Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»
КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Л А Б О Р А Т О Р Н А Я Р А Б О Т А № 3

по курсу “Моделирование”

Выполнил: Зыкин Д. А.
Группа: ИУ7-73
Принял: Рудаков И. В.

Москва 2019

Содержание

1 Описание реализованных распределений

1.1 Экспоненциальное распределение

На рисунке 1 представлены графики плотности и функции распределения экспоненциального распределения:

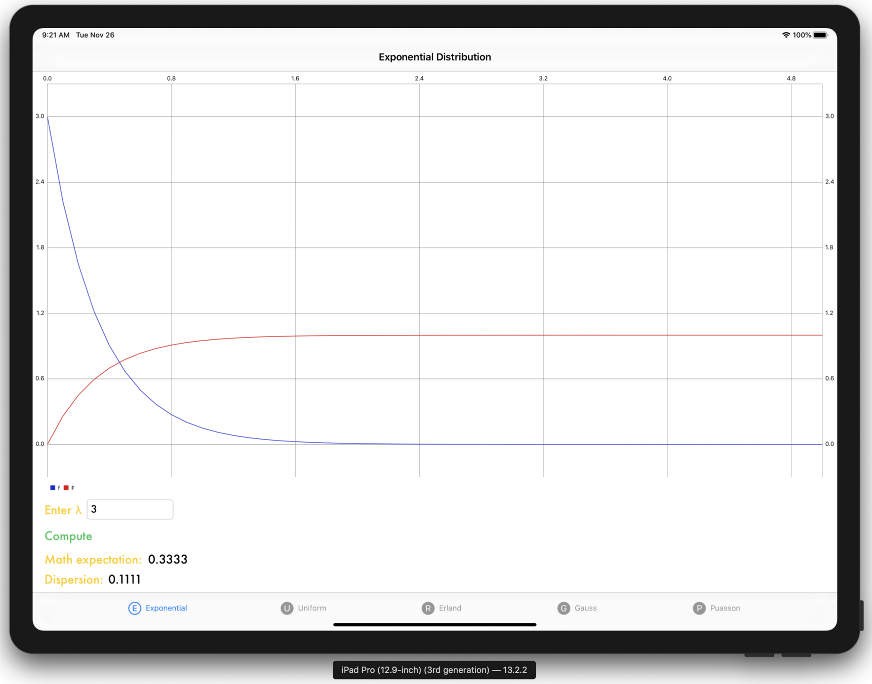

Рис. 1: графики плотности и функции распределения экспоненциального распределения

Плотность распределения:

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0 \\ 0, x < 0 \end{cases} \quad , \quad \text{где} \tag{1}$$

Функция распределения:

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x}, x \geq 0 \\ 0, x < 0 \end{cases} \quad , \quad \text{где} \tag{2}$$

Математическое ожидание и дисперсия:

$$M = \lambda^{-1}, D = \lambda^{-2} \tag{3}$$

1.2 Равномерное распределение на интервале $[a, b]$

На рисунке 2 представлены графики плотности и функции распределения равномерного распределения:

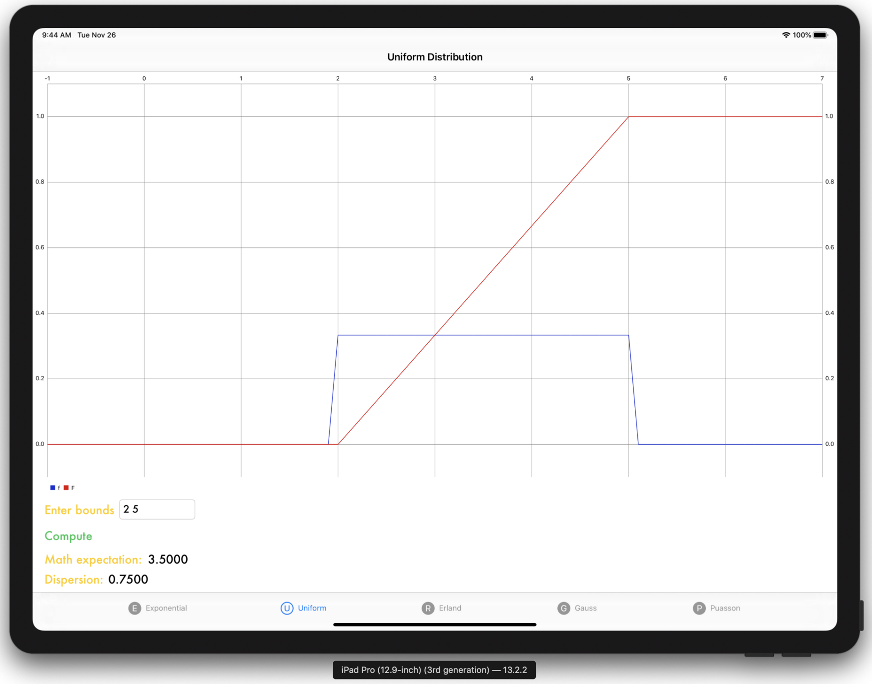

Рис. 2: графики плотности и функции распределения равномерного распределения

Функция плотности распределения:

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, x \in [a; b]0 \\ 0, x \notin [a, b] \end{cases} \quad , \quad \text{где} \tag{4}$$

Функция распределения:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, a \le x < b \\ 1, x \ge b \end{cases} \quad , \quad \text{где} \tag{5}$$

Математическое ожидание и дисперсия:

$$M = \frac{a+b}{2}, D = \frac{(b-a)^2}{12} \tag{6}$$

1.3 Распределение Эрланга

Распределение Эрланга является частным случаем Гамма-распределения в случае если параметры распределения являются целочисленными.

На рисунках 3 и 4 представлены графики функции распределения и плотности распределения Эрланга:

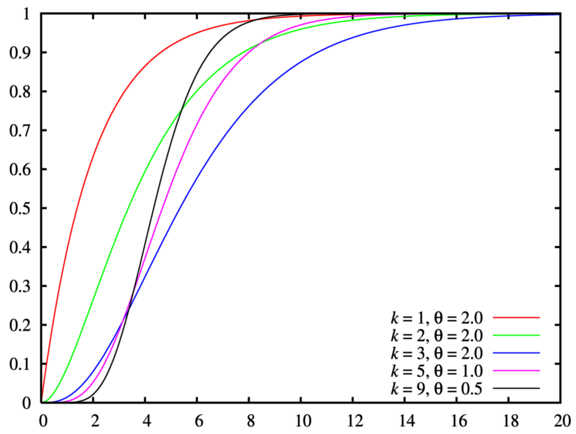

Рис. 3: График функции распределения

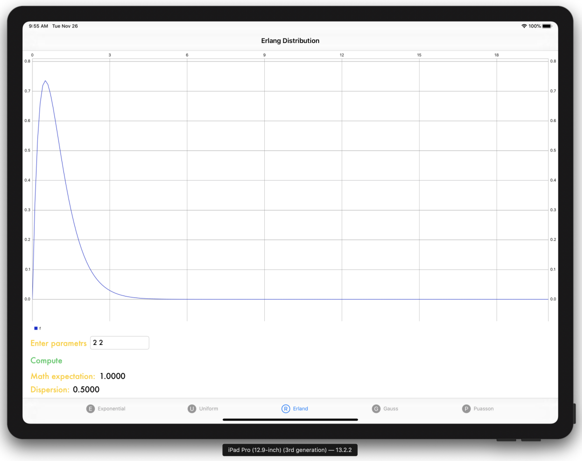

Рис. 4: График функции плотности

Функция плотности распределения:

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}, x > 0 \\ 0 \end{cases}, \quad \text{где} \tag{7}$$

Функция распределения:

$$F_X(x) = \frac{\gamma(\alpha, \lambda x)}{\Gamma(\alpha)}, \quad \text{где} \tag{8}$$

- $\Gamma(x)$ - Гамма-функция Эйлера
- $\gamma(\alpha, \lambda x)$ - нижняя неполная Гамма-функция

Математическое ожидание и дисперсия:

$$M = \frac{\alpha}{\lambda}, D = \frac{\alpha}{\lambda^2} \tag{9}$$

Замечание: Гамма-функция Эйлера:

$$\Gamma(z) = \int\limits_0^\infty t^{\,z-1} e^{-t}\,dt, \quad z \in C, \quad \mathrm{Re}(z) > 0 \tag{10}$$

В классическом интегральном определении гамма-функции пределы интегрирования фиксированы. Рассматривают также неполную гамма-функцию[en], определяемую аналогичным интегралом с переменным верхним либо нижним пределом интегрирования. Различают верхнюю неполную гамма-функцию, часто обозначаемую как гамма-функцию от двух аргументов и нижнюю неполную гамма-функцию, аналогично обозначаемую строчной буквой «гамма»:

$$\gamma(a, z) = \int\limits_0^{\mathrm{z}} e^{-t} t^{a-1}\,dt \tag{11}$$

1.4 Гауссово распределение с параметрами μ и σ

Распределение Гаусса также называется *нормальным*.

На рисунках 5 и 6 представлены графики функции плотности и распределения:

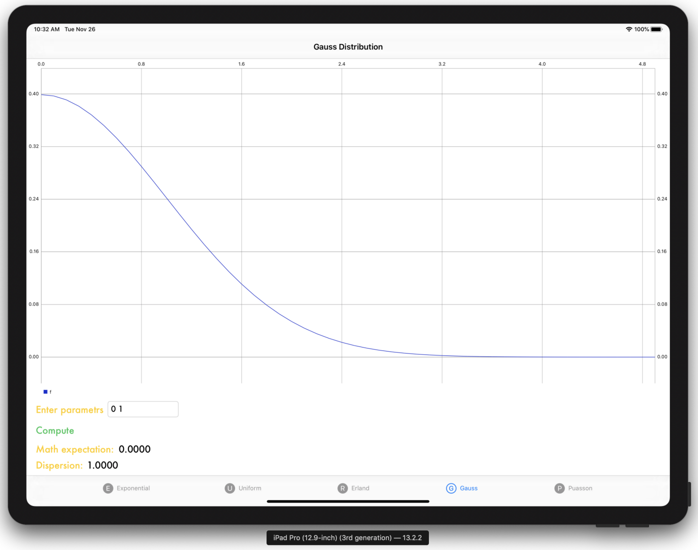

Рис. 5: График функции плотности

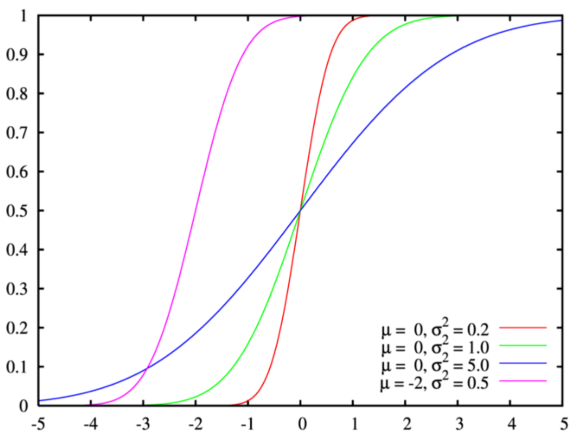

Рис. 6: График функции распределения

Функция плотности распределения:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\dfrac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \tag{12}$$

Функция распределения:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\dfrac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,, dt \tag{13}$$

Математическое ожидание и дисперсия:

$$M = \mu, D = \sigma^2 \tag{14}$$

1.5 Пуассоновское распределение с параметром λ

На рисунках 7 и 8 представлены графики распределения и плотности Пуассоновского распределения.

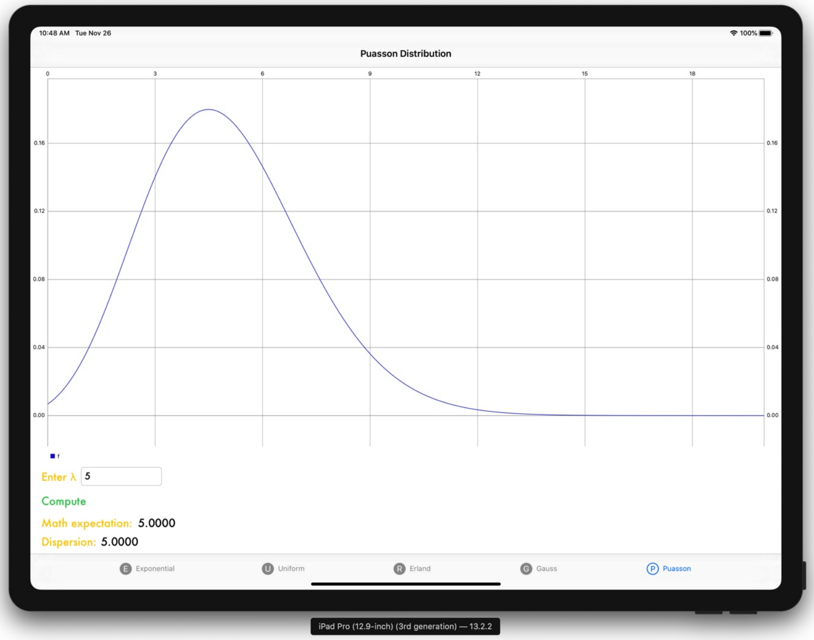

Рис. 7: График функции плотности

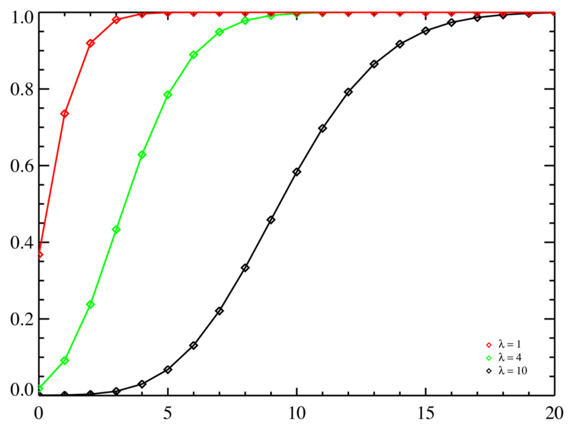

Рис. 8: График функции плотности

Функция плотности распределения:

$$f_X(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} \tag{15}$$

Функция распределения:

$$F(k) = \frac{\Gamma(k+1, \lambda)}{k!} \tag{16}$$

Математическое ожидание и дисперсия:

$$M = \lambda, D = \lambda \tag{17}$$