

zu Aufgabe 3

b)

$$u_{\text{eff}} = \frac{u_{\text{max}} + u_{\text{min}}}{2}$$

Gr. WS	Semester	Fach	Dozent
07	E4	GN	VLM
FSR - Klausuren Sammlung 2/9			

$$u_{\text{eff}} = \frac{u_{\text{max}} + u_{\text{min}}}{2}$$

=

0

$$c) \quad u_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}_1}{\sqrt{2}} = \frac{2 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 1,414 \text{ V}$$

6/10

$$u_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}_2}{\sqrt{2}} = \frac{2 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 0,707 \text{ V}$$

$$u_{\text{eff}} = \frac{\hat{u}_3}{\sqrt{2}} = \frac{0,5 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 0,176 \text{ V}$$

Aufgabe 4:

SS 07	Lehrstuhl	Fach	Dozent
	EL	GV	VLM
FSR - Klausurensammlung 8/9			

$$u_A(u_E) = u_E + a \cdot u_E^3 \quad \text{mit } a = 0,01 \text{ V}^{-2}$$

$$= \hat{u}_E \cdot \cos(\omega_0 t) + a \hat{u}_E^3 \left( \frac{1}{4} \cos(\omega_0 t) + \frac{3}{4} \cos(3\omega_0 t) \right)$$

$$= \hat{u}_E \cdot \cos(\omega_0 t) + \frac{3}{4} a \hat{u}_E^3 \cos(\omega_0 t) + \frac{a \hat{u}_E^3}{4} \cos(3\omega_0 t)$$

10/12

$$k = \sqrt{\left( \frac{3}{4} a \hat{u}_E^3 \right)^2 + \left( \frac{a \hat{u}_E^3}{4} \right)^2} \quad \text{falscher Term}$$

$$\sqrt{\hat{u}_E^2 + \left( \frac{3}{4} a \hat{u}_E^3 \right)^2 + \left( \frac{a \hat{u}_E^3}{4} \right)^2}$$

Verständnisfehler

$$= \sqrt{\frac{9}{16} a^2 \hat{u}_E^6 + \frac{a^2}{16} \hat{u}_E^6} = \frac{\sqrt{10} a \hat{u}_E^3}{4}$$

$$\sqrt{\hat{u}_E^2 + \frac{10}{16} a^2 \hat{u}_E^6}$$

b)  $\hat{u}_E \rightarrow \infty$

$$\rightarrow k = \frac{\infty^3}{\sqrt{\infty^2 + \infty^6}}$$

$$a) \quad |H(z)|^2 = \frac{1}{1 + z^{2n}} = \frac{1}{1 + z^{12}}$$

~~8110~~ 
$$|H(x)|^2 = \frac{1}{1 + x^{12}}$$

$$\rightarrow 1 + x^{12} = 0$$

$$\rightarrow x_{0,12}^{12} = -1 = e^{j(\pi + 2k\pi)}$$

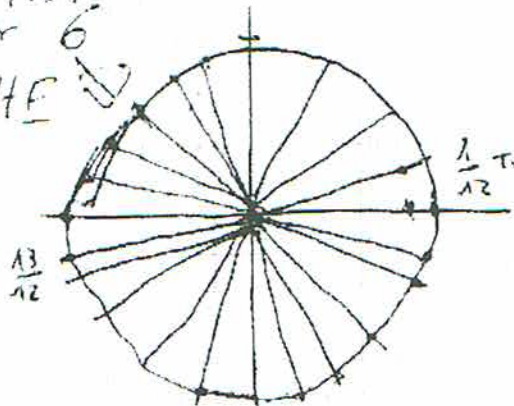
$$x_{0,12} = e^{j\frac{\pi + 2k\pi}{12}}$$

stabil? ab  $\frac{7\pi}{12}$  (und die konjugiert komplex davon) ✓  
 bis  $\frac{3\pi}{12}$   

$$P(z) = (z - e^{j\frac{\pi}{12}})(z - e^{-j\frac{\pi}{12}})(z - e^{j\frac{2\pi}{12}})(z - e^{-j\frac{2\pi}{12}}) \dots$$

$$(z - e^{-j\frac{3\pi}{12}})(z - e^{j\frac{3\pi}{12}}) \dots (z - e^{j\frac{11\pi}{12}})(z - e^{-j\frac{11\pi}{12}})$$

es gibt  
nur 6  
in LHE



b):  
0



Name: [REDACTED]  
Vorname: [REDACTED]  
Matr.-Nr.: [REDACTED]  
Anzahl der abgegebenen Blätter:       

Klausur: Grundlagen der Nachrichtentechnik (E4a)  
vom 12. Juli 2007

Hinweis 1: Formeln dürfen nur aus dem aktuellen Vorlesungsskript von Prof. Missun übernommen werden (mit Quellenscabel). Die Verwendung von Formeln aus anderen Quellen ist nur zur Kontrolle erlaubt. Der Lösungsweg ist in diesem Fall anzugeben!

Lösungen ohne Herleitungen  
erhalten nur eine stark verringerte Punktzahl

	bearbeitet (X = ja)	mögliche Punktzahl	erreichte Punktzahl
Aufgabe 1	X	25	11
Aufgabe 2	X	20	18
Aufgabe 3	X	30	8
Aufgabe 4	X	15	18
(Zusatzaufgabe)		(20)	—
Summe		90	48

Bewertung:

87/127

Aufgabe 1 Leitung (25 Punkte)

Gegeben sei schwach gedämpfte Leitung ( $G=0$ ) mit den Eigenschaften:

Dämpfung:  $4\text{dB}/100\text{m}$ , Länge:  $50\text{m}$ , Verzögerung:  $T=250\text{ns}$ , Widerstandsbelag:  $R=0,5\Omega/\text{m}$

- Berechnen Sie den Betrag des Wellenwiderstandes  $|Z_w|$ , den Verkürzungsfaktor  $k$  und die Leitungsbeläge  $L'$  und  $C'$ .
- Kann die Leitung ein Signal verzerrungsfrei oder nur nahezu verzerrungsfrei übertragen? Begründen Sie Ihre Antwort (Verständnisfrage!).

3

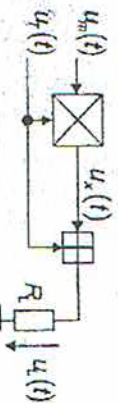
Aufgabe 2 Rauschzahl (20 Punkte)

Ein Verstärker habe eine Bandbreite von  $100\text{kHz}$  und jeweils  $100\Omega$  Eingangs- und Ausgangswiderstand. Das Eingangssignal habe einen Effektivwert von  $3\mu\text{V}$  und eine Bandbreite von maximal  $100\text{kHz}$ . Neben dem Eingangssignal tritt nur thermisches Rauschen auf ( $T=300\text{K}$ ).

- Am Ausgang soll ein Signal- zu Rauschabstand von  $20\text{dB}$  erreicht werden und die Ausgangsleistung soll  $10\text{pW}$  betragen. Berechnen Sie den minimalen Leistungsverstärkungsfaktor  $V_p$  in  $\text{dB}$  und die maximale Rauschzahl  $F$  des Verstärkers.
- Das Eingangssignal habe nun nur  $50\text{kHz}$  Bandbreite. Ein ideales Filter mit  $0\text{dB}$  Einfügungsdämpfung,  $50\text{kHz}$  Bandbreite und  $100\Omega$  Ein- und Ausgangswiderstand wird nach dem Verstärker eingebaut. Wie groß ist der Signal- zu Rauschabstand am Filterausgang? (Hinweis: Beachten Sie die Rauschleistung.)

Aufgabe 3 Amplitudenmodulation (30 Punkte)

Folgendes System aus Multiplizierer und Addierer wird zur Amplitudenmodulation verwendet.



$$u_e(t) = K \cdot u_m(t) \cdot u_c(t) \text{ mit } K = 0,2\text{V}^{-1}$$

$$R_e = 50\Omega$$

Es gilt  $u_m(t) = \hat{u}_m \cos(\omega_m t)$  und  $u_c(t) = \hat{u}_c \cos(\omega_c t)$  mit  $\hat{u}_m = 2\text{V}$ ,  $\hat{u}_c = 0,5\text{V}$ ,  $\hat{u}_r = 2\text{V}$  und  $\omega_r \gg \omega_m$ .

- Bestimmen Sie die maximalen und minimalen Wert von  $u_e(t)$ . (Hinweis: Skizzieren Sie das Signal  $u_m(t)$ .)
- Berechnen Sie den Modulationsgrad von  $u_e(t)$ .
- Berechnen Sie die Effektivwerte aller Spektrallinien des Ausgangssignals  $u_e(t)$ .

Aufgabe 4 Klirrfaktorberechnung (15 Punkte)

Eine Verstärkerkennlinie wird beschrieben durch  $u_A(u_E) = u_E + a \cdot u_E^2$  mit  $a = 0,01 \cdot \text{V}^{-2}$ . Nun wird das Signal  $u_E(t) = \hat{u}_E \cos(\omega_c t)$  auf den Verstärker gegeben wird.

- Berechnen Sie den Klirrfaktor  $k$  als Funktion von  $a$  und  $\hat{u}_E$ .
- Gegen welchen Wert konvergiert der Klirrfaktor für  $\hat{u}_E \rightarrow \infty$ ?

Zusatzaufgabe Filterentwurf (20 Punkte)

Entwerfen Sie ein Butterworthfilter 6-ter Ordnung in Normalform ( $3\text{dB}$  Dämpfung bei  $\omega = \omega_c$ ).

- Bestimmen Sie alle Polstellen des stabilen Butterworthfilters und skizzieren Sie diese in der komplexen Ebene.
- Das Übertragungsfunktion kann als Produkt von Teilfunktionen zweiter Ordnung mit reellwertigen Koeffizienten geschrieben werden. Berechnen Sie diese Koeffizienten.



# 1) Leitung

Dämpfung =  $\alpha' = 4 \text{ dB/100m}$   $L = 50 \text{m}$

Verzögerung =  $T = 250 \text{ns}$

$R' = 0,5 \Omega/\text{m}$

a)  $|Z_w| = ?$   $k = ?$  Leitungsbeläge:  $L', C' = ?$

$|Z_w| = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$   $k = \frac{1}{C_0 \cdot \sqrt{L' C'}} = \frac{v_{ph}}{C_0}$

$\alpha = \frac{R'}{2 \sqrt{\frac{L'}{C'}}} \Rightarrow \sqrt{\frac{L'}{C'}} = |Z_w| = \frac{R'}{2 \cdot \alpha} = \frac{R}{2 \cdot \alpha}$  Diese Werte sind nicht definiert

$\alpha' = 4 \text{ dB/100m}$   $\alpha = 2 \text{ dB}$

$L = 50 \text{m} \Rightarrow \alpha = 2 \text{ dB} \Rightarrow \alpha = 1,26$

Die in-Einheit kürzt sich die gleiche weg und das Verhältnis bleibt auch das selbe

$R' = 0,5 \Omega/\text{m}$   $R = 2,5 \Omega \Rightarrow |Z_w| = \frac{2,5 \Omega}{2 \cdot 1,26} = 0,99 \Omega$

$v_{ph} = \frac{L}{T} = \frac{50 \text{m}}{250 \text{ns}} = 200 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$C_0 = 3 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow k = \frac{2 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = \frac{2}{3}$

$k = \frac{1}{C_0 \cdot \sqrt{L' C'}} = \frac{1}{C_0 \cdot \sqrt{L' C' \cdot \frac{C'}{C'}}} = \frac{1}{C_0 \cdot C' \cdot \sqrt{\frac{L'}{C'}}} = \frac{1}{C_0 C' |Z_w|}$

$= 1 \Rightarrow C' = \frac{1}{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,99 \frac{\text{V}}{\text{A}}}$

$C' = 0,505 \frac{\text{nF}}{\text{m}}$

$$|Z_{in}| = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \Rightarrow L' = |Z_{in}|^2 \cdot C'$$

$$= \left(0,99 \frac{V}{A}\right)^2 \cdot 0,505 \frac{As}{V_{in}}$$

$$\underline{L' = 4,95 \frac{nH}{in}}$$

b) Das Signal wird nahezu verzerrungsfrei übertragen. Es ist ausdrücklich zeitverzögert und gedämpft.

2/5

Warum



## 2) Rauschzahl

$$B = 100 \text{ kHz} \quad R_e = R_a = 50 \Omega \quad U_z = 3 \mu\text{V} \quad T = 300 \text{ K}$$

a)  $\text{SNR}_a = 20 \text{ dB} \quad B = 10 \text{ pW} \quad v_p [\text{dB}] = ? \quad F = ?$

14/16

$$\text{SNR}_a = 10 \cdot \log \frac{P_{sa}}{P_{ra}} = 20 \text{ dB}$$

$$u_a = \sqrt{P_{sa} \cdot R_a} = \sqrt{10 \text{ pW} \cdot 50 \Omega} = \underline{22.4 \mu\text{V}}$$

$$v_p = \left( \frac{u_a}{u_z} \right) = \frac{22.4 \mu\text{V}}{3 \mu\text{V}} = \underline{7.45}$$

Pf.  
Power

$$v_p [\text{dB}] = 20 \cdot \log(v_p) = \underline{17.4 \text{ dB}}$$

$$\text{SNR}_e = 10 \cdot \log \left( \frac{P_{se}}{P_{re}} \right)$$

$$P_{se} = \frac{u_z^2}{R} = \frac{(3 \mu\text{V})^2}{50 \Omega} = \underline{180 \text{ fW}}$$

$$\text{SNR}_e = 10 \cdot \log \left( \frac{P_{se}}{P_{re}} \right) = 10 \cdot \log \left( \frac{180 \text{ fW}}{0.414 \text{ pW}} \right)$$

$$P_{re} = k \cdot T \cdot B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ W/K} \cdot 300 \text{ K} \cdot 100 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$$

$$= 4.14 \cdot 10^{-14} \text{ W} = \underline{0.414 \text{ pW}}$$

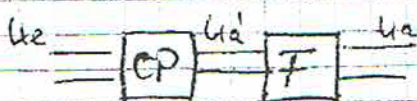
$$\text{SNR}_e = \underline{26.4 \text{ dB}}$$

$$P_{re} = \underline{0.414 \text{ pW}}$$

$$F = \text{SNR}_e - \text{SNR}_a$$

$$F = 26.4 \text{ dB} - 20 \text{ dB} = \underline{6.4 \text{ dB}} = \underline{4.365}$$

b)  $B = 50 \text{ kHz} \quad R_e = R_a = 100 \Omega \quad v_p = 20 \text{ dB}$



$$\text{SNR}_{a'} = \text{SNR}_e \text{ aus 2a) } = 26.4 \text{ dB} \quad u_{a'} = u_a \text{ aus 2a) } = 22.4 \mu\text{V}$$



### 3) Amplitudenmodulation

a)  $u_x(t) = K \cdot u_m(t) \cdot u_T(t)$       $K = 0,2 \text{ V}^{-1}$   
 $R_L = 50 \Omega$

12/12

$$u_m(t) = \hat{u}_1 \cos(\omega_m t) + \hat{u}_2 \cos(3\omega_m t)$$

$$u_T(t) = \hat{u}_T \cos(\omega_T t)$$

$$\hat{u}_1 = 2 \text{ V}, \hat{u}_2 = 0,5 \text{ V}$$

$$\hat{u}_T = 2 \text{ V}, \omega_T \gg \omega_m$$

$$u_x(t) = u_T(t) + u_x(t)$$

$$= 2 \text{ V} \cos(\omega_T t) + 0,2 \text{ V}^{-1} (2 \text{ V} \cos(\omega_m t) + 0,5 \text{ V} \cos(3\omega_m t))$$

$$= 2 \text{ V} \cos(\omega_T t)$$

$$= 2 \text{ V} \cos(\omega_T t) + 0,2 \text{ V} (4 \cos(\omega_m t) \cos(\omega_T t) + \cos(3\omega_m t) \cos(\omega_T t))$$

$$\neq \cos(x_1) \cdot \cos(x_2) = \frac{1}{2} [\cos(x_1 - x_2) + \cos(x_1 + x_2)]$$

$$\Rightarrow \cos(\omega_T t) \cos(\omega_m t) = \frac{1}{2} [\cos(\omega_T - \omega_m t) + \cos(\omega_T + \omega_m t)]$$

$$\omega_T \gg \omega_m \Rightarrow \begin{matrix} \omega_T - \omega_m \approx \omega_T \\ \omega_T + \omega_m \approx \omega_T \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \cos(\omega_T t) \cos(\omega_m t) \approx \cos(\omega_T t)$$

$$u_x(t) = 2 \text{ V} \cos(\omega_T t) + 0,4 \text{ V} \cos(\omega_T - \omega_m t) + 0,4 \cos(\omega_T + \omega_m t) + 0,1 \text{ V} \cos(\omega_T - 3\omega_m t) + 0,1 \cos(\omega_T + 3\omega_m t)$$

$$u_{\text{Lmax}}(t) = 2 \text{ V} + 0,4 \text{ V} + 0,4 \text{ V} + 0,1 \text{ V} + 0,1 \text{ V} = \underline{\underline{3 \text{ V}}}$$

$$u_{\text{Lmin}}(t) = 2 \text{ V} - 0,4 \text{ V} - 0,4 \text{ V} - 0,1 \text{ V} - 0,1 \text{ V} = \underline{\underline{1 \text{ V}}}$$



b)  $m = ?$

8/8 
$$m = \frac{\mu_{L \max} - \mu_{L \min}}{\mu_{L \max} + \mu_{L \min}} = \frac{2V}{4V} = 0,5 = 50\%$$

c)

8/10

$$\mu_{eff} = \frac{1}{T} \int_0^T \mu_x(t) dt$$

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{2}{T} \int_0^{T/2} 0,4 \cos(\omega_e - \omega_m)t dt \\ &= -\frac{0,8}{T(\omega_e - \omega_m)} \left[ \sin(\omega_e - \omega_m)t \right]_0^{T/2} \\ &= -\frac{0,8}{T \cdot \omega_e - \omega_m} \cdot \sin((\omega_e - \omega_m) \frac{T}{2}) \end{aligned}$$

$$\omega_e \gg \omega_m \Rightarrow \omega_e - \omega_m \approx \omega_e$$

$$\Rightarrow \mu_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \mu_x$$

$$\Rightarrow \mu_1 = 0,4V \cdot \cos(\omega_e - \omega_m)t \quad \mu_{1eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0,4V = 0,283V$$

$$\mu_2 = 0,4V \cdot \cos(\omega_e + \omega_m)t \quad \mu_{2eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0,4V = 0,283V$$

$$\mu_3 = 0,1 \cdot \cos(\omega_e - \omega_m)t \quad \mu_{3eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0,1 = 0,071V$$

$$\mu_4 = 0,1 \cdot \cos(\omega_e + \omega_m)t \quad \mu_{4eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0,1 = 0,071V$$

#### 4) Klirrfaktorberechnung

$$u_A(u_E) = u_E + a \cdot u_E^3 \quad a = 0,01 \text{ V}^{-2}$$

$$u_E(t) = \hat{u}_E \cos(\omega_0 t)$$

a)  $k(a, u_E) = ?$

$$k = \frac{\text{Summe aller Oberschwingungen}}{\text{Summe aller Gesamtschwingungen}}$$

$$= \frac{a \cdot (u_E(t))^3}{u_A(t)} = \frac{(\hat{u}_E \cos(\omega_0 t))^3 \cdot a}{\hat{u}_E \cos(\omega_0 t) + a (\hat{u}_E \cos(\omega_0 t))^3}$$

$$= \frac{\cancel{\hat{u}_E \cos(\omega_0 t)} \cdot \hat{u}_E^2 \cos^2(\omega_0 t) \cdot a}{1 + (\hat{u}_E \cos(\omega_0 t))^2 \cdot a}$$

$$k = \frac{\hat{u}_E^2 \cos^2(\omega_0 t) \cdot a}{1 + \hat{u}_E^2 \cos^2(\omega_0 t) \cdot a}$$

$$\cos^2(\omega_0 t) = \cos(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2} [\underbrace{\cos(0)}_1 + \cos(2\omega_0 t)]$$

$$\Rightarrow k = \frac{\hat{u}_E^2 \cdot a \cdot \frac{1}{2} + \hat{u}_E^2 \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cos(2\omega_0 t)}{1 + \hat{u}_E^2 \cdot a \cdot \frac{1}{2} + \hat{u}_E^2 \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cos(2\omega_0 t)}$$

$$= \frac{1 + \cos(2\omega_0 t)}{\frac{2}{\hat{u}_E^2 a} + 1 + \cos(2\omega_0 t)}$$

b)  $k = \lim_{u_E \rightarrow \infty} k \rightarrow \frac{1 + \cos(2\omega_0 t)}{0 + 1 + \cos(2\omega_0 t)} = \underline{\underline{1}}$



