

TP - Lissage de Maillages

Modélisation et Représentations Géométriques

Ricardo Uribe Lobello

24/10/2019

Dans ce TP, nous allons essayer d'implanter une approximation discrète de l'opérateur du Laplace-Beltrami sur un maillage. Ce calcul va nous permettre d'implanter des algorithmes de lissage sur des surfaces. Ces algorithmes seront appliqués sur des maillages gérés par une structure de données de demi-arêtes implanté par la librairie OpenMesh. Vous devrez utiliser le code de base fourni dans le Master 1 et déjà utilisé dans d'autres cours. Des maillages pour tester vos algorithmes vous seront aussi fournis.

1. Implantez l'approximation cotangentielle de l'opérateur de Laplace-Beltrami (LB). Vous avez déjà étudié cette opérateur dans la séance de Géométrie Différentielle. Cette opérateur est dépendant de la connectivité et de la géométrie du maillage et fourni une bonne approximation de l'opérateur en continu. Il es défini par l'équation :

$$\Delta f(v) = \frac{1}{2A(v)} \sum_{v_i \in N_1(v)} [\cot \alpha_i + \cot \beta_i] [f(v_i) - f(v)]$$

Avec $A(v)$ l'aire en bleu autour du sommet courant v .

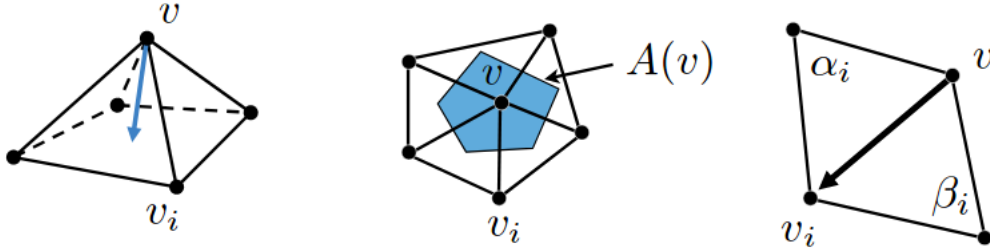


Figure 1: Elements géométriques à considérer pendant la discrétisation de l'opérateur de Laplace-Beltrami.

Il est aussi possible de créer une estimation du Laplace-Beltrami uniforme. Cela veut dire sans pondération en éliminant les cotangentes et la pondération par rapport à la surface A_i .

2. Construisez maintenant la matrice de Laplace-Beltrami qui contiendra le résultat du calcul de l'opérateur de Laplace-Beltrami pour chaque arête connectant deux sommets dans le maillage. Cette matrice est définie comme :

$$m_{i,j} = \begin{cases} -\sum_{v_k \in N_1(v_i)} w_{i,k}, & i = j, \\ w_{i,j}, & v_j \in N_1(v_i), \\ 0 & Sinon \end{cases}$$

3. Utilisez l'opérateur de Laplace-Beltrami calculé dans les points précédents et essayez de l'utiliser pour calculer le flou de diffusion sur un maillage bruité. Rappelez vous que le flou de diffusion sur un maillage est défini comme suit :

$$x_i = x_i + h \lambda \Delta x_i$$

Avec h et λ comme des facteurs de vitesse de convergence dans le lissage. Utilisez différents valeurs de pondération et examinez les résultats.

Une fois que vous avez implanté le flou de diffusion avec le Laplace-Beltrami cotangentiel, utilisez maintenant le Laplace-Beltrami uniforme et examinez le résultat par rapport à ce qui est obtenu avec le LB cotangentiel.