

Klausur Grundlagen Nachrichtentechnik
Semestergruppe E4b, 1.2.2007

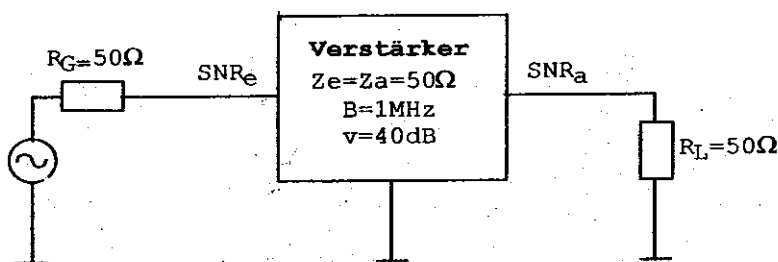
Name: _____

Matr.-Nr. _____

Hinweis: Formeln dürfen nur aus dem Umdruck des GN-Vorlesungsskriptums bzw. aus GN-Übungen oder mathematischen Formelsammlungen übernommen werden, aber immer mit Quellenangabe! In allen anderen Fällen muss der Lösungsweg (Rechengang) vollständig mit angegeben werden.

1. Aufgabe (15 Punkte)

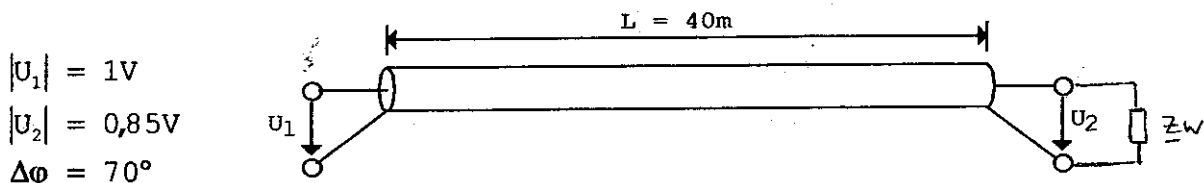
Bei einem selektiven Verstärker mit 1MHz Bandbreite und 40dB Verstärkung wurde bei 20µV Eingangsspannung ein Signal-Rausch-Abstand am Ausgang von 26dB gemessen. ($T=290K$)



- Wie groß ist seine Rauschzahl?
- Welche Eingangsspannung muss für 60dB Signal-Rausch-Abstand am Ausgang angelegt werden?

2. Aufgabe (30 Punkte)

An einer schwach gedämpften Leitung von 40m Länge wurden bei einer Frequenz von 1MHz und reflexionsfreiem Abschluss folgende Messungen gemacht:



$$|U_1| = 1V$$

$$|U_2| = 0,85V$$

$$\Delta\varphi = 70^\circ$$

$\Delta\varphi$ = Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgangsspannung

Die Eingangskapazität der Leitung beträgt bei Leerlauf am Ausgang 5nF.

- Bestimmen Sie die Leitungsbeläge R' , L' , C' (Annahme: $G' = 0$)
- Wie groß sind Betrag und Phasenwinkel (in Grad) des Wellenwiderstands?

RÜCKSEITE!

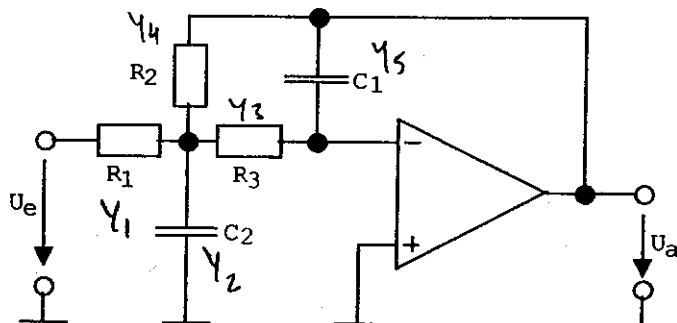
----->

WS	Semester	Fach	Dozent
06/07	E4	GN	MISS
FSR - Klausurensammlung 7/10			

3. Aufgabe (20 Punkte)

Das dargestellte aktive Tiefpassfilter mit idealem Operationsverstärker soll folgende Eigenschaften haben:

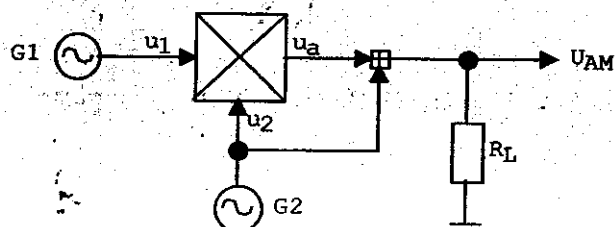
Gleichspannungsverstärkung: -4 (fach)
 Grenzfrequenz: 3kHz
 Frequenzcharakteristik: Butterworth-Verhalten



- Geben Sie die allgemeine Übertragungsfunktion $U_a/U_e = f(R_1, R_2, R_3, C_1, C_2)$ in Normalform* an!
- Berechnen Sie die Werte der Bauelemente. Der Widerstand R_1 soll einen Wert von $1\text{k}\Omega$ haben, der Kondensator C_2 einen Wert von 10nF !
- Wie wirkt sich R_1 auf den Eingangswiderstand des Filters aus?

4. Aufgabe (20 Punkte)

Analysieren Sie die dargestellte Prinzipschaltung zur Erzeugung von amplitudenmodulierten Schwingungen. Beide Generatoren geben sinusförmige Wechselspannungen ab: Generator G1 eine Spannung von $2,5\text{V}$ und Generator G2 eine Spannung von 2V (jeweils Effektivwerte).



Multiplizierer:

$$u_a = u_1 \cdot u_2 \cdot 0,25\text{V}^{-1}$$

$$R_L = 50\Omega$$

- Zwischen welchen Werten schwankt der Scheitelwert der Spannung an R_L ?
- Wie groß sind Modulationsgrad und die gesamte in R_L erzeugte Leistung?
- Auf welche Frequenzen sind G1 und G2 für 850kHz Träger- und 2kHz Modulationsfrequenz einzustellen?

5. Aufgabe (15 Punkte)

Ein linearer PCM-Encoder hat einen Aussteuerbereich von $\pm 1\text{V}$. Das quantisierte Signal soll einen Signal-Stör-Abstand von $79,5\text{dB}$ erreichen.

- Wie groß muss seine Auflösung in Bits sein, damit der geforderte Signal-Stör-Abstand bei Vollaussteuerung mit sinusförmigem Signal erreicht wird?
- Bei welcher Eingangsspannung (Effektivwert) beträgt der Signal-Stör-Abstand nach der Quantisierung nur noch 26dB ? (Annahme: Quantisierungsfehler hat dreieckförmigen Verlauf)

*Normalform: Nennerpolynom muss die Form $1 + a_1 \cdot j\omega + a_2 \cdot (j\omega)^2 + \dots$ haben.

A1- $B = 1 \text{ MHz}$

$T = 290 \text{ K}$

$v_{\text{dB}} = 40 \text{ dB} \Rightarrow v = 10^{\frac{40}{10}} = 10^4$

$U_e = 20 \mu\text{V}$ $\text{SNR}_{a, \text{dB}} = 26 \text{ dB} \Rightarrow \text{SNR}_a = 398,107$

$\text{SNR}_e = \frac{P_{se}}{P_{re}} = \frac{U_e^2/R}{k \cdot T \cdot B} = \frac{(20 \mu\text{V})^2 / 50 \Omega}{1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Wsec/K} \cdot 290 \text{ K} \cdot 10^6 \text{ Hz}}$ ✓

$\text{SNR}_e = 1,998 \cdot 10^3 \Rightarrow \text{SNR}_{e, \text{dB}} = 33 \text{ dB}$

$F(\text{dB}) = \text{SNR}_e(\text{dB}) - \text{SNR}_a(\text{dB}) \quad (2-33)$
 $= 33 \text{ dB} - 26 \text{ dB} = 7 \text{ dB}$

\Rightarrow Rauschzahl $F = 10^{\frac{7}{10}} = 5,01$ ✓

7P

b. $\text{SNR}_a = 60 \text{ dB}$

$\text{SNR}_e(\text{dB}) = F(\text{dB}) + \text{SNR}_a(\text{dB})$
 $= 7 \text{ dB} + 60 \text{ dB} = 67 \text{ dB}$

$\Rightarrow \text{SNR}_e = 10^{\frac{67}{10}} = 5,01 \cdot 10^6$

$\text{SNR}_e = \frac{P_{se}}{P_{re}} \Rightarrow P_{se} = P_{re} \cdot \text{SNR}_e = k \cdot B \cdot T \cdot \text{SNR}_e$ ✓

$P_{se} = 20,07 \cdot 10^{-9} \text{ W}$

$P_{se} = \frac{U_e^2}{R} \Rightarrow U_e = \sqrt{P_{se} \cdot R} = 1 \text{ mV}$ ✓

8P

Al

A2 - $L = 40 \text{ m}$

$|U_1| = 1 \text{ V}$

$f = 1 \text{ MHz}$

$|U_2| = 0,85 \text{ V}$

$\Delta\varphi = 70^\circ$: Phasenverschiebung

a. Leerlaufeingangskapazität : $5 \text{ nF} \Rightarrow C' = \frac{5 \text{ nF}}{40 \text{ m}} = 0,125 \frac{\text{nF}}{\text{m}}$ ✓ (3P)

Phasenverschiebung $\Delta\varphi = L \cdot \beta$; β : Phasenkoeffizient

$\Delta\varphi = 70^\circ \hat{=} 1,22173 \text{ rad}$

$\beta = \frac{\Delta\varphi}{L} = 30,54 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ ✓

schwach gedämpfte Leitung : $\beta = \omega \sqrt{L' C'}$

$\Rightarrow \frac{\beta^2}{\omega^2 C'} = L' \Rightarrow L' = \frac{(30,54 \cdot 10^{-3} \frac{\text{rad}}{\text{m}})^2}{(2\pi \cdot 10^6 \frac{1}{\text{s}})^2 \cdot 0,125 \frac{\text{nF}}{\text{m}}} = 189 \cdot 10^{-9} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ ✓ (10P)

$\left| \frac{U_1}{U_2} \right| = e^{\alpha L}$ (2-23)

$\Rightarrow \frac{1 \text{ V}}{0,85 \text{ V}} = e^{\alpha L} \Rightarrow \alpha L = \ln\left(\frac{1 \text{ V}}{0,85 \text{ V}}\right) = 162,52 \cdot 10^{-3}$

$\Rightarrow \alpha = \frac{162,52 \cdot 10^{-3}}{40 \text{ m}} = 4,06 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{m}}$

$\alpha = \frac{R'}{2 \sqrt{\frac{L'}{C'}}}$ ✓ (2-7)

$\Rightarrow R' = 2 \alpha \sqrt{\frac{L'}{C'}} = 2 \cdot 4,06 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{m}} \sqrt{\frac{189 \cdot 10^{-9} \frac{\text{H}}{\text{m}}}{0,125 \frac{\text{nF}}{\text{m}}}}$

$R' = 315,74 \cdot 10^{-3} \frac{\Omega}{\text{m}}$ ✓

(10P)

$$b. \quad m = 2 \cdot \frac{\hat{u}_{\text{seite}}}{\hat{u}_{Tr}} = 2 \cdot \frac{1,25V}{2\sqrt{2}V} = 88,4\% \quad \checkmark$$

(3P)

$$\begin{aligned} U_{\text{eff ges}}^2 &= 2 \cdot U_{\text{seite}}^2 + U_{Tr}^2 \\ &= 2 \cdot \left(\frac{1,25V}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\frac{2,828V}{\sqrt{2}} \right)^2 \\ &= 5,56 V^2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\Rightarrow U_{\text{eff ges}} = 2,36 V$$

$$P = \frac{U_{\text{eff ges}}^2}{R_L} = \frac{5,56 V^2}{50 \Omega} = 111,23 \text{ mW} \quad \checkmark$$

(5P)

$$c. \quad \text{Trägerfrequenz} = \frac{\omega_2}{2\pi} = 850 \text{ kHz} = f_z \quad \checkmark$$

(1P)

$\Rightarrow G_2$ ist mit einer Frequenz von 850 kHz einzustellen.

G1?

A2

$$b. \quad |Z_w| = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad \angle |Z_w| = -\frac{R'}{2\omega L'} \quad (2-15)$$

Betrag des Wellenwiderstands: $|Z_w| = \sqrt{\frac{189 \cdot 10^{-9} \text{ H/m}}{2,125 \cdot 10^{-9} \text{ F/m}}} = 38,88 \Omega$ ✓ (3P)

Winkel " " : $\angle |Z_w| = -\frac{315,74 \cdot 10^{-3} \Omega/\text{m}}{2 \cdot 2\pi \cdot 10^6 \frac{1}{\text{s}} \cdot 189 \cdot 10^{-9} \frac{\text{H}}{\text{m}}} = -0,13294 \text{ rad}$

⇒ Winkel des Wellenwiderstands in ° ist: $-7,6^\circ$ ✓ (4P)

$$A3 \quad a. \quad \frac{U_a}{U_e} = \frac{-G_1 \cdot G_3}{j\omega C_1 (G_1 + j\omega C_2 + G_3 + G_2) + G_3 \cdot G_2} \quad (3-10)$$

$$= \frac{-G_1 G_3}{G_2 \cdot G_3 + j\omega C_1 (G_1 + G_2 + G_3) + (j\omega)^2 C_1 C_2}$$

$$= \frac{-G_1/G_2}{1 + j\omega \frac{C_1}{G_2 G_3} (G_1 + G_2 + G_3) + (j\omega)^2 \frac{C_1 C_2}{G_2 G_3}}$$

$$= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega C_1 R_2 R_3 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) + (j\omega)^2 C_1 C_2 R_2 R_3}$$

$$= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega C_1 R_2 R_3 \left(\frac{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}{R_1 R_2 R_3} \right) + (j\omega)^2 C_1 C_2 R_2 R_3}$$

$$= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega C_1 \left(\frac{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}{R_1} \right) + (j\omega)^2 C_1 C_2 R_2 R_3}$$

$$= -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega C_1 \left(\frac{R_2 R_3}{R_1} + R_3 + R_2 \right) + (j\omega)^2 C_1 C_2 R_2 R_3}$$

✓
A (5P)

A3

$$b. \quad R_1 = 1 \text{ k}\Omega \quad C_2 = 10 \text{ nF}$$

$$\text{Gleichspannungsverstärkung: } \mathcal{V} = -\frac{R_2}{R_1} = -4 \Rightarrow R_2 = 4 R_1$$

$$\Rightarrow R_2 = 4 \text{ k}\Omega \quad \checkmark \quad (2 \text{ P})$$

$$\frac{R_2}{R_1} = 4$$

$$f_g = 3 \text{ kHz} \Rightarrow \omega_g = 2\pi \cdot 3 \cdot 10^3 \frac{1}{s} \Rightarrow \omega_g = 6\pi \cdot 10^3 \frac{1}{s}$$

$$\text{Butterworth-Verhalten} \Rightarrow a_1 = \sqrt{2} \quad b_1 = 1$$

Durch Koeffizientenvergleich:

$$\text{I.} \quad \frac{a_1}{\omega_g} = C_1 \left(\frac{R_2 R_3}{R_1} + R_3 + R_2 \right) \quad \checkmark$$

(4 P)

$$\text{II.} \quad \frac{b_1}{\omega_g^2} = C_1 C_2 R_2 R_3 \quad \checkmark$$

$$\text{I.} \quad \frac{a_1}{\omega_g} = C_1 (4 R_3 + R_3 + R_2) \Rightarrow \frac{a_1}{\omega_g} = C_1 (5 R_3 + R_2) \quad \checkmark$$

$$C_1 = \frac{a_1}{\omega_g} \cdot \frac{1}{5 R_3 + R_2} \quad \checkmark$$

$$\text{II.} \quad \frac{b_1}{\omega_g^2} = \frac{a_1}{\omega_g} \cdot \frac{1}{(5 R_3 + R_2)} \cdot C_2 \cdot R_2 \cdot R_3 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \frac{b_1}{\omega_g} = a_1 \cdot \frac{C_2 R_2 R_3}{5 R_3 + R_2} \Rightarrow b_1 (5 R_3 + R_2) = \omega_g \cdot a_1 \cdot C_2 R_2 R_3$$

$$\Rightarrow 5 b_1 R_3 + b_1 R_2 - \omega_g \cdot a_1 \cdot C_2 R_2 R_3 = 0$$

$$\Rightarrow R_3 (5 b_1 - \omega_g \cdot a_1 \cdot C_2 R_2) = -b_1 R_2$$

$$\frac{-b_1 R_2}{5 b_1 - \omega_g \cdot a_1 \cdot C_2 R_2} \quad \checkmark$$

(4 P)

A 4.
a.

$$k = 0,25 \text{ V}^{-1}$$

$$U_1 = 2,5 \text{ V} \Rightarrow \hat{u}_1 = 2,5 \text{ V} \cdot \sqrt{2} = 3,535 \text{ V}$$

$$U_2 = 2 \text{ V} \Rightarrow \hat{u}_2 = 2,828 \text{ V}$$

$$u_a(t) = u_1(t) \cdot u_2(t) \cdot k$$

$$u_{AM}(t) = u_1(t) \cdot u_2(t) \cdot k + u_2(t)$$

$$\begin{aligned} u_{AM}(t) &= \hat{u}_1 \cdot \cos(\omega_1 t) \cdot \hat{u}_2 \cdot \cos(\omega_2 t) \cdot k + \hat{u}_2 \cdot \cos(\omega_2 t) \\ &= \frac{1}{2} k \cdot \hat{u}_1 \cdot \hat{u}_2 \cos[(\omega_2 + \omega_1)t] \\ &\quad + \frac{1}{2} k \cdot \hat{u}_1 \cdot \hat{u}_2 \cos[(\omega_2 - \omega_1)t] \\ &\quad + \hat{u}_2 \cos(\omega_2 t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{u}_{\text{Seitenband}} &= \frac{1}{2} k \cdot \hat{u}_1 \cdot \hat{u}_2 = \frac{1}{2} \cdot 0,25 \text{ V}^{-1} \cdot 2,5 \text{ V} \cdot \sqrt{2} \cdot 2 \text{ V} \cdot \sqrt{2} \text{ V} \\ &= 1,25 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\hat{u}_{\text{Träger}} = \hat{u}_2 = 2\sqrt{2} \text{ V} = 2,828 \text{ V}$$

$$\begin{aligned} \hat{u}_{AM \max} &= \hat{u}_{Tr} + 2 \hat{u}_{\text{Seite}} = 2,828 \text{ V} + 2 \cdot 1,25 \text{ V} \\ &= 5,328 \text{ V} \end{aligned}$$

$$\hat{u}_{AM \min} = \hat{u}_{Tr} - 2 \hat{u}_{\text{Seite}} = 0,328 \text{ V}$$

100

As. SNR = 79,5 dB

a. SNR (dB) = n · 6 dB + 1,8 dB (Sinus)

⇒ $\frac{SNR(dB)}{6 dB} = 13,25$

⇒ n = 14 Bit

$\frac{S}{N} \Big|_{dB} = n \cdot 6 dB + 1,8 dB$

79,5 dB = n · 6 dB + 1,8 dB

⇒ $n = \frac{(79,5 - 1,8)}{6} dB = 13,25$

b. Quantisierungsfehler mit dreieckförmigem Verlauf:

$U_{\text{rausch}}^2 = \frac{q^2}{12} (6-7) \Rightarrow U_{\text{rausch}} = \sqrt{\frac{q^2}{12}}$

man Weg:

$q = \frac{2 \cdot 1V}{2^{13}} = 244,141 \cdot 10^{-6}$

Quantisierungsintervall $q = \frac{2 \cdot U_{\text{max}}}{2^n} \checkmark (6-10)$

$\Delta U^2 = \frac{q^2}{12} = 4,96705 \cdot 10^{-10} \Rightarrow q = \frac{2 \cdot 1V}{2^{14}} = 122,07 \mu V$

$U_{\text{rausch}} = \Delta U = 70,4773 \cdot 10^{-6} V \Rightarrow U_{\text{rausch}} = \sqrt{\frac{q^2}{12}} = 35,24 \mu V$

$U_{\text{eff}} = 70,4773 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{\frac{26}{20}} = 1,40521 mV$

SNR (dB) = 26 dB

Für die Berechnung mit Spannungen → $10^{\frac{26 dB}{20}}$

⇒ $SNR = \frac{P_s}{P_r} = \frac{U_s^2}{U_r^2}$

⇒ $U_s = U_r \cdot 10^{\frac{26 dB}{20}} = 35,24 \mu V \cdot 10^{\frac{26}{20}} = 703,1 \mu V$

⇒ Eingangsspannung $U_i = 703,1 \mu V$

SS / WS	Semester	Fach	Dozent
06/07	E4	GV	MSS
FSR - Klausurensammlung 10/10			