3

Prof. Dr.-Ing. J. Vollmer
Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg
Department für Informations- und Elektrotechnik
Informationstechnik und Kommunikationstechnik

Name: [redacted]

Vorname: [redacted]

Matr.-Nr.: [redacted]

Anzahl der abgegebenen Blätter: ______

Klausur: Grundlagen der Nachrichtentechnik (E4a) vom 12. Juli 2007

Hinweis 1: Formeln dürfen nur aus dem aktuellen Vorlesungsskript von Prof. Missun übernommen werden (mit Quellenangabe!). Die Verwendung von Formeln aus anderen Quellen ist nur zur Kontrolle erlaubt. Der Lösungsweg ist in diesem Fall anzugeben!

Lösungen ohne Herleitungen erhalten nur eine stark verringerte Punktzahl

	bearbeitet (X = ja)	mögliche Punktzahl	erreichte Punktzahl
Aufgabe 1	X	25	11
Aufgabe 2	X	20	18
Aufgabe 3	X	30	8
Aufgabe 4	X	15	13
(Zusatzaufgabe)		(20)	—
Summe		90	48

Bewertung: 8 Pkt

Aufgabe 1 Leitung (25 Punkte)

Gegeben sei schwach gedämpfte Leitung (G'=0) mit den Eigenschaften:

Dämpfung: 4dB/100m, Länge: 50 m, Verzögerung: T=250 ns, Widerstandsbelag: R'=0,5 Ω/m

a) Berechnen Sie den Betrag des Wellenwiderstandes $|Z_W|$, den Verkürzungsfaktor k und die Leitungsbeläge L' und C'.

b) Kann die Leitung ein Signal verzerrungsfrei oder nur nahezu verzerrungsfrei übertragen? Begründen Sie Ihre Antwort (Verständnisfrage!).

Aufgabe 2 Rauschzahl (20 Punkte)

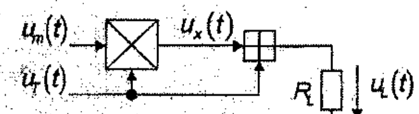
Ein Verstärker habe eine Bandbreite von 100kHz und jeweils 100 Ω Eingangs- und Ausgangswiderstand. Das Eingangssignal habe einen Effektivwert von 3 μV und eine Bandbreite von maximal 100kHz. Neben dem Eingangssignal tritt nur thermisches Rauschen auf (T=300 Kelvin).

a) Am Ausgang soll ein Signal- zu Rauschabstand von 20 dB erreicht werden und die Ausgangsleistung soll 10 pW betragen. Berechnen Sie den minimalen Leistungsverstärkungsfaktor V_p in dB und die maximale Rauschzahl F des Verstärkers.

b) Das Eingangssignal habe nun nur 50kHz Bandbreite. Ein ideales Filter mit 0dB Einfügungsdämpfung, 50kHz Bandbreite ~~und 100kHz~~ und 100 Ω Ein- und Ausgangswiderstand wird nach dem Verstärker eingebaut. Wie groß ist der Signal- zu Rauschabstand am Filterausgang? (Hinweis: Beachten Sie die Rauschleistung.)

Aufgabe 3 Amplitudenmodulation (30 Punkte)

Folgendes System aus Multiplizierer und Addierer wird zur Amplitudenmodulation verwendet.



$u_x(t) = K \cdot u_m(t) \cdot u_T(t)$ mit $K = 0{,}2V^{-1}$
R_L=50 Ω

Es gilt $u_m(t) = \hat{u}_1 \cos(\omega_m t) + \hat{u}_2 \cos(3\omega_m t)$ und $u_T(t) = \hat{u}_T \cos(\omega_T t)$ mit $\hat{u}_1$=2V, $\hat{u}_2$=0,5V, $\hat{u}_T$=2V und $\omega_T \gg \omega_m$.

a) Bestimmen Sie die maximalen und minimalen Wert von $u_L(t)$.
(Hinweis: Skizzieren Sie das Signal $u_m(t)$.)

b) Berechnen Sie den Modulationsgrad von $u_L(t)$.

c) Berechnen Sie die Effektivwerte aller Spektrallinien des Ausgangssignals $u_L(t)$.

Aufgabe 4 Klirrfaktorberechnung (15 Punkte)

Eine Verstärkerkennlinie wird beschrieben durch $u_A(u_E) = u_E + a \cdot u_E^3$ mit $a = 0.01 \cdot V^{-2}$. Nun wird ~~ein~~ das Signal $u_E(t) = \hat{u}_E \cos(\omega_0 t)$ auf den Verstärker gegeben wird.

a) Berechnen Sie den Klirrfaktor k als Funktion von a und $\hat{u}_E$.

b) Gegen welchen Wert konvergiert der Klirrfaktor für $\hat{u}_E \to \infty$?

Zusatzaufgabe Filterentwurf (20 Punkte)

Entwerfen Sie ein Butterworthfilter 6-ter Ordnung in Normalform (3dB Dämpfung bei $\omega = \omega_g$).

a) Bestimmen Sie alle Polstellen des stabilen Butterworthfilters und skizzieren Sie diese in der komplexen Ebene.

b) Das Übertragungsfunktion kann als Produkt von Teilfunktionen zweiter Ordnung mit reellwertigen Koeffizienten geschrieben werden. Berechnen Sie diese Koeffizienten.

SS WS	Semester	Fach	Dozent
007	E4	GN	VLM

[redacted]

1) Leitung

Dämpfung = $\alpha' = 4dB/100m$ $L = 50m$

15/20 Verzögerung = $T = 250ns$

$R' = 0{,}5\,\Omega/m$

a) $|Z_W| = ?$ $k = ?$ Leitungsbeläge: $L', C' = ?$

$$|Z_W| = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \qquad k = \frac{1}{c_0 \cdot \sqrt{L'C'}} = \frac{v_{ph}}{c_0}$$

$$\alpha = \frac{R'}{2\sqrt{\frac{L'}{C'}}} \Rightarrow \sqrt{\frac{L'}{C'}} = |Z_W| = \frac{R'}{2 \cdot \alpha'} = \frac{R}{2 \cdot \alpha}$$

Diese Werte sind ja nicht definiert

die m-Einheit kürzt sich ~~eh~~ sowieso weg und das Verhältnis bleibt auch das selbe

$\alpha' = 4dB/100m$ $a = 2dB$

$L = 50m \Rightarrow \alpha = 2dB \mathrel{\hat{=}} 1{,}26$

$$R' = 0{,}5\,\Omega/m \quad R = 2{,}5\,\Omega \Rightarrow |Z_W| = \frac{2{,}5\,\Omega}{2 \cdot 1{,}26} = \underline{\underline{0{,}99\,\Omega}}$$

$$v_{ph} = \frac{L}{T} = \frac{50m}{250ns} = 200 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$$

$$c_0 = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \Rightarrow k = \frac{2 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} = \underline{\underline{\frac{2}{3}}}$$

$$k = \frac{1}{c_0 \cdot \sqrt{L'C'}} = \frac{1}{c_0 \cdot \sqrt{L'C' \cdot \frac{C'}{C'}}} = \frac{1}{c_0 \cdot C' \sqrt{\frac{L'}{C'}}} = \frac{1}{c_0\, C'\, |Z_W|}$$

$$= \frac{1}{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot C' \cdot 0{,}99 \frac{V}{A}} \Rightarrow C' = \frac{1 \cdot 3 \cdot s \cdot A}{3 \cdot 10^8 m \cdot 2 \cdot 0{,}99 V}$$

$$\underline{\underline{C' = 0{,}505 \frac{nF}{m}}}$$

$$|Z_w| = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \Rightarrow L' = |Z_w|^2 \cdot C'$$

$$= \left(0{,}99\,\frac{V}{A}\right)^2 \cdot 0{,}505\,\frac{As}{Vm}$$

$$\underline{\underline{L' = 4{,}95\,\frac{nH}{m}}}$$

2/5 b) Das Signal wird nahezu verzerrungsfrei übertragen. Es ist ausschließlich zeitverzögert und gedämpft.

Warum

[redacted]

2) Rauschzahl

$B = 100\,kHz \quad R_e = R_a = 50\,\Omega \quad U_e = 3\,\mu V \quad T = 300\,K$

a) $SNR_a = 20\,dB \quad P_{sa} = 10\,pW \quad v_p[dB] = ? \quad F = ?$

14/16

$$SNR_a = 10 \cdot \log \frac{P_{sa}}{P_{Ra}} = 20\,dB$$

$$u_a = \sqrt{P_{sa} \cdot R_a} = \sqrt{10\,pW \cdot 50\,\Omega} = \underline{\underline{22{,}4\,\mu V}}$$

P für Power

$$v_p = \left(\frac{u_a}{u_e}\right)^2 = \frac{22{,}4\,\mu V}{3\,\mu V} = \underline{\underline{7{,}45}}$$

$$v_p[dB] = 20 \cdot \log(v_p) = \underline{\underline{17{,}4\,dB}}$$

$$SNR_e = 10 \cdot \log\left(\frac{P_{se}}{P_{Re}}\right) \qquad P_{se} = \frac{u_e^2}{R} = \frac{(3\,\mu V)^2}{50\,\Omega} = \underline{180\,fW}$$

$$SNR_e = 10 \cdot \log \cancel{P_{se}} \left(\frac{180\,fW}{0{,}414\,fW}\right) \qquad P_{Re} = k \cdot T \cdot B = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\frac{Ws}{K} \cdot 300\,K \cdot 100 \cdot 10^3\,s^{-1}$$

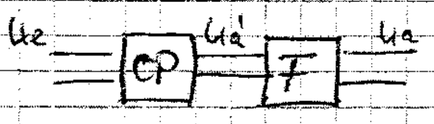
$$SNR_e = 26{,}4\,dB$$

$$\underline{\underline{P_{Re} = 0{,}414\,fW}}$$

$$F = SNR_e - SNR_a$$

$$F = 26{,}4\,dB - 20\,dB = \underline{\underline{6{,}4\,dB = 4{,}365}}$$

b) $B = 50\,kHz \quad R_e = R_a = 100\,\Omega \quad \cancel{v_p = 6\,dB}$



$SNR_{a'} = SNR_a$ aus 2a) $= 26{,}4\,dB \qquad U_a' = U_a$ aus 2a) $= 22{,}4\,\mu V$

[redacted]

3) Amplitudenmodulation

a) $u_x(t) = K \cdot u_m(t) \cdot u_T(t)$ $\quad K = 0{,}2V^{-1}$

$R_L = 50\Omega$

12/12

$u_m(t) = \hat{u}_1 \cos(\omega_m t) + \hat{u}_2 \cos(3\omega_m t)$

$u_T(t) = \hat{u}_T \cos(\omega_T t)$ $\quad \hat{u}_1 = 2V,\ \hat{u}_2 = 0{,}5V$

$\hat{u}_T = 2V,\ \omega_T \gg \omega_m$

$$u_L(t) = u_T(t) + u_x(t)$$
$$= 2V\cos(\omega_T t) + 0{,}2V^{-1}(2V\cos(\omega_m t) + 0{,}5V\cos(3\omega_m t)) \cdot 2V\cos(\omega_T t)$$
$$= 2V\cos(\omega_T t) + 0{,}2V(4\cos(\omega_m t)\cos(\omega_T t) + \cos(3\omega_m t)\cos(\omega_T t))$$

$$\cos(x_1) \cdot \cos(x_2) = \frac{1}{2}[\cos(x_1 - x_2) + \cos(x_1 + x_2)]$$

$$\Rightarrow \cos(\omega_T t)\cos(\omega_m t) = \frac{1}{2}[\cos((\omega_T - \omega_m)t) + \cos((\omega_T + \omega_m)t)]$$

~~$\omega_T \gg \omega_m \Rightarrow \omega_T - \omega_m \approx \omega_T$, $\omega_T + \omega_m \approx \omega_T$~~

~~$\Rightarrow \cos(\omega_T t)\cos(\omega_m t) \approx \cos(\omega_T t)$~~

~~cos(~~

$$u_L(t) = 2V\cos(\omega_T t) + 0{,}4V\cos((\omega_T - \omega_m)t) + 0{,}4\cos((\omega_T + \omega_m)t)$$
$$+ 0{,}1V\cos((\omega_T - 3\omega_m)t) + 0{,}1\cos((\omega_T + 3\omega_m)t)$$

$$u_{Lmax}(t) = 2V + 0{,}4V + 0{,}4V + 0{,}1V + 0{,}1V = \underline{\underline{3V}}$$

$$u_{Lmin}(t) = 2V - 0{,}4V - 0{,}4V - 0{,}1V - 0{,}1V = \underline{\underline{1V}}$$

[redacted]

b) $m = ?$

5/5 $$m = \frac{u_{t\,max} - u_{t\,min}}{u_{t\,max} + u_{t\,min}} = \frac{2V}{4V} = \underline{0{,}5 = 50\%}$$

c)

8/10 $$u_{eff} = \frac{1}{T}\int_0^T u_x(t)\,dt$$

$$u_1 = \frac{2}{T}\left(\int_0^{T/2} 0{,}4\cos((\omega_t-\omega_m)t)\,dt\right)+$$

$$= -\frac{0{,}8}{T}\cdot\frac{1}{(\omega_t-\omega_m)}\cdot\Big[\sin((\omega_t-\omega_m)t)\Big]_0^{T/2}$$

$$= \frac{-0{,}8}{T\cdot\omega_t-\omega_m}\cdot\sin\left((\omega_t-\omega_m)\tfrac{T}{2}\right)$$

$\omega_t \gg \omega_m \Rightarrow \omega_t-\omega_m \approx \omega_t$

$\Rightarrow u_1$

$$u_{eff} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\hat{u}_x$$

$\Rightarrow u_1 = 0{,}4V\cdot\cos((\omega_T-\omega_m)t)$ $\quad u_{1eff} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 0{,}4V = \underline{0{,}566V}$

$u_2 = 0{,}4V\cdot\cos((\omega_T+\omega_m)t)$ $\quad u_{2eff} = \frac{1}{\sqrt{2}}\ \ \underline{0{,}566V}$

$u_3 = 0{,}1\cdot\cos((\omega_T-\omega_m)t)$ $\quad u_{2eff} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot 0{,}1 = \underline{0{,}141V}$

$u_4 = 0{,}1\cdot\cos((\omega_T+\omega_m)t)$ $\quad u_{3eff} = \text{" "} = \underline{0{,}141V}$

[redacted]

4) Klirrfaktorberechnung

$$u_A(u_E) = u_E + a \cdot u_E^3 \qquad a = 0{,}01\,V^{-2}$$

$$u_E(t) = \hat{u}_E \cos(\omega_0 t)$$

a) $k(a, u_E) = ?$

4/12

$$k = \sqrt{\frac{\text{Summe aller Oberschwingungen}^2}{\text{Summe aller Gesamtschwingungen}^2}}$$

$$= \frac{a \cdot [u_E(t)]^3}{u_A(t)} = \frac{(\hat{u}_E \cos(\omega_0 t))^3 \cdot a}{\hat{u}_E \cos(\omega_0 t) + a\,(\hat{u}_E \cos(\omega_0 t))^3}$$

$$\cancel{= \frac{1}{\frac{\hat{u}_E \cos(\omega_0 t)}{a\,u_E}}} = \frac{(\hat{u}_E \cos(\omega_0 t))^2 \cdot a}{1 + (\hat{u}_E \cos(\omega_0 t))^2 \cdot a}$$

$$k = \frac{\hat{u}_E^2 \cos^2(\omega_0 t) \cdot a}{1 + \hat{u}_E^2 \cos^2(\omega_0 t) \cdot a}$$

$$\cos^2(\omega_0 t) = \cos(\omega_0 t)\cos(\omega_0 t) = \frac{1}{2}\left[\underbrace{\cos(0)}_{1} + \cos(2\omega_0 t)\right]$$

$$\Rightarrow k = \frac{\hat{u}_E \cdot a \cdot \frac{1}{2} + \hat{u}_E \cdot a \cdot \frac{1}{2}\cos(2\omega_0 t)}{1 + \hat{u}_E a \frac{1}{2} + \hat{u}_E \cdot a \cdot \frac{1}{2}\cos(2\omega_0 t)}$$

$$= \frac{1 + \cos(2\omega_0 t)}{\frac{2}{\hat{u}_E a} + 1 + \cos(2\omega_0 t)}$$

b) $$k_{u_E \to \infty} = \lim k \to \frac{1 + \cos(2\omega_0 t)}{0 + 1 + \cos(2\omega_0 t)} = 1$$

11/3

SS / WS	Semester	Fach	Dozent
07	E4	GN	VLM