TP3 - Remaillage
Master 2 : Parcours GIG
Modélisation et Représentations Géométriques

Ricardo Uribe Lobello

03/12/2019

Dans ce TP, nous allons essayer d'implanter un algorithme de remaillage incrémental en nous concentrant, au début, dans l'amélioration de l'isotropie des triangles du maillage et pas dans la précision de l'approximation. L'idée générale de tous ces méthodes est d'améliorer la "qualité" du maillage d'entrée. La qualité du maillage peut être mesurée des différentes manières et dépend fortement de l'application qui va utiliser le maillage produit. Pour simplifier, nous allons utiliser comme métrique de qualité une minimisation de l'angle maximal et une maximisation de l'angle minimale. Ainsi, si M est le maillage à traiter, nous essayons de minimiser la fonction suivante :

$$E_A(M) = \sum_{T \in M} \|\alpha^T_{max} - \alpha^T_{min}\|$$

Et, par conséquence, nous cherchons à obtenir des triangles le plus équilatéraux possibles. Les opérations de base pour cet algorithme sont présentés sur la figure suivante.

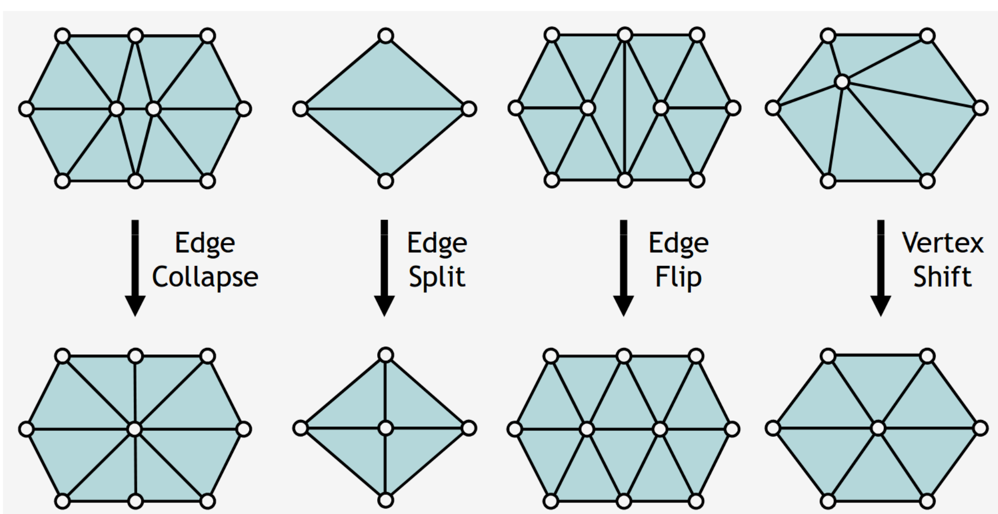

Figure 1: Quatre principales opérations dans un algorithme de maillage incrémental. De gauche à droite, fusion de sommets, subdivision d'arêtes, retournement d'arête et relaxation.

1. Suivez les pas suivants afin de fournir une implantation pour la méthode de remaillage incrémental proposé originalement par [Botsh et Kobbelt 04]. Les opérations de fusion d'arêtes et de retournement d'une arête, étant très utilisés en remaillage, sont directement implantées par OpenMesh (voir le lien ici).

(a) Initialement, commencez par implanter le critère de qualité énoncé dans le paragraphe de présentation afin de bien pouvoir mesurer si vos modifications améliorent la qualité globale du maillage. Vous n'êtes pas obligés de tester à chaque opération si la qualité du maillage s'améliore, vous pouvez regrouper des opérations et ensuite vérifier.

(b) Ensuite, implantez la méthode pour réaliser une fusion de deux arêtes dans une arête unique comme illustré dans la figure 1.

(c) Après, implantez une méthode pour réaliser la subdivision (split) d'une arête.

(d) Pour essayer d'améliorer la valence globale du maillage, implémentez une méthode pour inverser (fliping) des arêtes. Testez à chaque fois si cette méthode effectivement améliore la valence des sommets composant le voisinage considéré.

(e) Ensuite, réalisez une relaxation afin de placer les sommets au barycentre de leur voisinage respectif. Cette opération peut très clairement affecter la précision du résultat par rapport au maillage original mais, comme dit précédemment, nous ne nous occuperons de cette précision pour le moment.

(f) Finalement, et si vous avez du temps, pour améliorer la qualité de l'approximation de la surface finale, projetez le sommet sur lequel vous avez appliqué la relaxation à nouveau vers la surface. Pour cela, vous pouvez essayer de conserver le voisinage du sommet afin de connaître les facettes vers lesquelles il faudra projeter le sommet. Ensuite, choisissez la facette sur laquelle le sommet sera projeté en gardant cela avec laquelle le sommet est le plus proche.

Aide : Pour une droite $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} + \boldsymbol{t}\,\vec{\boldsymbol{n}}$ avec $\boldsymbol{a}$ un point sur la droite et $\vec{n}$un vecteur unitaire dans la direction de la ligne. Si $\boldsymbol{p}$ est un point dehors la ligne $\boldsymbol{x}$, la longueur sur la ligne est définie par $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{p})\cdot\vec{\boldsymbol{n}}$ et le vecteur projeté sur la ligne est $((\boldsymbol{a}-\boldsymbol{p})\cdot\vec{\boldsymbol{n}})\vec{\boldsymbol{n}}$.

Maintenant, pour projeter le point p sur le plan défini par un triangle T avec la normale $\vec{\boldsymbol{n}}$(le même vecteur d'avant), il faut définir un point sur ce plane a, à partir duquel part la normale $\vec{\boldsymbol{n}}$sur le plan et utiliser l'équation suivante :

$$\boldsymbol{q} = (\boldsymbol{p} - \boldsymbol{a}) - [((\boldsymbol{a} - \boldsymbol{p}) \cdot \vec{\boldsymbol{n}})\vec{\boldsymbol{n}}]$$

$\boldsymbol{q}$ est le point sur le plan défini par a et $\vec{n}$. Finalement, il faut tester si le point q se trouve à l'intérieur du triangle avec le critère d'orientation appliqué sur les trois arêtes orientées du triangle et défini comme :

$$\begin{bmatrix} x_p - x_q & x_r - x_q \\ y_p - y_q & y_r - y_q \end{bmatrix} > 0$$

Pour chaque arête (p, r) du triangle. Dans le cas affirmatif, la projection du point p se trouve à l'intérieur du triangle.