdot \frac{1}{1 + j \left( \frac{b}{A} \cdot \omega - \frac{1}{A \cdot \omega} \right)} \quad (41)$$

$$0 = \frac{b}{A} \cdot \omega - \frac{1}{A \cdot \omega} \quad (42)$$

$$\frac{1}{A \cdot \omega} = \frac{b}{A} \cdot \omega \quad (43)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{b}} \quad (44)$$

$$f_0 = \frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} = 1,592 kHz \quad (45)$$

$$V_{f_0} = 1 \quad (46)$$

Die zwei zu berechnenden Grenzfrequenzen können nach der Definition  $H_{BP}(j\omega_g) = |H_{BP}(j\omega)|_{max} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$  berechnet werden.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{V_{max} \cdot A \cdot \omega}{\sqrt{(1 - b \cdot \omega^2)^2 + A^2 \cdot \omega^2}} \quad (47)$$

$$0 = x^2 + \frac{A^2 - 2 \cdot b - 2 \cdot A^2 \cdot V_{max}}{b^2} \cdot x + \frac{1}{b^2} \quad (48)$$

Bestimmen der Möglichen Frequenzen:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{2} - q} \quad (49)$$

$$w_{g1} = +\sqrt{x1} \quad (50)$$

$$w_{g2} = -\sqrt{x1} \quad (51)$$

$$w_{g3} = +\sqrt{x1} \quad (52)$$

$$w_{g4} = -\sqrt{x2} \quad (53)$$

$$f_{gu} = 1,4395kHz \quad (54)$$

$$f_{go} = 1,7597kHz \quad (55)$$

$$B = f_{go} - f_{gu} = 320,2Hz \quad (56)$$

### 1.1.4 Bandsperre

Die vereinfachte Formel für den Bandpassfilter hergeleitet vom Universalfilter kann der Allgemeinen Übertragungsfunktion eines Bandpasses gleichgesetzt und so die Parameter bestimmt werden.

$$H_{BS}(j\omega) = V_0 \cdot \frac{1 + (j\omega)^2}{1 + A \cdot j\omega + b \cdot (j\omega)^2} \iff -\frac{R_0}{R_a} \cdot \frac{1 + (j\omega\tau)^2}{1 + \frac{R_0}{R_c} \cdot (j\omega\tau) + (j\omega\tau)^2} \quad (57)$$

Dadurch ergeben sich die nachfolgenden Parameter:

$$A = \frac{R_0}{R_c} \quad (58)$$

$$b = \tau^2 \quad (59)$$

$$V_0 = -\frac{R_0}{R_a} \quad (60)$$

Das Maximum der Bandsperre kann für  $\lim_{\omega \rightarrow \infty}$  oder  $\lim_{\omega \rightarrow 0}$  bestimmt werden und strebt gegen 1. Somit kann nach der Definition  $H_{BS}(j\omega_g) = |H_{HP}(j\omega)|_{\max} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$  die Gleichung nach  $\omega_g$  aufgelöst werden.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|V_0| \cdot |1 - \omega^2|}{\sqrt{(1 - b \cdot \omega^2)^2 + A \cdot \omega^2}} \quad (61)$$

$$\sqrt{(1 - b \cdot \omega^2)^2 + A \cdot \omega^2} = |V_0| \cdot |1 - \omega^2| \cdot \sqrt{2} \quad (62)$$

$$0 = x^2 + \frac{A^2 - 2 \cdot b + 2 \cdot V_0}{b^2} \cdot x + \frac{1 - 2 \cdot V_0}{b^2} \quad (63)$$

Bestimmen der Möglichen Frequenzen:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{2} - q} \quad (64)$$

$$w_{g1} = +\sqrt{x1} \quad (65)$$

$$w_{g2} = -\sqrt{x1} \quad (66)$$

$$w_{g3} = +\sqrt{x1} \quad (67)$$

$$w_{g4} = -\sqrt{x2} \quad (68)$$

$$f_{gu} = \quad (69)$$

$$f_{go} = \quad (70)$$

$$B = f_{go} - f_{gu} = \quad (71)$$

---

Werte müssen noch berechnet werden und stammen aus der PSPice simulation.

$$f_0 = 1,5922kHz \quad (72)$$

$$f_{go} = 1,76014kHz \quad (73)$$

$$f_{gu} = 1,43911kHz \quad (74)$$

$$B = 321Hz \quad (75)$$

$$V_{0,\infty} = 1 \quad (76)$$



## **2 Messungen**

### **2.1 Verwendete Geräte**

## 2.2 Messung von Amplituden- und Phasengang der Filterschaltungen

In diesem Versuch geht es darum, die Amplituden und Phasengänge der Butterworth-, Tschebyscheff- und Bessel-Tiefpässe und die Amplitudengänge der Butterworth-, Tschebyscheff- und Bessel-Hochpässe sowie des Bandpasses und der Bandsperre mittels dem Audio-Analyzer UVP zu messen. Die folgende Tabelle zeigt unsere gemessenen Grenzfrequenzen der Tiefpässe/Hochpässe. Die Graphen sind im Anhang zu finden.

|                 | <i>Butterworth</i> | <i>Tschebyscheff</i> | <i>Bessel</i> |
|-----------------|--------------------|----------------------|---------------|
| <i>Tiefpass</i> | 1.538kHz           | 1.557kHz             | 1.551kHz      |
| <i>Hochpass</i> | 1.596kHz           | 1.592kHz             | 1.610kHz      |

Tabelle 3: Gemessenen Grenzfrequenzen der verschiedenen Tiefpässe/Hochpässe

Anschließend ging es darum, die Phasengänge der oben genannten Filtertypen für den Tiefpass zu messen. Die Frequenzen bei einer Phasenverschiebung von  $-60^\circ$  und  $-120^\circ$  wurden bestimmt und in die folgende Tabelle eingetragen. Auch diese Graphen sind im Anhang zu finden.

|              | <i>Butterworth</i> | <i>Tschebyscheff</i> | <i>Bessel</i> |
|--------------|--------------------|----------------------|---------------|
| $-60^\circ$  | 1.046kHz           | 898.250kHz           | 1.229kHz      |
| $-120^\circ$ | 2.381kHz           | 1.400kHz             | 3.225kHz      |

Tabelle 4: Frequenzen bei einer Phasenverschiebung von  $-60^\circ$  und  $-120^\circ$

Schließlich wurden die Mittenfrequenz und Sperrfrequenz des Bandpasses sowie der Bandsperre gemessen. Ergebnisse sind der folgenden Tabelle zu entnehmen. Für die Graphen siehe Anhang.

|                   | <i>Mittenfrequenz</i> | <i>Sperrfrequenz</i> |
|-------------------|-----------------------|----------------------|
| <i>Bandpass</i>   | 1.556kHz              | /                    |
| <i>Bandsperre</i> | /                     | 1.568kHz             |

Tabelle 5: Mittenfrequenz und Sperrfrequenz des Bandpasses sowie der Bandsperre

## 2.3 Sprungantworten der Tiefpässe

In diesem Versuch geht darum, die Anstiegszeit, Überschwingen und die Einstiegszeit der drei Tiefpässe nach Butterworth, Tschebyscheff und Bessel aus der Sprungantwort zu bestimmen. Die Filter wurde mit einem Rechtecksignal ( $500mV_{pp}$  und  $250mv$  Offset und variabler Frequenz) angesteuert. Eingangs- und Ausgangssignal wurden in einem gemeinsamen Oszillogramm dargestellt.

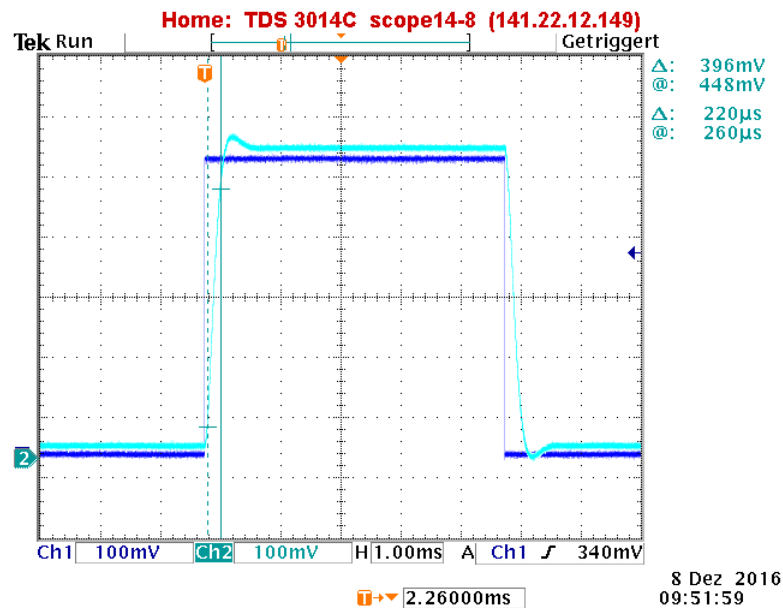


Abbildung 7: Sprungantwort Butterworth-Tiefpass

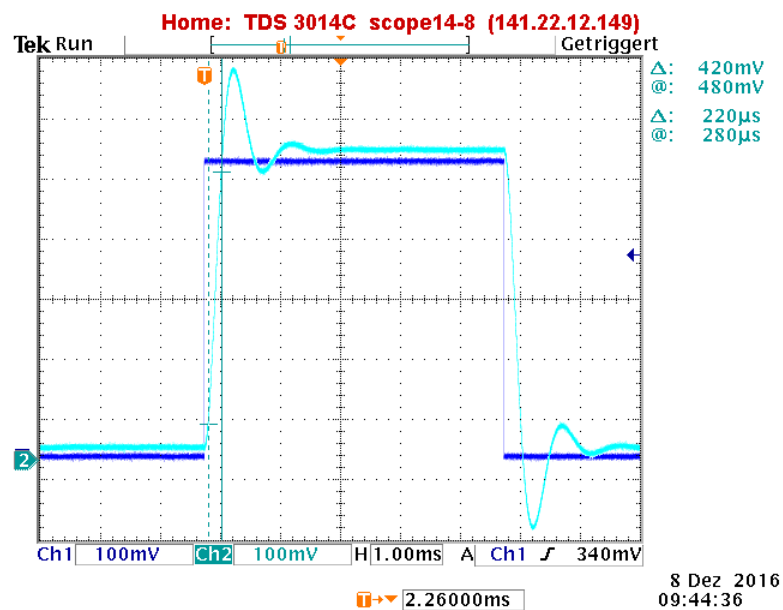


Abbildung 8: Sprungantwort Tschebyscheff-Tiefpass

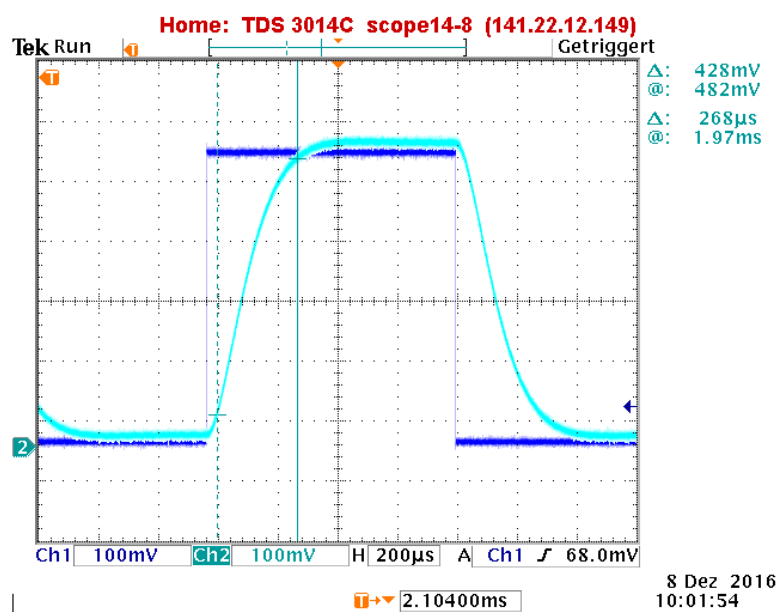


Abbildung 9: Sprungantwort Bessel-Tiefpass

### 3 Auswertung

#### 3.1 Zu: Messung von Amplituden- und Phasengang der Filterschaltungen

##### 3.1.1 Grenzfrequenzen Tiefpässe/Hochpässe

Alle Messwerte der Grenzfrequenzen wurden zusammen mit den vorausberechneten Werten in einer Tabelle dargestellt und verglichen.

|  | <i>Tiefpass</i> | <i>Hochpass</i> |
|--|-----------------|-----------------|
| <i>Butterworth<sub>errech.</sub></i>   | 1.573kHz        | 1.611kHz        |
| <i>Butterworth<sub>gemes.</sub></i>    | 1.538kHz        | 1.596kHz        |
| <i>Tschebyscheff<sub>errech.</sub></i> | 1.578kHz        | 1.606kHz        |
| <i>Tschebyscheff<sub>gemes.</sub></i>  | 1.557kHz        | 1.592kHz        |
| <i>Bessel<sub>errech.</sub></i>        | 1.585kHz        | 1.582kHz        |
| <i>Bessel<sub>gemes.</sub></i>         | 1.551kHz        | 1.610kHz        |

Tabelle 6: Vergleich: gemessenen und vorausbestimmte Grenzfrequenzen der verschiedenen Tiefpässe/Hochpässe

##### 3.1.2 Mittenfrequenz/Sperrfrequenz des Bandpasses/der Bandsperre

Die gemessenen Frequenzen wurden zusammen mit den vorausberechneten Werten in einer Tabelle dargestellt und anschließend verglichen.

|                   | <i>Mittenfrequenz<sub>errech.</sub>/Mittenfrequenz<sub>gemes.</sub></i> | <i>Sperrfrequenz<sub>errech.</sub>/Sperrfrequenz<sub>gemes.</sub></i> |
|-------------------|---|---|
| <i>Bandpass</i>   | 1.556kHz/1.591kHz   | /   |
| <i>Bandsperre</i> | /   | 1.568kHz/1.592kHz   |

Tabelle 7: Gegenüberstellung: gemessene und vorausbestimmte Mittenfrequenz und Sperrfrequenz des Bandpasses sowie der Bandsperre

### 3.1.3 Gemessenen Frequenzen bei einer Phasenverschiebung

Die gemessenen Frequenzen wurden in einer Tabelle dargestellt und anschließend verglichen.

|                      | $-60^\circ$  | $-120^\circ$ |
|----------------------|--------------|--------------|
| <i>Butterworth</i>   | $1.046kHz$   | $2.381kHz$   |
| <i>Tschebyscheff</i> | $898.250kHz$ | $1.400kHz$   |
| <i>Bessel</i>        | $1.229kHz$   | $3.225kHz$   |

Tabelle 8: Gemessene Frequenzen bei einer Phasenverschiebung von  $-60^\circ$  und  $-120^\circ$

### 3.2 Zu: Sprungantworten der Tiefpässe

Die Anstiegszeit, das Überspringen sowie die Einschwingzeit der drei Tiefpässe wurden gemeinsam in einer Tabelle zusammengefasst und verglichen.

|                      | <i>Anstiegszeit</i> | <i>Überspringen</i> | <i>Einschwingzeit</i> |
|----------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|
| <i>Butterworth</i>   | $220\mu s$          | $4.86\%$            | $320\mu s$            |
| <i>Tschebyscheff</i> | $220\mu s$          | $27.24\%$           | $1.06ms$              |
| <i>Bessel</i>        | $268\mu s$          | $0\%$               | $308\mu s$            |

Tabelle 9: Anstiegszeit, Überspringen und Einschwingzeit der drei Tiefpässe

Die Werte wurden den Oszillogrammen entnommen. Diese sind im Anhang zu finden.

## 4 Anhang

Unter folgenden Link kann eine „Education“ Version von PSpice heruntergeladen werden. <http://www.orcad.com/buy/orcad-educational-program>

### 4.1 Amplitudengänge

#### 4.1.1 Tiefpässe

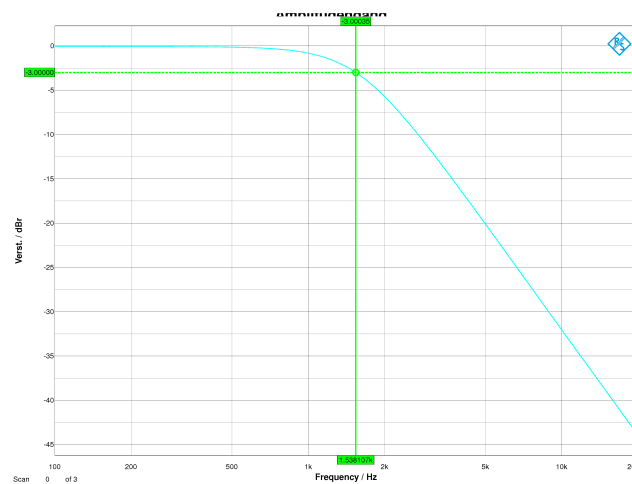


Abbildung 10: Amplitudengang Butterworth-Tiefpass mit Marker

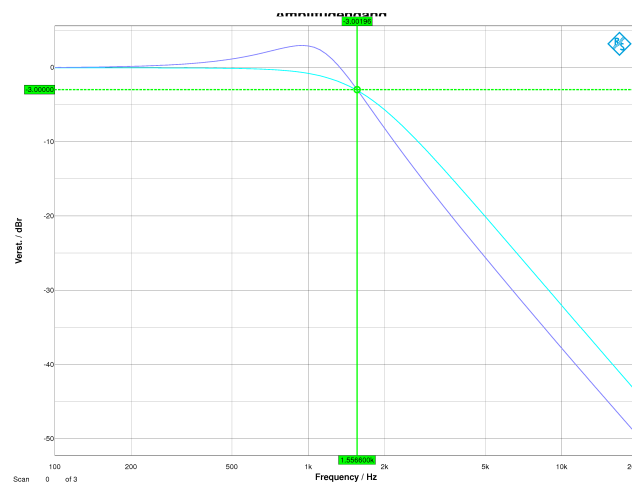


Abbildung 11: Amplitudengang Butterworth- und Tschebyscheff-Tiefpass mit Marker bei Tschebyscheff



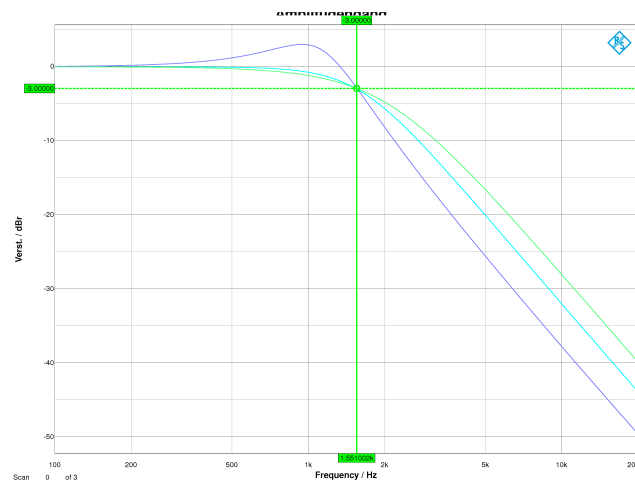


Abbildung 12: Amplitudengang Butterworth-, Tschebyscheff- und Bessel-Tiefpass mit Marker bei Bessel

#### 4.1.2 Hochpässe

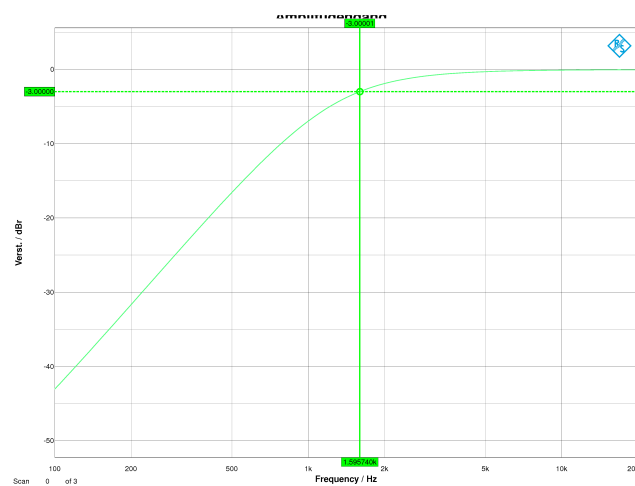


Abbildung 13: Amplitudengang Butterworth-Hochpass mit Marker

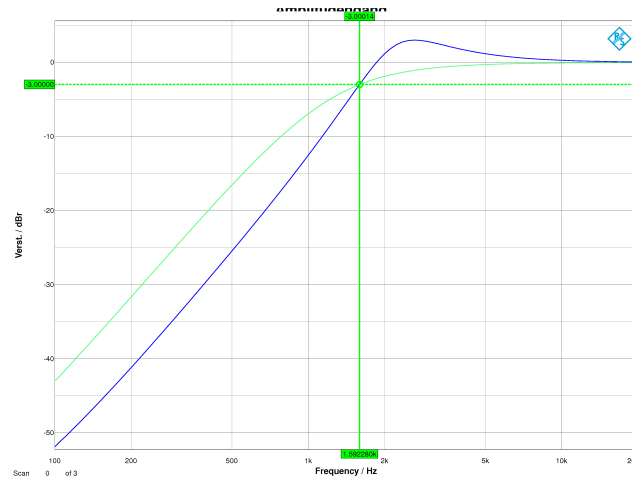


Abbildung 14: Amplitudengang Butterworth- und Tschebyscheff-Hochpass mit Marker bei Tschebyscheff

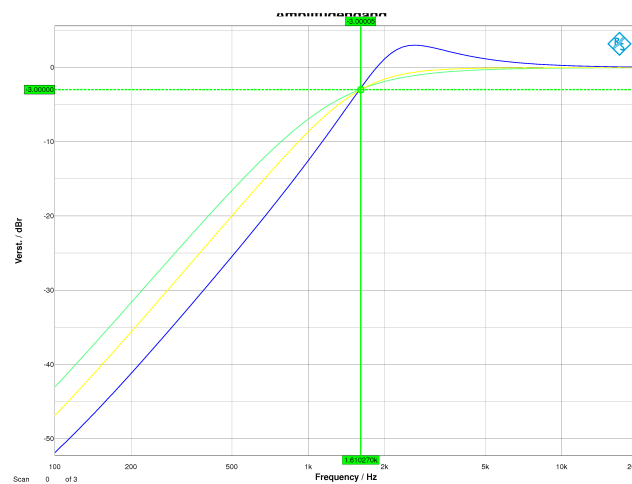


Abbildung 15: Amplitudengang Butterworth-, Tschebyscheff- und Bessel-Hochpass mit Marker bei Bessel

### 4.1.3 Bandpass/Bandsperre

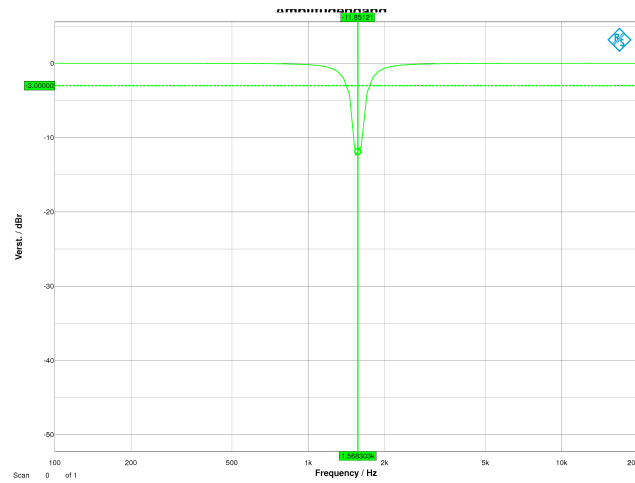


Abbildung 16: Amplitudengang Bandsperre mit Marker

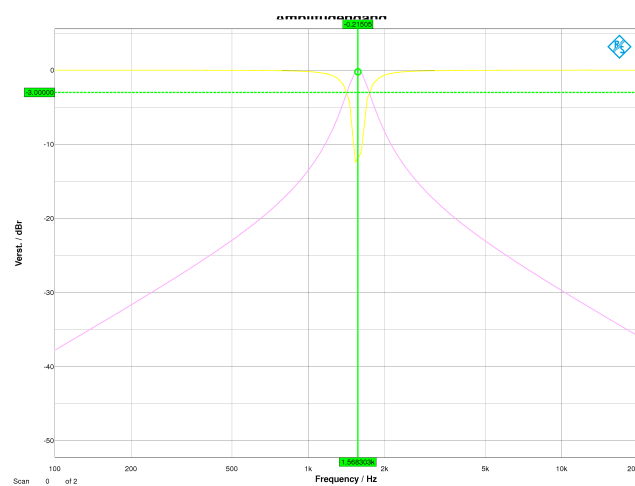


Abbildung 17: Amplitudengang Bandsperre und Bandpass mit Marker beim Bandpass

## 4.2 Phasengänge Tiefpässe

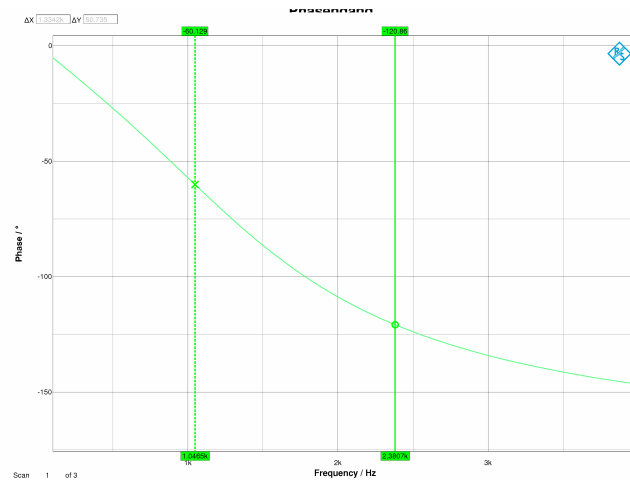


Abbildung 18: Phasengang Butterworth-Tiefpass mit Markern

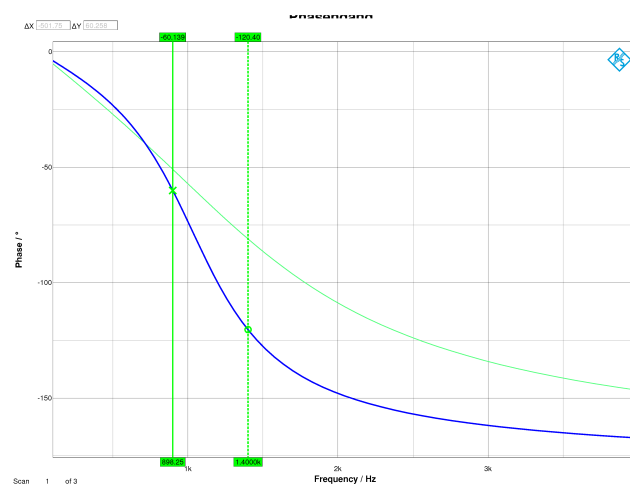


Abbildung 19: Phasengang Butterworth- und Tschebyscheff-Tiefpass mit Markern bei Tschebyscheff

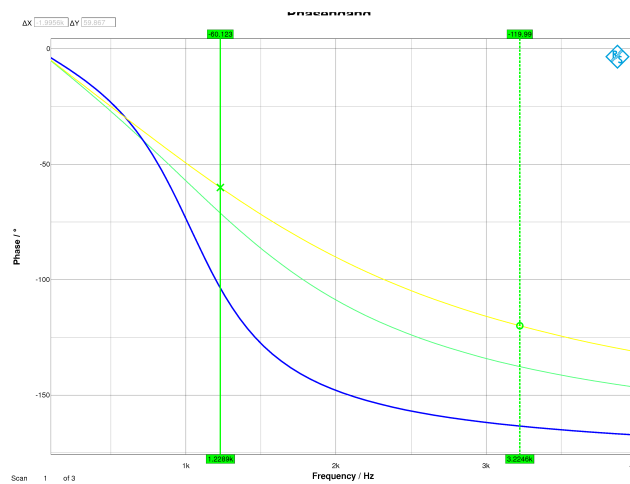


Abbildung 20: Phasengang Butterworth-, Tschebyscheff- und Bessel-Tiefpass mit Markern bei Bessel

## 4.3 Sprungantworten der Tiefpässe

### 4.3.1 Butterworth

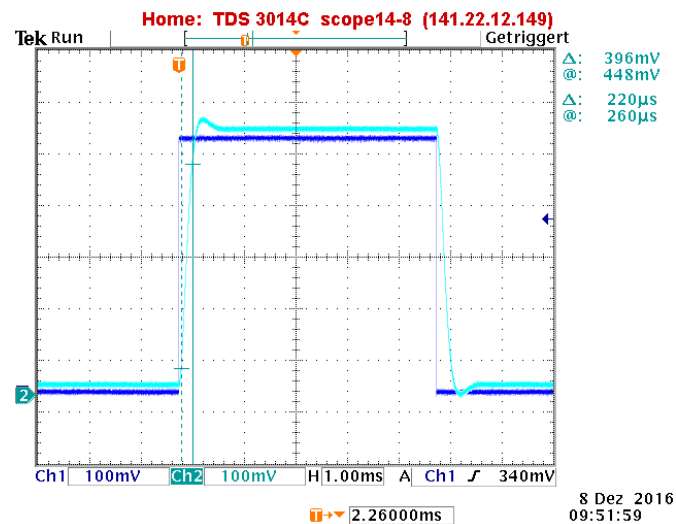


Abbildung 21: Sprungantwort Butterworth: Messung der Anstiegszeit

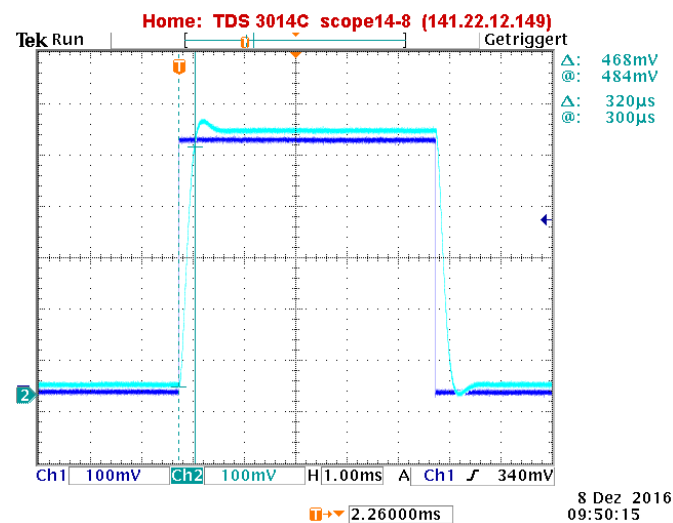


Abbildung 22: Sprungantwort Butterworth: Messung der Einschwingzeit

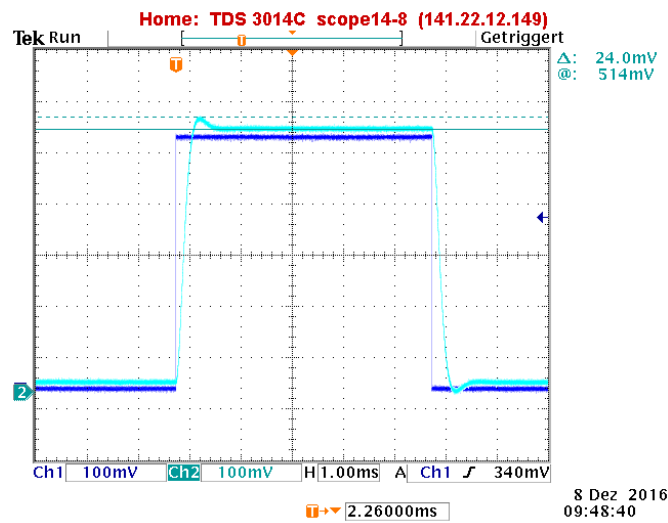


Abbildung 23: Sprungantwort Butterworth: Messung des Überschwingers

#### 4.3.2 Tschebyscheff

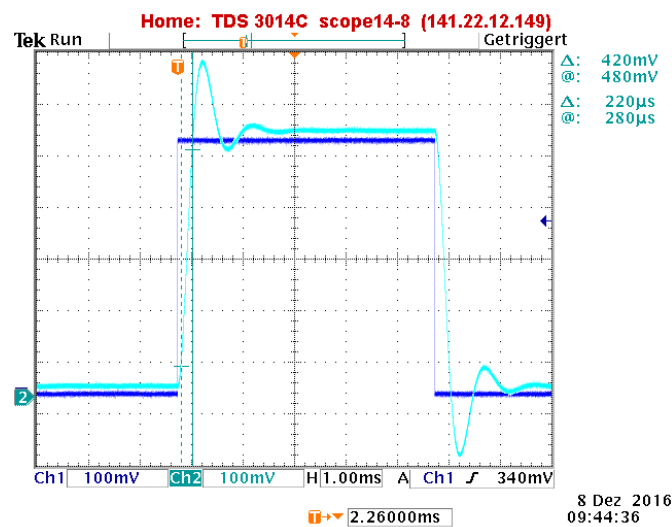


Abbildung 24: Sprungantwort Tschebyscheff: Messung der Anstiegszeit

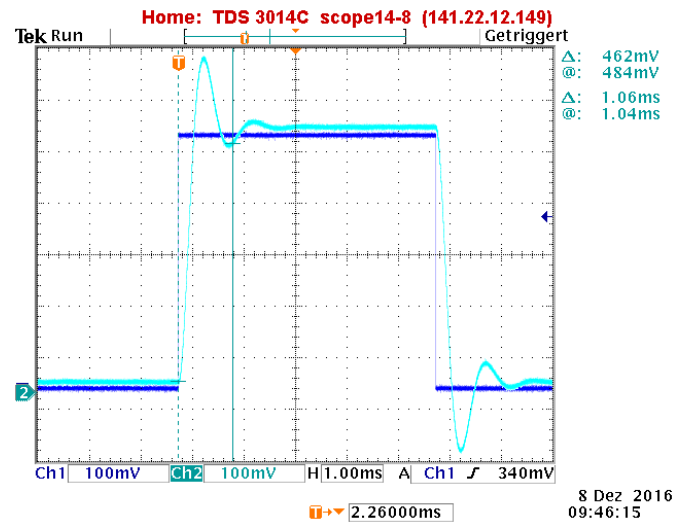


Abbildung 25: Sprungantwort Tschebyscheff: Messung der Einschwingzeit

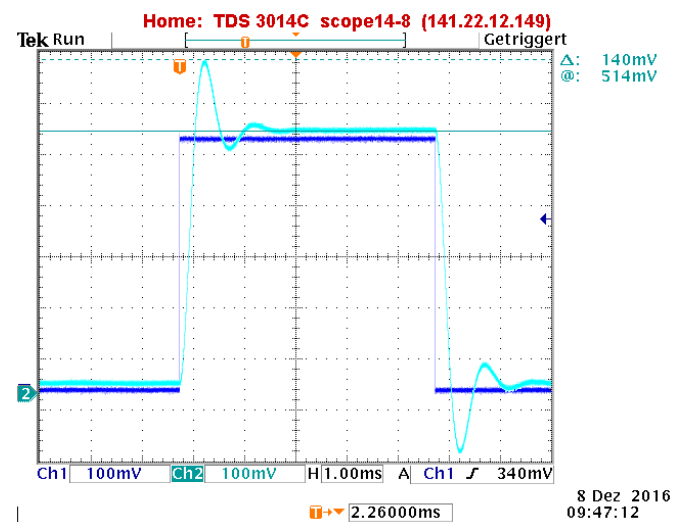


Abbildung 26: Sprungantwort Tschebyscheff: Messung des Überschingers



## 4.3.3 Bessel

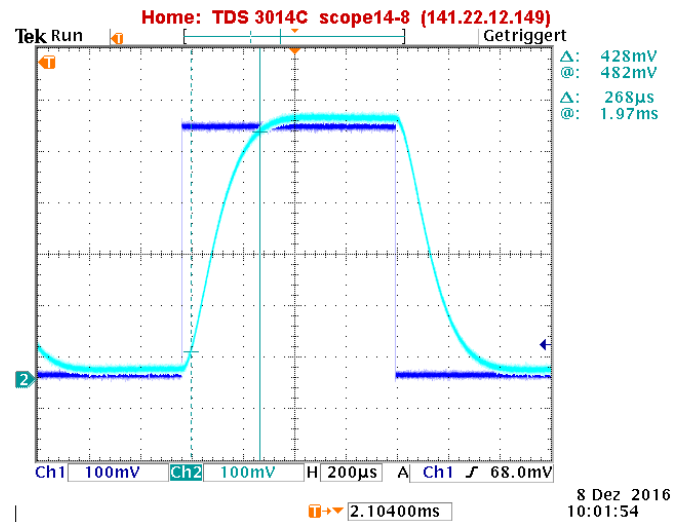


Abbildung 27: Sprungantwort Bessel: Messung der Anstiegszeit

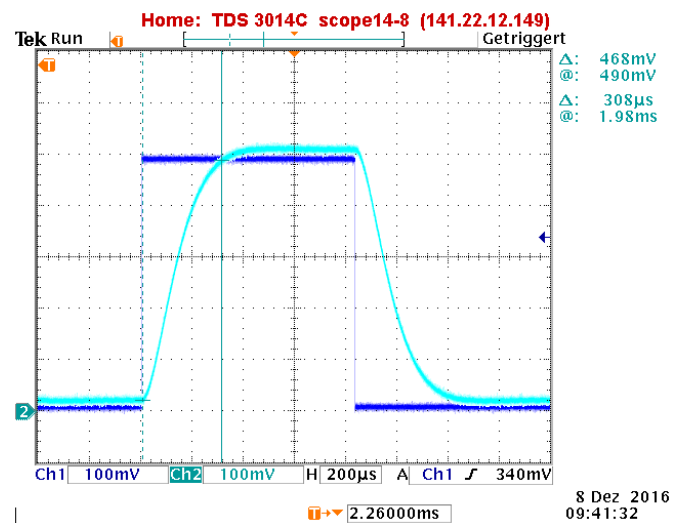


Abbildung 28: Sprungantwort Bessel: Messung der Einschwingzeit

---

# Literatur